西北大学 2019 ----2020 学年第二学期期末考试出题纸

考试科目	最优化理论	总分	

一、简答题（每题 6 分，共 30 分）

得看啊!

1. 简述下降迭代法的基本步骤.
2. 局部最优解和全局最优解的定义.
3. 线性规划基本解的定义.
4. 凸规划的定义. 凸集凸函数min凸规划.
5. 判定函数为凸函数的充要条件（至少写两个）. f(x)的凸函数 f(x) $\nabla^2 f(x) \geq 0$.

二、计算题（共 55 分）

1.（20 分）写出最速下降法、牛顿法和 FR 共轭梯度法的迭代格式，并用 FR 共轭梯度法求解

$$\min\ f(\boldsymbol{x}) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 4x_1,$$

这里给定初始点 $\boldsymbol{x}^{(1)} = (1,1)^{\mathrm{T}}$.

2.（10 分）求下列线性规划问题的对偶问题

$$\min\ z = x_1 + 2x_2 - 6x_3$$

$$s.t\ \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 \geq 5, \\ -x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7, \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 \leq 9, \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{无限制}. \end{cases}$$

3.（15 分）用单纯型法求解线性规划问题

$$\min\ -9x_1 - 16x_2$$

$$s.t\ \begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 80, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 90, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4.（10 分） 用 0.618 法求 $\min\ f(x) =$ … $[0,2]$，要求最终区间长度 $L \leq 0.5$.

三、证明题（共 15 分）

设正定二次函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^{\mathrm{T}}Gx + g^{\mathrm{T}}x + c$ …

$\min\ \varphi(\alpha) = f$ …

的最优步长为

$\alpha_k = -\frac{\nabla f(}{(d^k}$ …

16. $-2(1+2\lambda - 8\lambda$ …

$4\lambda^2 + 8\lambda +$ …

$+ 8\lambda^2 -$ …

$40\lambda^2$

$[\frac{1}{2}]$

$(2+2\lambda)^2 -$

$-4($

本卷为	闭 卷	本卷为	B 卷	印 数		出题院系	数学系		出题日期

期中

一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

1. 若函数 $f(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + 10x_2^2 + x_1x_2 + 8x_1$，则其梯度 $\nabla f(\boldsymbol{x}) =$ ________，黑塞矩阵 $\mathbf{H}(\boldsymbol{x}) =$ ________。

2. 二次函数 $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + c$ 是严格凸函数的充要条件为________。

8. 单峰区间的函数值呈____的变化特征

设正定二次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^TGx+g^Tx+c$，证明：
一维搜索问题 $\min \varphi(\alpha)=f(x^k+\alpha d^k)$ 的最优步长为

$$\alpha_k=-\frac{\nabla^T f(x^k)d^k}{(d^k)^T G d^k}$$

证：泰勒展开得

$$f(x^k+\alpha d^k)=f(x^k)+\nabla^T f(x^k)\cdot\alpha d^k+\frac{1}{2}\alpha^2 (d^k)^T\nabla^2 f(x^k)\, d^k + o(\|\alpha d^k\|^2)$$

$$\varphi'(\alpha)=\frac{d f(x^k+\alpha d^k)}{d\alpha}=\nabla^T f(x^k)\cdot d^k+\alpha\, d^{kT}\nabla^2 f(x^k)\, d^k=0$$

$$\alpha_k=\alpha=-\frac{\nabla^T f(x^k)\cdot d^k}{(d^k)^T\nabla^2 f(x^k)\, d^k}$$

又因 $f(x)=\frac{1}{2}x^TGx+g^Tx+c$ 是正定二次函数

故 G 对称 $\nabla^2 f(x^k)=G$

故 $$\alpha_k=-\frac{\nabla^T f(x^k)\cdot d^k}{(d^k)^T G d^k}$$

西北大学 2019—2020 学年第二学期本科考试出题专用纸

考试科目	运筹学	总分	100

一、填空题（5 小题，共 10 分）

1. 线性规划问题的可行解是指满足 约束条件 可行区域 的解。？
2. 对偶问题的对偶问题是 原问题
3. 用分枝定界法求极大化的整数规划问题时，任何一个可行解的目标函数值是该问题目标函数值的 最小值
4. 在单纯形迭代中，可以根据最终表中______判断线性规划问题无解。
5. 如果线性规划的原问题增加一个约束条件，相当于其对偶问题增加一个 变量

二、计算题（6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

1. 用图解法求解 $\max Z = 2x_1 - 2x_2$ （剩时间了再看）.

$$St\begin{cases} x_1 - x_2 \ge 1 \\ -2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

2. 用单纯形法求解下列线性规划问题： $\max Z = 6x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 8x_4$

$$St\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 4x_4 \le 20 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \le 25 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \le 10 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0 \end{cases}$$

3. 用分支定界法求解下列整数规划问题： $\max Z = 2x_1 + 3x_2$

$$St\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \le 35 \\ 4x_1 + 9x_2 \le 36 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases} \quad x_1, x_2 \text{为整数}$$

