

הסתברות וסטטיסטיקה 2 - תרגיל מס' 2 (להגשה בתירגול 11.11.15-16)

התפלגות אחידה. התפלגות מעריכית

1. רכבת א' יוצאת מתחנת הרכבת לעיר A כל 15 דקות, החל מהשעה 7:00. רכבת ב' יוצאת מתחנת הרכבת לעיר B כל 15 דקות, החל מהשעה 7:05. נוסע מגיע לתחנת הרכבת בזמן מקרי X בין השעות 7:00 ל- 8:00, ועולה על הרכבת הראשונה שמגיעה. ידוע כי X הוא מ"מ רציף בעל התפלגות אחידה. מה ההסתברות שנוסע יגיע לעיר B? האם התשובה תשתנה כאשר נוסע מגיע לתחנה באופן מקרי בין השעות 7:10 ל- 8:10?

2. יהי X מ"מ בעל פונקציית צפיפות $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$, כלומר, $X \sim U[0,1]$.

יהי $n \in \mathbb{N}^+$ מספר נתון. נגדיר מ"מ בדיד W ע"י $W = [nX] + 1$ (מסמן ערך שלם תחתון של a).

הוכיחו כי מ"מ בדיד W מקבל הערכים $k = 1, 2, \dots, n$ בהסתברויות שוות $P(W = k) = \frac{1}{n}$.

כלומר ל- W התפלגות אחידה בדידה: $W \sim U_D(1, 2, \dots, n)$.

3. מר כהן מעריך שאורך החיים של מכונית הוא משתנה מקרי מעריכי X עם אורך חיים ממוצע של

200 אלף ק"מ (כלומר $X \sim \exp\left(\frac{1}{200}\right)$). הוא קונה מכונית משומשת שנסעה 50 אלף ק"מ.

א. מהי ההסתברות שהוא יוכל לסוע בה לפחות 100 אלף ק"מ נוספים?
ב. חזרו על החישוב בהנחה שאורך החיים (באלפי ק"מ) אינו בעל התפלגות מעריכית אלא בעל התפלגות אחידה בקטע $[0, 400]$.

4. אורך חיי עט (בשבועות) מתפלג מעריכית עם $\lambda = \frac{1}{2}$. סטודנט קנה חבילה של 3 עטים, מה

ההסתברות שב- t השבועות הקרובים הוא לא יצטרך לקנות עטים נוספים? הסיקו מהי פונקציית ההתפלגות המצטברת של משך הזמן (בשבועות) שחבילת העטים תשמש אותו.

5. קופסה מכילה שני סוגי בטריות. אורך חיי בטריה (בשעות) מסוג i , $i = 1, 2$, מתפלג מעריכית עם פרמטר λ_i , $\lambda_1 \neq \lambda_2$. בטריה אשר נבחרת באופן מקרי מן הקופסה תהיה מסוג

λ_i בהסתברות p_i , $p_1 + p_2 = 1$. יהי X אורך חיים של בטרייה (שיים לב: X אינו משתנה מעריכי, הוא "עירוב" של שני משתנים מעריכיים)

א. חשבו את $F_X(x)$.

ב. חשבו את $f_X(x)$.

ג. הראו כי X לא מקיים את תכונת חוסר זיכרון: $P(X > a + b | X > a) \neq P(X > b)$.

בהצלחה!