练 习 题

一、选择题

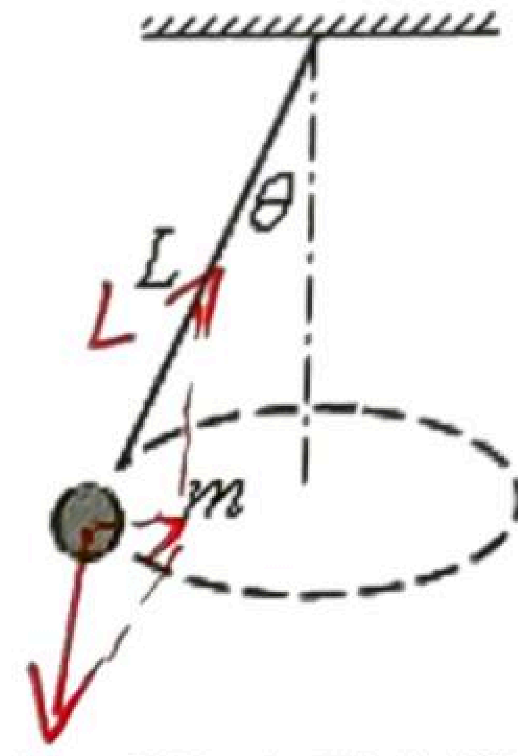
1. 质量为 m 的铁锤，从某一高度自由下落，与桩发生完全非弹性碰撞，设碰撞前铁锤的速度为 v，打击时间为 Δt，如果碰撞中铁锤所受的重力不能忽略，则铁锤所受的平均冲力为：

$(mg-N)\Delta t=0-mv$

[A]

A. $\dfrac{mv}{\Delta t}+mg$　　B. $\dfrac{mv}{\Delta t}-mg$　　C. $\dfrac{mv}{\Delta t}$　　D. $\dfrac{2mv}{\Delta t}$

2. 如图所示，圆锥摆的摆球质量为 m，速率为 v，圆半径为 R，当摆球在轨道上运动半周时，摆球所受重力冲量的大小为　　[C]



$I=mgt$

$t=\frac{\pi R}{v}$

A. $2mv$　运动半周合力冲量　　B. $\sqrt{(2mv)^2+(mg\pi R/v)^2}$　绳拉力冲量

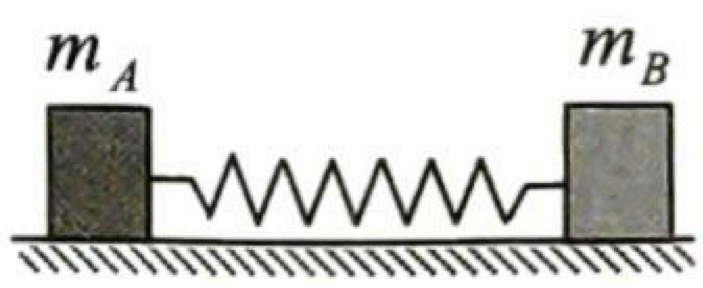
C. $\dfrac{\pi Rmg}{v}$　　D. 0

3. A、B 两木块质量分别为 m_A 和 m_B，且 $m_A=2m_B$，两者用一轻弹簧连接后静止于光滑的水平面上，如图所示，今用外力将两木块靠近使弹簧被压缩，然后将外力撤去，则此后两木块运动的动能之比为：

$m_1v_1-m_2v_2=0$

$\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}$，$\frac{1}{2}mv^2$

[A]



A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4. 河中有一只静止的小船，船头与船尾各站有一个质量不相同的人。若两人以不同的速率相向而行，不计水的阻力，则小船的运动方向为：　　[B]

设 $m_1>m_2$

A. 与质量大的人运动方向一致　　B. 与动量值小的人运动方向一致

C. 与速率大的人运动方向一致　　D. 与动能大的人运动方向一致

$P_大-P_小+P_M=0$　$P_1+P_2+P_M=0$

$P_M=-(P_大-P_小)$

5. 对质点系有以下几种说法，正确的是　　[A,C]

A. 质点系总动量的改变与内力无关　　B. 质点系总动能的改变与内力无关　动能定理：外力和内力

C. 质点系机械能的改变与保守内力无关　与外力和非保守内力有关

D. 质点系动量守恒，意味着一部分质点速率变大的同时，另一部质点速率必然变小

6. 关于机械能守恒条件和动量守恒条件有以下几种说法，其中正确的是：　　[C]

