МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

КУРСОВАЯ РАБОТА

Пересчет прадеревьев ориентированного графа и их построение.

Студент: Ершов С.Г.

Группа 8О-103Б

Преподаватель: Смерчинская С.О.

Оценка:

Дата:

Задание

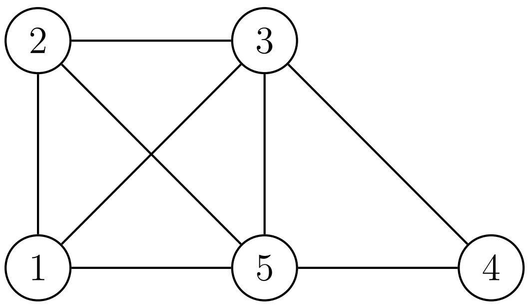
Вариант 8

1. Определить для орграфа, заданного матрицей смежности:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

а) матрицу односторонней связности;
б) матрицу сильной связности;
в) компоненты сильной связности;
г) матрицу контуров;
д) изображение графа и компонент сильной связности;

2. Используя алгоритм Терри, определить замкнутый маршрут, проходящий ровно по два раза (по одному в каждом направлении) через каждое ребро графа.



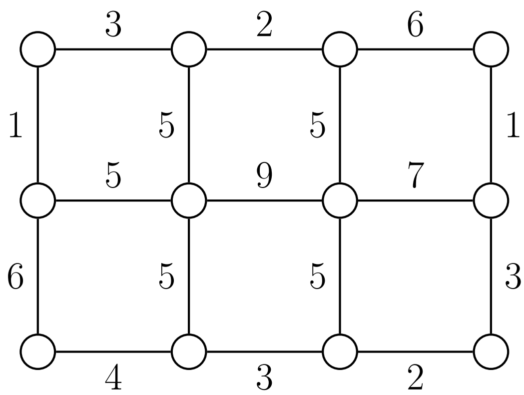
3. Используя алгоритм "фронта волны", найти все минимальные пути из первой вершины в последнюю орграфа, заданного матрицей смежности.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

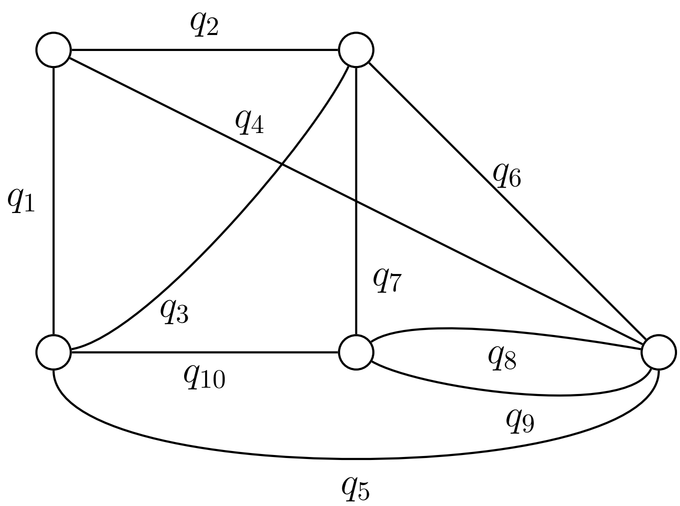
4. Используя алгоритм Форда, найти минимальные пути из первой вершины во все достижимые вершины в нагруженном графе, заданном матрицей длин дуг.

$$A = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & 2 & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ 5 & \infty & \infty & \infty & 1 & 4 & \infty & 9 \\ 4 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 2 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 9 \\ 8 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 15 & \infty \end{pmatrix}$$

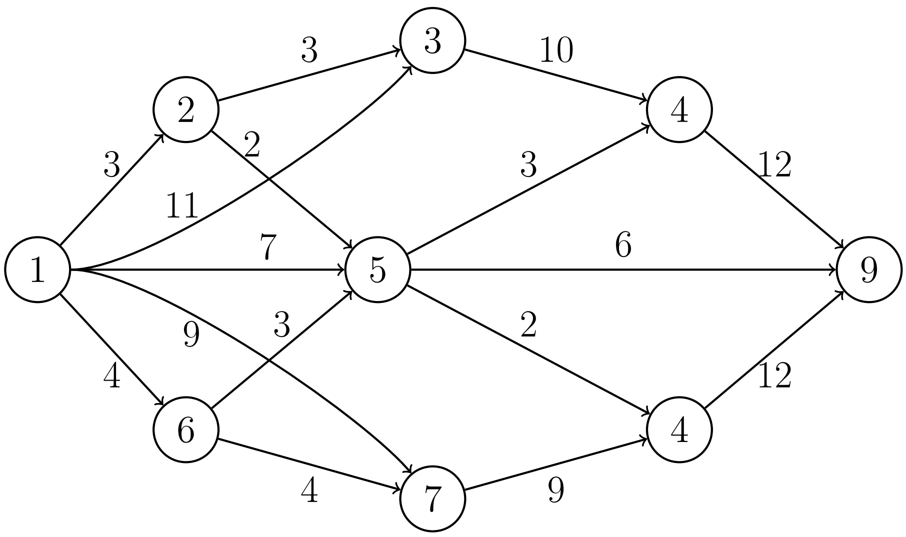
5. Найти остовное дерево с минимальной суммой длин входящих в него ребер.



