第十三讲:SVD和图形处理

奇异值分解（Singular Value Decomposition）是线性代数中一种重要的矩阵分解，其在图形学、统计学、推荐系统、信号处理等领域有重要应用。本讲我们将介绍奇异值分解在图形压缩中的运用，并将简单介绍下Matlab对于图形和视频的处理。

温馨提示

（1）视频中提到的附件可在**售后群的群文件**中下载。

包括**讲义、代码、我视频中推荐的资料**等。

- 拓展资料(暂时不需要下载，视频中用到了再来下载)
- 赠品(有需要的同学可以下载)
- 播放器和帮助文档(进群后先下载帮助文档观看)
- 上课用的课件和代码(下载后记得解压，所有视频配套的都在里面)
- 免费更新的视频_下载后解压了才能用播放器打开

（2）关注我的**微信公众号《数学建模学习交流》**，后台发送**“软件”**两个字，可获得常见的建模软件下载方法；发送**“数据”**两个字，可获得建模数据的获取方法；发送**“画图”**两个字，可获得数学建模中常见的画图方法。另外，也可以看看公众号的历史文章，里面发布的都是对大家有帮助的技巧。

（3）**购买更多优质精选的数学建模资料**，可关注我的微信公众号《数学建模学习交流》，在后台发送**“买”**这个字即可进入店铺进行购买。

（4）视频价格不贵，但价值很高。单人购买观看只需要**58元**，和另外两名队友一起购买人均仅需**46元**，视频本身也是下载到本地观看的，所以请大家**不要侵犯知识产权**，对视频或者资料进行二次销售。

线性代数基础知识回顾

1. 特征值与特征向量的定义

设n阶方阵A满足以下条件：存在数λ(λ可为复数)和非零n维列向量x，使得$Ax=\lambda x$成立，则称数λ是方阵A的**特征值**，称x为方阵A对应于特征值λ的**特征向量**。

2. 特征值与特征向量的求法

由$Ax=\lambda x$可得$(\lambda E-A)x=\mathbf{0}$, 因为该齐次方程组有非零解，则$r(\lambda E-A)<n$

所以$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix}\lambda-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n}\\ -a_{21} & \lambda-a_{22} & \cdots & -a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn}\end{vmatrix}=0$，我们记$f(\lambda)=|\lambda E-A|$,

则$f(\lambda)$为A的特征多项式，它是关于λ的n次多项式，特征值λ就是$f(\lambda)=0$的根。

线性代数基础知识回顾

对于n阶矩阵A,B，若存在n阶矩阵P使得$P^{-1}AP=B$, 则称A和B相似，记为$A\sim B$.

A和B相似有以下性质成立：

（1）A和B等价，即$r(A)=r(B)$.

（2）A和B特征值相同, 因此$|A|=|B|$, $tr(A)=tr(B)$.

（3）A和B同一特征值对应的线性无关的特征向量的个数相同。

定理：若A相似于一个对角矩阵$\Lambda=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n\end{bmatrix}$, 则$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$一定是$A$的特征值，此时我们称$A$可相似对角化，或简称为$A$可对角化。

此时，$P^{-1}AP=\Lambda$, 且$P=[x_1,x_2,\cdots,x_n]$, 其中$x_i(i=1,2,\cdots,n)$是A的特征值λ_i对应的特征向量。

线性代数基础知识回顾

设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$为一个向量组，若使$x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_s\alpha_s=\mathbf{0}$成立，必须有$x_1=x_2=\cdots=x_s=0$，则称$\alpha_1,\alpha,\cdots,\alpha_s$线性无关。

n阶矩阵A可对角化的充要条件是有n个线性无关的特征向量。

记$\alpha=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^T,\beta=(b_1,b_2,\cdots,b_n)^T$，$a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$称为向量$\alpha$、$\beta$的内积，记为$(\alpha,\beta)$，若$(\alpha,\beta)=0$，称为向量$\alpha,\beta$正交。

