

# Kryptografia asymetryczna



# Plan

---

1. Algorytm Diffie-Hellman'a
2. Algorytm RSA
3. Podpis cyfrowy
4. Certyfikat

# Rys historyczny

W 1976 roku amerykańscy kryptografowie Whitfield Diffie i Martin Hellman opublikowali pracę "Nowe kierunki w kryptografii", w której przedstawili koncepcję **wymiany kluczy publicznych**.

644

IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. IT-22, NO. 6, NOVEMBER 1976

## New Directions in Cryptography

*Invited Paper*

WHITFIELD DIFFIE AND MARTIN E. HELLMAN, MEMBER, IEEE

*Abstract*—Two kinds of contemporary developments in cryptography are examined. Widening applications of teleprocessing have given rise to a need for new types of cryptographic systems, which minimize the need for secure key distribution channels and supply the equivalent of a written signature. This paper suggests ways to solve these currently open problems. It also discusses how the theories of communication and computation are beginning to provide the tools to solve cryptographic problems of long standing.

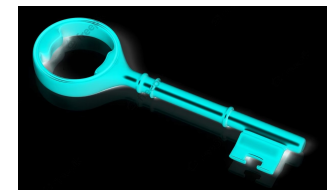
The best known cryptographic problem is that of privacy: preventing the unauthorized extraction of information from communications over an insecure channel. In order to use cryptography to insure privacy, however, it is currently necessary for the communicating parties to share a key which is known to no one else. This is done by sending the key in advance over some secure channel such as private courier or registered mail. A private conversation between two people with no prior acquaintance is a com-

# Klucz prywatny i publiczny

klucz prywatny jest w wyłącznym posiadaniu adresata  
(podpisującego)



klucz publiczny jest udostępniony każdemu, kto zechce zaszyfrować  
wiadomość (zweryfikować podpis)