6. Пусть каждому ребру неориентированного графа соответствует некоторый элемент электрической цепи. Составить линейно независимые системы уравнений Кирхгофа для токов и напряжений. Пусть первому и пятому ребру соответствуют источники тока с ЭДС $E1$ и $E2$, а остальные элементы являются сопротивлениями. Используя закон Ома, и, предполагая внутренние сопротивления источников тока равными нулю, получить систему уравнений для токов.



7. Построить максимальный поток по транспортной сети.



8. Пересчет прадеревьев ориентированного графа и их построение.

1. Изучить алгоритм.
2. Составить программу алгоритма.
3. Отладить тестовые примеры.
4. Провести оценку сложности алгоритма.
5. Составить прикладную задачу, для решения которой используется данный алгоритм.

Задание №1

а) **Способ №1**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T = E \vee A \vee A^2 \vee A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Способ №2

$$T^{(0)} = E \vee A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.....

$$\text{Очевидно, что } T^{(4)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ значит } T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } \overline{S} = T\&T^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

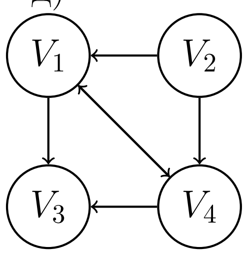
$$\overline{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ - матрица сильной связности}$$

$$\text{в) } \overline{S_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \overline{S_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

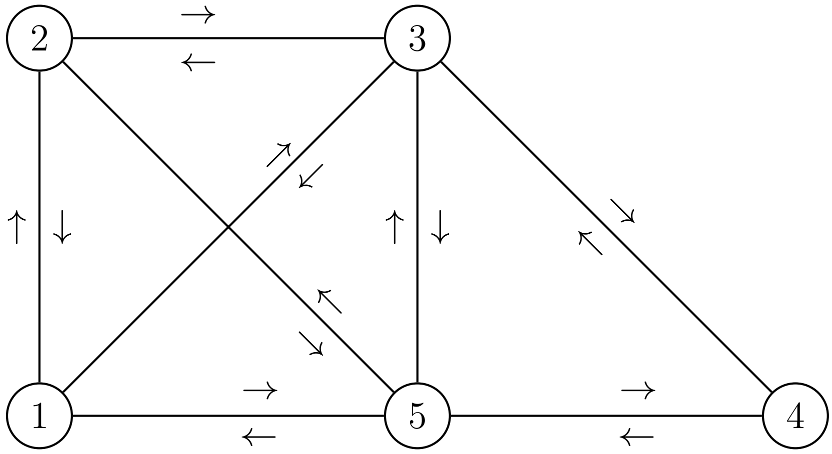
Компоненты сильной связанности: $\{v_1,\, v_4\}$; $\{v_2\}$; $\{v_3\}$

$$\text{г) } K = \overline{S}\&A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

д)