设A是一个实对称矩阵，即A的每一个元素a_{ij}都是实数，且$a_{ij}=a_{ji}$，则A的特征向量具有如下关系：

（1）不同特征值的特征向量正交（所以一定线性无关）

（2）相同特征值的特征向量线性无关

因此，实对称矩阵$\boldsymbol{A}$一定可相似对角化。

线性代数基础知识回顾

1. 标准正交向量组的定义

$$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\text{为标准向量组} \Longleftrightarrow (\alpha_i,\alpha_j)=\begin{cases}1,i=j\\0,i\neq j\end{cases}$$

2. 施密特正交化

施密特正交化方法是从一组线性无关的向量求出一组正交向量的方法。

设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$为欧氏空间$R^n$中的线性无关组，取

$$\beta_1=\alpha_1,$$

$$\beta_2=\alpha_2-\frac{(\alpha_2,\beta_1)}{(\beta_1,\beta_1)}\beta_1,$$

$$\vdots$$

$$\beta_k=\alpha_k-\sum_{i=1}^{k-1}\frac{(\alpha_k,\beta_i)}{(\beta_i,\beta_i)}\beta_i\quad,k=3,4,\cdots,m.$$

则$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$为$R^n$中的正交向量组.

线性代数基础知识回顾

下面我们给出正交矩阵的概念：

设A为n阶矩阵，若$A^TA=E$或$AA^T=E$，就称A为正交矩阵。显然，根据定义，正交矩阵满足$A^T=A^{-1}$.

A为正交矩阵的充要条件是A的列（行）向量为R^n的一组标准正交基.

将A按列分块，$A=[\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n]$，则$\alpha_i^T\alpha_j=\begin{cases}1, i=j\\0, i\neq j\end{cases}$.

正交矩阵的性质：

（1）若A是正交矩阵，则A可逆且A^{-1}也是正交矩阵。

（2）若n阶方阵A,B均为正交矩阵，则AB也为正交矩阵。

线性代数基础知识回顾

设n元实二次型$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=X^TAX$，若对任何非零列向量$x\in R^n$，均满足$x^TAx>0$，则我们称$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$为正定二次型，同时称二次型矩阵$A$为**正定矩阵**.（注：若$x^TAx\geqslant 0$，则称$A$为**半正定矩阵**）

$$
\begin{aligned}
& f\text{正定} \\
\Longleftrightarrow\ & A\text{正定} \\
\Longleftrightarrow\ & A^{-1}\text{正定} \\
\Longleftrightarrow\ & \text{所有特征值}\lambda_i>0 \\
\Longleftrightarrow\ & \text{正惯性系数}p=n \\
\Longleftrightarrow\ & n\text{个顺序主子式均大于}0 \\
\Longleftrightarrow\ & A\text{合同于单位矩阵}E \\
\Longleftrightarrow\ & \text{存在可逆矩阵}P\text{使得}P^TAP=E
\end{aligned}
$$

奇异值分解

三个引理：

（1）AB和BA非零的特征值完全相同。（非零特征值的重数也相同）

（2）实对称矩阵特征值一定为实数，且一定可以相似对角化，特征向量构成的矩阵可通过施密特正交化($Schmidt\ orthogonalization$)变为正交矩阵。

（3）AA^T一定是半正定矩阵，因此其特征值不可能为负数。

奇异值分解(Singular Value Decomposition，以下简称SVD)是线性代数中一种重要的矩阵分解：

$A_{m\times n}=U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V_{n\times n}^T$,其中$U$和$V$都是正交矩阵，且$\Sigma$是奇异值矩阵（和$A$的大小相同，其主对角元素是从大到小排列的，这些对角元素称为奇异值，其他位置元素为0）。

奇异值分解的例子

奇异值分解(Singular Value Decomposition，以下简称SVD)是线性代数中一种重要的矩阵分解：

$A_{m\times n}=U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V_{n\times n}^{T}$，其中$U$和$V$都是正交矩阵，且$\Sigma$是奇异值矩阵（和$A$的大小相同，其主对角元素是从大到小排列的，这些对角元素称为奇异值，其他位置元素为0）。

$$\begin{bmatrix}4 & 0 & 5\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}_{2\times 3}=\begin{bmatrix}0.81 & -0.59\\ 0.59 & 0.81\end{bmatrix}_{2\times 2}\begin{bmatrix}7.70 & 0 & 0\\ 0 & 2.60 & 0\end{bmatrix}_{2\times 3}\begin{bmatrix}0.42 & 0 & 0.91\\ -0.91 & 0 & 0.42\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}_{3\times 3}$$