动量：外力矢量合为零

机械能：外力和非保守内力都不作功或所作功代数和零

A. 不受外力作用的系统，其动量和机械能必然同时守恒；

B. 所受合外力为零，内力都是保守力的系统，其机械能必然守恒

但合外力的功不一定为零，当 $\sum F_i=0$ 时，$\Delta A=F_1\Delta r_1+F_2\Delta r_2$

C．不受外力，而内力都是保守力的系统，其动量和机械能必然同时守恒

D．外力对一个系统所作的功为零，则该系统的动量和机械能必然同时守恒

7. 汽球下部连结一条绳梯，总质量为 M，梯上站着一个质量为 m 的人，气球悬停在空中，现在人从静止开始沿绳梯向上爬，当他沿梯上爬距离 l 时，气球在高度上发生的变化是 [A]

A. $-\dfrac{m}{m+M}l$　　B. $-\dfrac{M}{m+M}l$　　C. $-\dfrac{m+M}{m}l$　　D. $-\dfrac{m+M}{M}l$

气球与人组成系统中，所受合力为零

质心不变．

$\therefore \Delta x_c=0$

$\Delta r_c=0$

$\Sigma m\Delta x_c=0$

$ml+(M+m)L=0$

$L=-\dfrac{ml}{M+m}$

二、填空题

1．静水中停泊着两只质量皆为 M 的小船，第一只船在左边，其上站一质量为 m 的人，该人以速度 v 从第一只船上跳到其右边的第二只船上，然后又以同样的速度 v 水平向左跳回到第一只船上．此后(水的阻力不计，所有速度都相对地面而言)

(1) 第一只船运动的速度为 $\vec{v}_1=$ $\dfrac{-2mv}{M+m}$.

(2) 第二只船运动的速度为 $\vec{v}_2=$ $\dfrac{2mv}{M}$.

人与A船：

① $M\vec{v}'=-m\vec{v}$

② $M\vec{v}'-m\vec{v}=(M+m)\vec{v}''$

$v''=\dfrac{-2mv}{m+M}$

人与B船总动量为 mv

$mv=-mv+Mv_2$

$v_2=\dfrac{2mv}{M}$

2．一质量为 m 的物体，以初速 $\vec{v}$，从地面抛出，抛射角 $\theta=30°$，如忽略空气阻力，则从抛出到刚要接触地面的过程中

冲量=动量的增量．

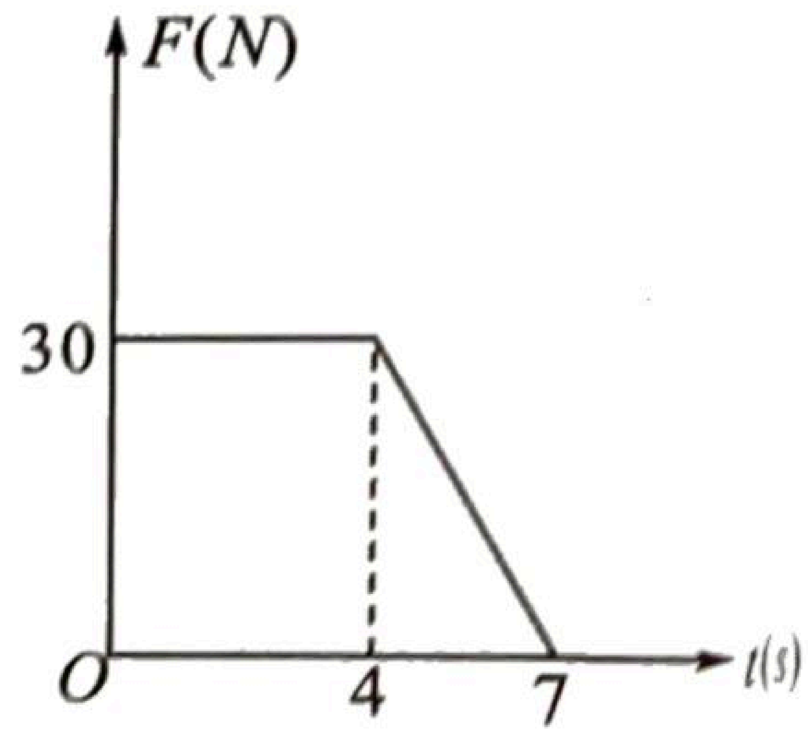
$2v\sin30°=gt$

$t=\frac{v}{g}$

(1) 物体动量增量的大小为 重力的冲量 $=mgt=mg\frac{v}{g}=mv$.

