振动和波

答案

1.解: 切向力为$-mg\sin\theta$,运动方程为

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mg\sin\theta$$

当θ很小时，$\sin\theta\doteq\theta$,方程简化为

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mg\theta$$

即

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\omega^2\theta=0,\quad \omega^2=g/l$$

由机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mgl(1-\cos\theta)$$

对时间求导

$$0=mv\frac{dv}{dt}+mgl(\sin\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

即

$$ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta}+mgl\theta\dot{\theta}=0$$

得到

$$\ddot{\theta}+\frac{g}{l}\theta=0$$

2.解：可得$k=2$,$E_{max}=\frac{1}{2}kx_m^2=0.16J$,根据$\frac{1}{2}mv_m^2=\frac{1}{2}kA^2$, 得到$m=0.5kg$
$t=0$,$0.2=0.4\cos\phi$,且$v_0<0$，可得$\phi=\frac{\pi}{3}$，振动方程为$y=0.4\cos[(\frac{k}{m})^{1/2}t+\frac{\pi}{3}]=0.4\cos[2t+\frac{\pi}{3}]$

3.解：(1)根据$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2$,得到$v=(\frac{kA^2}{m})^{1/2}$,

水平方向动量守恒，

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{mv}{m+m_0}=\frac{m}{m+m_0}(\frac{kA^2}{m})^{1/2}, \\ A' &= [\frac{1}{k}(m+m_))v_1^2]^{1/2}=(\frac{m}{m+m_0})^{1/2}A \end{aligned}$$

$\omega'=\sqrt{\frac{k}{m+m_0}}$, $T'=2\pi\sqrt{\frac{m+m_0}{k}}$.

(2)能量损失

$\Delta E=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{2}k(A')^2=\frac{1}{2}k\frac{m_0}{m_0+m}A^2$
(3)$T''=2\pi\sqrt{\frac{m+m_0}{k}}$,振幅不发生变化，$v'_m=(\frac{kA^2}{m+m_0})^{1/2}$

5.解：(1)$\lambda=20/2=10m$D点振动相位超前A点，得$y_D=3\times10^{-2}\cos(4\pi t-\pi+\frac{9}{10}2\pi)=3\times10^{-2}\cos(4\pi t+\frac{4}{5}\pi)$.

(2)D点振动相位落后于A点，得$y_D=3\times10^{-2}\cos(4\pi t-\pi-\frac{9}{10}2\pi=3\times10^-2\cos(4\pi t-\frac{14}{5}\pi)=3\times10^-2\cos(4\pi t-\frac{4}{5}\pi)$

6.解：(1)设入射波波函数$y=A\cos[\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}+\phi]$,根据初始条件，当$t=0,x=0$，得$\phi=\frac{3}{2}\pi$或$\frac{\pi}{2}$,由$\omega A(-\sin\phi)>0$,确定$\phi=\frac{3}{2}\pi$.

(2)入射波在$x=\frac{3}{4}\lambda$处的振动为$y=A\cos[\omega t-\frac{3\pi}{2}+\frac{3}{2}\pi]=A\cos[\omega t]$, 由于半波损失，反射波在反射点的振动方程为$A\cos[\omega t+\pi]$,则波函数为

$$y_r=A\cos[\omega t+\pi-\frac{\frac{3}{4}\lambda-x}{\lambda}2\pi]=A\cos[\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}]$$

(3)合成波$y_{i,r}=2A\cos[\frac{2\pi x}{\lambda}]\sin\omega t$,静止点坐标$x=\frac{2k+1}{4}\lambda$

四2.在无衰减情况下,行波波线上各点振动振幅相等. 行波波线上各点振动相位不同，各点机械能随时间周期变换，说明能量随波而传递。驻波参与振动各点振幅不同, 振动相位在连续的两组波节间有π的跃变，能量在波节和波腹间传递。