情况下，系统内质点的动能和势能可以互相转换，但它们的总和，即系统的机械能保持恒定。机械能守恒定律与参考系的选择有关。

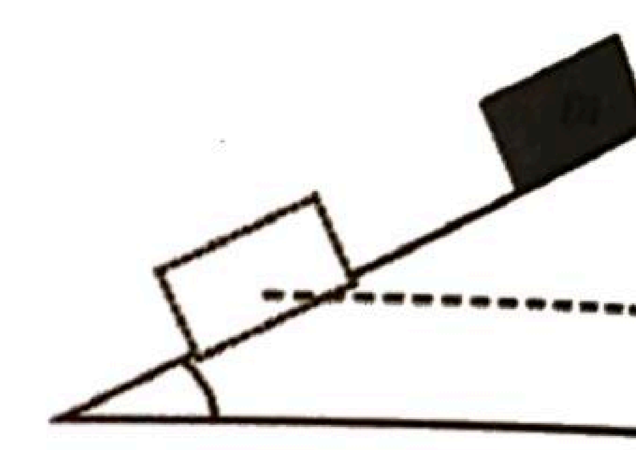
（5）能量守恒定律：能量不会消失，也不会产生，只能从一种形态转换为另一种形态。

练 习 题

一、 选择题

1. 如图所示，木块 m 沿固定的光滑斜面下滑，当下降 h 高度时，重力的瞬时功率是：

$mgh=\frac{1}{2}mv^2, v=\sqrt{2gh}$ $\quad P=\vec{F}\cdot\vec{v}=mg\sin\theta\sqrt{2gh}$ [C]



A. $mg(2gh)^{\frac{1}{2}}$ B. $mg\cos\theta(2gh)^{\frac{1}{2}}$.

C. $mg\sin\theta(2gh)^{\frac{1}{2}}$ D. $mg\sin\theta(\frac{1}{2}gh)^{\frac{1}{2}}$

2．对功的概念有以下几种说法：

（1）保守力作正功时，系统内相应的势能增加

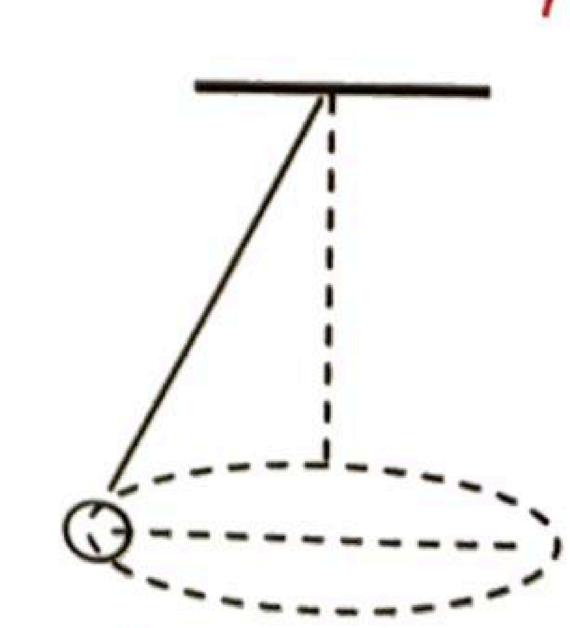
（2）质点运动经一闭合路径，保守力对质点作的功为零

（3）作用力与反作用力大小相等、方向相反，所以两者作功的代数和必定为零。

在上述说法中正确的是： [C]

A.（1）（2） B.（2）（3） C. 只有（2） D. 只有（3）

3．如图所示，圆锥摆的小球在水平面内作匀速率圆周运动，下列说法中正确的是： [A]



A.重力和绳子的张力对小球都不作功。

B.重力和绳子的张力对小球都作功。

C.重力对小球作功，绳子张力对小球不作功。

D.重力对小球不作功，绳子张力对小球作功。

$\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$, $d\vec{r}=dx\vec{i}+dy\vec{j}+dz\vec{k}$

