§9-2　电场和电场强度

一、电场(*electric field*)

1. 在电荷周围空间存在一种特殊物质，它可以传递电荷之间的相互作用力，这种特殊物质称为电场。静止电荷周围存在的电场，称静电场，这就是所谓的近距作用。

电荷 $\rightleftarrows$ 电场 $\rightleftarrows$ 电荷

2. 任何进入该电场的带电体，都受到电场传递的作用力的作用，这种力称为静电场力。

3. 当带电体在电场中移动时，电场力对带电体作功，表明电场具有能量。

实验表明电场具有质量、动量、能量，体现了它的物质性。

二、电场强度 *(electric field intensity)*

1. 试探电荷： q_0 是携带电荷足够小；占据空间也足够小的点电荷，放在电场中不会对原有电场有显著的影响。

2. 将正试探电荷 q_0 放在电场中的不同位置，q_0 受到的电场力 F 的值和方向均不同，但对某一点而言 F 与 q_0 之比为一不变的矢量，为描述电场的属性引入一个物理量电场强度(简称为场强）：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

单位正电荷在电场中某点所受到的力。

物理意义

它与试探电荷无关，反映电场本身的性质。

电场中某点的电场强度的大小，等于单位电荷在该点所受电场力的大小；电场强度的方向与正电荷在该点所受电场力的方向一致。

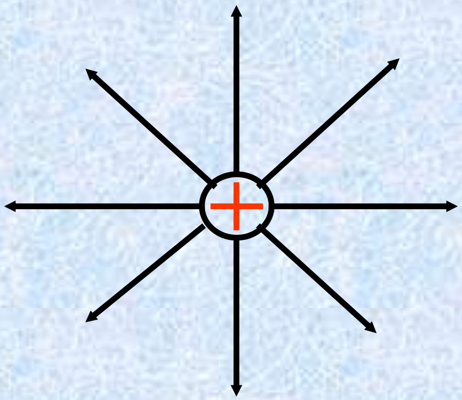
3. 单位： 在国际单位制 **(SI)**中

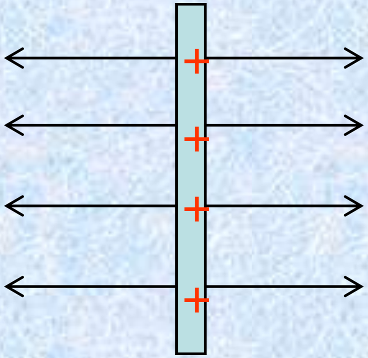
力$\vec{F}$ 的单位：牛顿**(N)**； 电量q 的单位：库仑**(C)**

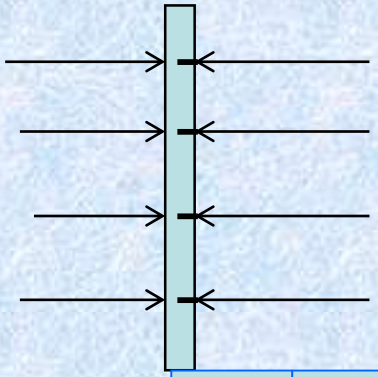
场强 $\vec{E}$ 单位**(N/C)**，或**(V/m)**。

电场是一个矢量场(***vector field***)

