

מבחן לתכנות מדעי • תרגיל 2

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

שיטת ניוטון-רפסון:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$$

שיטת המיתרים:

את החישובים בתרגיל זה יש לעשות ידנית, אבל ניתן להיעזר במחשבון או בטלטב. עם זאת, יש להניש את הפתרון כך שהחישובים המבוצעים בכל שלב של האלגוריתם ברורים ומפורטים, ולא להסתפק בחשוכות סופיות בלבד.

שאלה 1

נתונה המשוואה $x^2 = \sin x$. ידוע כי למשוואה יש שני פתרונות בקטע $[3, -\frac{1}{2}]$.

א. אחד הפתרונות למשוואה טריויאלי – מהו?

ב. מצאו פתרון נוסף באופן הבא:

- השתמשו בשיטת החצייה לקבלת קירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית (כלומר, כך שה-tolerance שווה ל- 10^{-2}).
- המשיכו עם שיטת ניוטון-רפסון לקבלת דיקון של שמונה ספרות אחרי הנקודה העשרונית (כלומר, כך שה-tolerance שווה ל- 10^{-8}).
- חזרו על שלב השני של התרגיל אך הפעם השתמשו בשיטת המיתרים.

ג. הסבירו מדוע היהי צריכים להשתמש תחילה בשיטת החצייה ורק אז יכולתם להשתמש בניוטון-רפסון או בשיטת המיתרים.

שאלה 2

מצאו את השורש השלישי של שלוש (כלומר, $\sqrt[3]{3}$) בדיק של ארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית. (רמז: בנו משוואה שהמספר המבוקש הוא אחד משורשייה וכיצעו תהליך דומה לתרגיל SCI-1 ב שאלה 1.).

שאלה 3

א. הראו שבשיטת ניוטון-רפסון, הנקודה המוחושבת באיטרציה מס' n (כלומר, x_n) היא נקודת החיתוך עם ציר ה- x של הישר המשיק לפונקציה f בנקודה $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$.

ב. הראו שבשיטת המיתרים, הנקודה המוחושבת באיטרציה מס' n (כלומר, x_n) היא נקודת החיתוך עם ציר ה- x של הישר העובר דרך הנקודות $(x_{n-2}, f(x_{n-2}))$ ו- $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$.