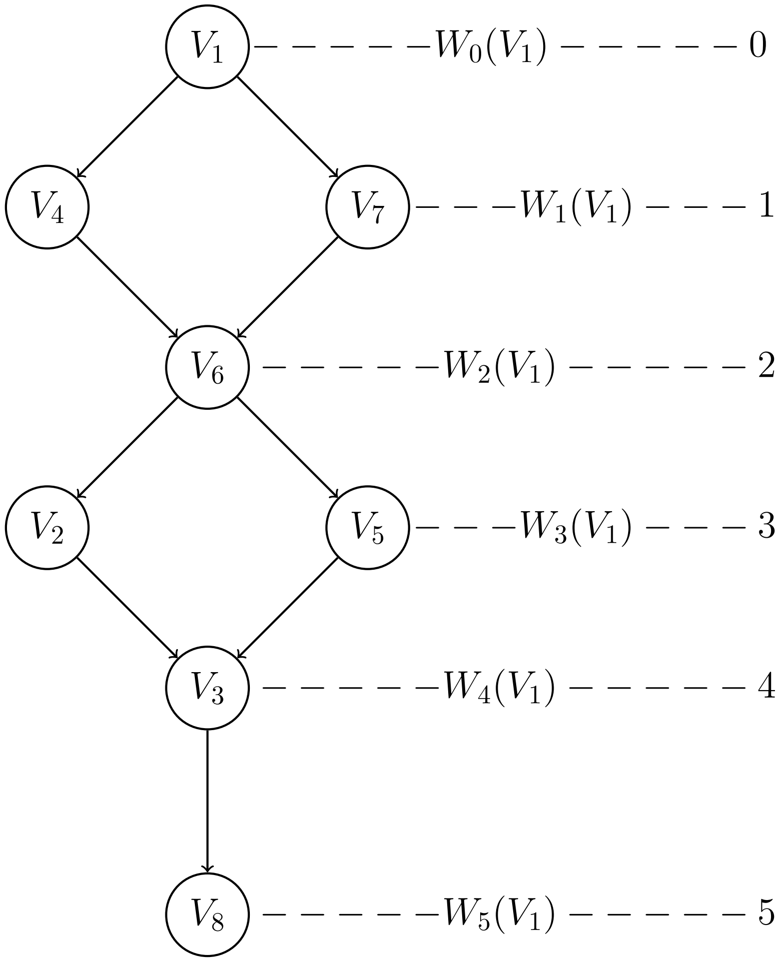


Задание №2



$$3 \to 2 \to 1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 4 \to 5 \to 3 \to 5 \to 1 \to 3 \to 1 \to 2 \to 3$$

Задание №3



$W_0(v_1) = \{v_1\}$

$\Gamma W_0(v_1) = \{v_4, v_7\}$

$\Gamma W_1(v_1) = \{v_6\}$

$\Gamma W_2(v_1) = \{v_2, v_5\}$

$\Gamma W_3(v_1) = \{v_3\}$

$\Gamma W_4(v_1) = \{v_8\}$

Найдем промежуточные вершины кратчайших путей:

1) v_8

2) $w_4(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_8 = \{v_3\}$

3) $w_3(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_3 = \{v_2, v_5\}$

4.1) $w_2(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_2 = \{v_6\}$

4.2) $w_2(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_5 = \{v_6\}$

5.1) $w_1(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_6 = \{v_4, v_7\}$

5.2) $w_1(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_6 = \{v_4, v_7\}$

6.1.1) $w_0(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_4 = \{v_1\}$

6.1.2) $w_0(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_7 = \{v_1\}$

6.2.1) $w_0(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_4 = \{v_1\}$

6.2.2) $w_0(v_1) \cap \Gamma^{-1} v_7 = \{v_1\}$

Кратчайших путей 4:

1) $v_1 - v_4 - v_6 - v_2 - v_3 - v_8$
2) $v_1 - v_4 - v_6 - v_5 - v_3 - v_8$
3) $v_1 - v_7 - v_6 - v_2 - v_3 - v_8$
4) $v_1 - v_7 - v_6 - v_5 - v_3 - v_8$

Задание №4

$$C = \begin{pmatrix} \infty & 5 & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & 2 & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ 5 & \infty & \infty & \infty & 1 & 4 & \infty & 9 \\ 4 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 2 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 9 \\ 8 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 15 & \infty \end{pmatrix}$$

Составим таблицу итераций:

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	$\lambda_i^{(0)}$	$\lambda_i^{(1)}$	$\lambda_i^{(2)}$	$\lambda_i^{(3)}$	$\lambda_i^{(4)}$	$\lambda_i^{(5)}$	$\lambda_i^{(6)}$	$\lambda_i^{(7)}$
V_1	∞	5	2	7	∞	∞	∞	∞	0	0	0	0	0	0	0	0
V_2	3	∞	2	3	∞	∞	∞	∞	∞	5	4	4	4	4	4	4
V_3	∞	2	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2	2
V_4	5	∞	∞	∞	1	4	∞	9	∞	7	7	6	6	6	6	6
V_5	4	∞	∞	1	∞	∞	2	∞	∞	∞	5	5	5	5	5	5
V_6	6	∞	∞	∞	∞	∞	4	5	∞	∞	11	11	10	10	10	10
V_7	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	9	∞	∞	∞	7	7	7	7	7
V_8	8	∞	∞	∞	∞	∞	15	∞	∞	∞	6	16	15	15	15	15

Найдем вершины, входящие в минимальные пути из v_1 во все остальные вершины графа.

1. Минимальный путь из v_1 в v_2: v_1 - v_3 - v_2, его длина равна 4.
   - $\lambda_3^{(1)} + C_{32} = 2 + 2 = \lambda_2^{(2)}$
   - $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$
2. Минимальный путь из v_1 в v_3: v_1 - v_3, его длина равна 2.
   - $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$
3. Минимальный путь из v_1 в v_4: v_1 - v_3 - v_5 - v_4, его длина равна 6.
   - $\lambda_5^{(2)} + C_{54} = 5 + 1 = \lambda_4^{(3)}$
   - $\lambda_3^{(1)} + C_{35} = 2 + 3 = \lambda_5(2)$
   - $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$
4. Минимальный путь из v_1 в v_5: v_1 - v_3 - v_5, его длина равна 5.
   - $\lambda_3^{(1)} + C_{35} = 2 + 3 = \lambda_5^{(2)}$
   - $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$

5. Минимальный путь из v_1 в v_6: v_1 - v_3 - v_5 - v_4 - v_6, его длина равна 10.