(2) 物体动量增量的方向为 竖直向下.

3．质量 m 为 10kg 的木箱放在地面上，在水平拉力 F 的作用下由静止开始沿直线运动，其拉力随时间的变化关系如图所示，若已知木箱与地面间的摩擦系数 μ 为 0.2，那么在 $t=4$s 时，木箱的速度大小为 4m/s；在 $t=7$s 时，木箱的速度大小为 2.5m/s．(g 取 $10m/s^2$)



$f=20N$

$F_合 t=mv-0$

$(F-f)4=10v$

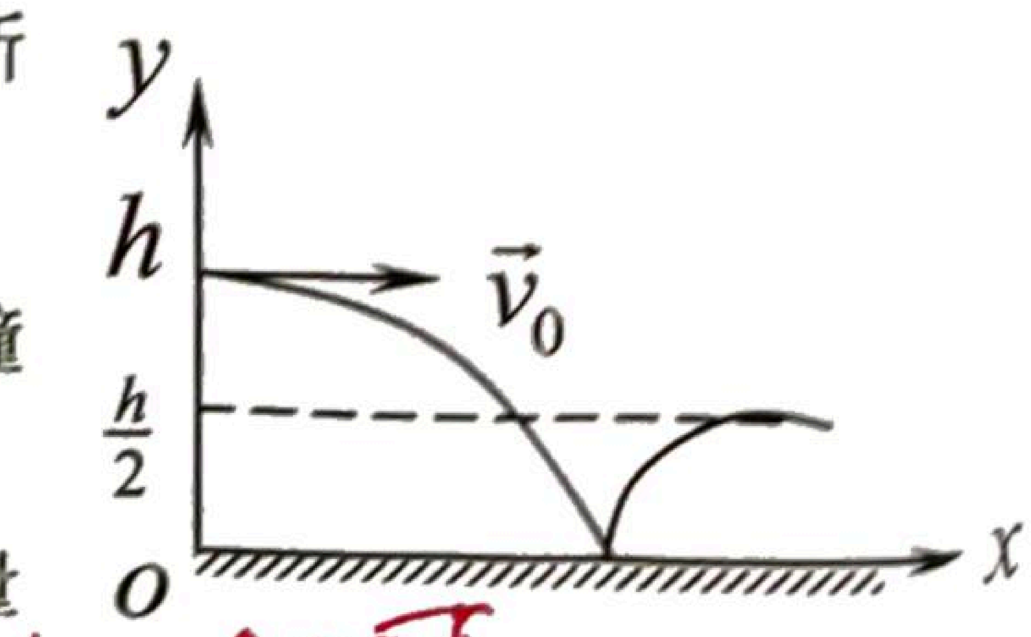
$v=4$

$\int_4^7(70-10x-f)dt=mv-m\times4$

4. 设作用在质量为 1kg 的物体上的力 $F=6t+3(SI)$．如果物体在这一力的作用下，由静止开始沿直线运动，在 0 到 2.0s 的时间间隔内，这个力作用在物体上的冲量大小 $I=$ 18N·S.

$\int_0^2 Fdt$

5. 质量为 m 的小球自高为 h 处沿水平方向以速率 v_0 抛出，如图所示，与地面碰撞后跳起的最大高度为 $\dfrac{h}{2}$，水平速率为 $\dfrac{v_0}{2}$，则碰撞过程中地面对小球的垂直冲量的大小为 $m(\sqrt{2gh}+\sqrt{gh})$；水平冲量的大小为 $\frac{1}{2}mv_0$。



$v^2=2gh$

$m\sqrt{2g\frac{h}{2}}$

$m\sqrt{2gh}$

$m_1v_1=(m_1+m_2)v_x$　$m_2v_2=(m_1+m_2)v_y$　$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=10\,m/s$

$v_x=6\,m/s$　$v_y=8\,m/s$

6. 一质量为 30 kg 的物体以 10 m/s 的速率水平向东运动，另一质量为 20 kg 的物体以 20 m/s 的速率水平向北运动。两物体发生完全非弹性碰撞后，它们的速度大小为 10 m/s；方向 东偏北 $\operatorname{atan}\frac{4}{3}=53.17°$。