4. 一个质点同时在几个力作用下的位移为 $\Delta\vec{r}=4\vec{i}-5\vec{j}+6\vec{k}$ （SI），其中一个恒力为

$A=\int_P^Q(F_x dx+F_y dy+F_z dz)$ $\quad 4\times(-3)+25+54=67$

$\vec{F}=-3\vec{i}-5\vec{j}+9\vec{k}$（$SI$），则此力在该位移过程中所作的功为： [A]

A. $67J$ B. $91J$ C. $17J$ D. $-67J$

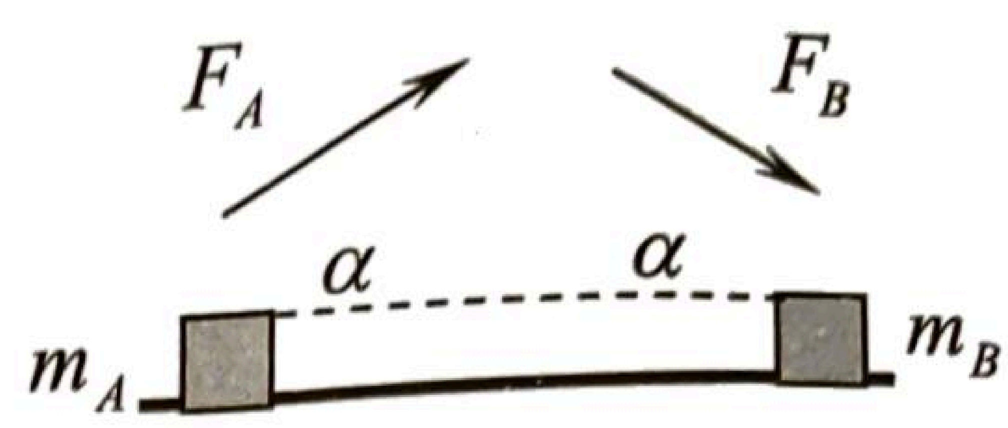
5. 如图所示，$m_A=m_B$， $F_A=F_B$，两物体与地面的摩擦系数相同，均由静止开始运动，且运动位移相等，则： [B]

A. 物体克服摩擦力所作的功相同。

B. F_A 对 A 的功与 F_B 对 B 的功相同。

C. 到终点时物体 A 的动能小于物体 B 的动能。

D. 到终点时物体 A 的动能等于物体 B 的动能。



6. 关于质点系内质点间内力作功的问题，下列说法中正确的是： [C]

