

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 8 (להגשה בתירגול-27-28.12.11)

משפט הגבול המרכזי

1. נניח שמשקל אבטיח בקילוגרמים שלמים, Y , הוא בעל ההתפלגות הבאה:

$$P(Y=1) = P(Y=2) = 0.25, \quad P(Y=3) = 0.5$$

בעל משק מעוניין להביא יום יום 1000 אבטיחים לשוק.

היעזרו במשפט הגבול המרכזי כדי לענות על הסעיפים הבאים:

(א) רוצים להשתמש במשאית של 2.5 טון. תנו הערכה להסתברות שמשקלם המשותף של 1000 אבטיחים

יהיה קטן מ-2.5 טון (תשובה: $\Phi(9.53) \approx 1$)

(ב) מצאו גודל K של משאית (קטן ככל שתוכלו) אשר בהסתברות של 0.9 לפחות יספיק להובלת המטען.

(תשובה: 2,284 ק"ג)

הערה: לשם השוואה ראו את תשובותיכם לשאלה 6 בתרגיל 7

2. זמן-החיים (בימים) של רכיב מסוג מסוים הוא מ"מ X בעל פונקציית הצפיפות

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

כאשר מתקלקל הרכיב, מחליפים אותו מיד ברכיב אחר מאותו הסוג.

חשבו את $E(X)$, $V(X)$.

תנו הערכה למספר הרכיבים שיש להחזיק במלאי, אם רוצים להיות בטוחים ב-90% שהמלאי יספיק ל-35 יום לפחות.

הניחו כי הרכיבים פועלים באופן בלתי תלוי והעזרו במשפט הגבול המרכזי. (תשובה: $n = 56$)

3. מעגלים 50 מספרים, כל אחד לשלם הקרוב לו ביותר, ומסכמים את 50 המספרים המעוגלים. אם לכל אחת

משגיאות העיגול יש התפלגות אחידה בקטע $(-0.5, 0.5)$, מהי ההסתברות (המקורבת) שהערך המוחלט של

ההפרש בין הסכום המתקבל לבין הסכום המדויק של 50 מספרים יעלה על 3?

(תשובה: 0.16)

4. אורך חיים X (בימים) של רכיב מסוג מסוים הוא משתנה מקרי בעל התפלגות מעריכית עם

$$\lambda = 0.2 : X \sim \text{Exp}(0.2)$$

כאשר מתקלקל הרכיב, מחליפים אותו מיד ברכיב אחר מאותו הסוג. מניחים כי הרכיבים פועלים באופן

בלתי תלוי. במלאי יש 30 רכיבים מסוג זה. בעזרת משפט הגבול המרכזי תנו הערכה להסתברות שאורך

החיים המשותף של 30 הרכיבים יהיה 130 ימים לפחות.

(תשובה: 0.7673)