- $\lambda_4^{(3)} + C_{46} = 6 + 4 = \lambda_6^{(4)}$
- $\lambda_5^{(2)} + C_{54} = 5 + 1 = \lambda_4^{(3)}$
- $\lambda_3^{(1)} + C_{35} = 2 + 3 = \lambda_5^{(2)}$
- $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$

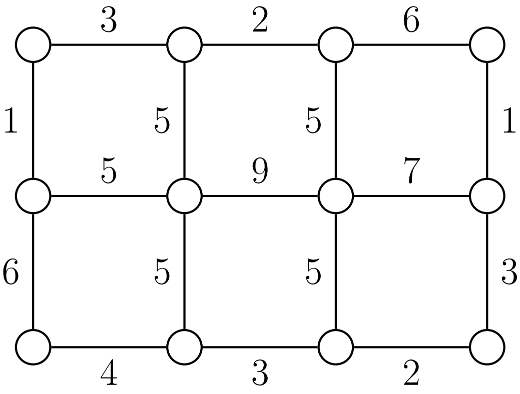
6. Минимальный путь из v_1 в v_7: v_1 - v_3 - v_5 - v_7, его длина равна 7.

- $\lambda_5^{(2)} + C_{57} = 5 + 2 = \lambda_7^{(3)}$
- $\lambda_3^{(1)} + C_{35} = 2 + 3 = \lambda_5^{(2)}$
- $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$

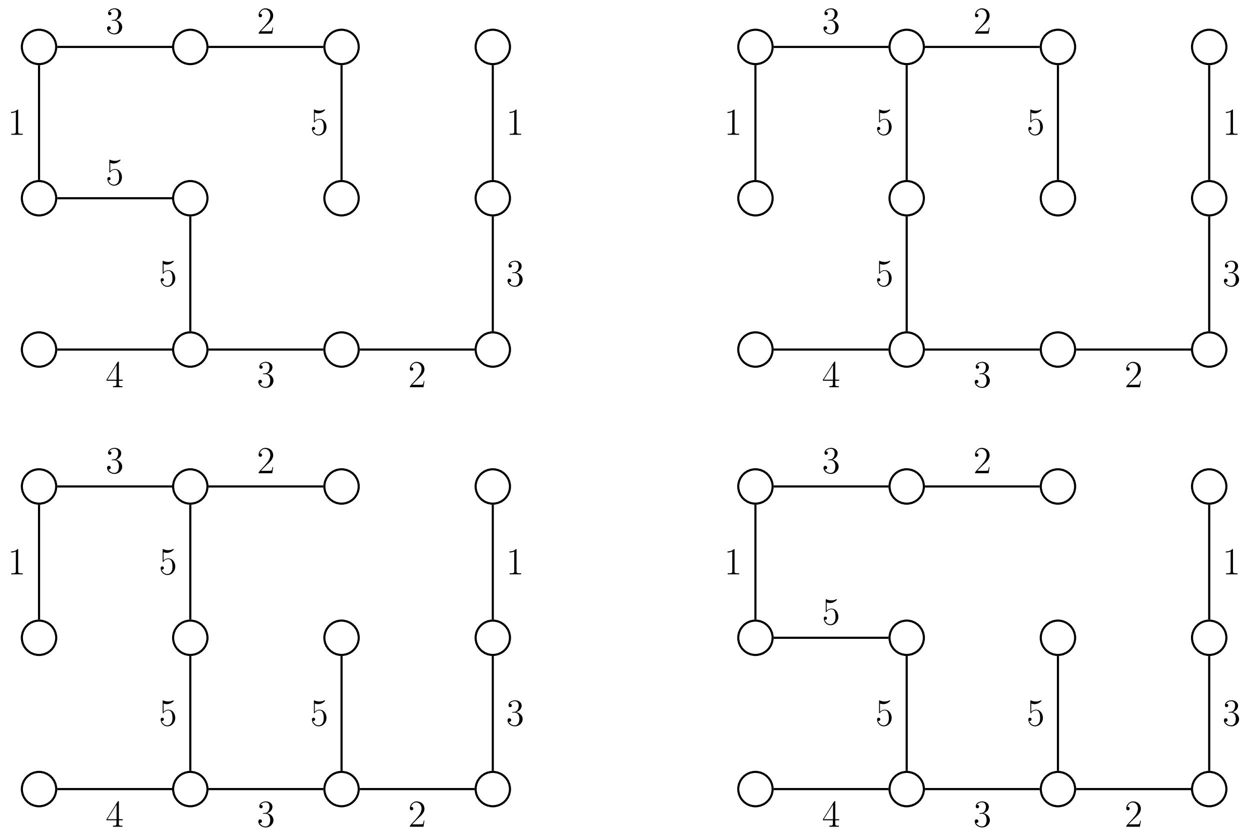
7. Минимальный путь из v_1 в v_8: v_1 - v_3 - v_5 - v_4 - v_8, его длина равна 15.

