4.2.3 Laplace变换法求解非齐次常系数初值问题

→ 特解

Laplace变换：由积分

$$F(s)=\int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$$

所定义的确定于复平面（$\mathrm{Re}\,s>\sigma$）上的复变数 s 的函数 $F(s)$ 称为 $f(t)$ 的Laplace变换，其中 $f(t)$ 于 $t\geq 0$ 有定义且满足不等式

$$|f(t)|<Me^{\sigma t},\quad M>0,\ \sigma>0 \text{ 为常数，}$$

我们称 $f(t)$ 为原函数，$F(s)$ 为像函数。

$$|e^{-st}f(t)| = |e^{-st}|\,|f(t)|$$

$$< |e^{-t(\mathrm{Re}\,s+i\,\mathrm{Im}\,s)}|\,Me^{\sigma t}$$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta \qquad |e^{i\theta}|=1$

$$= M\underbrace{e^{t(\sigma-\mathrm{Re}\,s)}}_{\text{衰减}} \qquad \mathrm{Re}\,s>\sigma$$