7. 已知一质点的质量 $m=1$kg，其速度为 $\vec{v}=-2\cos\omega t\vec{i}+2\sin\omega t\vec{j}$ m/s，其中 $\omega=\frac{\pi}{2}rad/s$，

$t_0=0\to\vec{v}_0=-2\vec{i}$，$t_4=4\to\vec{v}_4=-2\vec{i}$　$\vec{a}=2w\sin wt\vec{i}+2w\cos wt\vec{j}\Rightarrow F=ma$

则(1)：在时刻 $t_0=0$ 到时刻 $t_4=4$s 的过程中，质点的动量增量为 $\Delta(m\vec{v})=$ 0；

(2)：在(1)中所指的过程中，质点的动量 不 守恒(是或否)；(3)：从时刻 $t_1=1$s 到时刻 $t_2=2$s 的过程中，质点受到合力的冲量为 $(2\vec{i}-2\vec{j})$ N·S.

$2\sqrt{2}$ N·S

$t=1s\to\vec{v}_1=2\vec{j}$　$t=2s\to\vec{v}_2=2\vec{i}$　$\vec{F}t=m\vec{v}_2-m\vec{v}_1=2\vec{i}-2\vec{j}$

8. 质量为 M 的木块静止在光滑的水平面上，一质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入木块内，并与木块一起运动，在这一过程中，木块对子弹所作的功为 $\frac{1}{2}mv_0^2[(\frac{m}{M+m})^2-1]$，子弹对木块所作的功为 $\frac{1}{2}M(\frac{mv_0}{m+M})^2$。

$mv_0=(m+M)v$　$v=\frac{mv_0}{m+M}$　$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

三、证明题

对一个物体作功=动能的增量.

C kg/s

1. 下图是商店称米的示意图，米从一定高度被垂直初速为零倒下，且保持单位时间倒下的米不变。如果当电子称读数刚好显示所要称取的质量时，立刻停止倒米。顾客和店主往往有争议，顾客认为倒米的勺子与称有一段距离，导致米对称有冲力，所以米可能不够；店主认为，在读数达到所要称取的米时，空中还有一部分米没落到盘中，所以米可能多了。你觉得这样做到底是否合理，并证明之 。

证：米从空中下落到盘所用时间 $t=\sqrt{2h/g}$，所以空中的米质量为 ct.

重量为：$ctg=c\sqrt{\frac{2h}{g}}g=c\sqrt{2hg}$

米对秤盘冲力 $F=\frac{d(mv)}{dt}=v\frac{dm}{dt}=cv$，$v=gt=\sqrt{2gh}$
$=c\sqrt{2gh}$

$\therefore F=mg$

2. 一个质量为 m 的质点在 $O\text{-}xy$ 平面上运动，其位置矢量随时间的关系为 $\vec{r}=a\cos\omega t\vec{i}+b\sin\omega t\vec{j}$，其中 a,b 和 ω 都是常量. 从质点运动和角动量定理两个方面证明，质点对坐标原点 O 的角动量是守恒的.

证：① $\vec{L}=\vec{r}\times(m\vec{v})$ 角动量.

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-aw\sin wt\vec{i}+bw\cos wt\vec{j}$

$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=abmw\vec{k}=$恒矢量

② $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=-aw^2\cos wt\vec{i}-bw^2\sin wt\vec{j}$

$\vec{F}=m\vec{a}$

$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=0$.

$\therefore\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}=0$，$\therefore\vec{L}$为恒矢量.

四、计算题

1．一人质量为 M，手中拿着质量为 m 的物体，自地面以倾角 θ，初速度为 v_0 斜向前跳起，跳到最高点时，以相对于人的速率 u 将物体水平向后抛出，这样人向前的速度和距离均将比原来增加，求：（1）人增加的速度；（2）由于抛物，人回到地面时向前增加的距离 Δx