- $\lambda_4^{(3)} + C_{48} = 6 + 9 = \lambda_8^{(4)}$
- $\lambda_5^{(2)} + C_{54} = 5 + 1 = \lambda_4^{(3)}$
- $\lambda_3^{(1)} + C_{35} = 2 + 3 = \lambda_5(2)$
- $\lambda_1^{(0)} + C_{13} = 0 + 2 = \lambda_3^{(1)}$

Задание №5

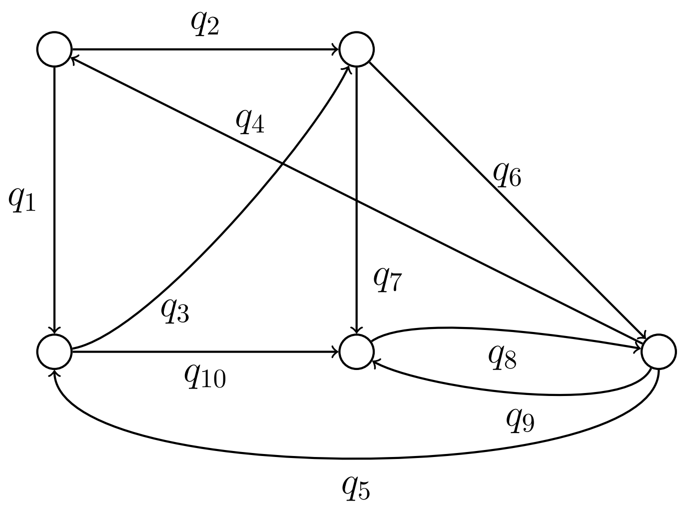


Возможные остовные деревья с минимальной суммой длин ребер, равной 34:

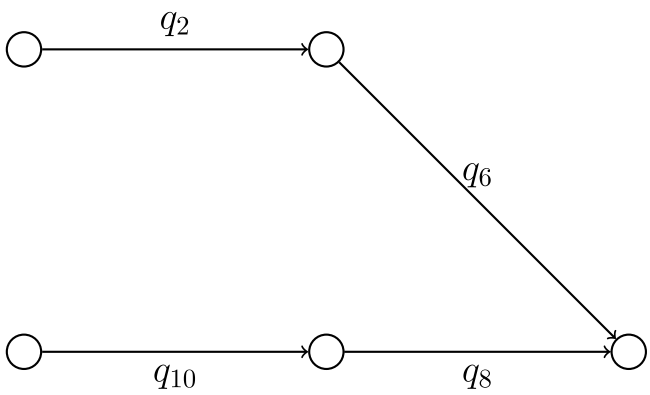


Задание №6

1. Зададим произвольную ориентацию



2. Построим произвольное остовное дерево D



3. Найдем базис циклов и соответствующие вектор-циклы

$$(D+q_1): \mu_1: v_4 - v_1 - v_2 - v_5 - v_3 - v_4 \Rightarrow C(\mu_1) = (-1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, -1, 0, -1)$$

$$(D+q_3): \mu_2: v_4 - v_2 - v_5 - v_3 - v_4 \Rightarrow C(\mu_2) = (0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, -1, 0, -1)$$

$$(D+q_4): \mu_3: v_5 - v_1 - v_2 - v_5 \Rightarrow C(\mu_3) = (0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$$

$$(D+q_5): \mu_4: v_4 - v_5 - v_3 - v_4 \Rightarrow$$

$$C(\mu_4) = (0, 0, 0, 0, -1, 0, 0, -1, 0, -1)$$

$$(D+q_7): \mu_5: v_2 - v_3 - v_5 - v_2 \Rightarrow$$

$$C(\mu_5) = (0, 0, 0, 0, 0, -1, 1, 1, 0, 0)$$

$$(D+q_9): \mu_6: v_5 - v_3 - v_5 \Rightarrow$$

$$C(\mu_6) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, 0)$$

4. Составим цикломатическую матрицу

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Запишем закон Кирхгова для напряжений

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} -u1 + u_2 + u_6 - u_8 - u_10 = 0 \\ u_3 + u_6 - u_8 - u_{10} = 0 \\ u_2 + u_4 + u_6 = 0 \\ -u_5 - u_8 - u_{10} = 0 \\ -u_6 + u_7 + u_8 = 0 \\ -u_8 - u_9 = 0 \end{cases}$$

6,7. Выпишем закон и уравнения Кирхгова для токов

Найдем матрицу инцидентности

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9	q_{10}
v_1	-1	-1	0	1	0	0	0	0	0	0
v_2	0	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0
v_3	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	1
v_4	1	0	-1	0	1	0	0	0	0	-1
v_5	0	0	0	-1	-1	1	0	1	-1	0

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_4 = 0 \\ I_2 + I_3 - I_6 - I_7 = 0 \\ I_7 - I_8 + I_9 + I_{10} = 0 \\ I_1 - I_3 + I_5 - I_{10} = 0 \\ -I_4 - I_5 + I_6 + I_8 - I_9 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -I_1 - I_2 + I_4 = 0 \\ I_2 + I_3 - I_6 - I_7 = 0 \\ I_7 - I_8 + I_9 + I_{10} = 0 \\ I_1 - I_3 + I_5 - I_{10} = 0 \end{cases}$$