4. 用最速下降法求解

$$\min f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 + 4x_1 - x_2 + 1$$

取 $x_0 = (-1,1)^T$，迭代两次

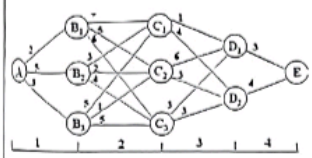
5. 用共轭方向法求解二次函数的极小点

$$f(X) = \frac{1}{2}X^T AX$$

其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

5. 用牛顿法求解 $\min f(X) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$，初始点为 $(X)^0 = (2,-2,1)^T$

6. 用动态规划求解 A 到达 E 的总的路程为最短的线路。（10 分）



三. 已知线性规划 $\max Z = x_1 + x_2$

$$St\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \le 2 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \le 1 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0, \end{cases}$$

试用对偶理论证明上述线性规划无最优解（10 分）

四. 某工厂生产三种产品，各产品重量与利润关系如下表，现将三种产品运往市场出售，运输能力总重量不超过 6 吨，问如何安排运输使得总利润最大。（提示：动态规划求解）（10 分）

种类	1	2	3
重量	2	3	4
利润	80	130	180

4+1

本卷为	闭卷	本卷为	A 卷	印数	50	出题院系	数学学院	出题人	刘蓓	出题日期	2020 年 7 月 3 日	审批人	刘华宁

西北大学 2020 ----2021 学年第一学期期末考试出题纸

考试科目	最优化理论与方法	总分	

一、填空题（每空 5 分，共 20 分）

1. 设 $f: R^n \to R^1$ 是连续可微的凸函数，则 x^* 是该函数全局极小点的充要条件是___________。

2. 若函数 $f(x)=x_1^2+4x_2^2+3x_1x_2+2x_1+4x_2$，则其梯度 $\nabla f(x)=$___________，黑塞矩阵 $\mathbf{H}(x)=$___________。

3. 设函数 $f(x)$ 连续可微，且 $\nabla f(x)\neq 0$，若向量 p 满足___________，则其为 $f(x)$ 在 x 处的一个下降方向。

4. 在单纯形法中，当前非基变量对应的所有价值系数___________时，当前的可行解为最优解。

二、计算证明题（共 65 分）

1.（10 分）用单纯型法求解线性规划问题

$$(1)\quad \max\ z=2x_1-x_2+x_3$$
$$\text{s.t}\ \begin{cases}3x_1+x_2+x_3\le 60\\ x_1-2x_2+2x_3\le 10\\ x_1+x_2-x_3\le 20\\ x_1,x_2,x_3\ge 0\end{cases}$$

2.（10 分）用二分法解

$$\min\ x^2+2x$$
$$s.t.\ \ -3\le x\le 0$$

取最后区间长度为 $\delta=0.2$。

$x^*=-\frac{32}{32}$

3.（10 分）写出共轭梯度法的迭代公式，并用该方法求解

$$\min\ f(x)=2x_1^2+2x_1x_2+x_2^2+x_1-x_2,$$

这里给定初始点 $x^{(0)}=(0,0)^T$，$\varepsilon=10^{-6}$。

4.（10 分）用牛顿法求解：$\min\ f(x)=2x_1^2+(x_2-1)^2$，取初值 $x^{(0)}=(1,0)^T$，$\varepsilon=0.2$

可能考这个!

5.（10 分）设 x^* 是凸规划问题的一个解。证明：如果目标函数严格凸，则 x^* 是唯一的全局最优解。

6.（15 分）证明：单纯形方法中，典式的系数与最大判别数是等价的。

（记得说的那句话）

三、简述题（15 分）得会!

请写出求解无约束优化问题

$$\min\ f(x)$$

的最速下降法，牛顿法和共轭梯度法的迭代格式

本卷为	闭 卷	本卷为	A 卷	印 数	~~60~~ 85	出题院系	数学学院	出题人	刘蓓	出题日期	2020 年 12 月 15 日	审批人	[illegible]

西北大学 2020----2021 学年第 二 学期本科考试出题专用纸

考试科目	运筹学	总分	100

一、填空题（5 小题 共 10 分）

1. 线性规划问题的可行解是指满足__________的解。
2. 对偶问题的对偶问题是________。
3. 用分枝定界法求极大化的整数规划问题时，任何一个可行解的目标函数值是该问题目标函数值的_____。
4. 在单纯形迭代中，可以根据最终表中_____判断线性规划问题无解。
5. 在大 M 法中，M 表示_____。

二、计算题（5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

1. 在区间$[-1,1]$上用黄金分割法求函数

$f(x)=2x^2-x-1$的极小点，给定区间精度为$\delta=0.06$。

2. 用单纯形法求解下列线性规划问题：

$$\max Z=20x_1+15x_2$$

$$S\cdot t\cdot\begin{cases}2x_1+3x_2\le 600\\ 2x_1+x_2\le 400\\ x_1\ge 0\ x_2\ge 0\end{cases}$$