A. 一对内力所作的功之和一定为零；

B. 一对内力所作的功之和一定不为零；

C. 一对内力所作的功之和一般不为零，但不排斥为零的情况；

D. 一对内力所作的功之和是否为零，取决于参考系的选择。牛三定律适合经得学数

7. A、B 两弹簧的倔强系数分别为 K_A 和 K_B，其质量均忽略不计，今将两弹簧连接起来并竖直悬挂，如图所示．当系统静止时，两弹簧的弹性势能 E_{PA} 和 E_{PB} 之比为： [C]

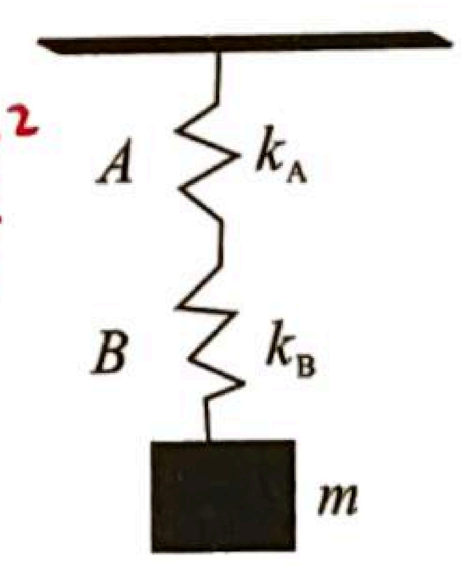
$mg=kx$

$x=\frac{mg}{k}$

$E=\frac{1}{2}kx^2=\frac{m^2g^2}{2k}$

A. $\frac{E_{pA}}{E_{pB}}=\frac{K_A}{K_B}$ B. $\frac{E_{pA}}{E_{pB}}=\frac{K_A^2}{K_B^2}$

C. $\frac{E_{pA}}{E_{pB}}=\frac{K_B}{K_A}$ D. $\frac{E_{pA}}{E_{pB}}=\frac{K_B^2}{K_A^2}$



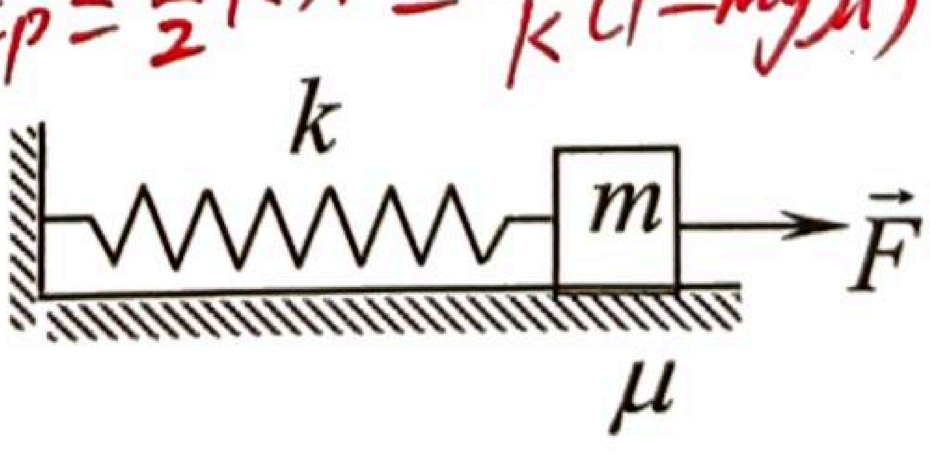
8. 如图所示，劲度系数为 k 的轻质弹簧水平放置，一端固定，另一端接一质量为 m 的物体，物体与水平桌面间的摩擦系数为 μ，现以恒力 F 将物体自平衡位置开始向右拉动，则系统的最大势能为： [A]

$\begin{cases} Fx=E_p+mg\mu x \\ E_p=(F-mg\mu)x \end{cases}$ $x=\frac{2(F-mg\mu)}{k}$

$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{2}{k}(F-mg\mu)^2$

A. $\frac{2}{k}(F-\mu mg)^2$ B. $\frac{1}{2k}(F-\mu mg)^2$

C. $\frac{2}{k}F^2$ D. $\frac{1}{2k}F^2$



二、填空题

$\int_0^x\left(400-\frac{8000}{9}x\right)dx=\frac{1}{2}mv^2$

1. 一质量为 $2g$ 的子弹从枪筒射出时的速率为 $300m/s$，设子弹在枪筒内前进时所受合力可表示为 $F=400-\frac{8000}{9}x$，式中 F 的单位为 N，x 为子弹在枪筒内移动的距离，单位为米，则枪筒的长度为__0.45m__；合力对子弹作的总功为__$\frac{1}{2}mv^2=90J$__

$\int_0^{10}(15-0.2x)g\,dx$

2. 一个人从 10m 深的井水中提水，开始时桶中装有 15kg 的水，由于水桶漏水，每升高 1m 要漏掉 0.2kg 的水，当水桶从井底提到井口时，人所作的功为 1400J.

3．一质点沿 $y=3x$ 的轨迹从原点开始、在第一象限内运动，所受到的力为：$\vec{F}=2y\,\vec{i}+3x\,\vec{j}$（$F_x$，$F_y$），当质点运动到点 $P(2,6)$ 时，力 $\vec{F}$ 所作的功为：30J。