解：① 水平方向动量守恒，设抛出物体后人的速度 v_1

$$(M+m)v_0\cos\theta = Mv_1 + m(v_1-u)$$

$$v_1 = \frac{mu}{M+m} + v_0\cos\theta$$

人在水平方向速度增量：

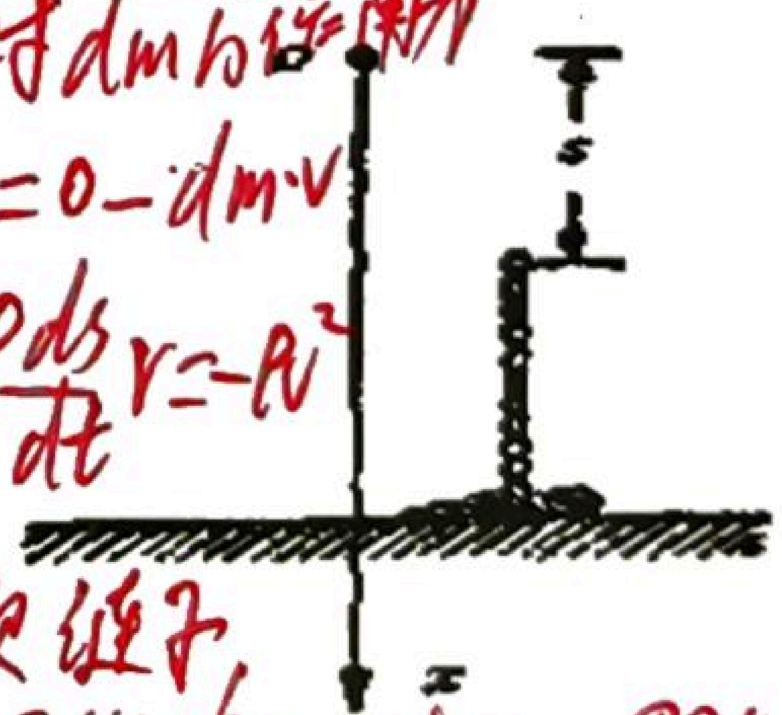
$$\Delta v = v_1 - v_0\cos\theta = \frac{mu}{M+m}$$

② 从最高点落至地面时间为

$$t = \frac{v_0\sin\theta}{g}$$

水平距离增量：$\Delta x = \Delta v\cdot t = \dfrac{muv_0\sin\theta}{(M+m)g}$

2．一线密度为 ρ 的均匀柔软链子，上端悬挂，下端刚好触及平台，静止不动。突然放开上端，链子自由下落，求链子落下 S 距离时（即有长为 s 的链子坍塌在平台上），平台对链子的瞬时向上作用力。



