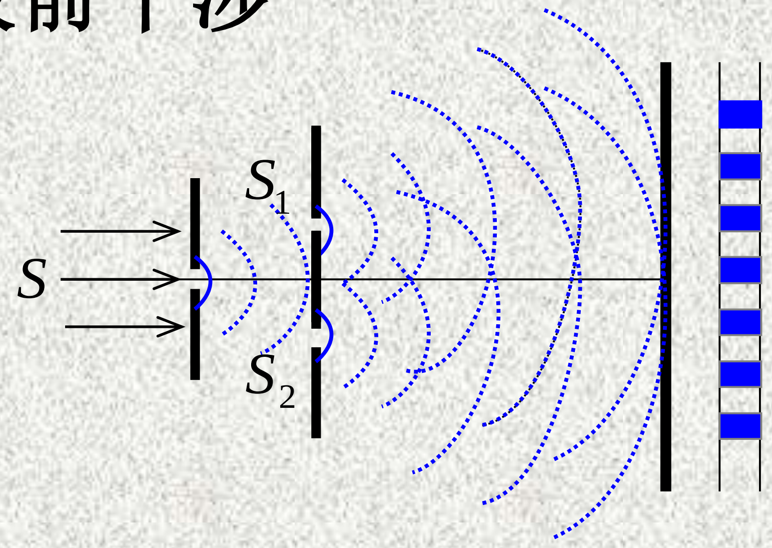
§ 13-2 分波前干涉

一、杨氏干涉

1. 实验装置

2. 实验结果分析

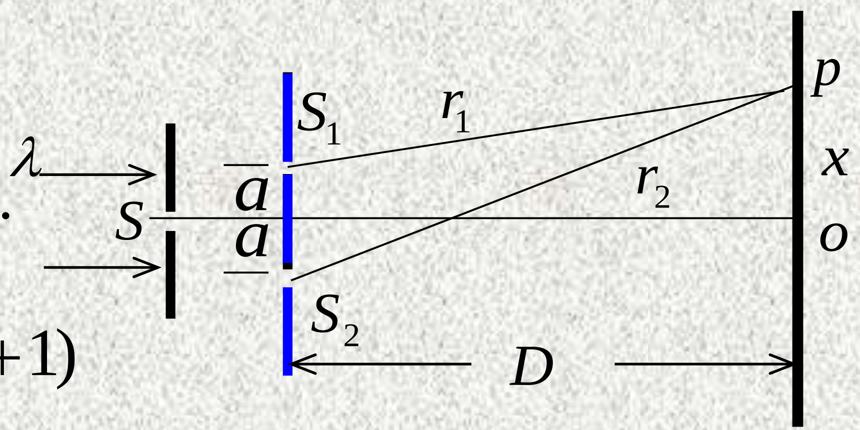


由图知 $\Delta = r_2 - r_1$

干涉项 $\cos 2\pi\Delta/\lambda$

P点亮条纹条件 $2\dfrac{\Delta}{\lambda} = 2k$

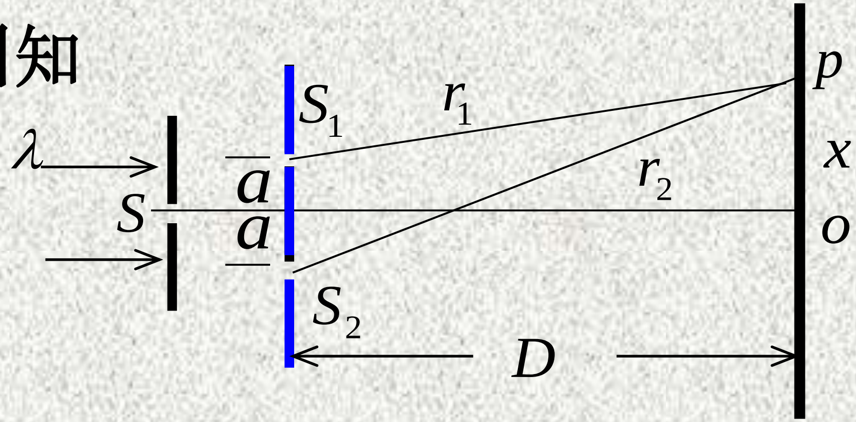
即 $\Delta = 2k\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$



