第五周作业答案

一、4,B　　5,C　　9,B　　10,A　　11,B

二、3，$1:5$　　8, $<$　　9, $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(a-b)$　　$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(a-b)+\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}b$
10, $\frac{dQ}{2\varepsilon_0 S}$　　$\frac{dQ}{\varepsilon_0 S}$　　11，3 15 $\times 10^6\ V$　　12, 452

三、1，证明：把整个固体介质球作为对象，由高斯定理$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_i$ 可得：

$$D4\pi\overline{OP}^2=\rho\frac{4}{3}\pi\overline{OP}^3$$

此时球内的电位移分布为：$\vec{D}=\frac{\rho\vec{OP}}{3}$。

把挖掉的整个球形空腔作为对象，由高斯定理可得：

$$D4\pi\overline{O'P}^2=\rho\frac{4}{3}\pi\overline{O'P}^3$$

此时球形空腔内的电位移分布为：$\vec{D'}=\frac{\rho\vec{O'P}}{3}$。

根据电场的叠加原理可得空腔内的电位移分布为：

$$\vec{D_0}=\vec{D}-\vec{D'}=\frac{\rho\vec{OO'}}{3}$$

故，空腔内的电场是均匀的，且与球及空腔的半径无关。

四、2,解：（1）设板C左、C右、A左、A右、B左、B右的感应电荷分别为σ_1，σ_2，σ_3，σ_4，σ_5，σ_6。根据金属的静电平衡，即金属导体内电场强度为零，可得：(与PPT例23类似)

$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6)=0$$

$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6)=0$$

$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4+\sigma_5-\sigma_6)=0$$

整理得：

$$\sigma_2=-\sigma_3,\quad \sigma_4=-\sigma_5,\quad \sigma_1=\sigma_6 \tag{1}$$

根据电荷守恒定律，可得：

$$S(\sigma_3+\sigma_4)=3.0\times10^{-7}\ C \tag{2}$$

由B右、C左两面接地可得，B、C两板的电势都为零，可求得：

$$\sigma_1=\sigma_6=0 \tag{3}$$

由B右、C左两面接地，还可得电势差$V_{CB}=0$，即：

$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4-\sigma_5-\sigma_6)\times\overline{CA}+\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4+\sigma_5-\sigma_6)\times\overline{AB}=0$$

得到：

$$\sigma_2=-2\sigma_4 \tag{4}$$

由（1）（2）（3）(4)可得：

$S\sigma_1=0,\ S\sigma_2=-2.0\times10^{-7}\ C,\ S\sigma_3=2.0\times10^{-7}\ C,\ S\sigma_4=10^{-7}\ C,\ S\sigma_5=-1\times10^{-7}\ C,\ S\sigma_6=0$

所以，B板的感应电荷为$-1\times10^{-7}\ C$；C板的感应电荷为$-2.0\times10^{-7}\ C$。

（2）B板接地，电势为零，所以A板的电势为：

$$V_A=\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4+\sigma_5-\sigma_6)\times\overline{AB}=\frac{10^{-7}\times4\times10^{-3}}{8.85\times10^{-12}\times0.02}=2.26\times10^{3}\ V$$

4，解：（1）根据高斯定理$\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_i$，可得：

$$D2\pi rh=\frac{Q}{2\pi aL}2\pi ah$$

所以，柱面间的电场强度分布为：$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r rL}$

两柱面间的电场能量密度为：

$$\omega_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{Q^2}{8\pi^2r^2L^2\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

（2）两柱面间的储存的电场能量为：

$$W=\int_a^b\omega_e\times2\pi rLdr=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}\ln\frac{b}{a}$$

由公式$W=\frac{Q^2}{2C}$，可得圆柱形电容器的电容为：

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\frac{b}{a}}$$