

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרג'il מס' 2 (להגשה בתירגול 15-11.11.16)התפלגות אחידה. התפלגות מעריכית

1. רכבת A' יוצאת מתחנת הרכבת לעיר A כל 15 דקות, החל מעה 7:00. רכבת B' יוצאת מתחנת הרכבת לעיר B כל 15 דקות, החל מעה 7:05. נסע מרגע לתחנת הרכבת בזמן מקרי  $X$  בין השעות 7:00 ל-8:00, ועולה על הרכבת הראשונה שמנגינה. ידוע כי  $X$  הוא מ"מ דציף בעל התפלגות אחידה. מה ההסתברות שנסע יגיע לעיר B? האם התשובה תשתנה כאשר נסע מרגע ב-10:00 מ-7:00?

2. יהיו  $X$  מ"מ בעל פונקציית צפיפות  $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$  כלומר,  $X \sim U[0,1]$ .  
יהי  $N \in \mathbb{N}$  מספר נתון. נגדיר מ"מ בדיד  $W$  נ"י  $W = [nX] + 1$  (מסמן ערך שלם תחתון של  $a$ ).  
הוכיחו כי מ"מ בדיד  $W$  מקבל הערכות  $n = 1, 2, \dots$   $k = 1, 2, \dots, n$  בהסתברויות שווות  
כלומר  $P(W = k) = \frac{1}{n}$  התפלגות אחידה בדידה:  $W \sim U_D(1, 2, \dots, n)$ .

3. מר כהן מעריך שאורך החיים של מכוניתו הוא משתנה מקרי מעריכי  $X$  עם אורך חיים ממוצע של 200 אלף ק"מ (כלומר  $\exp\left(\frac{1}{200}\right) \sim X$ ). הוא קונה מכונית משומשת שנשעה 50 אלף ק"מ.  
א. מהי ההסתברות שהוא יוכל לנסוע בה לפחות 100 אלף ק"מ נוספים?  
ב. חזרו על החישוב בהנחה שאורך החיים (באלפי ק"מ) אינו בעל התפלגות מעריכית אלא בעל התפלגות אחידה בקטע  $[0, 400]$ .

4. אורך חייו נט (בשבועות) מתפלג מעריכית עם  $\lambda = \frac{1}{2}$ . סטודנט קנה חבילה של 3 ניטים, מה ההסתברות שב- $t$  השבועות הקרובים הוא לא יצטרך לקנות ניטים נוספים? הסיקו מהי פונקציית התפלגות המצתברת של משך הזמן (בשבועות) שחיבור הטעים תשמש אותו.  
5. קופסה מכילה שני סוגים של טרייה. אורך חייו בטרייה (בשעות) מסוג  $i$   $\lambda_i = 1, 2$ , מתפלג מעריכית עם פרמטר  $\lambda_i$ ,  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ . בטרייה אשר נבחרת באופן מקרי מן הקופסה תהיה מסוג  $i$  בהסתברות  $p_i$ ,  $p_1 + p_2 = 1$ . יהיו  $X$  אורך חיים של בטרייה (שים לב:  $X$  אינו משתנה מעריכי, הוא "עירוב" של שני משתנים מעריכיים)  
א. חשבו את  $F_X(x)$ .  
ב. חשבו את  $f_X(x)$ .  
ג. הראו כי  $X$  לא מקיים את תכונות חוסר זיכרון:  $P(X > a + b | X > a) \neq P(X > b)$

**בצלחה!**