电荷在场中受到的力： $\vec{F} = q\vec{E}$

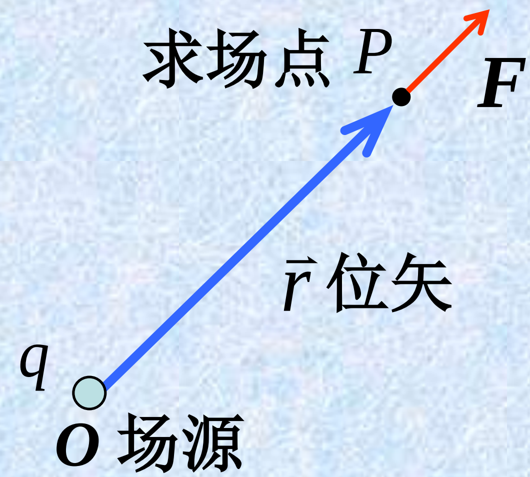






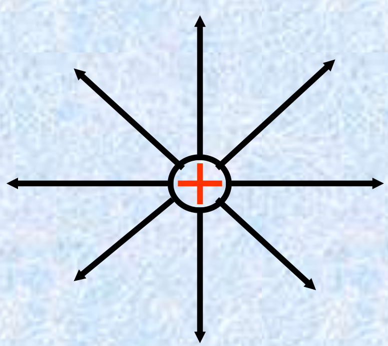
三、电场强度的计算

1.点电荷的电场强度

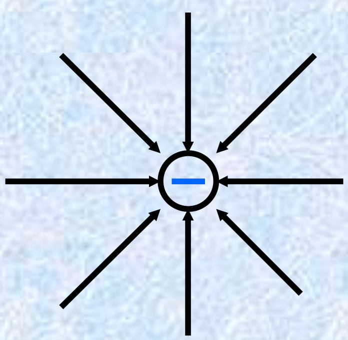


$$\because \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^3}\vec{r}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{r}$$



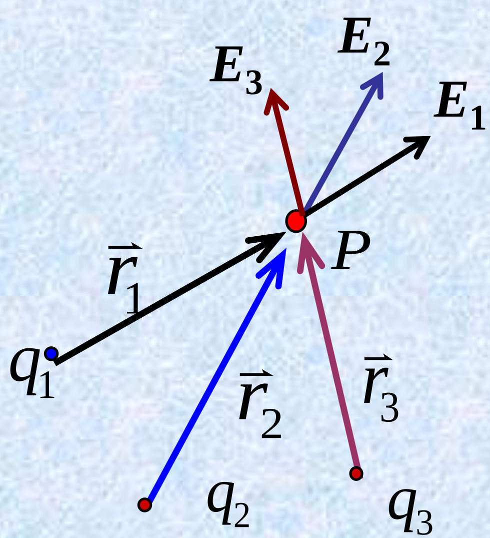
正电荷



负电荷

2.多个点电荷产生的电场

若空间存在n个点电荷$q_1, q_2, \cdots, q_n$ 求它们在空间电场中任一点P的电场强度：



$$\vec E = \frac{\vec F_1}{q_0} + \frac{\vec F_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec F_n}{q_0}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec F_i}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec F_i}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \vec E_i$$

$$\vec E = \sum_{i=1}^{n} \vec E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^3} \vec r$$

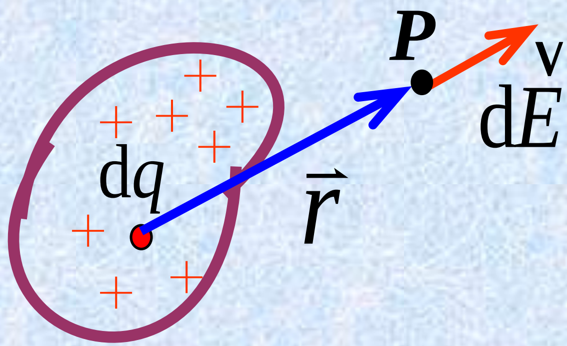
r_i是点P相对于第i个点电荷的位置矢量。

电场中任何一点的总场强等于各个点电荷在该点各自产生的场强的矢量和。这就是场强叠加原理。

3.任意带电体产生的电场

将带电体分成很多电荷元**d*q*** ,先求出它在空间任意点 ***P*** 的场强

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\vec{r}$$



对整个带电体积分,可得总场强:

$$\vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\vec{r}$$

以下的问题是引入电荷密度的概念并选取合适的坐标，给出具体的表达式和实施计算。

$$\rho_e = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{d\tau}$$

电荷的体密度

$$\sigma_e = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

电荷的面密度

$$\lambda_e = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

电荷的线密度

体电荷分布的带电体的场强 $\vec{E} = \iiint_V \frac{\rho_e d\tau}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \vec{r}$

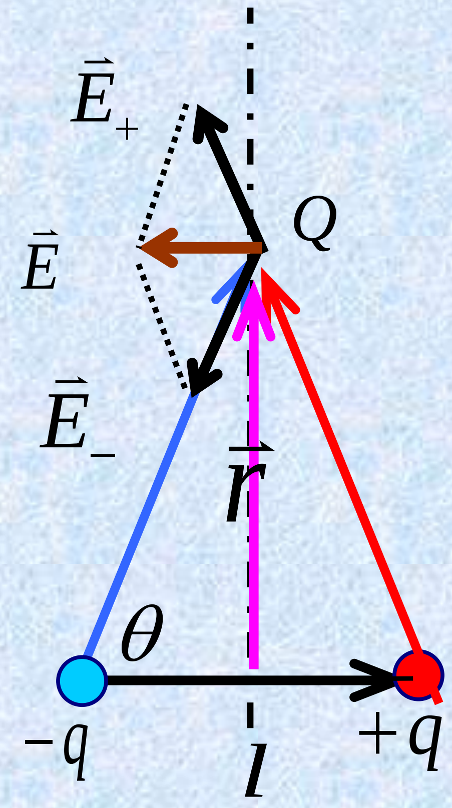
面电荷分布的带电体的场强 $\vec{E} = \iint_S \frac{\sigma_e dS}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \vec{r}$