$dA=dA_x+dA_y=F_x dx+F_y dy$　$\Delta \vec{r}=2\vec{i}+6\vec{j}$

$A_y=\int_0^6 dA_y=\int_0^6 3x\,dy=\int_0^6 y\,dy=18J$

$A_x=\int_0^2 dA_x=\int_0^2 2y\,dx=\int_0^2 2\cdot 3x\,dx=12J$　$A=A_x+A_y=30J$

4．质量为 m 的地球卫星，沿半径为 $3R$ 的圆轨道运动，R 为地球半径，已知地球的质量为 M 。以地球为参考系，则卫星的动能为：$\frac{GMm}{6R}$；$\left[\frac{GMm}{(3R)^2}=\frac{mv^2}{3R}\right]$；以无穷远处为引力势能零点，则卫星的引力势能为：$-\frac{GMm}{3R}$；卫星的机械能为：$-\frac{GMm}{6R}$；卫星的初始速度为：$\sqrt{\frac{5GM}{3R}}$。

$-\frac{GMm}{6R}=-\frac{GMm}{R}+\frac{1}{2}mv^2$

$E_p=-\frac{GMm}{r}$ 地面势能

5．质量为 m 的物体，轻轻地挂在竖直悬挂、处于自然长度的轻弹簧（弹性系数为 k）末端，在物体重力作用下，弹簧被拉长。当物体由 $y=0$ 达到 y_0 时，物体所受的合力为零，此时，系统重力势能的减小量为：mgy_0；弹性势能增量为：$\frac{1}{2}ky_0^2$；总势能的变化量为：$\frac{1}{2}mgy_0$，该部分能量变为系统的动能。

$mg=ky_0$

$k=\frac{mg}{y_0}$

$mgy_0-\frac{1}{2}ky_0^2=\frac{1}{2}mgy_0$

6．一根长为 L 、质量为 m 的链条放在光滑的桌面上，其长度的 $\frac{L}{3}$ 悬挂在桌边，若将悬挂的部分拉回桌面，需要作的功至少为：$\frac{mg}{18}L$。$\int_0^{\frac{L}{3}}\frac{mg}{L}y\,dy=\frac{mgL}{18}$

质心法：$\frac{mg}{3}\cdot\frac{L}{6}=\frac{mgL}{18}$

7. 质量为 $m=1$kg 的质点，在 XOY 平面内运动，其运动方程为 $x=5t$，$y=0.5t^2$(国际单位 SI 制)，在 $t=3$s 到 $t=4$s 这段时间内外力对质点所作的功为 $\frac{1}{2}mv_4^2-\frac{1}{2}mv_3^2=3.5J$。

$\begin{cases}x=5t\\y=0.5t^2\end{cases}\rightarrow\begin{cases}v_x=5\\v_y=t\end{cases}\rightarrow t=3s\begin{cases}v_x=5\\v_y=3\end{cases}$，$v^2=v_x^2+v_y^2=34$，$t=4s$ 时 $\begin{cases}v_x=5\\v_y=4\end{cases}$　$v^2=v_x^2+v_y^2=41$

8. 质量为 $100kg$ 的人造地球卫星，按椭圆轨道绕地球运行，轨道的近地点距地面 $439km$，远地点距地面 $2384km$，在近地点卫星的速度 $v_1=8.1km\cdot s^{-1}$，则在远地点卫星的速度 $v_2=$ ________，卫星由远地点到近地点的过程中，地球引力对它作的功 $A=-GMm\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)=1.32\times10^9J$。