P点暗条纹条件 $2\dfrac{\Delta}{\lambda} = (2k+1)$

即 $\Delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

用x表示亮暗条纹位置，由图知



$$r_2^2 = D^2 + (x+a)^2$$

$$r_1^2 = D^2 + (x-a)^2$$

将两式相减，得

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 4ax$$

因$2a$、x 都很小，近似有$r_2 + r_1 = 2D$，上式变为

$2D\Delta = 4ax$， 即 $\Delta = \dfrac{2a}{D}x$

将此式代入亮暗纹条件得

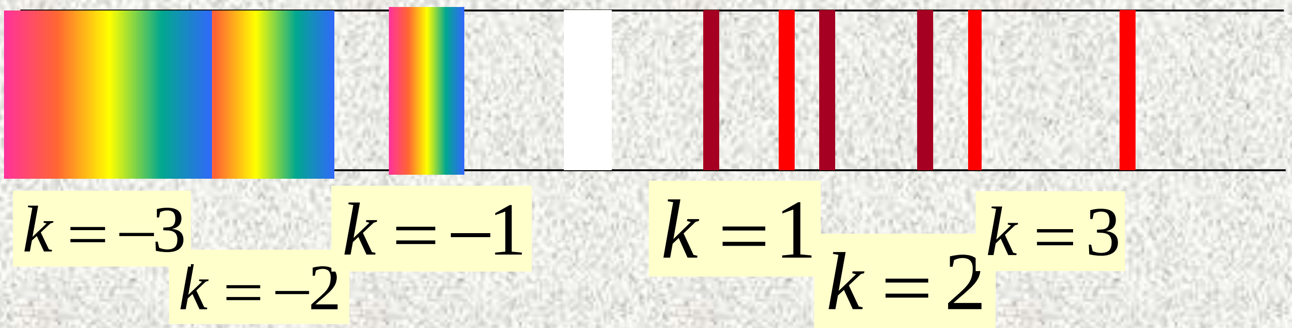
$$x = \begin{cases} \dfrac{D}{2a} 2k \dfrac{\lambda}{2}, & k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \\ \dfrac{D}{2a}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \end{cases}$$

亮纹中心位置

暗纹中心位置

杨氏干涉条纹是等间距的，相邻亮（或暗）条纹间距都为 $\dfrac{D\lambda}{2a}$

若用复色光源，则干涉条纹是彩色的。



杨氏干涉可用于测量波长，是光的波动性的实验依据。

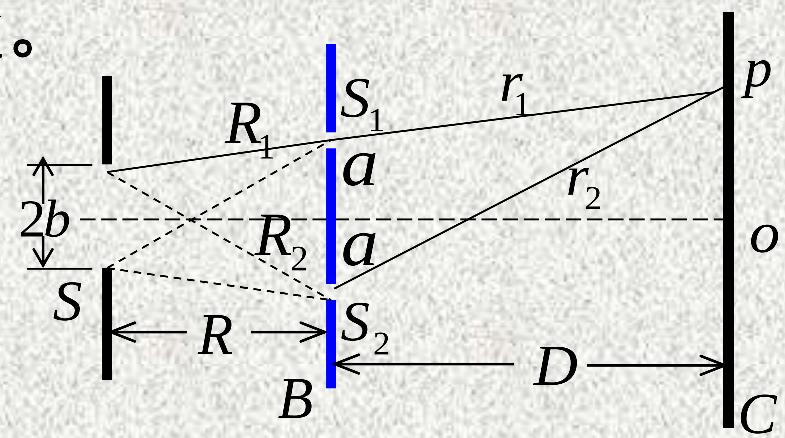
*二、对干涉条纹可见度的分析

1. 干涉条纹的可见度（也称衬比度或对比度）

定义 $V=\dfrac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$ $\begin{cases} I_{min}=0\text{时, 清晰度为最高, } V=1 \\ I_{max}=I_{min}\text{时, 干涉条纹消失, } V=0 \end{cases}$

2. 空间相干性

狭缝间距对干涉条纹的可见度有很大的影响，这可用光场的空间相干性来描述。



光源上边缘到P点的光程差

$$\Delta=(R_2-R_1)+(r_2-r_1)$$

由于a、b远小于R，所以

$$R_2^2-R_1^2=[R^2+(a+b)^2]-[R^2+(a-b)^2]=4ab$$

即 $2R(R_2-R_1)=4ab$ $\quad\therefore\quad R_1-R_2=\dfrac{2ab}{R}$

所以 $\Delta=(R_2-R_1)+(r_2-r_1)=\dfrac{2ab}{R}-\dfrac{2ax}{D}=\dfrac{2a}{D}(\dfrac{Db}{R}+x)$

由零级亮纹条件 $2\dfrac{\Delta}{\lambda}=0$，即$\Delta=0$时，得 $x=-\dfrac{bD}{R}$

同理，光源下边缘有 $x = +\dfrac{bD}{R}$

零级亮条纹宽度 $\Delta x = \dfrac{(2b)D}{R}$

光屏上出现干涉条纹的条件是 $\Delta x < \dfrac{\lambda D}{2a}$

即 $\dfrac{(2b)D}{R} < \dfrac{\lambda D}{(2a)}$， 或 $(2b) < \dfrac{\lambda R}{(2a)}$

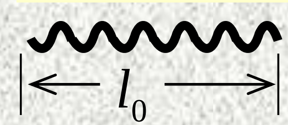
对有一定宽度的光源，缝宽$2a$满足条件 $(2a) < \dfrac{\lambda R}{(2b)}$