解：链子下落S距离时，S段重量 $\rho S g$，

ds 段质量 $dm = \rho\cdot ds$

平台对dm的冲力：

$$\vec F = \frac{-dm\vec v + 0}{dt} = \frac{ds\,\rho v}{dt} = \rho v^2$$

∵ $\frac{1}{2}mv^2 = mgs$

$v^2 = 2gs$

∴ $\vec F = 2\rho g s$ ~~∴dm对地的作用力~~

∴ 平台对链子的瞬时向上作用力 $\rho g s + 2\rho g s = 3\rho g s$

「把柔软的链子，可以看成互相之间无作用的珠子

地对dm的作用力

$\vec F\Delta t = 0 - dm\cdot v$

$\vec F = -\rho\frac{ds}{dt}v = -\rho v^2$

由于是柔软链子，可以看成无作用力珠子，那么链子上每一段下降的速度，都与链子顶端下降的速度一样：$v=\sqrt{2gs}$

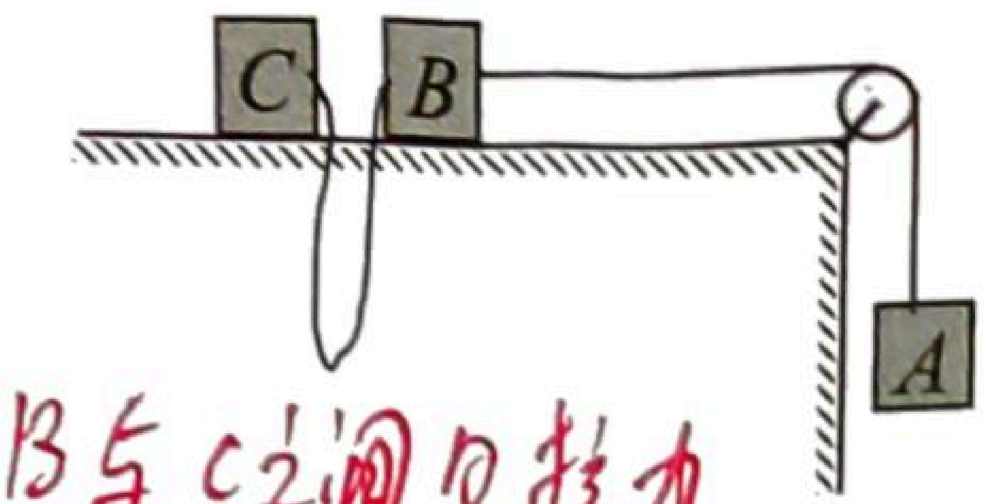
∴ $\vec F = -2\rho g s$

此时平台上有 $\rho g S$ 的链子，所以平台对链子的总支持力为 $3\rho g s$.

3．三个质量均为 M 的物体 A、B、C，其中 B、C 紧靠在一起，放在光滑的水平桌面上，两者之间连有一段长为 $0.4\,m$ 的细绳，原先放松着。B 的另一端用一跨过桌边的定滑轮与细绳 A 相连，如图所示。滑轮和绳子的质量及轮轴上的摩擦均不计，绳子不可伸长。问：

（1）A、B 起动后，经过多长时间 C 也开始运动？

（2）C 开始运动时速度的大小是多少？（取 $g=10\ m/s^2$）



解：(1) A、B看做一个系统.

$F=ma$

$Mg=(M+M)a$.

$a=\frac{g}{2}$

$L=\frac{1}{2}at^2$, $t=\sqrt{\frac{2L}{a}}=\sqrt{\frac{2\times0.4}{5}}=0.4s$

(2) 对A、B经过 $t=0.4s$ 运动了0.4m 之后的速度

$Mgt=(M_A+M_B)V-0$

$V=2m/s$

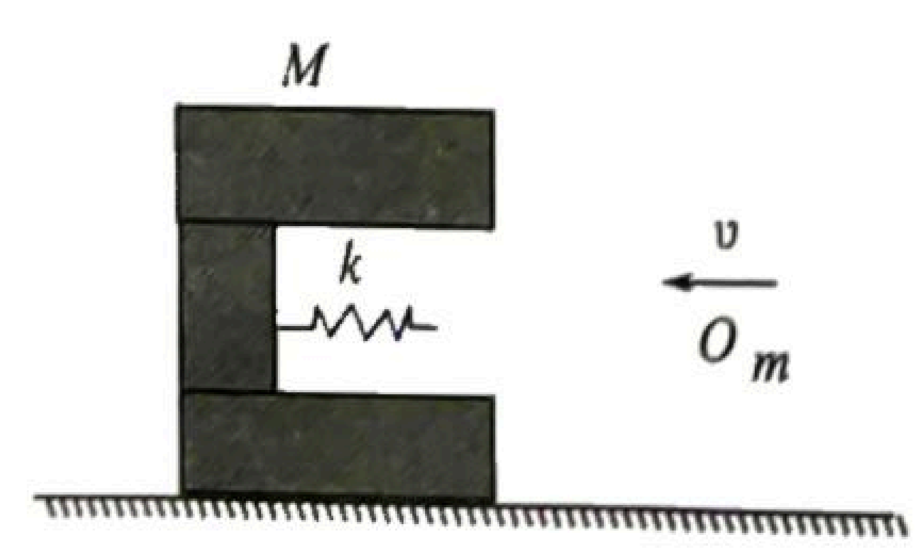
对A、B、C整体运用动量守恒：

∵此时B与C之间的拉力远大于A的重力，

∴$(M_A+M_B)V=(M_A+M_B+M_C)V'$

$V'=\frac{4}{3}m/s$

4. 质量为 m，速度为 v 的钢球，射向质量为 M 的靶，靶中有一小孔，内藏劲度系数为 k 的弹簧，此靶最初处于静止状态，但可在水平面作无摩擦滑动，求子弹射入靶内弹簧后，弹簧的最大压缩距离.



解：当子弹与靶速相等时，弹簧有最大压缩距离：

动量守恒：$mV=(m+M)V'$

$V'=\frac{mV}{m+M}$

机械能守恒：

$\frac{1}{2}mV^2=\frac{1}{2}(m+M)V'^2+\frac{1}{2}kx^2$

$x=\sqrt{\frac{Mm}{(M+m)k}}\,V$

m_A $\quad$ v_A

5. 质量为 7.2×10^{-23}kg，速度为 $6.0\times10^{7}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的粒子 A，与另一个质量为其一半而静止的粒子 B 发生完全弹性的二维碰撞，碰撞后粒子 A 的速率为 $5.0\times10^{7}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. v_A'

求 (1)粒子 B 的速率及相对粒子 A 原来速度方向的偏角；

(2)粒子 A 的转偏角.

