§9-6 电容和电容器

一、电容：

定义：孤立导体的电容 $C=\dfrac{q}{U}$

孤立导体的电容只决定于导体自身的性状、而与所带电荷和电势，它反映了孤立导体储存电荷和电能的能力。

例如，半径为*R*，带电量为*Q*的孤立导体球，其电势表示为

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

孤立导体球的电容为

$$C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0 R$$

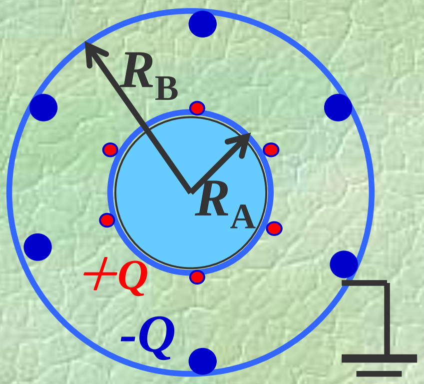
电容的单位：

称作F ~(法拉) 或记为 (C / V)。

$$1\,\mathrm{F}=10^{6}\,\mu\mathrm{F}=10^{12}\,\mathrm{pF}$$

二、电容器：

在周围没有其它带电导体影响时，由两个导体组成的导体体系，称为**电容器。**



如图所示，用导体空腔B把导体A包围起来，B以外的导体和电场都不会影响导体A以及A、B之间的电场。可以证明，导体A、B之间的电势差V_A-V_B与导体A所带电量成正比，而与外界因素无关。**电容器的电容定义为**

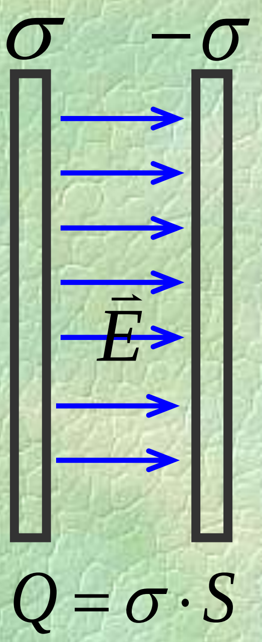
$$C=\frac{Q_A}{V_A-V_B}=\frac{q}{U_{AB}}$$

三、电容的计算

1. 平行板电容器

平行板电容器面积为**S**，板间距为**d**,且

$$S >> d^2 \qquad \because E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$



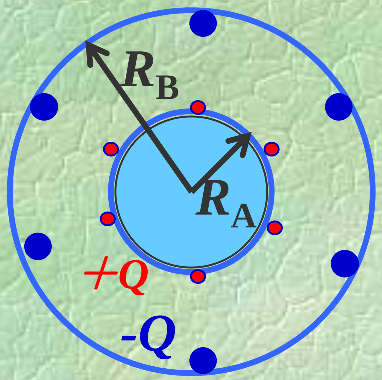
$$U_{\mathrm{AB}} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{U_{\mathrm{AB}}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

平行板电容器的电容与极板的面积**S**成正比，与两极板之间的距离**d**成反比。

2. 同心球形电容器

两个同心金属球壳带有等量异号电荷，电量为*Q*，两球壳之间的场强为



$$\therefore E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \left(R_A > r > R_B\right)$$

两球壳间的电势差为

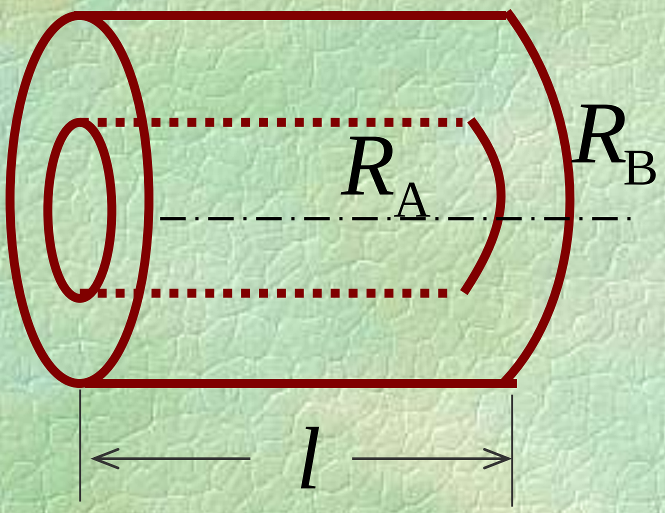
$$U_{AB}=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_A}^{R_B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

$$\because C=\frac{Q}{U_{AB}} \qquad \therefore C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_A R_B}{R_A-R_B}$$

