

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 1 (להגשה בתירגול 11.11.9-8)

משתנה מקרי רציף

$$f_X(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{C}{x^2}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(א) חשבו את C .

(ב) מצאו את פונקציית התפלגות המצטברת $F_X(x)$ של המשתנה המקרי X וشرطו את הגרף שלה.

(ג) חשבו את $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$.

(1) ע"י שימוש בפונקציית צפיפות $f_X(x)$

2. לכל אחת מהפונקציות הבאות בדקו האם היא מהויה פונקציית התפלגות מצטברת. אם כן – מצאו את פונקציית הצפיפות המתאימה לה וחשבו את ההסתברות $P(X > 3)$ בשתי הדרכים:

$$F(x) = \frac{2}{\pi} \arctan x, \quad x \in R \quad (\text{א})$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{3(x-1)}{20}, & 1 \leq x < 3 \\ \frac{6-x}{10}, & 3 \leq x < 6 \\ \frac{x-6}{2}, & 6 \leq x < 8 \\ 1, & x \geq 8 \end{cases} \quad (\text{ב})$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 1 - \frac{4}{x^2}, & x \geq 2 \end{cases} \quad (\text{ג})$$

3. תחנת דלק ממלאת את מיכל הדלק שלה פעמיים בשבוע. מכירת הדלק השבועית (בעשרות אלפי ליטרים) היא משתנה מקרי בעל פונקציית צפיפות $f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$. מה צריכה להיות קיבולת המיכל כדי שהסתברות 0.9 לפחות לא ייווצר מחסור בדלק?

4. מטוס נושא פצצות נשלח להפצת מסילת רכבת. סטיית הפצצה (במטרים) מן המסלילה היא משתנה מקרי X

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{100+x}{10000}, & -100 \leq x < 0 \\ \frac{100-x}{10000}, & 0 \leq x \leq 100 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

בעל פונקציית צפיפות

אם הפצצה נופלת במרחק של 40 מטרים או פחות ממסלולה – משתבשת התנועה.

(א) מה ההסתברות שהתנועה תשتبש כאשר מטילים פצצה אחת?

(ב) מטוס נושא 5 פצצות ומטיל את כולן לכיוון המסלילה. הניחו שמדובר בהפצצה הנפילה של הפצצות ה-5 מ"מ בLATI. התנועה משתבשת כאשר לפחות פצצה אחת נופלת במרחק של 40 מטרים או פחות ממסלולה. מה ההסתברות שהתנועה תשتبש כאשר מטילים 5 פצצות?

(ג) בהינתן שהתנועה תשتبש אחרי הטלת 5 פצצות, מה ההסתברות שבדיווק פצצה אחת נפלת במרחק של 40 מטרים או פחות?

(ד) הסיכוי שפצצה היוצאת מבית החירות תהיה תקינה הוא 0.9. מה ההסתברות שהתנועה תשتبש כאשר מטילים 5 פצצות?

בצלחה!