# Potęgowanie i logarytmowanie

$$\log_3 2\,541\,865\,828\,329 = ?$$

$$3^{26} = 2\,541\,865\,828\,329$$

# Modulo

$$25/7=3r4$$

$$25\text{mod}7=4$$

# GF(7) - ciało

$$25 \bmod 7 = 4$$

$$26 \bmod 7 = 5$$

$$27 \bmod 7 = 6$$

$$28 \bmod 7 = 0$$

$$29 \bmod 7 = 1$$

$$30 \bmod 7 = 2$$

$$31 \bmod 7 = 3$$

$$32 \bmod 7 = 4 \dots$$

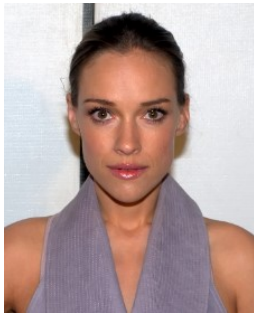
# Uzgadnianie klucza

Klucz: **prywatny** i publiczny

3, 31

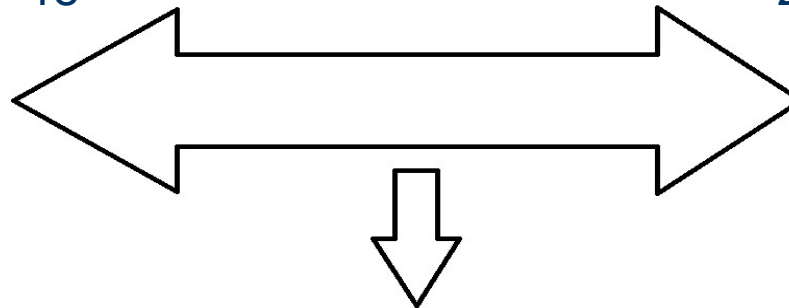
$$(3^{26}) \bmod 31 = 18$$

26



$$(22^{26}) \bmod 31 = 14$$

18 >



< 22

$$(3^{17}) \bmod 31 = 22$$

17

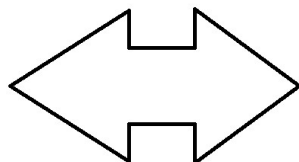


$$(18^{17}) \bmod 31 = 14$$

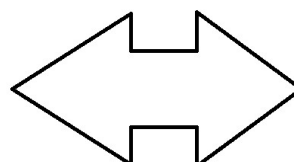




# Zagrożenia - Atak aktywny



11

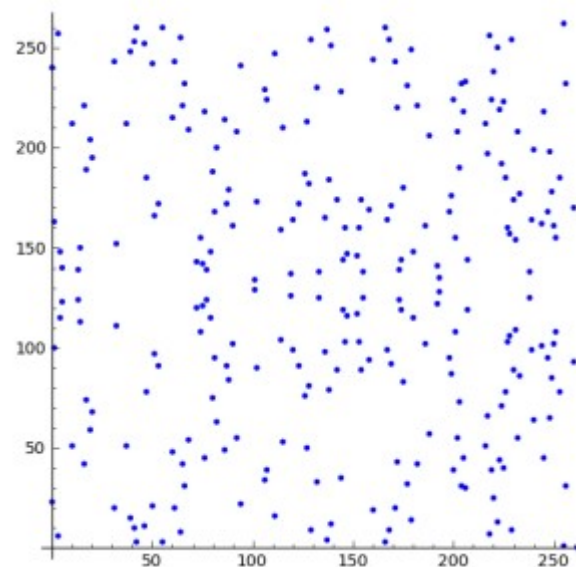
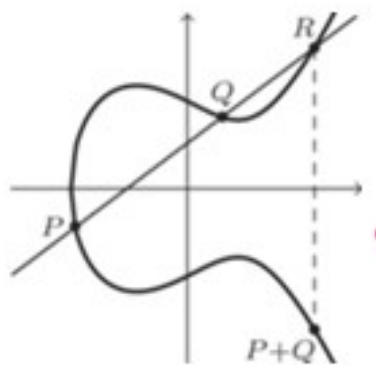


24



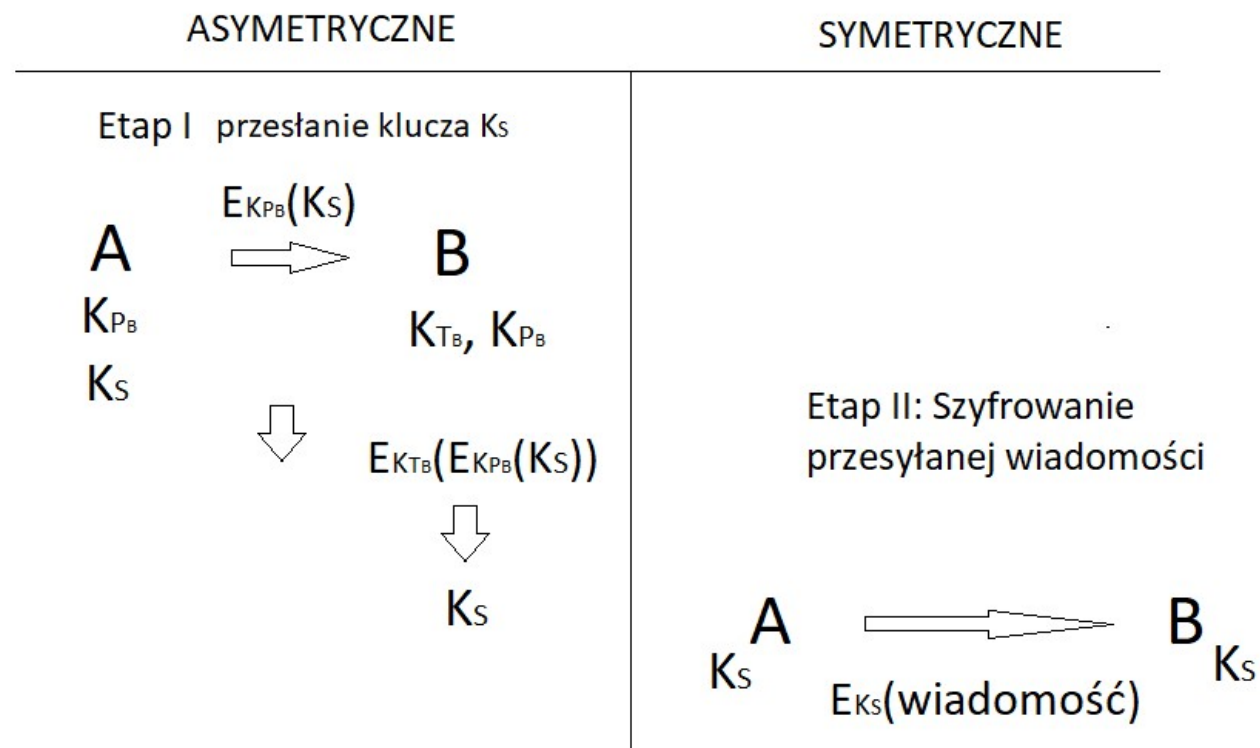
Man in the middle  
(MITM)

