лите это понятие), лежащей в соприкасающейся плоскости с центром в центре кривизны кривой и радиусом, равным радиусу кривизны в точке $r(t_0)$.

Это предельная окружность называется *соприкасающейся окружностью* в данной точке кривой.

17.6. Эвольвента

Как известно, $\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = k\boldsymbol{n}$. Покажем, что для плоских кривых

$$\frac{d\boldsymbol{n}}{ds} = \text{-}k\boldsymbol{t}. \tag{17.31}$$

В самом деле, поскольку $\boldsymbol{n}$ - единичный вектор и, следовательно, имееь постоянную длину, его производная $\frac{d\boldsymbol{n}}{ds}$ перпендикулярна ему. Касательный вектор $\boldsymbol{t}$ также перпендикулярен вектору $\boldsymbol{n}$. На плоскости два вектора, перпендикулярные третьему, коллинеарны, поэтому

$$\frac{d\boldsymbol{n}}{ds} = a\boldsymbol{t}. \tag{17.32}$$

Для того чтобы найти значение коэффициента a, продифференцируем по длине дуги тождество $\boldsymbol{tn} = 0$. В результате получим

$$\frac{dt}{ds}\mathbf{n} + \mathbf{t}\frac{dn}{ds} = 0.$$

Подставив сюда значения $\frac{dt}{ds} = k\boldsymbol{n}$, $\frac{dn}{ds} = a\boldsymbol{t}$ и заметив, что $\boldsymbol{tt} = \boldsymbol{nn} = 1$, получим $a = -k$. Отсюда, в силу равенства (17.32), и следует формула (17.31). Формулы (17.9) и (17.31), т.е.

$$\frac{dt}{ds} = k\boldsymbol{n}, \frac{dn}{ds} = -k\boldsymbol{t},$$

называются формулами Френе[1] для плоской кривой.

Определение 8. *Если кривая* Γ_1 *является эволютной плоской кривой* Γ*, то кривая* Γ *называется эволбвентной кривой* Γ_1.

[1] Ж.Ф.Френе (1816-1900) - французский математик.