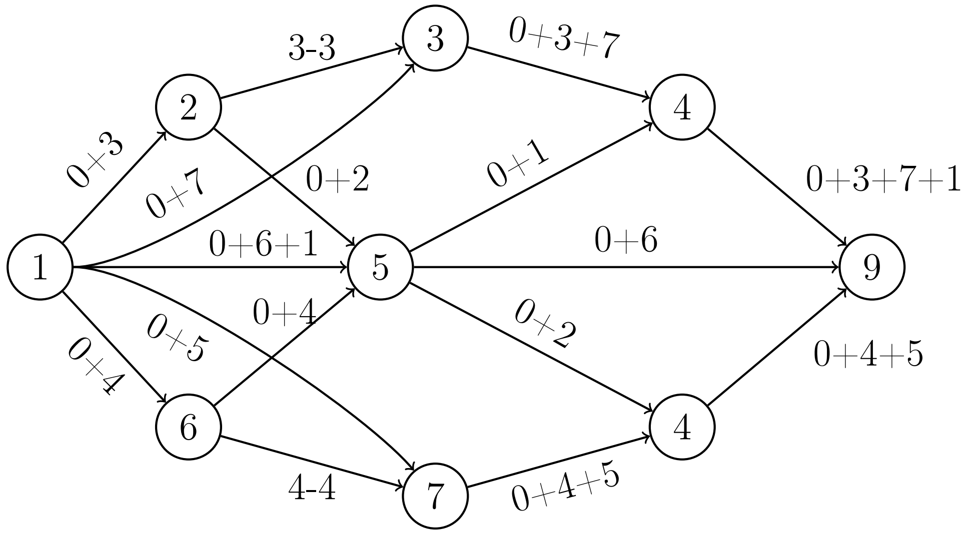
8. Подставим закон Ома

$$\begin{cases} E_1 = I_2R_2 + I_6R_6 - I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = I_3R_3 + I_6R_6 - I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = I_2R_2 + I_4R_4 + I_6R_6 \\ E_2 = -I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = -I_6R_6 + I_7R_7 + I_8R_8 \\ 0 = I_8R_8 + I_9R_9 \end{cases}$$

9. Совместная система имеет вид

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_4 = 0 \\ I_2 + I_3 - I_6 - I_7 = 0 \\ I_7 - I_8 + I_9 + I_{10} = 0 \\ I_1 - I_3 + I_5 - I_{10} = 0 \\ E_1 = I_2R_2 + I_6R_6 - I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = I_3R_3 + I_6R_6 - I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = I_2R_2 + I_4R_4 + I_6R_6 \\ E_2 = -I_8R_8 - I_{10}R_{10} \\ 0 = -I_6R_6 + I_7R_7 + I_8R_8 \\ 0 = I_8R_8 + I_9R_9 \end{cases}$$

Задание №7



Полный поток:

1. $v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_9$
   - $\min\{3, 3, 10, 12\} = 3$
2. $v_1 - v_3 - v_4 - v_9$
   - $\min\{11, 10 - 3, 12 - 3\} = 7$
3. $v_1 - v_5 - v_9$
   - $\min\{7, 6\} = 6$
4. $v_1 - v_6 - v_7 - v_8 - v_9$
   - $\min\{4, 4, 9, 12\} = 4$
5. $v_1 - v_7 - v_8 - v_9$
   - $\min\{9, 9 - 4, 12 - 4\} = 5$
6. $v_1 - v_5 - v_4 - v_9$
   - $\min\{7 - 6, 3, 12 - 4\} = 1$

Величина полного потока $\Phi_{\text{пол.}} = 3 + 7 + 6 + 4 + 5 + 1 = 26$

Максимальный поток:

1. $v_1 - v_3 - v_2 - v_5 - v_4 - v_9$
   - $\Delta_1 = \min\{11 - 7, 3, 2, 3 - 1, 12 - 11\} = 1$

2. $v_1 - v_7 - v_6 - v_5 - v_4 - v_9$

- $\Delta_2 = \min\{9-5, 4, 3, 2, 12-9\} = 2$

Величина максимального потока $\Phi_{\text{макс.}} = 29$

Задание №8

Пересчет прадеревьев ориентированного графа и их построение.

1. Основные понятия и определения

Определение 1. Граф с вершиной в X называется прадеревом, если существует единственная вершина X в которую не заходит ни одна дуга; в каждую другую вершину заходит в точности одна дуга; граф не имеет контуров.

Определение 2. Контур - путь в графе, начальная и конечная вершины которого совпадают.