$-\frac{GMm}{439+R}+\frac{1}{2}mv_1^2=-\frac{GMm}{2384+R}+\frac{1}{2}mv_2^2$

$R=6371km.$　$g=\frac{GM}{R^2}\Rightarrow GM=gR^2$

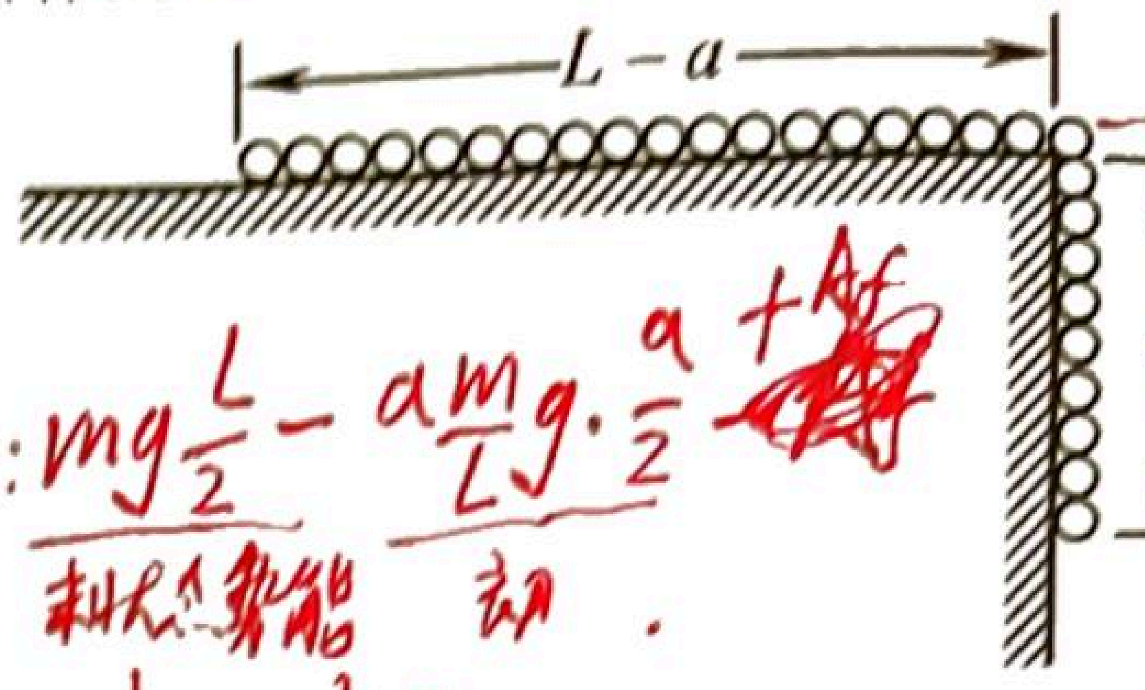
$A_{合}=\int_a^L x\frac{mg}{L}dx+A_f=\frac{1}{2}mv^2-0$

三、计算题

1. 如图所示，一链条总长度为 L，质量为 m，放在桌面上，并使其一端下垂。设链条与桌面之间的滑动摩擦系数为 μ，开始时链条处于静止状态，其下垂部分的长度为 a，求：

（1）从开始运动到链条离开桌面的过程中，摩擦力对链条所作的功

（2）链条离开桌面时的速度



解：设任意时刻链条下垂部分长为 x，则任意时刻链条所受摩擦力 $f=\frac{mg}{L}(L-x)\mu$，

∴摩擦力作功：

$A_f=\int_a^L -f\,dx=-\int_a^L \mu\frac{mg}{L}(L-x)\,dx$

$=-\frac{\mu mg}{2L}(L-a)^2$，负号表示摩擦力作负功

(2) 质心：$\underbrace{mg\frac{L}{2}}_{末状态势能}-\underbrace{a\frac{m}{L}g\cdot\frac{a}{2}}_{初}+A_f$

$=\frac{1}{2}mv^2-0$

$v=\sqrt{\frac{g}{L}[L^2-a^2-\mu(L-a)^2]}$

2. 如图所示，悬挂的轻弹簧下端挂着质量为 m_1、m_2 的两个物体，开始时处于静止状态。现在突然把 m_1 与 m_2 间的连线剪断，求 m_1 的最大速度为多少?设弹簧的倔强系数 $k=8.9\times10^4$N/m，$m_1=0.5$kg，$m_2=0.3$kg.