3. 用分支定界法求解下列整数规划问题：

$$\max Z=2x_1+3x_2$$

$$\text{St}\begin{cases}5x_1+7x_2\le 35\\ 4x_1+9x_2\le 36\\ x_1\ge 0,x_2\ge 0,\end{cases}\quad x_1,x_2\text{ 为整数}$$

4. 用最速下降法求解

$$\min f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2+x_1x_2+4x_1-x_2+1$$

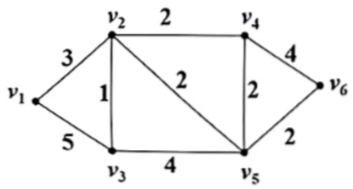
取$x_0=(-1,1)^T$，迭代两次

5. 用共轭方向法求解二次函数的极小点

$$f(X)=\frac{1}{2}X^TAX$$

其中$A=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$

三、用 Dijkstra 算法求下图从 v1 到各顶点的最短路。（10 分）



有可能考

四、已知线性规划问题（15 分）

$$\max Z=2x_1+4x_2+x_3+x_4$$

$$S\cdot t\cdot\begin{cases}x_1+3x_2+x_4\le 8\\ 2x_1+x_2\le 6\\ x_2+x_3+x_4\le 6\\ x_1+x_2+x_3\le 9\\ x_j\ge 0\ (j=1,2,3,4)\end{cases}$$

（1）简述弱对偶定理，（2）已知原问题最优解为（2,2,4,0），应用对偶理论求出对偶问题的最优解

五、证明：单纯形方法中，典式的系数与最大判别数是等价的。（15 分）

本卷为	闭 卷	本卷为	A 卷	印 数	56	出题院系	数学学院	出题人	刘蓓	出题日期	2021 年 6 月 20 日	审批人	

西北大学　2020 ----2021 学年第 二 学期末本科考试出题专用纸

考试科目	运筹学	总分	100

一、填空题（5 小题 共 10 分）

1. 在线性规划问题中，凡满足________的解称为线性规划问题可行解.
2. 线性规划问题有可行解，则必有_______.
3. 若原问题可行，但目标函数无界，则对偶问题_______.
4. 若 X、Y 分别是线性规划的原问题和对偶问题的可行解，则有 CX___Yb.
5. 在约束方程中引入人工变量的目的是____.

二、计算题（5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

1. 用二分法解

$$\begin{aligned} &\min \quad x^2+2x \\ &s.t. \quad -3\le x\le 0 \end{aligned}$$

取最后区间长度为 δ=0.2

要会做

2. 用对偶单纯形法求解下列线性规划问题

$$\min Z=4x_1+12x_2+18x_3$$

$$st\begin{cases} x_1+3x_3\ge 3 \\ 2x_2+2x_3\ge 5 \\ x_1\ge 0,x_2\ge 0,x_3\ge 0 \end{cases}$$

3. 写出共轭梯度法的迭代公式，并用该方法求解

$$\min \ f(x)=2x_1^2+2x_1x_2+x_2^2+x_1-x_2,$$

这里给定初始点 $x^{(0)}=(0,0)^T$，$\varepsilon=10^{-6}$。

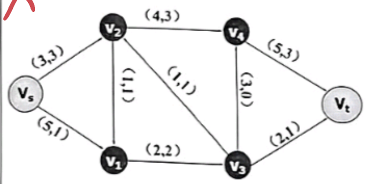
4. 用牛顿法求解：$\min \ f(x)=2x_1^2+(x_2-1)^2$，取初值 $x^{(0)}=(1,0)^T$，$\varepsilon=0.2$

5. 用分支定界求解

$$\min \quad Z=-x_1-5x_2$$

$$\begin{cases} x_1-x_2\ge -2 \\ 5x_1+6x_2\le 30 \\ x_1\le 4 \\ x_1,x_2\ge 0 \end{cases}$$

三、用标号法求最大流（10 分）



四. 证明题：已知线性规划问题

$$\max Z=4x_1+7x_2+2x_3$$

$$s.t\begin{cases} x_1+2x_2+x_3\leqslant 10 \\ 2x_1+3x_2+3x_3\leqslant 10 \\ x_1,x_2,x_3\geqslant 0 \end{cases}$$

?（1）简述弱对偶定理，（2）应用对偶理论证明该问题最优解的目标函数值不大于 25（15 分）

设正定二次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^TGx+g^Tx+c$，证明：一唯搜索问题

$$\min \quad \varphi(\alpha)=f(x^k+\alpha d^k)$$

的最优步长为

$$\alpha_k=-\frac{\nabla^T f(x^k)d^k}{(d^k)^T G d^k}$$（15 分）

本卷为	闭 卷	本卷为	B` 卷	印 数	56	出题院系	数学学院	出题人	刘蓓	出题日期	2021 年 6 月 20 日	审批人	