

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 5 (להגשה בתירגול 11.12.7.6)

התפלגות משותפת של שני משתנים מקרים רציפים

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{6}{7} \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(א) בדקו שזוויותי אכן פונקציות צפיפות משותפות.

(ב) חשבו את פונקציות הצפיפות השוליות של X ושל Y ($f_X(x)$ ו- $f_Y(y)$).

(ג) חשבו את $P(X+Y > 1)$.

(ד) חשבו את $P(Y > 1/2 | X < 1/4)$.

(ה) חשבו את $E(X)$ ואת $E(Y)$.

2. מהו קובע פגישה עם ניסים.

ניסים מגיען באיחור מקרי X של 0 עד 20 דקות. נניח ש- $X \sim U(0, 20)$.

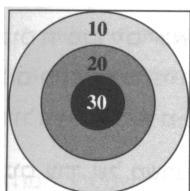
מהו מגיען באיחור מקרי Y של 0 עד 20 דקות. נניח ש- $Y \sim U(0, 20)$.

בנוסף, נניח כי Y , X הם משתנים מקרים בלתי תלויים.

(i) מה ההסתברות שהפגיעה תתחילה באיחור של לכל היוטר 10 דקות מהמועד המתוכנו?

(ii) מה ההסתברות שימושה יגיע לפניה ניסים ויחכה לו 5 דקות או יותר?

3. ללוח המטרה שבאיור צורת ריבוע שאורך צלעו 6. לשולשת המנגלים באיזור מרכז



משותף הנמצא במרכז הלוח, ורדיווסים 2, 1 ו- 3. חז שפוגע בטבעת הכהה יומת מזחא את מטילו ב- 30 נק', חז שפוגע בטבעת הבירה יומת מזחא את מטילו ב- 20 נק', וחז שפוגע מזחא נקודות כלל. מניחים של נקודות הפגיעה של החץ התפלגות איחידה על

הגודל איננו מזחא נקודות כלל. כמו כן, מזחאים כי תוצאות של הטלות שונות אינן תלויות. הריבוע. כמו כן, מזחאים כי תוצאות של הטלות שוונות אינן תלויות.

(א) חשבו את ההסתברויות לזכיה בהטלה אחת של (1) 20 נק'; (2) 20 נק' לפחות; (3) 0 נק'.

(ב) נגידר מ"מ Y כמספר הנקודות שבהם מזחא אותו הטלת חז אחת. חשבו את התוחלת $E(Y)$.

(ג) חשבו את ההסתברות לכך שאחרי שתי הטלות תזכו ב- 30 נקודות בסה"כ.

4. שחקן יורה חצים למטרה. לנקודת הפגיעה (X, Y) של החץ יש התפלגות איחידה על העיגול $\{x^2 + y^2 \leq 10^2\}$.

(א) חשבו את פונקציות הצפיפות השוליות של X ושל Y . האם לא- X יש התפלגות איחידה על

הקטע $[-10, 10]$? מצא את $E(X)$.

(ב) נגידר מ"מ W כמרחק נקודת הפגיעה מהראשית, כולם. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של W , את פונקציית הצפיפות של W וחשבו את $E(W)$.