# Krzywe eliptyczne



# SZYFROWANIE

## Algorytmy



# Zad. 1 –uzgadnianie klucza- Algorytm RSA

```
openssl genpkey -algorithm RSA -out key.pem
```

```
openssl pkey -in key.pem -pubout -out pub_key.pub
```

```
(openssl asn1parse -in pub_key.pub)
```

```
openssl rand -hex 32 > klucz.hex
```

```
openssl pkeyutl -encrypt -in klucz.hex -pubin -inkey pub_key.pub -out ciph_key.hex
```

```
openssl pkeyutl -decrypt -in ciph_key.hex -inkey key.pem -out deciph_key.hex
```

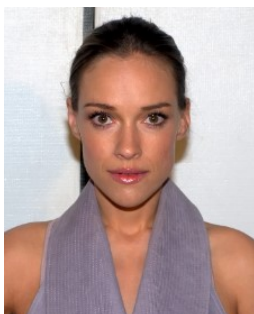
# Szyfrowanie z wykorzystaniem algorytmów asymetrycznych

- **Klucz publiczny** używany jest do zaszyfrowania informacji, **klucz prywatny** do jej odczytu. Ponieważ klucz prywatny jest w wyłącznym posiadaniu adresata informacji, tylko on może ją odczytać. Natomiast klucz publiczny jest udostępniony każdemu, kto zechce zaszyfrować wiadomość.
- Kryptografia asymetryczna jest o wiele wolniejsza od tradycyjnej, nie szyfruje się wiadomości za pomocą kryptosystemów asymetrycznych. Zamiast tego szyfruje się jedynie klucz a następnie wykorzystuje się szyfrowanie symetryczne (strumieniowe lub blokowe)

# Podpisywanie z wykorzystaniem algorytmów asymetrycznych

- **klucz prywatny** używany jest do podpisania dokumentu elektronicznego. Ponieważ klucz prywatny jest w wyłącznym posiadaniu adresata informacji, tylko on może „obliczyć” konkretny podpis.
- **klucz publiczny** używany jest do weryfikacji podpisu. Klucz publiczny jest udostępniony każdemu, kto zechce zweryfikować podpis.

# Podpis cyfrowy (elektroniczny)



..... dnia .....

**Sąd Okręgowy  
I Wydział Cywilny  
w Legnicy**

**Powódka/powód** : ... (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)  
**Powany/powana** : ... (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)

**Pozew o rozwód**

**Wnoszę o:**

**I.** Rozwiązanie małżeństwa : ... (imię, nazwisko strony powodowej) : ... i ... (imię, nazwisko strony pozwanej) : ... zawarte w dniu : ... (data zawarcia małżeństwa) : ... w USC : ... (miejscowość) : ... bez udziału w winie winy pozwanej/ w winie obu stron : ... (nazwisko strony)

**II.** Powołanie powódki/powannego : ... (imię, nazwisko) : ... uchylenia władzy rodzicielskiej nad małoletnim synem/córką : ... (imię i nazwisko) : ... ur. dnia : ... (data urodzenia dziecka) : ... w : ... (miejscowość urodzenia dziecka) : ...

**III.** Nie ustaleni o kontaktach rodziców z małoletnim dzieckiem stosownie do kontaktów rodziców z małoletnim dzieckiem stron po rozwodzie w szczególności sposób : ... (nazwisko dziecka)

**IV.** Zobowiązanie pozwanej/powódek do przeniesienia kosztów utrzymania syna/córki w koszty : ... (nazwa świadczeń alimentacyjnych) : ... złotych, płatnych do dnia : ... (np. 15-go każdego kolejnego miesiąca)

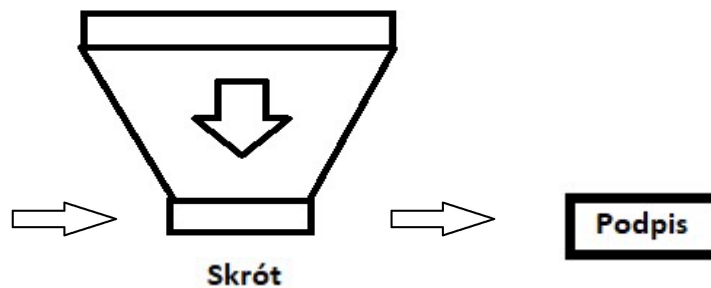
**V.** Zażądanie od pozwanej na rzecz powódki kosztów procesu.