其中：$\begin{bmatrix}0.81 & -0.59\\ 0.59 & 0.81\end{bmatrix}$和$\begin{bmatrix}0.42 & 0 & 0.91\\ -0.91 & 0 & 0.42\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$为正交矩阵，7.7和2.6是奇异值。

U的计算

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V^T_{n\times n},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.81 & -0.59 \\ 0.59 & 0.81 \end{bmatrix}_{2\times 2} \begin{bmatrix} 7.70 & 0 & 0 \\ 0 & 2.60 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3} \begin{bmatrix} 0.42 & 0 & 0.91 \\ -0.91 & 0 & 0.42 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

（1）我们先计算AA^T,它是一个m阶的对称矩阵，那么我们可以对AA^T相似对角化，注意特征值按从大到小排，可以得到：$AA^T = U\Lambda_1 U^T$（U就是一个正交矩阵）。

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 & 25 \\ 25 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.81 & -0.59 \\ 0.59 & 0.81 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 59.2 & 0 \\ 0 & 6.75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.81 & 0.59 \\ -0.59 & 0.81 \end{bmatrix}$$

V的计算

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V^T_{n\times n},$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0.81 & -0.59 \\ 0.59 & 0.81 \end{bmatrix}_{2\times 2} \begin{bmatrix} 7.70 & 0 & 0 \\ 0 & 2.60 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3} \begin{bmatrix} 0.42 & 0 & 0.91 \\ -0.91 & 0 & 0.42 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

（2）我们再计算A^TA,它是一个n阶的对称矩阵，那么我们可以对A^TA相似对角化，注意特征值按从大到小排，可以得到：$A^TA = V\Lambda_2 V^T$（V就是一个正交矩阵）。

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.42 & -0.91 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.91 & 0.42 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 59.25 & 0 & 0 \\ 0 & 6.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.42 & 0 & 0.91 \\ -0.91 & 0 & 0.42 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Σ的计算

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V^T_{n\times n},$$

$$\begin{bmatrix}4 & 0 & 5\\0 & 0 & 5\end{bmatrix}_{2\times 3} = \begin{bmatrix}0.81 & -0.59\\0.59 & 0.81\end{bmatrix}_{2\times 2}\begin{bmatrix}7.70 & 0 & 0\\0 & 2.60 & 0\end{bmatrix}_{2\times 3}\begin{bmatrix}0.42 & 0 & 0.91\\-0.91 & 0 & 0.42\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}_{3\times 3}$$

（3）因为A^TA和AA^T的非零特征值相同，我们取出非零特征值并开方，就得到了我们的奇异值。我们先写出一个空的奇异值矩阵Σ(大小和A相同)，然后将这些奇异值按照从大到小填充到Σ的主对角线上，其他位置用0填充。

将AA^T的特征值$59.25, 6.75$分别开方，那么：

$$\Sigma = \begin{bmatrix}\sqrt{59.2} & 0 & 0\\0 & \sqrt{6.75} & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}7.70 & 0 & 0\\0 & 2.60 & 0\end{bmatrix}$$

SVD的证明思路

假设$A_{m\times n}=X_{m\times m}Y_{m\times n}Z_{n\times n}^T$，$X, Z$分别为正交矩阵，$Y$是奇异值矩阵，其主对角元素是从大到小排列的，其他位置元素为0。

