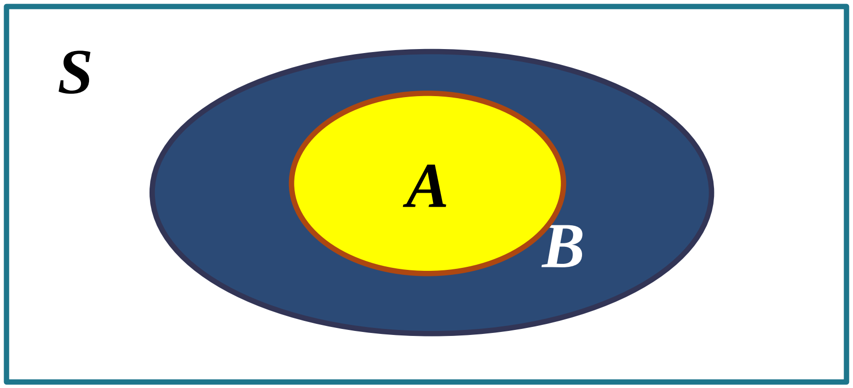
哈爾濱工業大學

第2讲 事件的关系与运算

事件的包含

（1）$A \subset B$　事件A发生必导致事件B发生.

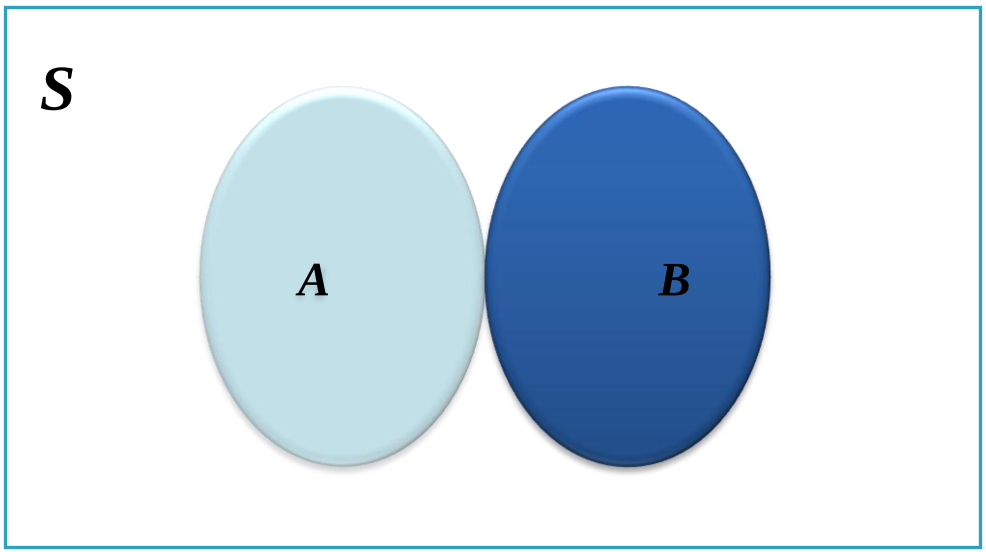


例如 掷一颗均匀的骰子， A=“出现2点”，

B=“出现偶数点”则 $A \subset B$

事件的相等

$$（2）\ A=B \Longleftrightarrow \begin{cases} A\subset B, \\ B\subset A. \end{cases}$$