解：未剪断前

$kx_1=(m_1+m_2)g$

$x_1=\frac{(m_1+m_2)g}{k}$

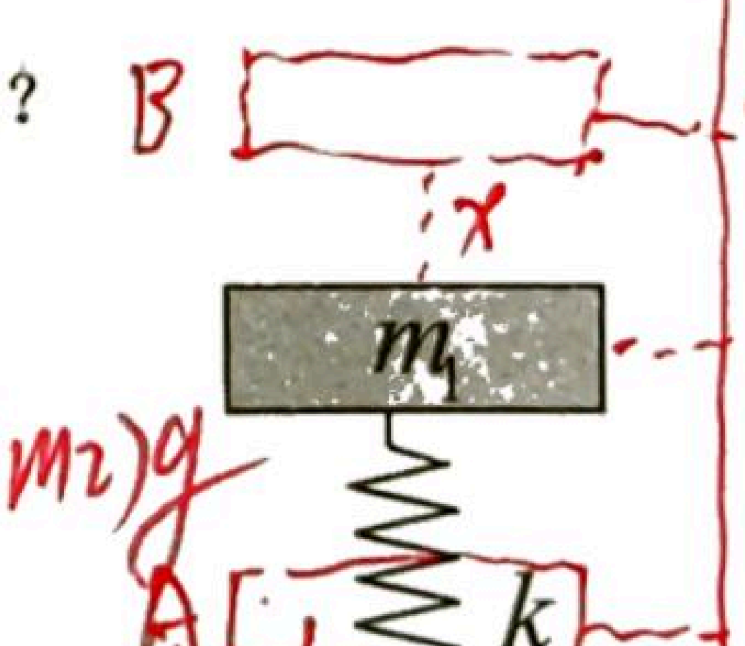
剪断后当 $m_1g=kx_2$ 时，

m_1 速度最大，$x_2=\frac{m_1g}{k}$.

$\therefore \frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}m_1V_{max}^2+\frac{1}{2}kx_2^2+m_1g(x_1-x_2)$

$V_{max}=\frac{m_2g}{\sqrt{m_1k}}=0.014$m/s

3. 如图所示，质量为 m_2 的木块平放在地面上，通过劲度系数为 k 的竖直弹簧与质量为 m_1 的的木块相连接，今有一竖直向下的恒力 F 作用在 m_1 上使系统达到平衡。试求；当撤去外力 F 时，为使 m_1 向上反弹时能带动 m_2 刚好离开地面，力 F 至少应为多大？



解：以没有加力时 m_1 的位置为原点O，定义此时弹性势能与重力势能为零.

当F作用于 m_1 时弹簧压缩为 x_1（A状态）：

$F+m_1g=kx_1$ ①

m_2 离地条件：$kx\geq m_2g$（B状态）②

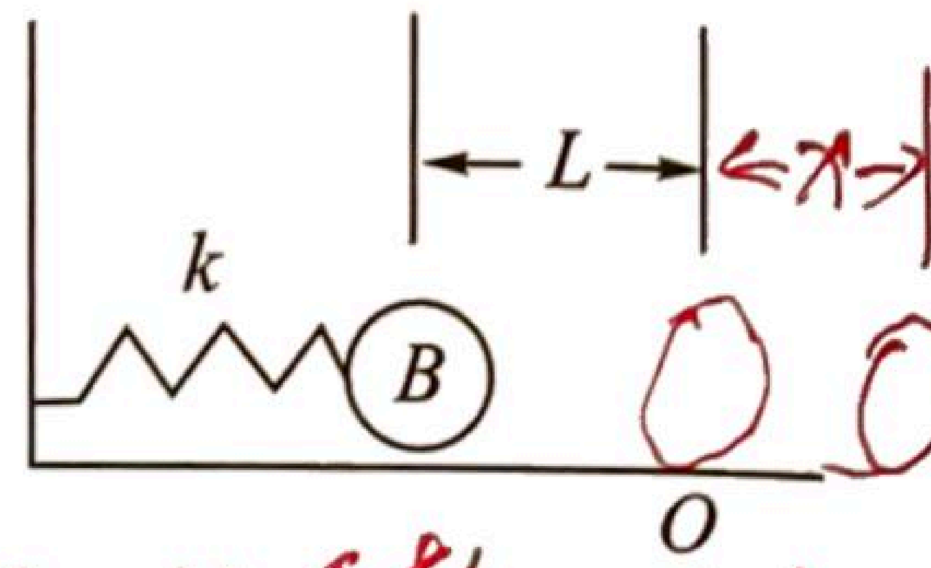
对于A, B两个状态，由机械能守恒定律

$\underbrace{\frac{1}{2}kx_1^2-m_1gx_1}_{A状态}=\underbrace{\frac{1}{2}kx^2+m_1gx}_{B}$ ③

