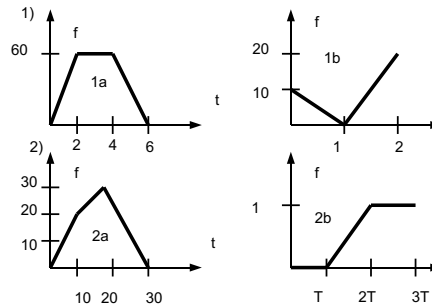


Feuille d'exercices 1 : introduction au calcul différentiel et intégral

Exercice 1. 1. Sur les dessins suivants, on se donne une courbe représentative de distance. Dessiner la courbe des vitesses qui va avec chacune de ces courbes.

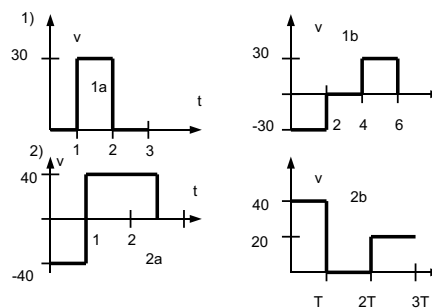


2. Ecrire les formules donnant la vitesse dans le 2a, en partant de $v(t) = 2$ pour $0 \leq t < 10$.

3. La distance donnée par le graphique 1b vérifie : $f(t) = 10 - 10t$ pour $0 \leq t \leq 1$. Donner la formule pour la seconde partie.

Exercice 2. Une voiture roule à 20 km/h vers un mur situé à 4km. Donner les formules servant à définir la distance parcourue f et la vitesse v , et dessiner les courbes représentatives correspondantes.

Exercice 3. 1. Sur les dessins suivants, on se donne une courbe représentative de vitesse. Dessiner la courbe de distance signée f telle que $f(0) = 0$ qui va avec chacune de ces courbes.



2. Donner les formules définissant $v(t)$ pour les dessins 2a et 2b.

3. Donner les formules donnant l'aire signée $f(t)$ pour les dessins 1a et 1b.

Exercice 4. On suppose que l'odomètre lit $f(t) = t^2 + t$ ($f(t)$ en kilomètres et t en heures).

1. Trouver la vitesse moyenne entre :

(a) $t = 1$ et $t = 2$; (b) $t = 1$ et $t = 1.1$; (c) $t = 1$ et $t = 1 + h$; (d) $t = 1$ et $t = 0.9$ (rq: $h = -0.1$).

2. Dans la réponse 1.c, faites tendre h vers 0. Que signifie la limite?

3. Calculer la vitesse $v(t)$ en tout t .

Exercice 5. Vrai ou faux?

- (a) Si la distance $f(t)$ est positive, la vitesse $v(t)$ est aussi positive ;
- (b) si la distance $f(t)$ augmente, la vitesse aussi ;
- (c) si $f(t)$ est positive, $v(t)$ augmente ;
- (d) si $v(t)$ est positive, $f(t)$ augmente.

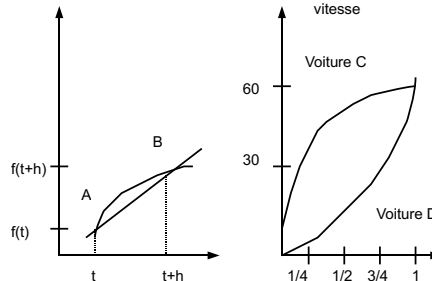
Exercice 6. Une balle tourne sur un cercle de rayon 4 avec une vitesse angulaire égale à 1, ce qui signifie que sa position au temps t est donnée par l'angle t . A l'instant t , donner :

- 1. ses coordonnées (x, y) ;
- 2. son vecteur vitesse et la distance parcourue ;
- 3. sa vitesse horizontale et sa vitesse verticale.

Exercice 7. Une balle tourne sur un cercle de rayon 1 avec une vitesse égale à 3, partant à l'instant 0 d'une position angulaire nulle. A l'instant t , donner :

- 1. l'angle donnant la position de la balle ;
- 2. les coordonnées x et y de la balle ;
- 3. sa vitesse horizontale et sa vitesse verticale.

Exercice 8. En faisant la moyenne de $\cos(a - b)$ et $\cos(a + b)$, trouver une formule donnant $\cos a \cos b$. Trouver une formule similaire pour $\sin a \sin b$.

Exercices d'approfondissement**Exercice 9.**

- 1. Quand B se rapproche de A, est-ce que la pente de la droite joignant A à B augmente ou diminue?
- 2. Parmi les voitures C et D, laquelle va le plus vite au temps $t = 3/4$?
- 3. On suppose que les deux voitures sont parties du même point, est-ce que la voiture D rattrape la voiture C à la fin?
- 4. Entre les temps $t = 1/2$ et $t = 1$, est-ce que les voitures se rapprochent ou s'éloignent?

Exercice 10. On se demande quel est l'effet sur une fonction $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ de soustraire 2 soit avant d'appliquer la fonction f ($f(t - 2)$), soit après appliquer la fonction f ($f(t) - 2$).

- 1. Quels sont les domaines de définition des fonctions ainsi construites?
- 2. Soit la fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(t) = 2t + 1$. Dessiner les courbes représentatives de f et des deux fonctions évoquées plus haut.

Exercices d'entraînement

Exercice 11. Dessiner les courbes représentatives des distances et des vitesses si $v(t) = 8$ pour $0 < t < 2$ et $f(t) = 20 + t$ pour $2 \leq t \leq 3$.

Exercice 12. 1. La fonction distance définie sur \mathbb{R} par $f(t) = \sin 4t$ donne la fonction vitesse: $v(t) = 4 \cos(4t)$. Expliquer le pourquoi de ces “4”.

2. La fonction distance définie sur \mathbb{R} par $f(t) = 2 \cos 3t$ donne la fonction vitesse: $v(t) = -6 \sin(3t)$. Pourquoi -6 ?

3. La fonction vitesse définie sur \mathbb{R} par $v(t) = \cos 4t$ donne une fonction distance définie par $f(t) = \frac{1}{4} \sin 4t$. Expliquer pourquoi $\frac{1}{4}$.

Exercice 13. En développant $\sin(2t + t)$, trouver une expression donnant $\sin 3t$ en fonction de $\sin t$.