才能在光屏上得到可见度不为零的干涉条纹。

3. 时间相干性

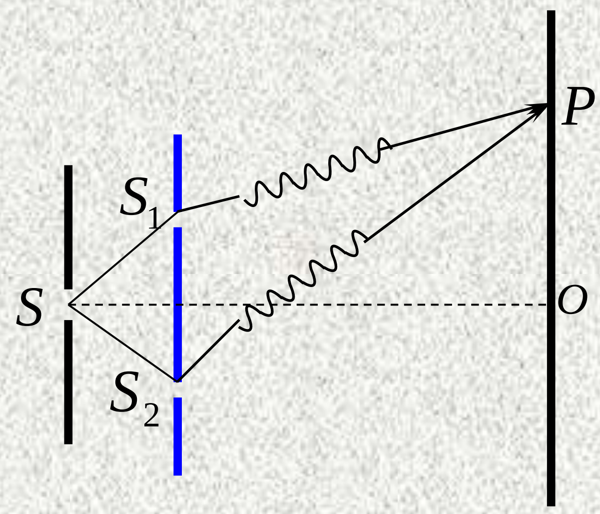
$\tau_0 < 10^{-8}\,\mathrm{s}$

普通光源所发出的 光波列长度为



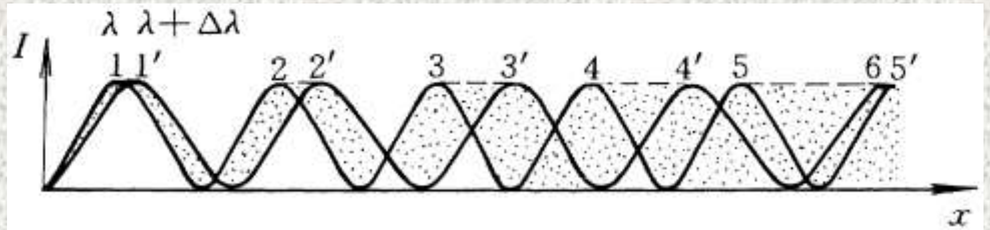
$l_0 = c\tau_0 \quad (\tau_0 < 10^{-8}\,\mathrm{s})$ （τ_0为相干时间，l_0为相干长度）

干涉的必要条件是波列的两部分到达相遇点光程差应小于波列长度l_0



波列越长，光场的时间相干性越好。

由于波长存在一定范围$\Delta\lambda$,干涉条纹之间发生相对位移



k级条纹中心位置

$$x = k\frac{\lambda D}{2a}$$

亮纹宽度 $$\Delta x = k\frac{D}{2a}\Delta\lambda$$

当 $\Delta x = \dfrac{\lambda D}{2a}$ 即 $k_c\dfrac{D}{2a}\Delta\lambda = \dfrac{\lambda D}{2a}$ 可见度为零

所以 $k_c = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$ kc级亮纹光程差 $\Delta_c = k_c(\lambda + \Delta\lambda) \approx \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

可见度不为零的光程差的上限，是波列长度l_0，于是

$$l_0 = c\tau_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

这表示，波列长度l_0与光源波长范围$\Delta\lambda$成反比，光源的单色性越好，波长范围就越小，波列就越长，光场的时间相干性就越好。

例 1: 在杨氏实验中，双缝间距为0.45 mm，使用波长为540 nm的光观测。(1) 要使光屏C上条纹间距为1.2 mm，光屏应离双缝多远？(2) 若用折射率为1.5、厚度为9.0 μm的薄玻璃片遮盖狭缝S_2，光屏上干涉条纹将发生什么变化？

解:(1)由式 $\Delta x = \dfrac{\lambda D}{2a}$ 得

$$D = \frac{2a\Delta x}{\lambda} = \frac{0.45\times10^{-3}\times1.2\times10^{-3}}{540\times10^{-9}}\,\text{m} = \frac{0.54\times10^{-6}}{5.4\times10^{-7}} = 1.0\ \text{m}$$

(2) S_2遮盖时，中央亮纹在$x=0$处，遮后光程差为

$$\Delta=(nh+r_2-h)-r_1=h(n-1)+(r_2-r_1)=h(n-1)+\frac{2a}{D}x$$

中央亮条纹应满足$\Delta=0$的条件，于是得

$$h(n-1)+\frac{2a}{D}x=0$$

遮盖后中央亮纹位置为

$$x=-\frac{h(n-1)D}{2a}=-\frac{(1.5-1)\times 9.0\times 10^{-6}\times 1.0}{0.45\times 10^{-3}}\mathrm{m}=-1.0\times 10^{-2}\mathrm{m}$$

这表示干涉条纹整体向下平移了10mm。

例 2: 在杨氏实验中双缝的间距为0.20 mm，光屏与狭缝的距离为50 cm, 测得光屏上相邻亮条纹的间距为1.5 mm。求光波的波长。

解: 由式 $\Delta x = \dfrac{\lambda D}{2a}$ **得**

$$\lambda = \frac{2a\Delta x}{D} = \frac{0.20\times10^{-3}\times1.5\times10^{-3}}{50\times10^{-2}}\,\text{m} = 6.0\times10^{-7}\ \text{m}$$