

下午 3:03

判断：1.受约束回归的可决系数一定比不受约束回归的可决系数小吗？
说明理由。2.回归分析中对参数进行估计后下一步可以直接实际运用该模型（这个有点记不清原题，知识点考的是书P29回归分析的步骤

下午 3:05

简答：1.多元线性回归模型的基本假设，是否不满足基本假设的模型就无法进行参数估计？2.为什么，在什么情况下要引入工具变量？3.出现多重共线性的原因，后果

下午 3:07

证明：p148 T1

线性模型存在着设定偏误问题。因此，双对数线性模型的设定要优于简单线性模型的设定。

$$\textcircled{1}. \hat{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\sum X_i M_i}{\sum X_i^2} \quad E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 + E\left(\frac{\sum X_i M_i}{\sum X_i^2}\right) \quad \text{又 } X_i \text{ 与 } M_i \text{ 无关}$$

$$\textcircled{2} \text{Var}(\hat{\beta}_1) = \text{Var}\left(\frac{\sum X_i M_i}{\sum X_i^2}\right) = \text{Var}\left(\frac{\sum R_i M_i}{\sum X_i^2}\right) = \frac{1}{\sum X_i^2} \text{Var}\left(\sum R_i M_i\right) = \frac{1}{\sum X_i^2} \sum E(R_i^2 M_i^2) = \frac{1}{\sum X_i^2} \sum E(R_i^2) E(M_i^2) = \frac{1}{\sum X_i^2} \sum E(R_i^2) \sigma^2$$

本章练习题

$$= \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum E(R_i^2) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}(R_i) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}\left(\frac{Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i}{\sum X_i^2}\right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}(R_i) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}\left(\frac{Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i}{\sum X_i^2}\right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}(M_i) = \frac{\sigma^2}{\sum X_i^2} \sum \text{Var}\left(\frac{Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i}{\sum X_i^2}\right)$$

$$Y_i - \bar{Y} = \beta_1 (X_i - \bar{X}) + (M_i - \bar{M})$$

(1) 假如其他基本假设全部满足，但 $\text{Var}(\mu_i) = \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ ，试证明估计的斜率项仍是无偏的，但方差

变为

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2}$$

$$\text{同方差: } \text{Var}(M_i) = \sigma^2$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$$

(2) 如果 $\text{Var}(\mu_i) = \sigma^2 K_i$ ，试证明上述方差的表达式为

$$\sum R_i^2 \cdot \text{Var}(M_i) = \sum R_i^2 \sigma^2 K_i = \sigma^2 \sum R_i^2 K_i$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \cdot \frac{\sum x_i^2 K_i}{\sum x_i^2} = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \sum K_i$$

该表达式与同方差假定下的方差 $\text{Var}(\hat{\beta}_1)$ 之间有何关系？分 K_i 大于 1 与小于 1 两种情况讨论。

$$\text{Plim } \beta = \beta + \text{Plim}(X'X)^{-1} X'\mu = \beta + (Q)^{-1} \cdot 0 = \beta$$

例 11 对一个以受教育程度($educ$)与性别(D)为解释变量的劳动者工资($wage$)的

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 D + \mu$$

其中, D 为虚拟变量, 当为女性时它取值为 1, 为男性时取值为 0。

(1) 请解释 D 前参数的实际含义。

(2) 如何理解偏回归系数 β_2 的含义?

解答 (1) 在 $E(\mu | educ, D) = 0$ 的假设下, 容易得到

$$\beta_2 = E(wage | educ, D=1) - E(wage | educ, D=0)$$

因此, D 前参数的实际含义为: 在受教育程度相同的条件下, 女性劳动者与男性劳动者工资的平均差异。

(2) 偏回归系数表示当其他解释变量保持不变, 某解释变量增加一个单位时被解释变量的平均变化量。因此, β_2 作为偏回归系数的含义为: 在受教育程度相同的条件下, 变量 D 由 0 增加到 1 时, 工资的平均变化量, 这一变化量恰为女性劳动者工资与男性劳动者工资的平均差额。

今由容量为 209 的样本估计的解释 CEO 薪水的方程为

不存在多重共线性时的情况。

例 6 为了考察一个高中毕业生拥有计算机对其高中阶段平均成绩的影响, 设定如下简单模型:

$$score_i = \beta_0 + \beta_1 PC_i + \mu_i$$

其中, $score$ 为高中毕业生高中阶段的平均成绩, PC 为是否拥有计算机的虚拟变量。

(1) 变量 PC 与 μ 同期相关吗, 为什么? PC 与 $score$

(2) PC 可能与父母的年收入相关吗? 这是否意味着可用父母的年收入作为 PC 的工具变量?

(3) 假设四年前学校为大约一半的学生提供了购买计算机的资助, 且是否获得资助是随机的。你将如何利用这一信息为 PC 构造一个工具变量? 是否获得资助

解答 (1) 学生是否拥有计算机往往与其父母是否为其购买有关, 而父母是否为其孩子购买计算机与孩子的成绩有较程度的关联, 父母往往更不愿意为成绩不好的学生

互相影响

购买计算机（担心玩计算机会影响成绩），因此 PC 与 $score$ 具有同期相关性，这也导致 PC 与 μ 的同期相关性（注意，这里将高中三年作为一个整体看成是一个“同期”来理解）。

(2) 如果父母的年收入很低，可能就无法为孩子购买计算机，因此，父母的年收入也会与学生拥有计算机相关；另一方面，父母的年收入与学生的成绩好坏无直接的关系。✓
据此，可以用父母的年收入作为 PC 的工具变量。✓

(3) 由于学校是否资助某学生完全是随机的，意味着既与学生的成绩无关，也与其家庭经济情况无关，因此与 μ 是无关的，而学生是否获得资助又与学生是否拥有计算机有较大幅度的相关性，因此记 $grant$ 为学生是否获得资助的虚拟变量，它可作为 PC 的一个工具变量。