分析：$A^T=ZY^TX^T$

所以 $AA^T=XYZ^TZY^TX^T=XYY^TX^T$

我们可以对AA^T进行相似对角化，那么$AA^T=U\Lambda_1U^T$

对比可知$X=U$，$YY^T=\Lambda_1$

同理我们对A^TA相似对角化得到$A^TA=V\Lambda_2V^T$

那么$ZY^TX^TXYZ^T=V\Lambda_2V^T$

所以$Z^T=V^T$，$Y^TY=\Lambda_2$

我们下面可以讨论m和n的相对大小，并设出Y的一般形式（主对角线全部用未知数表示），然后利用$YY^T=\Lambda_1$和$Y^TY=\Lambda_2$来求出这些未知数的大小，可以发现它们恰好就是AA^T的特征值开方。

利用SVD对数据进行"降维"

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.80 & -0.52 & 0.28 \\ 0.40 & 0.81 & 0.46 \\ 0.46 & 0.26 & -0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.49 & 0.06 & 0.48 & 0.73 \\ -0.32 & 0.05 & 0.87 & -0.37 \\ -0.52 & -0.76 & 0.02 & 0.39 \\ 0.62 & -0.65 & 0.09 & -0.43 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} &= [U_1 \ \ U_2 \ \ U_3] \begin{bmatrix} 8.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \\ V_3^T \\ V_4^T \end{bmatrix} \\ &= [8.45U_1 \ \ 4.94U_2 \ \ 1.11U_3 \ \ \mathbf{0}_{3\times1}] \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \\ V_3^T \\ V_4^T \end{bmatrix} \\ &= 8.45U_1V_1^T + 4.94U_2V_2^T + 1.11U_3V_3^T + \mathbf{0}_{3\times4} \\ &\approx 8.45U_1V_1^T + 4.94U_2V_2^T \end{aligned}$$

注：这里所说的降维，更准确的来说是使得矩阵的秩减小，矩阵大小并未改变。

利用SVD对数据进行"降维"

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = [U_1 \;\; U_2 \;\; U_3] \begin{bmatrix} 8.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \\ V_3^T \\ V_4^T \end{bmatrix} \approx 8.45 U_1 V_1^T + 4.94 U_2 V_2^T$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:c} 0.80 & -0.52 & 0.28 \\ 0.40 & 0.81 & 0.46 \\ 0.46 & 0.26 & -0.85 \end{array}\right] \left[\begin{array}{cc:cc} 8.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.94 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 1.11 & 0 \end{array}\right] \left[\begin{array}{cccc} 0.49 & 0.06 & 0.48 & 0.73 \\ -0.32 & 0.05 & 0.87 & -0.37 \\ \hdashline -0.52 & -0.76 & 0.02 & 0.39 \\ 0.62 & -0.65 & 0.09 & -0.43 \end{array}\right]$$

$$\approx \begin{bmatrix} 0.80 & -0.52 \\ 0.40 & 0.81 \\ 0.46 & 0.26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.45 & 0 \\ 0 & 4.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.49 & 0.06 & 0.48 & 0.73 \\ -0.32 & 0.05 & 0.87 & -0.37 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.16 & 0.24 & 1.00 & 5.88 \\ 0.26 & 0.39 & 4.99 & 0.80 \\ 1.51 & 0.29 & 3.02 & 2.37 \end{bmatrix}$$

SVD 降维体现在什么地方?
感觉即使把分解的三个矩阵变小，可乘回去整个矩阵并没有小。
https://www.zhihu.com/question/34143886

保留原矩阵的特征比例

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V^T_{n\times n},$$

$$A=\begin{bmatrix}4&0&1&6\\0&0&5&1\\2&1&3&2\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc:c}0.80&-0.52&0.28\\0.40&0.81&0.46\\0.46&0.26&-0.85\end{array}\right]\left[\begin{array}{cc:cc}8.45&0&0&0\\0&4.94&0&0\\ \hdashline 0&0&1.11&0\end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc}0.49&0.06&0.48&0.73\\-0.32&0.05&0.87&-0.37\\ \hdashline -0.52&-0.76&0.02&0.39\\0.62&-0.65&0.09&-0.43\end{array}\right]$$