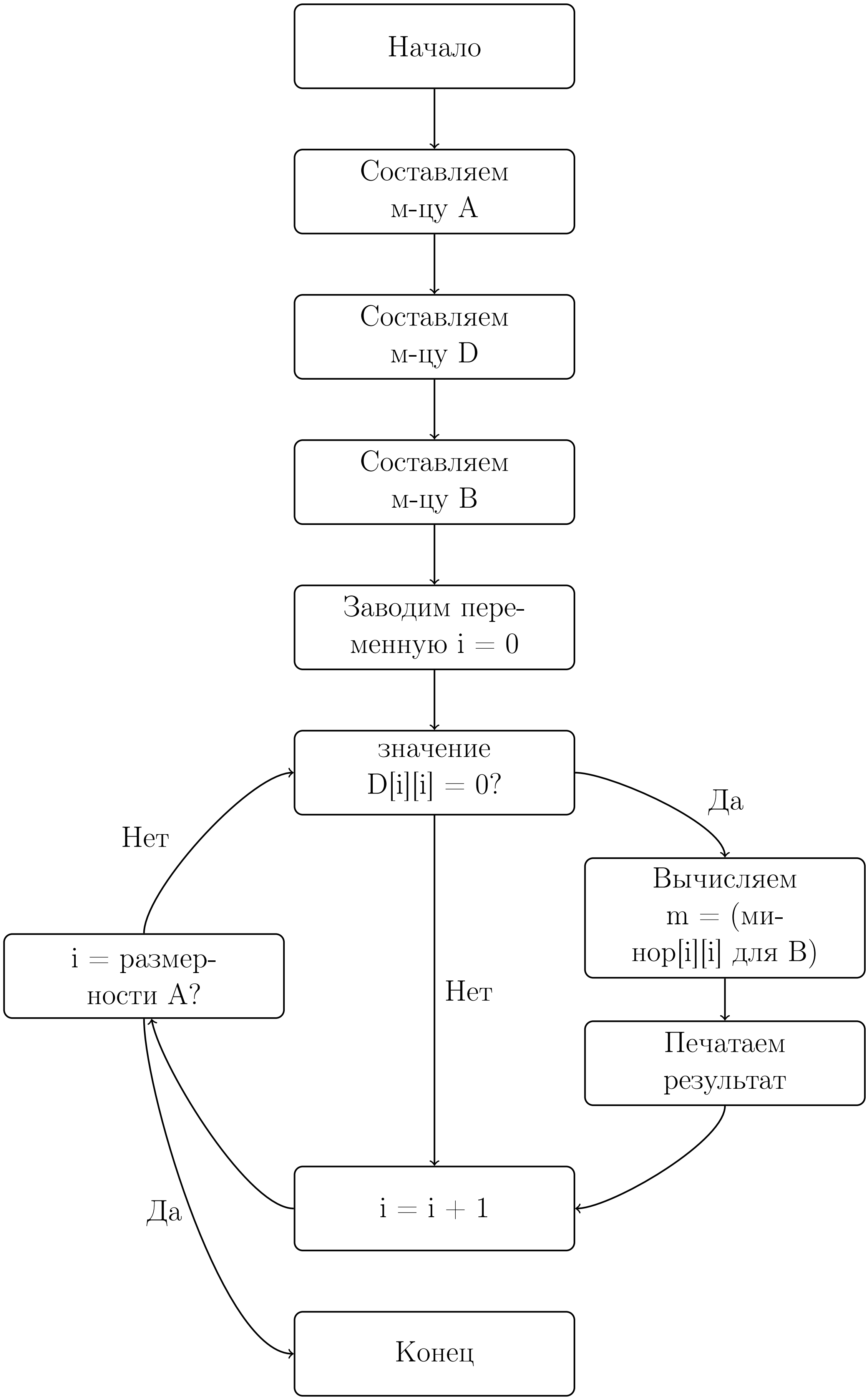
Определение 3. Дерево - это связанный ациклический граф. Связанность означает наличие маршрута между любой парой вершин, ацикличность - отсутсвие циклов. Отсюда, в частности, следует, что число рёбер в дереве на еденицу меньше исла вершин, а между любыми парами вершин имеется один и только один путь.

2. Описание алгоритма

В данной работе используется алгоритм для поиска числа прадеревьев, приведенный в книге Кофман А. "Введение в прикладную комбинаторику".

1. Составляется матрица смежности A для графа.
2. На основе матрицы A составляется матрица D, которая имеет такую же размерность как и A, все элементы в ней, кроме находящихся на диагонали равны 0. Для каждого элемента на диагонали его значение определяется количиством входящих в него дуг.
3. Составляется матрица B = D - A.
4. Проходимся по элементам, стоящим на диагонале в матрице D, если значение элемента равно 0, то переходим к следующему пункту, если не равно нулю, то переходим к рассмотрению следующего элемента на диагонале.
5. Вычляем минор для матрицы B, полученный вычеркиванием i строки и i столбца. Полученное значение является числом прадеревьев, которые можно построить из вершины i.

3. Блок-схема


Начало
Составляем м-цу A
Составляем м-цу D
Составляем м-цу B
Заводим переменную i = 0
значение D[i][i] = 0?
Да
Нет
Вычисляем m = (минор[i][i] для B)
Печатаем результат
Нет
i = размерности A?
i = i + 1
Да
Конец

4. Описание программы и инструкции по работе с ней

Интерфейс прогррамы состоит из поля ввода, в которе вводится размерность матриц смежности. В зависомости от введенного значения строится таблица матрицы межности.