**Uzasadnienie**

.....

(własnoręczny podpis strony powodowej)

**Zdane**



# Podpis elektroniczny

..... data .....

**Sąd Okręgowy  
I Wydział Cywilny  
w Legnicy**

Powód/powódka : ....., (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)

Pozwany/pozwana : ....., (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)

**Pozew o rozwód**

Wnoszę o:

I. Rozwiązanie małżeństwa : ....., (imię, nazwisko strony powodowej) : ....., (imię, nazwisko strony pozwanej) : ....., zawartego w dniu : ....., (data zawarcia małżeństwa) : ....., w USC : ....., (miejscowość) : ....., bez skutku w niniejszym pozwie, który stał się stałym i nieodwracalnym.

II. Powołanie powódki/powódnego : ....., (imię, nazwisko) : ....., wykonania władzy rodzicielskiej nad małoletnim synem/córką : ....., (imię i nazwisko) : ....., w dniu : ....., (data wydania decyzji) : ....., w : ....., (miejscowość wydania decyzji) : .....

III. Nie zwolnienia o limitach rodziców z małoletnim dzieckiem stwierdzenie kontaktów rodziców z małoletnim dzieckiem oraz po rozwodzie w następujący sposób : ....., (wzrostanie dziecka) : .....

IV. Zobowiązanie powódki/powódnego do poniesienia kosztów utrzymania syna/córki w koszty : ....., (dwie kwoty alimentacyjne) : ....., złotych, płatnych do dnia : ....., (np. 15-go każdego miesiąca) : .....

V. Zaspokojenie od pozwanej za ten pozew kosztów procesu.

**Uzasadnienie**

.....

.....

.....

**Podpis**

..... data .....

**Sąd Okręgowy  
I Wydział Cywilny  
w Legnicy**

Powódka/powód : ....., (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)

Pozwany/pozwana : ....., (imię, nazwisko i dokładny adres z kodem pocztowym)

**Pozew o rozwód**

Wnoszę o:

I. Rozwiązanie małżeństwa : ....., (imię, nazwisko strony powodowej) : ....., (imię, nazwisko strony pozwanej) : ....., zawartego w dniu : ....., (data zawarcia małżeństwa) : ....., w USC : ....., (miejscowość) : ....., bez skutku w niniejszym pozwie, który stał się stałym i nieodwracalnym.

II. Powołanie powódki/powódnego : ....., (imię, nazwisko) : ....., wykonania władzy rodzicielskiej nad małoletnim synem/córką : ....., (imię i nazwisko) : ....., w dniu : ....., (data wydania decyzji) : ....., w : ....., (miejscowość wydania decyzji) : .....

III. Nie zwolnienia o limitach rodziców z małoletnim dzieckiem stwierdzenie kontaktów rodziców z małoletnim dzieckiem oraz po rozwodzie w następujący sposób : ....., (wzrostanie dziecka) : .....

IV. Zobowiązanie powódki/powódnego do poniesienia kosztów utrzymania syna/córki w koszty : ....., (dwie kwoty alimentacyjne) : ....., złotych, płatnych do dnia : ....., (np. 15-go każdego miesiąca) : .....

V. Zaspokojenie od pozwanej za ten pozew kosztów procesu.

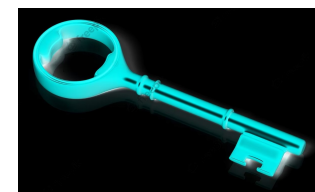
**Uzasadnienie**

.....

.....

.....

**Skrót**



**Podpis**



**Skrót \***

**Skrót**

**?**  
**=**

**Skrót \***





# Podpis elektroniczny

Podpis cyfrowy zapewnia :

- Integralność - pozwala wykryć nieautoryzowane modyfikacje dokumentu po jego podpisaniu,
- autentyczność pochodzenia, która daje pewność co do autorstwa dokumentu,
- niezaprzeczalność, uniemożliwia wyparcie się autorstwa lub znajomości treści dokumentu.

