

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 3 (להגשה בתירגול 11.11.23-22)

תוחלת ושונות של משתנה מקרי רציף, התפלגות נורמלית.

$$1. \text{ יהיו } X \sim \exp(\lambda) \text{ . הוכחו כי } V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$2. \text{ יהיו } X \sim U(a,b) \text{ . הוכחו כי } E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

3. פונקציה צפיפות של משתנה מקרי X נתונה ע"י הנוסחה הבאה.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{6}{7}x & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{6}{7}(2x-x^2) & , \quad 1 < x \leq 2 \\ 0 & , \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

חשבו את התוחלת ואת השונות של X .

4. מאפיית "אנגל" מייצרת עוגות שוקולד. משקל העוגה אינו מדויק ומתפלג בקרוב נורמלית עם תוחלת $\mu = 800$ גרם וסטיית תקן $\sigma = 40$ גרם.

(א) קנית עוגה אחת. מה ההסתברות שמשקליה יעלה על 840 גרם?

(ב) קנית 6 עוגות. מה ההסתברות שמשקלן של 2 עוגות בדיקות יעלה על 840 גרם? על אילו הנחות נוספות הסתמכת?

(ג) לפי דרישות התקן משקלן של לפחות 95% של עוגות חייב להיות 750 גרם לפחות. האם המאפייה עומדת בדרישה זו? אם לא, כיצד צריך לשנות את סטיית התקן σ כדי לענות לדרישה?

5. משקלן של סוכריות מתפלג נורמלית עם ממוצע $\mu = 26$ גרם. משקלן של 97% מהסוכריות נמצא בין 24 גרם ל- 28 גרם. מצאו את סטיית התקן σ של משקל הסוכריות.

6. מתוך 600מועמדים למשרה מתקבלים 66 על סמך מבחון קבלה. ידוע שהחצונים במבחן מתפלגים נורמלית עם תוחלת $\mu = 78$ וסטיית תקן $\sigma = 5$. החל מאיזה ציון יתקבל מועמד למשרה?

7. בית חרושת לייצור ממתקים מייצר שוקולד בחיפויות שהמשקל הרשום עליהם הוא 100 גר'. עם זאת, אין המשקל מדויק והוא מתפלג נורמלית.

א. בהנחה שתוחלת המשקל של חיפוי שוקולד היא 100 גר' וסטיית התקן היא 5 גר', מהי ההסתברות שבקנויות חיפוי שוקולד מקריית נקבע חיפוי שמשקלה :

(i) עולה על 110 גר' (ii) בין 92 ל- 104 גר' (iii) נמוך מ- 95 גר'?

(iv) מה ההסתברות שמתוך 5 חיפויות שקנינו תהיה לפחות חיפוי אחד שמשקלה נמוך מ- 95 גר'?

ב. הנהלה דורשת שחיפויות שמשקלן סוטה מן המשקל המוצהר (100 גר') ביותר מ- 3 גר' יהוו לא יותר מ- 4% . האם קו הייצור הנוכחי עומד בדרישה?

ג. מה צריכה להיות סטיית התקן σ כך שתתקיים דרישת הנהלה מסעיף ב'?

תשובות סופיות לתרגילים חישוביים :

$$\frac{15}{14} \text{ א.3} \quad 0.18 \text{ ב.} \quad 0.1892 \text{ ג. לא, } 0.1587 \text{ ב.} \quad 0.1587 \text{ ג. לא, } 0.9021 \text{ ס. } 5 < 30.3 \text{ ס. } 84.125 \text{ ס. } .6$$

$\sigma < 1.449 \text{ ג. } 54.86\% \text{ ב. לא, חן מהוות כ-}% \text{.7}$