解：(1) 机械能守恒：$\frac{1}{2}m_A v_A^2=\frac{1}{2}m_A v_A'^2+\frac{1}{2}m_B v_B'^2$

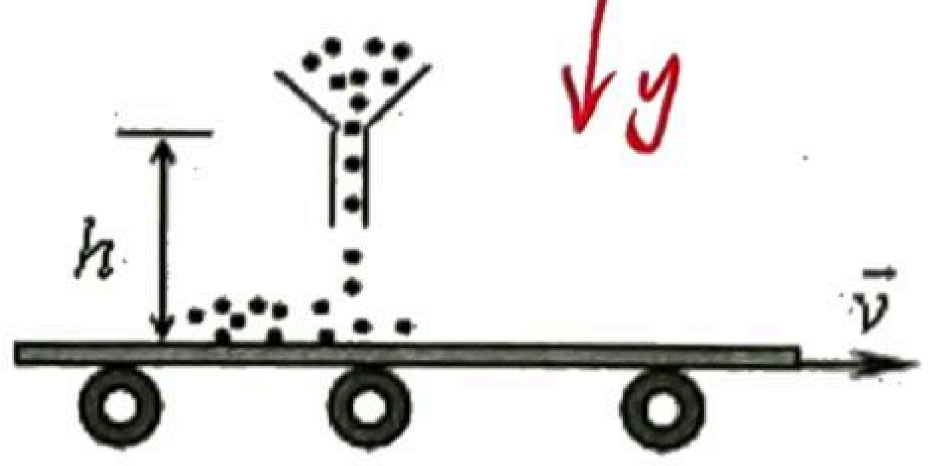
$v_B'=4.7\times10^{7}\mathrm{m/s}$.

(2) 动量守恒：设 A 原来运动方向为 x.

x 方向：$m_A v_A=m_A v_A'\cos\alpha+m_B v_B'\cos\beta$

y 方向：$m_A v_A'\sin\alpha=m_B v_B'\sin\beta$.

6. 如图所示，传送带以 $3\,m/s$ 的速度水平向右运动，沙子从高度 h=0.8 m 处以每秒 40 kg 的流量落到传送带上，求在沙子落入传送带的过程中，传送带给沙子的作用力。(g=10 m/s^2)。



解：在竖直方向上，沙子 F mg

$v^2=2gh$

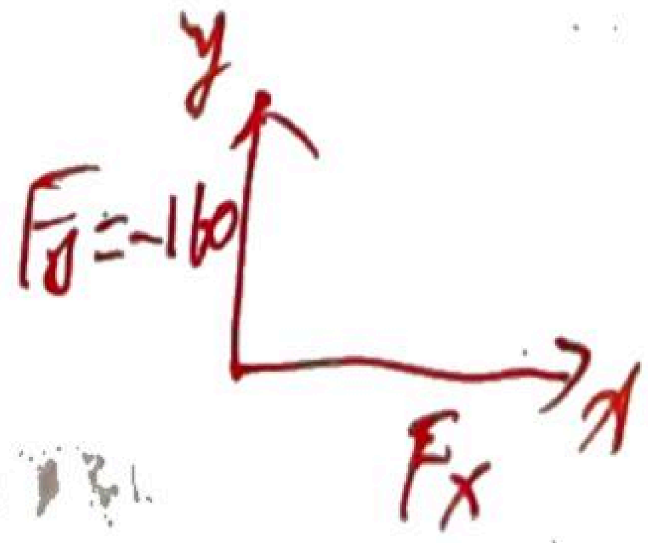
$v=\sqrt{2gh}=4\,m/s$

根据动量定理.

$\vec{I}=\vec{P_2}-\vec{P_1}$

$\vec{F}\cdot\Delta t=m\cdot3\vec{i}-m\sqrt{2gh}\,\vec{j}$

$\vec{F}=(120\vec{i}-160\vec{j})\,N$



$\therefore F=\sqrt{120^2+160^2}=200N$