

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 6 (להגשה בתירוגול 13-14.12.11)

משתנה מקרי דו מימדי התפלגות של סכום משתנים מקריים רציפים בלתי תלויים

- שאלה 1** יהיו $C \sim U(-1,1)$, $B \sim U(-1,1)$ - שני משתנים מקריים בלתי תלויים. מרכיבים משווהה ריבועית $x^2 + Bx + C = 0$ (קלומר מקדמי המשווהה הם משתנים מקריים).
 (א) חשבו את ההסתברות של משווהה שורשים ממשיים.
 (ב) חשבו את ההסתברות של משווהה שורשים ממשיים, אם ידוע כי $B \leq 0.5$.

- שאלה 2** מאפיית "אנגל" מייצרת סופגניות גדלות וסופגניות "מיני". משקל הסופגנית הגדולה מתפלג בקרוב נורמלית עם תוחלת $\mu = 800$ גרם וסטיית תקן $\sigma = 40$ גרם. משקל סופגנית ה"מיני" מתפלג בקרוב נורמלית עם תוחלת $\mu = 400$ גרם וסטיית תקן $\sigma = 30$ גרם. מניחים שמשקליהם הסופגניות בלתי תלויים. קניתם סופגנית אחת גדולה ושתי סופגניות "מיני". מה ההסתברות שהם קל משותף של שתי סופגניות "מיני" יעלה על משקל הסופגנית הגדולה ב- 50 גרם לפחות?

- שאלה 3** יהיו $U = X_1 + X_2$ מ"מ בלתי תלויים. נגדיר $X_1 \sim Exp(\lambda)$, $X_2 \sim Exp(\lambda)$.

$$f_{X_1+X_2}(u) = \begin{cases} \lambda^2 u e^{-\lambda u}, & u \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

הוכיחו כי

שאלה 4

- פונקציית הצפיפות המשותפת של (X, Y) נתונה ע"י:
 $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$
- (א) בדקו שזהי אכן פונקציית צפיפות.
 (ב) חשבו את פונקציות הצפיפות השוליות של X ושל Y ($f_X(x)$ ו- $f_Y(y)$) והוכיחו שהם משתנים מקריים בלתי תלויים.
 (ג) נגדיר $U = X + Y$. העזרו בקונבולוציה כדי לחשב את פונקציית הצפיפות של U ($f_U(u)$).

- שאלה 5** פונקציית הצפיפות המשותפת של (X, Y) נתונה ע"י
 $f(x, y) = \begin{cases} x + y & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

- (א) בדקו שזהי אכן פונקציית צפיפות.
 (ב) חשבו את פונקציות הצפיפות השוליות של X ושל Y ($f_X(x)$ ו- $f_Y(y)$) והוכיחו שהם משתנים תלויים.
 (ג) נגדיר $U = X + Y$. חשבו את פונקציית הצפיפות של U ($f_U(u)$). האם ניתן להיעזר בקונבולוציה?