

Лабораторная работа 1.06

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Н.А. Ильин, А.В. Чайкин

Цель работы: определение опытным путем момента инерции системы, состоящей из массивного металлического диска и шкива, насаженных на общий вал.

Задание: по измеренным значениям высоты, времени падения груза и числа оборотов маховика после падения груза вычислить момент инерции системы и рассчитать абсолютную погрешность измерений.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: изучить законы вращательного движения твердого тела; ознакомиться с понятиями момента инерции, кинетической энергии вращающегося тела; ознакомиться с описанием установки и методики измерений.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Том 1. Механика. Молекулярная физика. - СПб.: Издательство «Лань», 2018, гл. 5, §§ 36-39, §§ 41, 42.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2019, гл. 4, §§ 16 – 18.

Контрольные вопросы

1. Что является мерой инертности тела при поступательном движении?
2. Что является мерой инертности тела при вращательном движении?
3. Что называется моментом инерции твердого тела?
4. Какой закон положен в основу вывода расчетной формулы (6) для момента инерции I ?
5. Выведите формулу для относительной погрешности измерений момента инерции (формула (7)).
6. Что нужно измерить в данной работе для вычисления момента инерции I ?
7. Чему равна энергия системы после падения груза на пол?
8. Как и какие измеряемые величины изменятся в работе, если груз массой m поднять на большую высоту ($h' > h$)?
9. Чему равна кинетическая энергия вращательного движения твердого тела?
10. Как и какие измеряемые величины изменятся в работе, если использовать шкив большего радиуса ($R' > R$)?

Описание аппаратуры и методики измерений

Моментом инерции тела относительно некоторой оси называется величина, равная сумме произведений элементарных масс, на которые можно разбить данное тело, на квадраты их расстояний от данной оси. Момент инерции является мерой инертности при вращательном движении твердого тела. Для некоторых тел правильной геометрической формы момент инерции рассчитывается средствами интегрального исчисления. Для тел произвольной формы момент инерции определяется опытным путем.

Целью настоящей работы является определение опытным путем момента инерции системы, состоящей из массивного металлического диска (маховика) A и шкива S , насаженных на общий вал. Вся система может при этом вращаться около горизонтальной оси O_1O_2 (рис. 1).

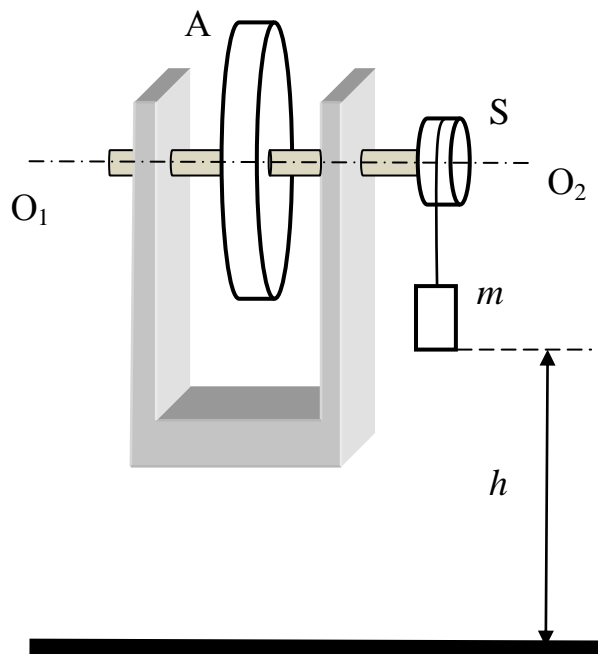


Рис. 1

На шкив S наматывается нить, к другому концу которой прикреплен груз m . Наматывая нить на шкив, поднимают груз на высоту h , что соответствует числу оборотов N_1 . В этом положении вся система обладает потенциальной энергией. Если отпустить груз, то система придет в движение, и к моменту достижения грузом пола будет обладать кинетической энергией поступательного движения груза массой m и кинетической энергией вращения маховика с моментом инерции I . При этом, часть энергии, равная работе A , затрачивается на преодоление сил трения. Таким образом, по закону изменения полной механической энергии имеем

