

лите это понятие), лежащей в соприкасающейся плоскости с центром в центре кривизны кривой и радиусом, равным радиусу кривизны в точке  $r(t_0)$ .

Это предельная окружность называется *соприкасающейся окружностью* в данной точке кривой.

## 17.6. Эвольвента

Как известно,  $\frac{d\mathbf{t}}{ds} = k\mathbf{n}$ . Покажем, что для плоских кривых

$$\frac{d\mathbf{n}}{ds} = -k\mathbf{t}. \quad (17.31)$$

В самом деле, поскольку  $\mathbf{n}$  - единичный вектор и, следовательно, имеет постоянную длину, его производная  $\frac{d\mathbf{n}}{ds}$  перпендикулярна ему. Касательный вектор  $\mathbf{t}$  также перпендикулярен вектору  $\mathbf{n}$ . На плоскости два вектора, перпендикулярные третьему, коллинеарны, поэтому

$$\frac{d\mathbf{n}}{ds} = a\mathbf{t}. \quad (17.32)$$

Для того чтобы найти значение коэффициента  $a$ , продифференцируем по длине дуги тождество  $\mathbf{t}\mathbf{n} = 0$ . В результате получим

$$\frac{dt}{ds}\mathbf{n} + \mathbf{t}\frac{dn}{ds} = 0.$$

Подставив сюда значения  $\frac{dt}{ds} = k\mathbf{n}$ ,  $\frac{dn}{ds} = a\mathbf{t}$  и заметив, что  $\mathbf{t}\mathbf{t} = \mathbf{n}\mathbf{n} = 1$ , получим  $a = -k$ . Отсюда, в силу равенства (17.32), и следует формула (17.31). Формулы (17.9) и (17.31), т.е.

$$\frac{dt}{ds} = k\mathbf{n}, \quad \frac{dn}{ds} = -k\mathbf{t},$$

называются формулами Френе<sup>1</sup> для плоской кривой.

**Определение 8.** Если кривая  $\Gamma_1$  является эволютной плоской кривой  $\Gamma$ , то кривая  $\Gamma$  называется эвольвентной кривой  $\Gamma_1$ .

---

<sup>1</sup>Ж.Ф.Френе (1816-1900) - французский математик.