1.设$\left(X_1,\cdots,X_n\right)$为来自 Bernoulli 分布 $b(1,p)$的 IID 样本，试写出 $X_1,\cdots,X_n$ 的联合分布，并指出 $X_1+X_2, X_{(n)}, X_n+2p, (X_n-X_1)^2$ 中哪些是统计量，为什么？

2.设（$X_1,\cdots,X_n$）和 $(Y_1,\cdots,Y_n)$ 是两组样本，且有如下关系：

$$Y_i=(X_i-a)/b,\quad a,b\neq 0\text{均为常数}$$

试求样本均值$\overline{Y}$与$\overline{X}$之间及样本方差S_Y^2与S_X^2之间的关系式

3.试证明（1）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2+n(\overline{X}-\mu)^2$；（2）$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2$

4.设$\left(X_1,\cdots,X_n\right)$为来自总体分布 $F(x)$的 IID 样本，记其经验分布函数为$F_n(x)$，试证对于任意给定的$x\in R$有

$$E(F_n(x))=F(x)\text{，}Var(F_n(x))=\frac{1}{n}F(x)(1-F(x))$$

5.设$(3,2,3,4,2,3,5,7,9,3)$为来自总体 X 的样本，试求经验分布函数$F_{10}(x)$

6.设 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1\\ 0,\text{其他}\end{cases}$$

$\left(X_1,\cdots,X_n\right)$为总体 X 的 IID 样本，试求 $X_{(1)}, X_{(n)}$ 及 $X_{(k)}$ 的密度函数

7.设总体 X 服从区间上$(0,\theta)$的均匀分布，（$X_1,\cdots,X_n$）为来自总体 X 的样本，试分别求次序统计量$X_{(1)}, X_{(n)}$和$X_{(k)}$的分布密度

8.若从某总体中抽取容量为 13 的样本：
（-2.1, 3.2, 0, -0.1, 1.2, -4, 2.22, 2.0, 1.2, -0.1, 3.21, -2.1, 0）.试写出这个样本的次序统计量，求出样本中位数和极差，如果再加一个 2.7 构成一个容量为 14 的样本，求样本中位数

9.设总体 X 的分布密度为

$$f(x)=\begin{cases}3(1-x)^2, 0<x<1\\ 0,\text{其他}\end{cases}$$

$(X_1,\cdots,X_n)^T$是来自总体的 X 的容量为 7 的样本，试求样本中位数$X_{(4)}$小于$1-\sqrt[3]{0.6}$

的概率

10.设$\left(X_1,\cdots,X_4\right)$为来自 $N(0,1)$的样本，$Y=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$，试求 a 和 b，使 X 服从 χ^2 分布

11.设$\left(X_1,\cdots,X_n\right)$为来自总体 $X\sim N(\mu,25)$ 的 IID 样本，问 n 多大时，才能使得 $P\{\left|\overline{X}-\mu\right|<1\}\geq 0.95$成立？

12.设$\left(X_1,\cdots,X_{17}\right)$为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的 IID 样本，请问当 k 为多少时，

$$P\{\overline{X}>\mu+kS_n^*\}=0.95$$