$$\approx\begin{bmatrix}0.80&-0.52\\0.40&0.81\\0.46&0.26\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8.45&0\\0&4.94\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.49&0.06&0.48&0.73\\-0.32&0.05&0.87&-0.37\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}4.16&0.24&1.00&5.88\\0.26&0.39&4.99&0.80\\1.51&0.29&3.02&2.37\end{bmatrix}=\tilde{A}$$

$$\text{保留原矩阵的特征比例}=\frac{8.45+4.94}{8.45+4.94+1.11}\times100\%=92.34\%$$

Matlab进行奇异值分解：[U,S,V] = svd(A)

$$A_{m\times n} = U_{m\times m}\Sigma_{m\times n}V^T_{n\times n}$$

$$A=\begin{bmatrix}4&0&1&6\\0&0&5&1\\2&1&3&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.80&-0.52&0.28\\0.40&0.81&0.46\\0.46&0.26&-0.85\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8.45&0&0&0\\0&4.94&0&0\\0&0&1.11&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.49&0.06&0.48&0.73\\-0.32&0.05&0.87&-0.37\\-0.52&-0.76&0.02&0.39\\0.62&-0.65&0.09&-0.43\end{bmatrix}$$

$$\approx\begin{bmatrix}0.80&-0.52\\0.40&0.81\\0.46&0.26\end{bmatrix}\begin{bmatrix}8.45&0\\0&4.94\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.49&0.06&0.48&0.73\\-0.32&0.05&0.87&-0.37\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}4.16&0.24&1.00&5.88\\0.26&0.39&4.99&0.80\\1.51&0.29&3.02&2.37\end{bmatrix}=\tilde{A}$$

PPT_example.m

```
A = [4 0 1 6;0 0 5 1;2 1 3 2]  % A : 3*4
[U,S,V] = svd(A)
% 注意：U*S*(V的转置) == A
% U:3*3     S: 3*4      V :  4*4
U*S*V' - A   %  因为浮点数计算的缘故，所以会有非常微小的偏差
%  1.0e-14 * 0.2665 = 0.000000000000002665
U(:,1:2)*S(1:2,1:2)*V(:,1:2)'
U(:,1:3)*S(1:3,1:3)*V(:,1:3)' % 就是A
```

定义我们自己的mysvd函数

mysvd.m

```
function [compress_A] = mysvd(A, ratio)
    % 函数作用：使用奇异值分解将矩阵A压缩到指定的特征比例
    % 输入变量
    %    A：要压缩的m*n维的矩阵
    %    ratio：(至少)要保留原矩阵的特征比例（100%表示不压缩）
    % 输出变量
    %    compress_A：压缩后的矩阵
```

```
>> mysvd(A, 0.9)
压缩后保留原矩阵的比例特征为：92.33%
```

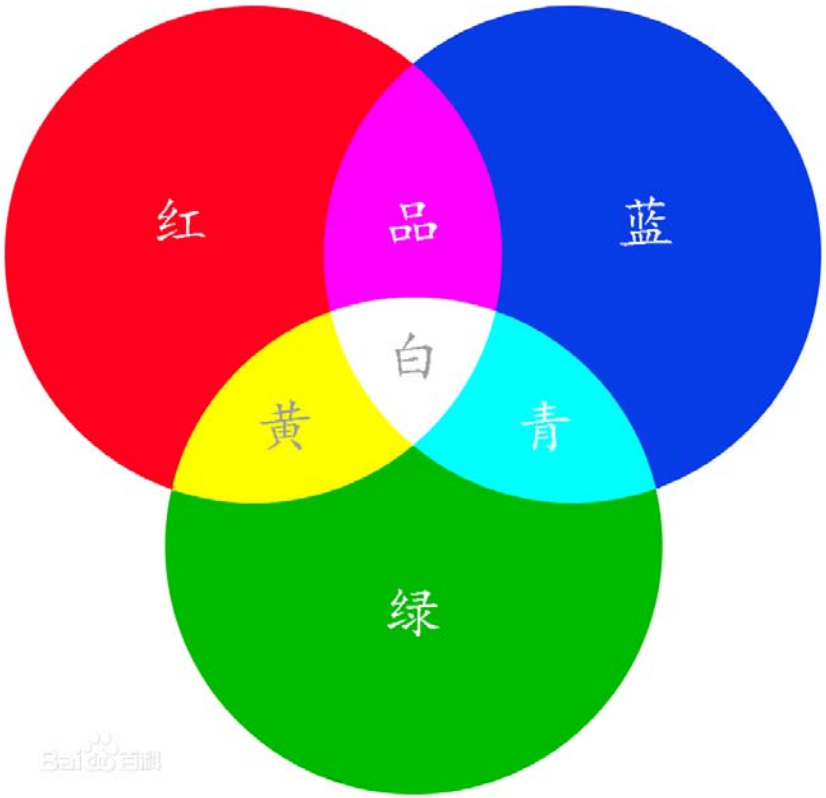
```
ans =

    4.1604    0.2353    0.9929    5.8782
    0.2630    0.3857    4.9883    0.8004
    1.5131    0.2859    3.0216    2.3695
```