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + A. \quad (1)$$

Величина работы внешних сил при вращении твердого тела дается выражением $dA = Md\varphi$, где M – момент внешних сил относительно оси вращения, а $d\varphi$ – угол поворота тела. Так как коэффициент сухого трения слабо зависит от скорости, то момент сил трения является практически постоянным. Таким образом, можно считать, что работа против сил трения пропорциональна числу оборотов маховика. Обозначив работу против сил трения при одном обороте через A_1 , имеем

$$A = N_1 A_1. \quad (2)$$

После того как груз ударится о пол, нить соскользнет со шкива, а маховик будет продолжать вращение, имея кинетическую энергию $I\omega^2/2$. Если до остановки маховик сделает N_2 оборотов, то его кинетическая энергия потратится на работу по преодолению сил трения, т.е.

$$\frac{I\omega^2}{2} = N_2 A_1. \quad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) найдем

$$A = \frac{I\omega^2 N_1}{2N_2}. \quad (4)$$

Подставляя это значение в уравнение (1), получим

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \frac{I\omega^2 N_1}{2N_2}. \quad (5)$$

Так как груз m движется равноускорено, то его скорость непосредственно перед ударом о пол равна $V = 2h/t$, где h – высота, с которой опускается груз, t – время опускания. Угловая скорость системы в этот момент равна $\omega = V/R = 2V/D = 4h/Dt$, где R – радиус, а D – диаметр шкива. Подставляя значения V и ω в (5), получим

$$I = \frac{mD^2(\frac{gt^2}{2h} - 1)N_2}{4(N_1 + N_2)}.$$

Расчет показывает, что обычно $gt^2/2h \gg 1$, и поэтому при вычислении I можно пользоваться следующей упрощенной формулой

$$I = \frac{mgD^2 t^2 N_2}{8h(N_1 + N_2)}. \quad (6)$$

Измеряя величины, входящие в правую часть этого выражения, можно вычислить момент инерции маховика и шкива.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с установкой. Измерьте диаметр шкива S штангенциркулем.
2. Наденьте на штифтик шкива петлю нити, к которой привязан груз m . Положение, при котором груз находится на полу, а нить натянута, отметьте на диске А мелом.
3. Поднимите груз, повернув маховик на N_1 оборотов.
4. Удерживая маховик в этом положении, измерьте высоту h поднятия груза от пола.
5. Отпустите маховик и замерьте секундомером время падения t груза m с высоты h . В момент падения груза на пол нить должна соскользнуть со шкива.
6. Сосчитайте число оборотов N_2 , начиная с момента удара груза о пол до полной остановки маховика.
7. Опыты, описанные в пунктах 2 - 6, повторите 10 раз. Все результаты запишите в таблицу.
8. По указанию преподавателя все опыты проделайте в том же порядке с другим грузом.

Обработка результатов измерения

1. Найдите среднее значение времени падения груза и числа оборотов маховика $N_{2\text{ср}}$. Вычислите среднее значение момента инерции по формуле (6).
2. Найдите относительную погрешность E измерения момента инерции маховика по следующей формуле

$$E = \frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}} + \frac{\Delta N_2}{N_2} + \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2}{N_1 + N_2}.$$

Погрешностями Δg и ΔN_1 можно пренебречь. Тогда формула для расчета погрешности принимает вид

$$E = \frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}} + \frac{\Delta N_2}{N_2} + \frac{\Delta N_2}{N_1 + N_2} \quad (7)$$

3. Рассчитайте абсолютную погрешность измерения момента инерции $\Delta I = E \cdot I$.
4. Запишите окончательный результат в виде $I = I_{\text{ср}} \pm \Delta I$.