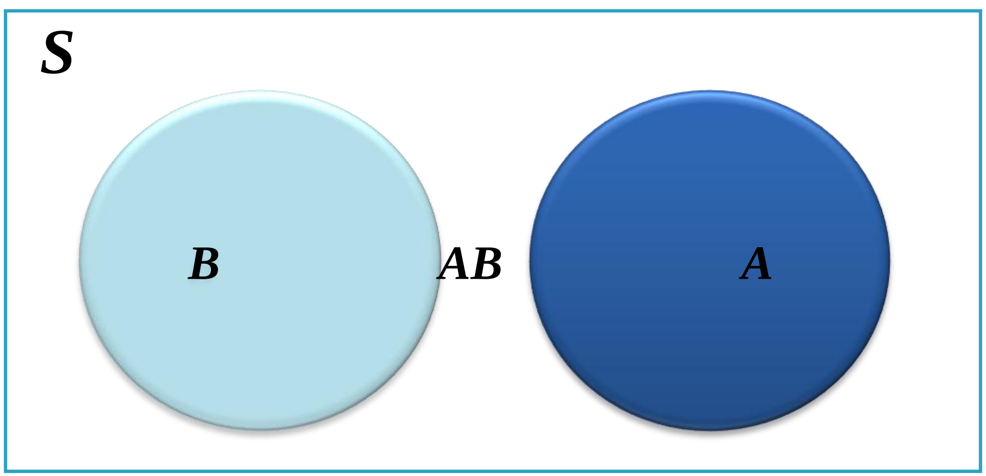


事件的积（交）

（3）$A\cap B$：事件A与B同时发生，简记AB.

- 推广：$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1A_2\cdots A_n$：事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生.

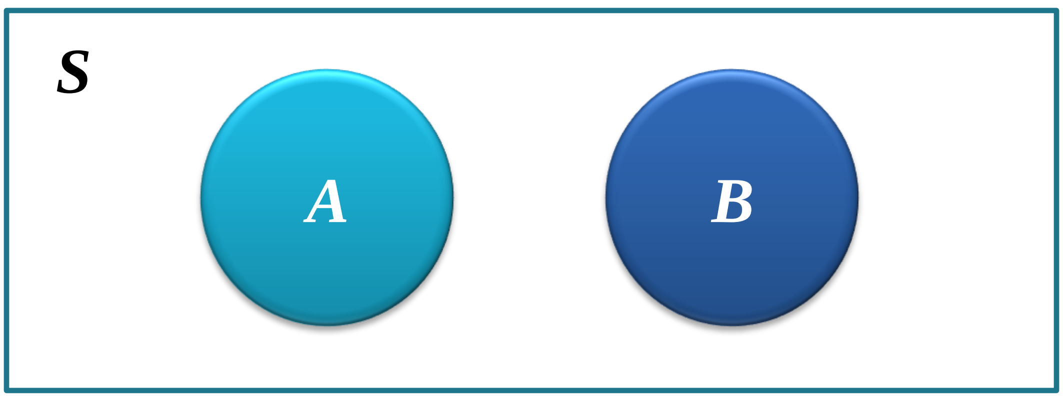
$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1A_2\cdots$$ 事件 $A_1, A_2, \cdots$ 同时发生.



互不相容事件（互斥事件）

（4）$AB=\varnothing$：A与B不能同时发生.

◆推广：n个事件$A_1,A_2,\cdots\cdots A_n$互斥的充分必要条件是任两个事件互斥.



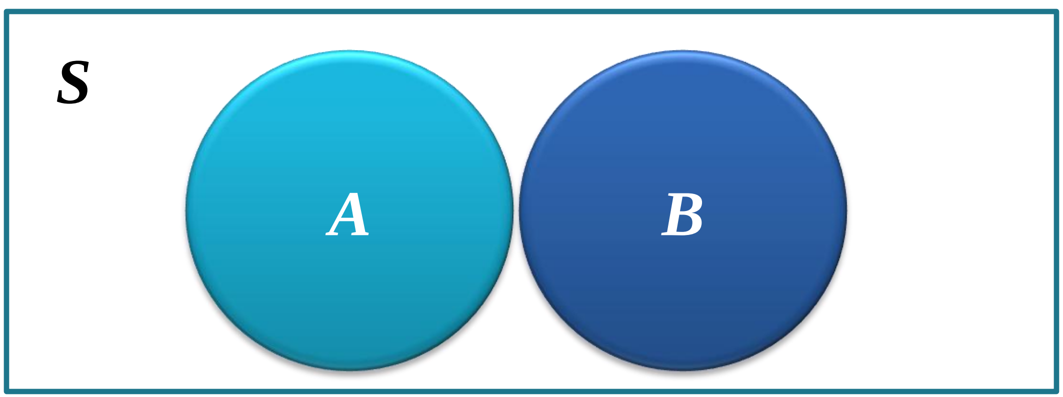
事件的和（并）

（5）$A\cup B$：事件A与B至少有一个发生，

当 $AB=\varnothing$：$A\cup B=A+B$.

◆ 推广：$\bigcup_{i=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$: 事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 至少有一个发生.

$\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots$: 事件 $A_1,A_2,\cdots$ 至少有一个发生.