# Podpis elektroniczny

Podpis cyfrowy ułatwia :

- Jest równoważny z podpisem odręcznym,
- Zastępuje dokumenty papierowe,
- Nie potrzebna fizyczna obecność w konkretnym miejscu przy podpisywaniu.

## Zad. 2. Podpis elektroniczny uproszczony

Podpis:

```
openssl genpkey -algorithm RSA -out private_key.pem
```

```
openssl pkey -in private_key.pem -pubout -out public_key.pem
```

```
openssl dgst -sha256 -sign private_key.pem -out umowa.sig umowa.txt
```

Weryfikacja:

```
openssl dgst -sha256 -verify public_key.pem -signature umowa.sig umowa.txt
```

# Certyfikat (klucza publicznego)

Certyfikat to elektroniczny dokument, który zawiera informacje o tożsamości osoby lub organizacji oraz informacje o kluczu publicznym, który jest powiązany z tą tożsamością. Certyfikat zawiera następujące informacje:

- Informacje o tożsamości: certyfikat zawiera informacje o tożsamości osoby lub organizacji, która jest właścicielem klucza publicznego, w tym imię i nazwisko, adres, adres e-mail, numer telefonu i inne dane, które pozwalają zweryfikować tożsamość właściciela klucza.
- Informacje o kluczu publicznym: certyfikat zawiera informacje o kluczu publicznym, który jest powiązany z tożsamością właściciela, w tym algorytm szyfrowania, długość klucza, numer seryjny, datę wygaśnięcia certyfikatu i inne informacje.
- Informacje o wydającym certyfikat: certyfikat zawiera informacje o organizacji lub firmie, która wydała certyfikat, w tym nazwę, adres, numer telefonu i inne dane kontaktowe.
- Sygnatura cyfrowa: certyfikat zawiera sygnaturę cyfrową, która jest generowana na podstawie informacji zawartych w certyfikacie i klucza prywatnego wydającego certyfikat. Sygnatura cyfrowa zapewnia integralność certyfikatu i potwierdza, że certyfikat został wydany przez właściwą instytucję.

Certyfikaty są używane do uwierzytelniania serwerów internetowych, podpisów cyfrowych, szyfrowania poczty e-mail, VPN i wielu innych zastosowań, w których wymagane jest potwierdzenie tożsamości i poufność komunikacji.

# Certyfikat

Przeglądarka certyfikatów: uwbti.pl

OgólneSzczegóły

Hierarchia certyfikatów

▼ Certum Trusted Network CA

▼ Certum Global Services CA SHA2

▼ Certyfikat SSL

Pola certyfikatu

Nie wcześniej niż

Nie później niż

Temat

▼ Informacje o kluczu publicznym podmiotu

Algorytm klucza publicznego podmiotu

Klucz publiczny podmiotu

▼ Rozszerzenia

Podstawowe ograniczenia certyfikatu

Wartość pola

Modulo (2048 b):

E3 FB 7D A3 72 BA C2 F0 C9 14 87 F5 6B 01 4E E1  
6E 40 07 BA 6D 27 5D 7F F7 5B 2D B3 5A C7 51 5F  
AB A4 32 A6 61 87 B6 6E 0F 86 D2 30 02 97 F8 D7  
69 57 A1 18 39 5D 6A 64 79 C6 01 59 AC 3C 31 4A

Eksportuj

## Zad. 3. Podpis elektroniczny z certyfikatem

Podpis:

```
openssl genpkey -algorithm RSA -out key.pem
```

```
openssl req -new -key key.pem -x509 -out cert.pem
```

```
openssl dgst -sha256 -sign key.pem -out umowa.sig umowa.txt
```

Weryfikacja:

```
openssl x509 -pubkey -noout -in cert.pem > pubkey.pem
```

```
openssl dgst -sha256 -verify pubkey.pem -signature umowa.sig umowa.txt
```

# Podsumowanie

Diffie-Hellman – algorytm uzgadniania klucza seansowego,

RSA – algorytm asymetryczny,  
wykorzystywany w uzgadnianiu klucza seansowego, podpisie,

DSA – (ang. Digital Signature Algorithm)  
algorytm podpisu elektronicznego.

# Kryptografia asymetryczna



THE END