3. 圆柱形电容器（同轴电缆）

两个长为 l 的圆柱体，圆柱面上带有等量异号的电荷，其间距离 $R_B - R_A << l$，线电荷密度为 $\lambda = Q/l$ 。

$$\because E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}$$



$$\therefore U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} dr$$

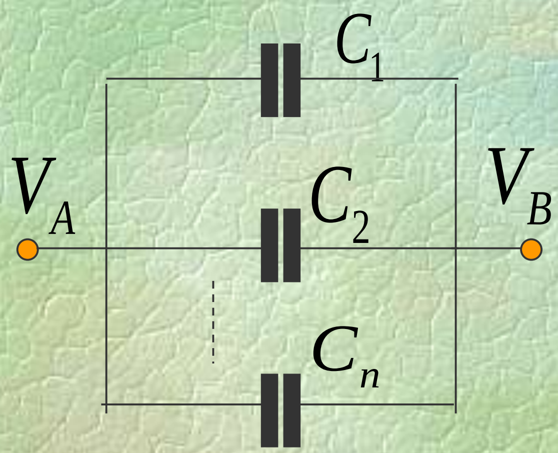
$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_B/R_A)}$$

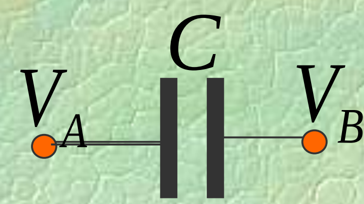
四、电容器的联接

1. 并联电容器的电容

$$C=\sum_i C_i$$



等效



令 $U=V_A-V_B$

$$q_1=C_1U$$

$$q_2=C_2U$$

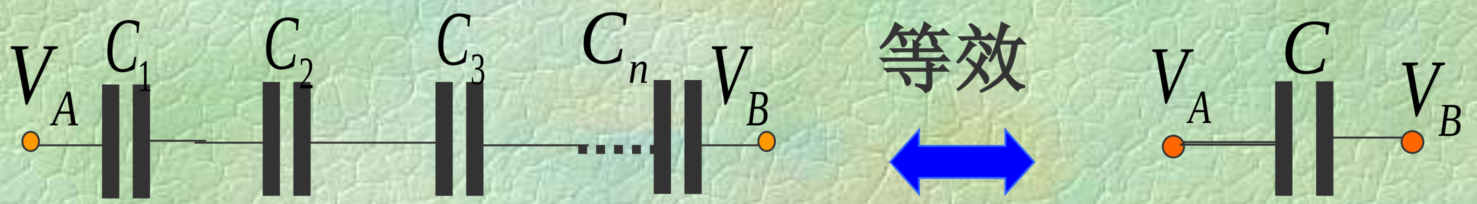
$$q_n=C_nU$$

$$\because C=\frac{q_1+q_2+\cdots+q_n}{U}$$

$$\therefore C=C_1+C_2+\cdots+C_n$$

2.串联电容器的电容

$$\frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$



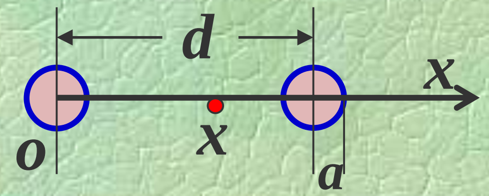
令 $U=V_A-V_B$ $U=U_1+U_2+\cdots+U_n$

$$C_1=\frac{q}{U_1} \quad C_2=\frac{q}{U_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad C_n=\frac{q}{U_n}$$

$$\because C=\frac{q}{U}=\frac{q}{U_1+U_2+\cdots+U_n} \quad \therefore \frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$

例：两根距离为d 的平行无限长直导线带等量异号电荷,构成电容器，设导线半径$a<<d$，求单位长度的电容。



解:如图建立坐标系，坐标轴上 x处的场强可由高斯定理求出

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}[\frac{\lambda}{x}+\frac{\lambda}{d-x}]$$

方向沿x轴正方向。式中λ是正电导线单位长度所带电量。两导线间的电势差为

$$U_{\mathrm{AB}}=\int_a^{d-a}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{x}=\int_a^{d-a}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x})\mathrm{d}x=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}\approx\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{a}$$

由此可算得单位长度的电容为

$$\therefore\quad C=\frac{\lambda}{U_{\mathrm{AB}}}=\frac{\varepsilon_0}{\ln(d/a)}$$