线电荷分布的带电体的场强 $\vec{E} = \int_l \frac{\lambda_e dl}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \vec{r}$

例1：求两个相距为l,等量异号点电荷中垂线上距离点电荷连线中心任一点Q处的电场强度。

等量异号电荷 +q、−q，相距为l (l<<r)，称该带电体系为**电偶极子**

解：建立如右图的坐标系



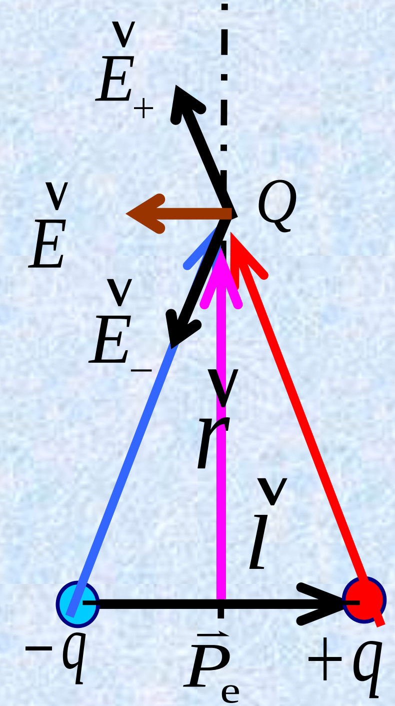
$$\mathrm{Q}\ E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+(l/2)^2}$$

Q点的场强 E 的y分量为零, x 分量是 E_+和 E_-在x方向分量的代数和:

$$\therefore E = E_{+x} + E_{-x} = -E_+\cos\theta - E_-\cos\theta$$

$$\cos\theta = l/\{2\sqrt{r^2+(l/2)^2}\}$$ 代入上式

$$\therefore \vec{E} = |E_x| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{(r^2+l^2/4)^{3/2}}$$



用 $\vec{l}$ 表示从 $-q$ 到 $+q$ 的矢量，
定义**电偶极矩**为：$\vec{P}_e = q\vec{l}$

$\because r \gg l$

$\therefore \left(r^2+l^2/4\right)^{3/2} \approx r^3$

$$\therefore \vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

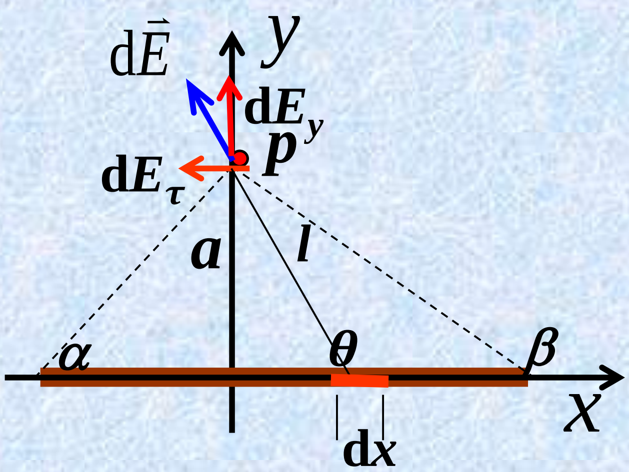
结论：电偶极子中垂线上，距离中心较远处一点的场强，与电偶极子的电矩成正比，与该点离中心的距离的三次方成反比，方向与电矩方向相反。

例2：求距离均匀带电细棒为*a* 的 *p*点处电场强度。

设棒长为*L*，带电量*q*，电荷线密度为$\lambda = q/L$

解：选坐标并任取一小段**d*q*** 如图，其中 $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$

由图可知在*xy* 平面上 *p* 点的场强 **d*E*** 可分解成*x*方向和 *y* 方向的两个分量:



$$\mathrm{d}E = \frac{\lambda \cdot \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \qquad \begin{cases} \mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta \\ \mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta \end{cases}$$

$$\because \ l^2 = a^2 + x^2 = a^2\csc^2\theta$$

$$x = -a\cot\theta \qquad \mathrm{d}x = a\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$\therefore \ \mathrm{d}E_x = \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 a}\mathrm{d}\theta$$

$$E_x(p)=\int \mathrm{d}E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_\alpha^\beta \cos\theta \mathrm{d}\theta$$

