

答案

三、计算题

1. 解: (1) 设任意时刻链条下垂部分的长度为 x ,

则任意时刻链条所受摩擦力的大小为 $f_r = \nu \frac{L-x}{L} mg$

所以, 摩擦力所作的功为

$$A_r = \int_a^L -f_r dx = \int_a^L -\mu \frac{L-x}{L} mg dx = -\frac{\mu mg}{2L} (L-a)^2$$

(2) 对链条应用动能定理

$$A = \int_a^L \frac{x}{L} mg dx + A_r = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

$$\frac{mg}{2L} (L^2 - a^2) - \frac{\mu mg}{2L} (L-a)^2 = \frac{1}{2} mv^2$$

得

$$v = \sqrt{\frac{g}{L} [(L^2 - a^2) - \mu(L-a)^2]}$$

$$2. \text{未剪断前 } kx_1 = (m_1 + m_2)g, \quad x_1 = \frac{m_1 + m_2}{k} g,$$

$$\text{剪断后, } m_1 g = kx_2 \text{ 时 } m_1 \text{ 的速度最大, } x_2 = \frac{m_1 g}{k}$$

$$\frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{max}^2 + \frac{1}{2} kx_2^2 + m_1 g(x_1 - x_2)$$

$$v_{max}^2 = \frac{k}{m_1} (x_1^2 - x_2^2) - 2g(x_1 - x_2) = \frac{m_2^2 g^2}{m_1 k}$$

$$v_{max} = \frac{m_2 g}{\sqrt{m_1 k}} = 0.014 \text{ m/s}$$

3. 解: 建立如图所示的坐标系, 设在力 F 的作用下 m_1 达到平衡时弹簧伸长量为 x_0 , 则:

$$F + m_1 g = kx_0$$

而 m_2 能离开地面的条件为

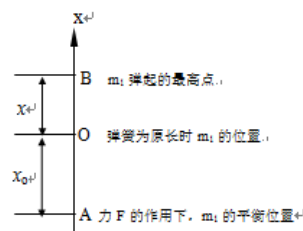


FIG. 1: 1

$$kx - m_2 g \geq 0$$

以坐标原点 O 为弹性势能和重力势能零点, 对于 A 、 B 两状态, 由机械能守恒有

$$\frac{1}{2} kx_0^2 - m_1 g x_0 = \frac{1}{2} kx^2 + m_1 g x$$

联立上式, 得 $F \geq (m_1 + m_2)g$, 即 F 至少要等于 $(m_1 + m_2)g$ 时, 可使 F 撤消后, 恰使 m_2 抬起.

4. 解: 以弹簧的原长度时的 B 得位置为原点 则: $t = 0$ 时, $x = -L$

小球开始运动时有 $kx > F, L > \frac{F}{k}$,

小球运动到 x 处静止, 由动能关系

$$-F(L+x) = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} kL^2, \text{ 得 } F = \frac{k}{2} (L-x), \text{ 平衡时 } F = kx,$$

$$\text{得 } L = \frac{3F}{k}, \text{ 因而 } \frac{F}{k} < L \leq \frac{3F}{k}.$$

$$5. \text{解: } m \frac{v_c^2}{R} = mg, \quad v_c = \sqrt{Rg}, \quad 2R = \frac{1}{2} gt^2, \quad t = 2\sqrt{\frac{R}{g}},$$

$$x = v_c t = \sqrt{Rg} \cdot 2\sqrt{\frac{R}{g}} = 2R$$

$$\frac{1}{2} mv_B^2 = 2Rmg + \frac{1}{2} mv_c^2, \quad v_B^2 = 4Rg + v_c^2 = 5Rg$$

$$v_B^2 = 2ax, \quad a = \frac{v_B^2}{2x} = \frac{5}{4} g$$