Матрица смежности состоит из n*n штук "checkBox-ов нажимая на любой из них, мы добовляем соответствующее значение. Справа от матрицы смежности расположена кнопка "Получить ответ по нажатии на неё происходит вычисление и вывод ответа.

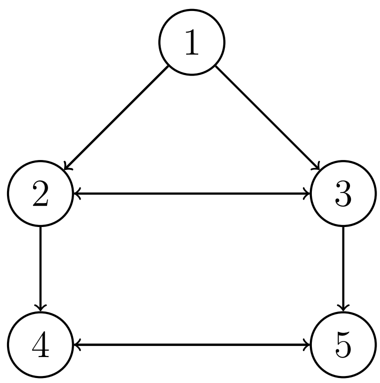
Ответ выводится в поле расположенное под полем входный данных. Выводится количество прадеревьев. А также графики всех возможных прадеревьев. Вершины графов раскрашены в голубой и красный цвета. Вершина с красным цветом это корень, а все остальные - все остальные.

5. Вычисление сложности алгоритма

Поскольку мы проверяем каждый элемент на диагонале матрицы с размерностью n*n, то сложность алгоритма составляет O(n). Проверка элемента на сложность не влияет, т.к. мы считаем, что вычисление минора происходит за O(1);

6. Тестовый пример с решением.

Для примера возьмем следующий граф:



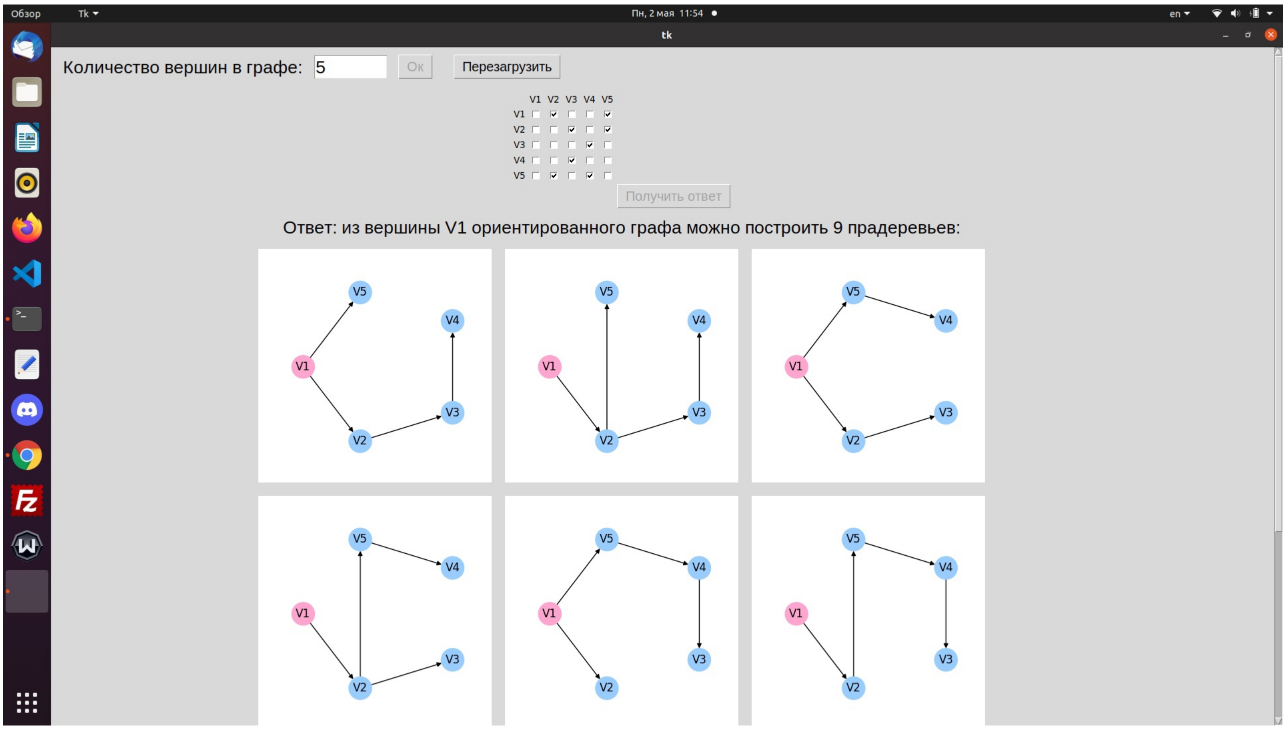
1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Вычисляем минор для столбца 1 и строки 1 в матрице B. Минор равен 9, именно столько прадеревьев можно построить из вершины 1.

7. Скриншот программы для данного примера



8. Прикладная задача

Предположим у нас есть город столица некого окураг, помимо столицы в этом округе есть еще множество городов. Наша задача заключается в том, чтобы посчитать количество и вывести все возможные варианты того, каким образом можно проложить дороги от столицы до всех других городов.