

## הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 1 (להגשה בתירגול 8-9.11.11)

### משתנה מקרי רציף

$$1. \text{ פונקצית צפיפות של משתנה מקרי } X \text{ מוגדרת ע"י הנוסחה} \quad f_X(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{C}{x^2}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(א) חשבו את  $C$ .

(ב) מצאו את פונקצית ההתפלגות המצטברת  $F_X(x)$  של המשתנה המקרי  $X$  ושרטטו את הגרף שלה.

(ג) חשבו את  $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$ .

(1) ע"י שימוש בפונקצית צפיפות  $f_X(x)$  (2) ע"י שימוש בפונקצית התפלגות  $F_X(x)$ .

2. לכל אחת מהפונקציות הבאות בדקו האם היא מהווה פונקצית התפלגות מצטברת. אם כן – מצאו את פונקצית הצפיפות המתאימה לה וחשבו את ההסתברות  $P(X > 3)$  בשתי הדרכים:

$$(א) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1 - \frac{4}{x^2}, & x \geq 1 \end{cases} \quad (ב) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{3(x-1)}{20}, & 1 \leq x < 3 \\ \frac{6-x}{10}, & 3 \leq x < 6 \\ \frac{x-6}{2}, & 6 \leq x < 8 \\ 1, & x \geq 8 \end{cases} \quad (ג) \quad F(x) = \frac{2}{\pi} \arctan x, \quad x \in R$$

3. תחנת דלק ממלאת את מיכל הדלק שלה פעם בשבוע. מכירת הדלק השבועית (בעשרות אלפי ליטרים) היא

$$\text{משתנה מקרי בעל פונקצית צפיפות} \quad f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

מה צריכה להיות קיבולת המיכל כדי שבהסתברות 0.9 לפחות לא ייווצר מחסור בדלק?

4. מטוס נושא פצצות נשלח להפצצת מסילת רכבת. סטיית הפצצה (במטרים) מן המסילה היא משתנה מקרי  $X$

$$\text{בעל פונקצית צפיפות} \quad f_X(x) = \begin{cases} \frac{100+x}{10000}, & -100 \leq x < 0 \\ \frac{100-x}{10000}, & 0 \leq x \leq 100 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(פצצה יכולה לסטות ימינה או שמאלה מהמסילה).

אם הפצצה נופלת במרחק של 40 מטרים או פחות מהמסילה – משתבשת התנועה.

(א) מה ההסתברות שהתנועה תשתבש כאשר מטילים פצצה אחת?

(ב) מטוס נושא 5 פצצות ומטיל את כולן לכוון המסילה. הניחו שמרחקי הנפילה של הפצצות הם מ"מ בלתי תלויים. התנועה משתבשת כאשר לפחות פצצה אחת נופלת במרחק של 40 מטרים או פחות מהמסילה.

מה ההסתברות שהתנועה תשתבש כאשר מטילים 5 פצצות?

(ג) בהינתן שהתנועה השתבשה אחרי הטלת 5 פצצות, מה ההסתברות שבדיוק פצצה אחת נפלה במרחק של 40 מטרים או פחות?

(ד) הסיכוי שפצצה היוצאת מבית החרושת תהיה תקינה הוא 0.9. מה ההסתברות שהתנועה תשתבש כאשר מטילים 5 פצצות?

**בהצלחה!**