

מבוא לתכנות מדעי • תרגיל 2

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{שיטת ניוטון-רפסון:}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n) \quad \text{שיטת המיתרים:}$$

את החישובים בתרגיל זה יש לעשות ידנית, אבל ניתן להיעזר במחשבון או במטלב. עם זאת, יש להגיש את הפתרון כך שהחישובים המבוצעים בכל שלב של האלגוריתם ברורים ומפורטים, ולא להסתפק בתשובות סופיות בבד.

שאלה 1

נתונה המשוואה $\sin x = x^2$. ידוע כי למשוואה יש שני פתרונות בקטע $[-\frac{1}{2}, 3]$.

א. אחד הפתרונות למשוואה טריוויאלי – מהו?

ב. מצאו פתרון נוסף באופן הבא:

- השתמשו בשיטת החצייה לקבלת קירוב של שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית (כלומר, כך שה-tolerance שווה ל- 10^{-2}).
- המשיכו עם שיטת ניוטון-רפסון לקבלת דיוק של שמונה ספרות אחרי הנקודה העשרונית (כלומר, כך שה-tolerance שווה ל- 10^{-8}).
- חזרו על השלב השני של התהליך אך הפעם השתמשו בשיטת המיתרים.

ג. הסבירו מדוע הייתם צריכים להשתמש תחילה בשיטת החצייה ורק אז יכולתם להשתמש בניוטון-רפסון או בשיטת המיתרים.

שאלה 2

מצאו את השורש השלישי של שלוש (כלומר, $\sqrt[3]{3}$) בדיוק של ארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית. (רמז: בנו משוואה שהמספר המבוקש הוא אחד משורשיה ובצעו תהליך דומה לתהליך שביצעתם בשאלה 1.)

שאלה 3

- א. הראו שבשיטת ניוטון-רפסון, הנקודה המחושבת באיטרציה מספר n (כלומר, x_n) היא נקודת החיתוך עם ציר ה- x של הישר המשיק לפונקציה f בנקודה $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$.
- ב. הראו שבשיטת המיתרים, הנקודה המחושבת באיטרציה מספר n (כלומר, x_n) היא נקודת החיתוך עם ציר ה- x של הישר העובר דרך הנקודות $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ ו- $(x_{n-2}, f(x_{n-2}))$.