场强的x分量: $E_x=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 aL}(\sin\beta-\sin\alpha)$

$$E_y(p)=\int \mathrm{d}E_y=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_\alpha^\beta \sin\theta\, d\theta$$

场强的y分量: $E_y=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 aL}(\cos\alpha-\cos\beta)$

讨论: 当 $y<<L$时为无限长均匀带电细棒

$\alpha=0, \beta=\pi$, p点的电场强度只有y 分量

方向垂直于细棒。

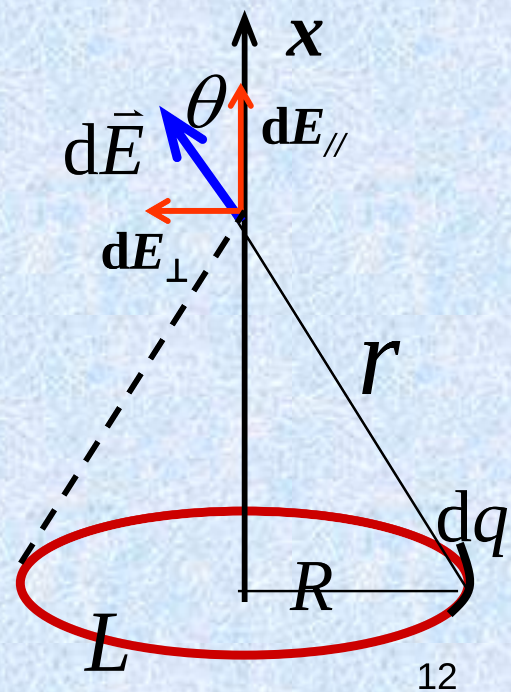
$$E_x=0 \quad ; \quad E_y=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

例3：均匀带电圆环轴线上一点的场强。设圆环带电量为**q**，半径为***R***。

解：在圆环上任选**dq**，引矢径 ***r*** 至场点，由对称性可知，***p*** 点场强只有***x*** 分量

$$E=\int_q \mathrm{d}E_x=\int \mathrm{d}E\cdot\cos\theta=\int_L \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_L \mathrm{d}q$$

$$E=\frac{\cos\theta\cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

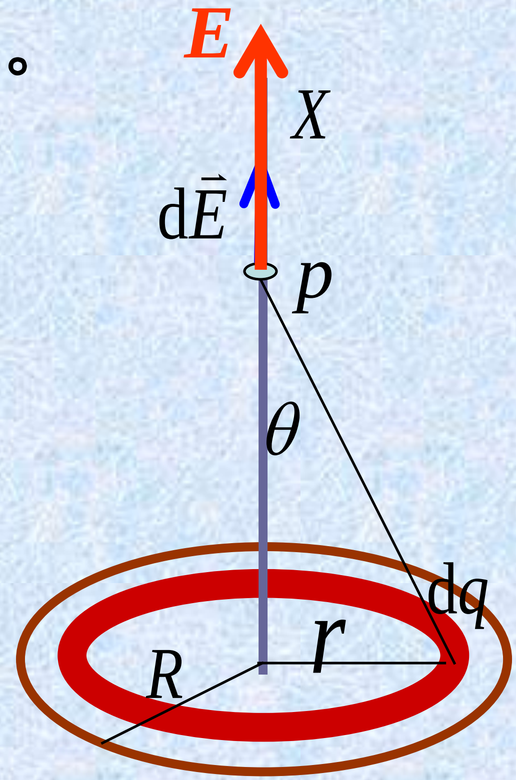


当所求场点远大于环的半径时，

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

方向在***x*** 轴上，正负由**q**的正负决定。说明远离环心的场强相当于点电荷的场。

例4：均匀带电圆盘轴线上一点的场强。设圆盘带电量为q，半径为R。



解：带电圆盘可看成许多同心的圆环组成，取一半径为**r**，宽度为**dr** 的细圆环带电量：

$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \cdot \mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q x}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E_x(p) = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\mathrm{d}r}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}}]$$

讨论：1.当 $x << R$ 时 $$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

相当于无限大带电平面附近的电场，可看成是均匀场，场强垂直于板面，正负由电荷的符号决定。

讨论：2.当 $x >> R$ 时 $$E\approx\frac{\pi R^2\sigma}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

在远离带电圆面处，相当于点电荷的场强。