Matlab图形的处理

Matlab软件实操的步骤见视频讲解
(课下根据代码的注释复习)

RGB模式

RGB色彩就是常说的三原色，R代表Red（红色），G代表Green（绿色），B代表Blue（蓝色）。自然界中肉眼所能看到的任何色彩都可以由这三种色彩混合叠加而成。



计算机定义颜色时R、G、B三种成分的取值范围是0-255，0表示没有刺激量，255表示刺激量达最大值。R、G、B均为255时就合成了白光，R、G、B均为0时就形成了黑色。

如果一张图片的R、G、B三原色完全相同，那么这张图片我们就称为灰色图片；否则我们称这张图片为彩色图片。

计算机在显示图片时，将图片分成了特别小的像素点，每一个像素点处，分别显示其R、G、B三原色的叠加结果。

图片压缩的函数

photo_compress.m

```
function []= photo_compress(photo_address, save_address, ratio, greycompress)
  % 函数作用：利用SVD函数对图形进行压缩
  % 输入变量
  %    photo_address：要压缩的图片存放的位置（建议输入完整的路径）
  %    save_address：将压缩后的图片保存的位置（建议输入完整的路径）
  %    ratio：要保留原矩阵的特征比例（100%表示不压缩）
  %    greycompress: 如果该值等于1，则会彩色的原图片转换为灰色图片后再压缩；默认值为0，表示不进行转换
  % 输出变量
  %    无（不需要输出，因为函数运行过程中已经将图片保存了~）
```

SVD压缩后的效果

原图

50%

70%

90%

SVD压缩后的效果



上左：原图
上右：压缩图（80%特征）
左：转换为灰色后再压缩（80%特征）

将视频分离为图片

video2photo.m

```
%% 读取视频
video_file='迅捷视频转换器转换后的新闻联播.mp4';
video=VideoReader(video_file);
frame_number = video.NumberOfFrames; %视频的总帧数

%% 分离图片
for i=1:30:frame_number   % 这里演示的是每30帧数保存一次（如果每一帧都全部保存的话所要花费的时间很长）
    image_name=strcat('C:\Users\hc_lzp\Desktop\数学建模视频录制\第13讲.奇异值分解\代码和例题数据\将视频转成图片\图片\image_',num2str(i),'.jpg');
    Photo=read(video,i);           %读出所在帧的图片对象
    imwrite(Photo,image_name);     %将图片保存到指定的位置
end
```

% 注意：Matlab对视频的要求较高，如果出现下面的错误，则需要先将视频进行解码

% 我使用的是迅捷视频转换器

% 错误使用 VideoReader/init (line 619)