由①②③式得

$F\geq(m_1+m_2)g$

4. 倔强系数为 k 的轻弹簧，一端固定，另一端与桌面上的质量为 m 的小球 B 相连接，推动小球，将弹簧压缩一段距离 L 后放开，假定小球所受的滑动摩擦力大小为 F 且恒定不变，滑动摩擦系数与静摩擦系数可视为相等，试求 L 必须满足什么条件时，①才能使小球在放开后就开始运动，而且②一旦停止下来就应一直保持静止状态．



解：① 放开小球后就开始运动，有

$kL \geq F$，$L \geq \frac{F}{k}$

② 一旦停止下来就应一直保持静止状态，说明小球运动到平衡位置另一端时，就不再运动，处于静止状态。

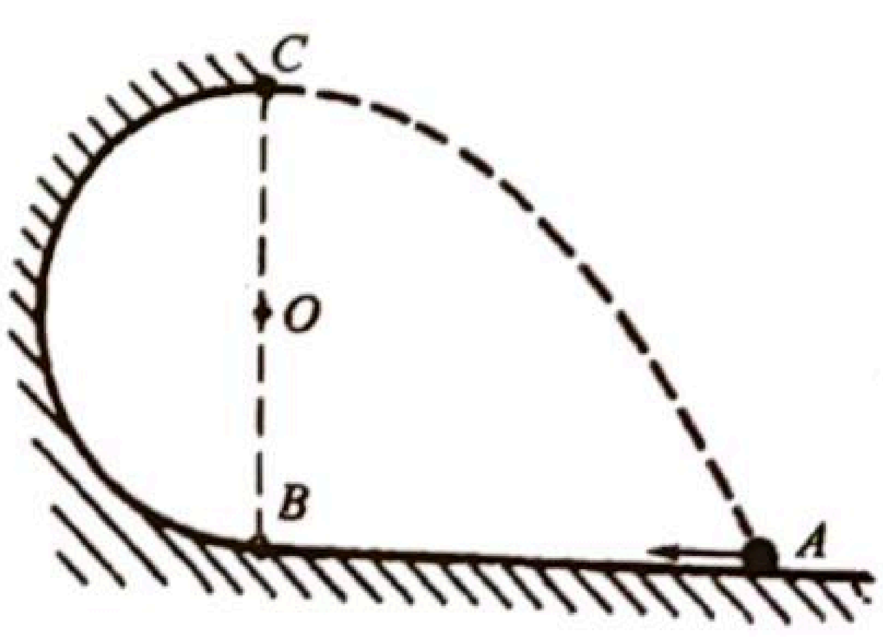
根据能量守恒：

$\frac{1}{2}kL^2 - F(L+x) = \frac{1}{2}kx^2$ （此时速度为零，$E_k=0$）　　$kx = F \rightarrow x = \frac{F}{k}$

$L = \frac{F \pm 2F}{k} = \frac{3F}{k}$，$-\frac{F}{k}$

∴ $\frac{F}{k} \leq L \leq \frac{3F}{k}$

5. 小球在外力作用下，由静止开始从 A 点出发作匀加速运动，到达 B 点时撤消外力，小球无摩擦地冲上竖直的半径为 R 的半圆环，达到最高点 C 时，恰能维持在圆环上作圆周运动，并以此速度抛出而刚好落回原来的出发点 A 处，如图所示。
求：小球在 AB 段运动的加速度。



解：

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv_B^2 = mg2R + \frac{1}{2}mv_c^2 \\ v_B^2 - 0 = 2as \\ \frac{mv_c^2}{R} = mg \rightarrow v_c^2 = gR \\ 2R = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{4R}{g}} \\ s = v_c \cdot t \end{cases}$$

$a = \frac{5}{4}g$