第6章 数理统计的基本概念

6.1 总体与样本（第29讲）

6.2 χ^2分布，t分布和F分布（第30讲）

6.3 统计量及抽样分布（第31讲）

本章小结

哈爾濱工業大學

第六章 数理统计的基本概念

第29讲 总体与样本

数理统计

数理统计：是以概率论为理论基础，研究怎样用**有效**的方法去收集、整理、分析带随机影响的**数据**，以便对所研究的问题给出估计和推断，为决策提供依据和建议.

概率论与数理统计的不同

- 概率论、数理统计都是研究随机现象的统计规律性的数学分支，但两者研究角度不同.

概率论 从已知分布出发，研究随机变量X的性质、规律、数字特征等等.

数理统计 研究对象X的分布不知道或不完全知道，观察它的取值(采集数据)，通过分析数据来推断X服从什么分布或确定未知参数.

数理统计研究问题的方法

例如，要检验某国产品牌轿车的耗油量，无论轿车总量是有限还是无限，从人力、物力和时间角度考虑，都不能对轿车逐一检验. 只能抽取一部分轿车进行检验，通过这一部分轿车的耗油量来推断这种轿车总体的耗油量. 以部分数据信息来推断整体相关信息，是数理统计研究问题的基本方法.

总体、个体

- 总体：研究对象的全体.

例如：要研究某大学学生的身高，总体是该校的全体学生. 每个大学生是个体. 每个大学生有许多指标，如身高，体重，年龄，…，我们仅研究“大学生的身高”这项指标.

- 个体：总体中每个成员.

总体分类

有限总体：总体包含有限个个体.

如:考察某大学大一3000名男生的身高;

无限总体：总体包含无限个个体.

如:测量一湖泊任一地点的深度.

- 在统计研究中，人们关心总体仅仅是关心其每个个体的一项(或几项)数量指标和该数量指标在总体中的分布情况.

总体的某项数量指标X，对不同的个体，取值不同，这些数值满足一定的概率分布，因此数量指标X是随机变量. 通常我们把总体和数量指标X等同起来.

这样，总体就可以用一个随机变量X及其分布来描述，称为一维总体.

本课程主要研究一维总体，多维总体是多元统计分析主要研究的对象.

样本

样本：按一定规则从总体中抽取的一部分个体.

样本容量：样本中所含个体的数目.

抽样：抽取样本的过程.

由于抽样的随机性，样本也具有随机性，通常容量为n的样本用随机变量 $X_1,\cdots,X_n$表示.

简单随机样本

- 若$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立(独立性)且与总体X有相同的分布(代表性),则称$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体X的一个容量为n的简单随机样本，简称为X的一个样本.

  获得简单随机样本的抽样称为简单随机抽样.

  后面所说的样本均指简单随机样本.

- 样本 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$的每一个观察值 $(x_1, x_2,\cdots, x_n)$称为样本值或样本的一次实现.

- 样本值的集合称为样本空间.

- 总体分布决定了样本取值的概率规律,
  因而可以由样本值去推断总体.

- 数理统计的主要任务之一就是研究如何根据样本推断总体.

若总体X的分布函数为$F(x)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自X的一个样本，则样本$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$的联合分布函数为

$$F(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\prod_{i=1}^{n}F(x_i).$$

例1 加工某种零件时，每件需要的时间服从均值为$1/\lambda$的指数分布. 今以加工时间为零件的数量指标，任取n件零件构成一个容量为n的样本，求样本的分布.

解 设零件的加工时间为总体X, 则 $X \sim E(\lambda)$, 其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

样本$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

$$f(x_1, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$= \begin{cases} \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-\lambda x_i}, & x_i > 0, (i = 1, 2, \cdots, n). \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \lambda^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} x_i}, & x_i > 0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

谢 谢！