% 无法确定所需的编解码器。

% video中的对象讲解：https://blog.csdn.net/marleylee/article/details/77770860

分离效果


image_1.jpg


image_31.jpg


image_61.jpg


image_91.jpg


image_121.jpg

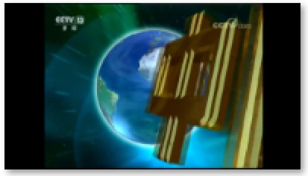


image_151.jpg


image_181.jpg

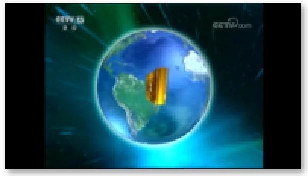


image_211.jpg

image_241.jpg


image_271.jpg


image_301.jpg


image_331.jpg

image_361.jpg

image_391.jpg

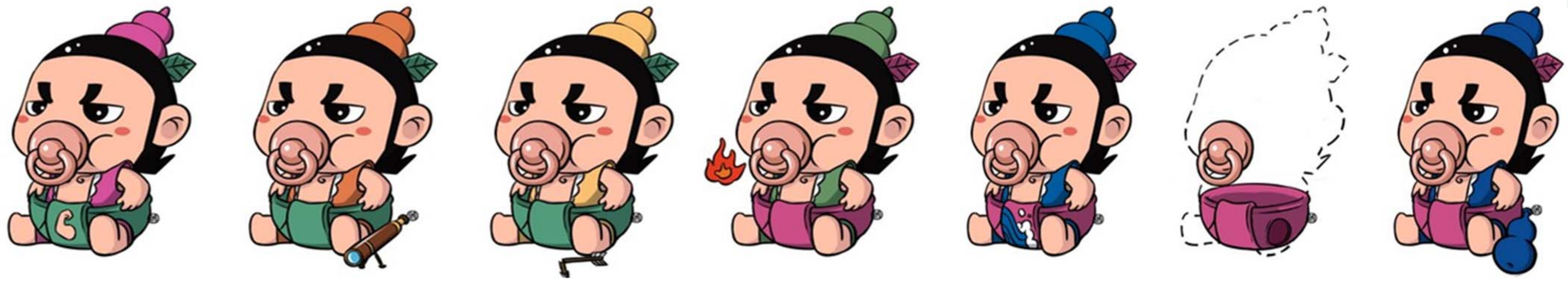
image_421.jpg

image_451.jpg

image_481.jpg

image_511.jpg

批量处理文件夹内的所有图片



```
folder_name = 'C:\Users\hc_lzp\Desktop\数学建模视频录制\第13讲.奇异值分解\代码和例题数据\压缩文件夹内的所有图片\葫芦娃七兄弟';
dirOutput=dir(fullfile(folder_name, '*.jpg'));
files={dirOutput.name};
n = length(files);
ratio = 0.9;
for i = 1:n
    photoname = files(i);
    name = photoname{1};
    photo_address = fullfile(folder_name, name);
    disp(photo_address)
    save_address = fullfile(folder_name, strcat('compress_',name));
    photo_compress(photo_address, save_address, ratio)
end
```

SVD的评价和应用

SVD（奇异值分解）：

1.优点：简化数据，去除噪声点，对数据降维（减少秩）；

2.缺点：数据的转换可能难以理解；

3.适用于数据类型：数值型。

通过SVD对数据的处理，我们可以对原始数据进行精简，这样做实际上是去除了噪声和冗余信息，以此达到了优化数据的目的。

SVD的另外两个重要应用：

潜在语义索引：最早的SVD应用之一就是信息检索，我们称利用SVD的方法为潜在语义检索（LSI）或隐形语义分析（LSA），有兴趣可以去阅读吴军老师的《数学之美》。

推荐系统：SVD的另一个应用就是推荐系统，较为先进的推荐系统先利用SVD从数据中构建一个主题空间，然后再在该空间下计算相似度，以此提高推荐的效果。

课后作业

（1）将这一节的代码在你的电脑上重新运行一遍，可能会遇到各种问题，例如文件的路径没有修改可能会报错、电脑是Mac可能会报错、视频不能转码的错误、matlab版本太低导致缺失函数的错误。遇到问题不要慌张，把错误复制到百度上搜索下，看是什么原因。

（2）对图形处理有需要的同学可阅读Matlab图形处理的资料：https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/graphics.html

（3）没有学过线性代数的同学可以提前学习下，bilibili上有很多优质的视频资源。我个人比较推荐的线性代数的教材是(美)莱(Lay D.C.)《线性代数及其应用》。