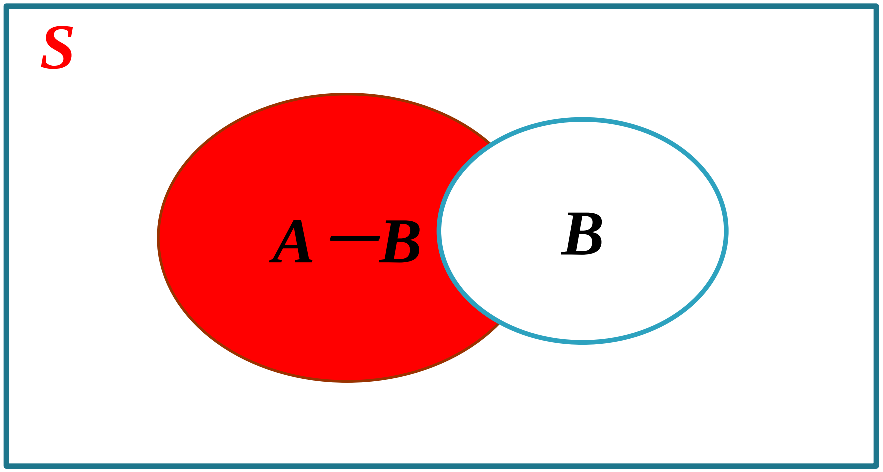
事件的差

（6）$A-B$：A发生而B不发生.

$$A-B=A-AB=A\overline{B}=A\cup B-B.$$

对任意事件A,

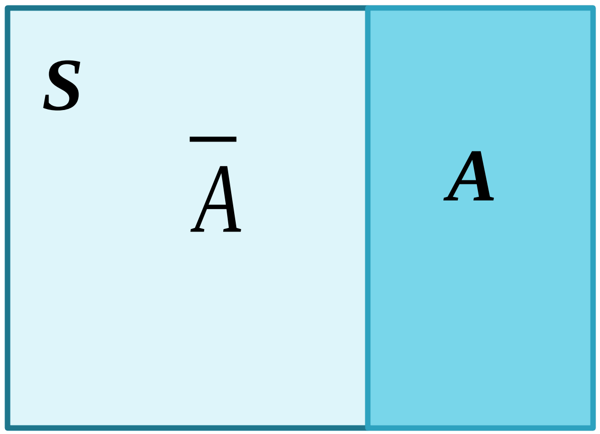
$$A-A=\varnothing, A-S=\varnothing, A-\varnothing=A.$$



对立事件（逆事件）

（7）$\bar{A}$：由A不发生所构成的事件.

$$A\bar{A}=\varnothing, A+\bar{A}=S, \bar{\bar{A}}=A.$$



例如 A= “出现奇数点” B= “出现偶数点”

则

$$AB=\varnothing, A+B=S.$$

例1 A=“甲获奖”，B=“乙获奖”则

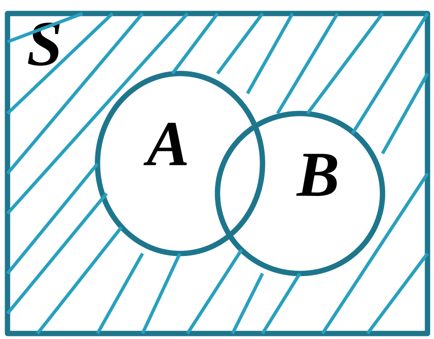
“甲、乙都获奖” $= AB,$

“甲、乙至少有一个获奖” $= A \cup B,$

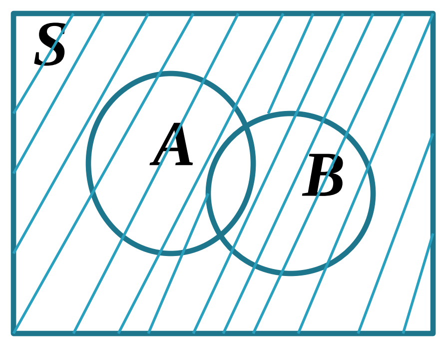
“甲、乙都没获奖” $= \bar{A}\bar{B} = \overline{A \cup B},$

“甲、乙至少有一人没获奖” $= \bar{A} \cup \bar{B} = \overline{AB}.$

$\bar{A}\bar{B}$



$\overline{AB}$



$$\overline{AB} = \bar{A}B + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}.$$

事件表示的概率论与集合论对照表

符　号	概　率　论	集　合　论
S	样本空间，必然事件	空间（全集）
$\varnothing$	不可能事件	空集
e	基本事件（样本点）	元素
A	事件	子集
$\overline{A}$	A的对立事件	A的余集
$A \subset B$	事件A发生必然导致事件B发生	A是B的子集
$A = B$	事件A与事件B相等	A与B相等
$A \cup B$	事件A与事件B至少有一个发生	A与B的并集
$A \cap B$	事件A与事件B同时发生	A与B的交集
$A - B$	事件A发生而事件B不发生	A与B的差集
$AB = \varnothing$	事件A与事件B互不相容	A与B没有公共元素

事件的运算性质

交换律：$A\cup B=B\cup A$，　$AB=BA$；

结合律:$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，$(AB)C=A(BC)$；

分配律：$(A\cup B)C=(AC)\cup(BC)$，
$(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$；

对偶原则（德—摩根律）：

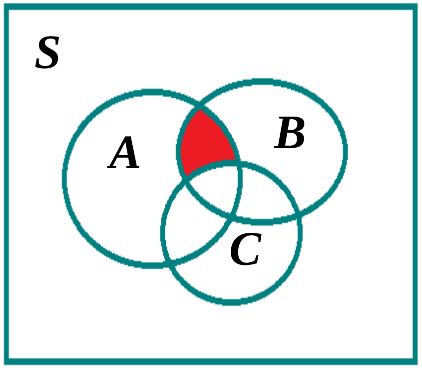
$$\overline{A\cup B}=\bar{A}\bar{B},\qquad \overline{AB}=\bar{A}\cup\bar{B}.$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}=\bar{A}_1\bar{A}_2\cdots\bar{A}_n,\qquad \overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}=\bar{A}_1\cup\cdots\cup\bar{A}_n.$$

例2 A、B、C是随机试验的三个事件，

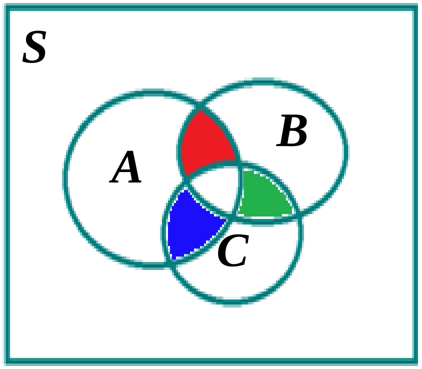
试用A、B、C表示下列事件：

(1) A与B发生，C不发生



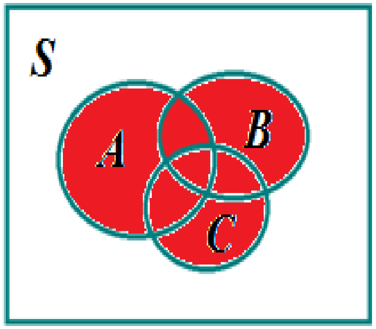
$$AB\overline{C} = AB - C = AB - ABC.$$

(2) A、B、C中恰好发生两个；



$$AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC.$$

(3) *A*、*B*、*C*中至少有一个发生；

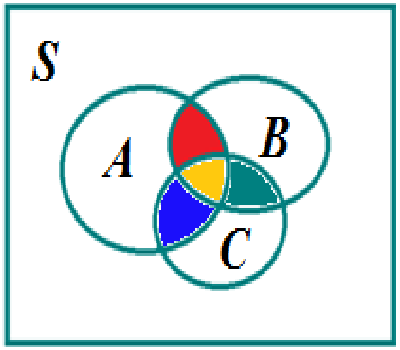


$$A \cup B \cup C$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$$

$$= \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}.$$

(4) *A*、*B*、*C*中至少有两个发生；



$$AB \cup AC \cup BC$$

$$= AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC.$$

(5) A、B、C中有不多于一个事件发生；

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}=\overline{AB\cup AC\cup BC},$$

(6) A、B、C中有不多于两个事件发生.

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}C+AB\bar{C}$$

$$=\overline{ABC}=\bar{A}\cup\bar{B}\cup\bar{C}.$$

总结：

1．理解事件的关系与运算

2．熟练掌握用字母表示事件

谢　　谢！