Лабораторная работа 1.07

ИЗУЧЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

О.А. Рубан, А.С. Елшин.

Цель работы: изучение гармонических колебаний на примере пружинного маятника, а также закона Гука.

Задание: определить коэффициент жесткости пружины двумя способами и проверить выражение для периода колебаний пружинного маятника.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: прочитать данное описание лабораторной работы; изучить материал, изложенный в рекомендованных параграфах учебников из библиографического списка; ознакомиться с измерительной аппаратурой и ответить на контрольные вопросы.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Том 1. Механика. Молекулярная физика. СПб.: Издательство «Лань», 2018, гл. 2, §§ 6-11; гл. 5, §§ 36-39.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2019, гл. 2, §§ 5 – 8; гл. 4, §§ 16 – 18.

Контрольные вопросы

1. Что в физике понимают под маятником?
2. Что такое колебательное движение?
3. Что называется периодом колебаний? Фазой? Частотой?
4. Сформулируйте закон Гука. Всегда ли он работает? Приведите примеры сил упругости в природе.
5. Какие колебания называют собственными, а какие вынужденными? Что такое автоколебания? Приведите примеры.
6. В чём различие упругой и пластической деформации, и какая деформация происходила в работе?
7. Изменится ли период колебаний пружинного маятника, если вместо одной пружины добавить последовательно вторую такую же? Если изменится, то во сколько раз? А если соединить параллельно?

8. Какова природа сил упругости?
9. Что называется гармоническим осциллятором?
10. Как связаны между собой частота, круговая частота и период гармонического колебания?
11. От чего зависит период колебаний пружинного маятника?
12. Запишите дифференциальное уравнение гармонического колебания и его решение.
13. Отличаются ли чем-то колебания вертикального и горизонтального пружинного маятника?

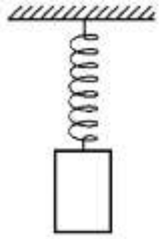


Рис. 1. Пружинный маятник

Теоретическое введение

Пружинный маятник представляет собой пружину с коэффициентом упругости k, один конец которой жёстко закреплён, а ко второму концу закреплён груз массой m.

Рассмотрим систему на рис. 1. На груз действует сила тяжести и сила упругости. Запишем 2-й закон Ньютона и учтём действующие на груз силы тяжести и упругости:

$F = m\text{a}$		(1)
$F_{\text{упр}} = -k * X$		(2)
$F_{\text{тяж}} = m * g$		(3)
$-k * X + m * g = ma$		(4)

В положении равновесия эти силы уравновешивают друг друга:

$-k * X_0 + m * g = 0$		(5)

где X_0 – положение равновесия.

Выразив из уравнения (5) силу тяжести и подставив в (4) получим:

$-k * (X - X_0) = m * a$		(6)

$x = X - X_0$ – смещение груза относительно положения равновесия.

Таким образом, можно переписать уравнение в виде:

$F = -k * x$		(7)

которое имеет такой же вид, как и закон Гука. Отличие только в том, что в данном случае $-k * x$ означает равнодействующую силу. С математической точки зрения колебательный процесс при наличии или отсутствии силы тяжести одинаков. Сила тяжести лишь смещает положение равновесия, если речь идёт о вертикальных колебаниях пружины.

Если положить $k = m * \omega^2$, и учесть, что ускорение — это вторая производная от координаты, то можно переписать (6) в виде дифференциального уравнения гармонического колебания:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \qquad (8)$$

Решением этого дифференциального уравнения является:

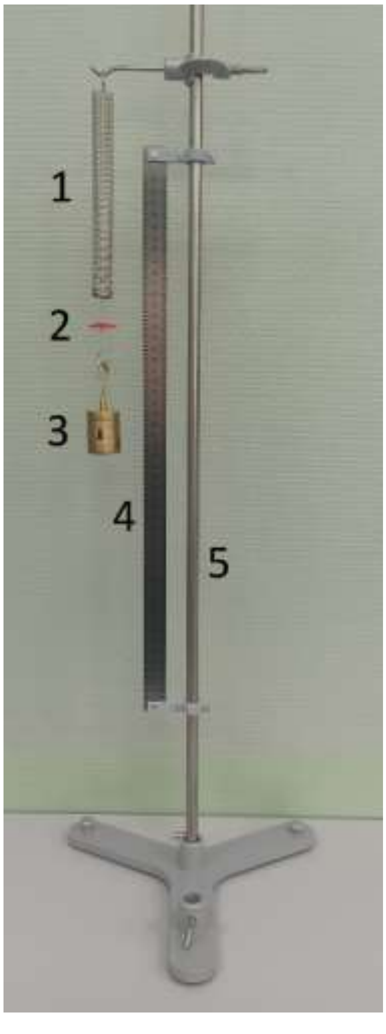
$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (9)$$

где x – текущее отклонение физической величины от среднего значения. A - амплитуда (максимальное отклонение физической величины от положения равновесия за период). ω – циклическая частота (на сколько радиан изменится фаза за 1 с), φ_0 – начальная фаза.

Период колебаний с учётом $k = m * \omega^2$:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (10)$$

Заметим, что период колебаний не зависит от амплитуды.



Колебания бывают свободные и вынужденные. Свободные колебания совершаются под действием внутренних сил после вывода тела из положения равновесия. Вынужденные колебания происходят под воздействием внешней периодической силы. Автоколебания происходят под воздействием внешней непрерывной силы. Гармонические колебания подчиняются гармоническому (синусоидальному) закону.

Описание аппаратуры и методики измерений.

Установка (см. Рис. 2) представляет собой штатив с возможностью закрепления на нём пружин ной жёсткости и возможностью закрепления наборных грузов различной массы на пружине. 1 – пружина, 2 – указатель, 3 – наборный груз, 4 – линейка, 5 – штатив.

Положение равновесия и смещение груза можно отмечать с помощью красного указателя и линейки. Перед измерениями, при необходимости, указатель может быть смещен по вертикали. Высота подвеса также может быть отрегулирована. Меньший груз имеет наборные диски по 10 г и общую массу 100 г. Больший груз имеет наборные диски по 50 г и общую массу 250 г.

Рис. 2. Схема установки

Порядок выполнения работы

1. Выберите одну из пружин и подвесьте на штатив.
2. Измерьте недеформированную длину пружины x_0 (по указателю) и запишите её. Запишите цену деления линейки.
3. Подвешивая различные грузы, определите текущее положение указателя на пружине x и запишите в таблицу 1. Определите деформацию пружины Δx как разницу текущего и недеформированного значения длины пружины.

Таблица 1 Рис. 2

Номер измерения	m, кг	P, Н	x, м	Δx, м	δx
1					
2					
…					

4. Подвесьте груз массой m на эту же пружину и выведите из положения равновесия. Измерьте длительность 10 полных колебаний t и запишите в таблицу 2

Таблица 2

Номер измерения	m, кг	t,с	T, с	T^2, с^2	k, Н/м	δT
1						
2						
3						

5. Повторите пункт 4 с двумя другими грузами.

6. По указанию преподавателя повторите пункты 1-5 с другой пружиной.

Обработка результатов измерений

1. По данным таблицы 1 постройте график, откладывая по оси абсцисс деформацию в метрах, а по оси ординат – вес грузов в Ньютонах.
2. Постройте прямую по полученным экспериментальным точкам и по ней определите коэффициент упругости k пружины как угловой коэффициент прямой. (Он рассчитывается по построенной прямой, а не по экспериментальным точкам!)
3. Рассчитайте относительные погрешности деформации δx при каждом измерении и запишите их в таблицу 1. Относительная погрешность рассчитывается как абсолютная погрешность измерения физической величины (деформации), делённая на измеренную физическую величину (деформацию).
   Примечание: если от линейки до указателя на пружине имеется некоторое расстояние, то абсолютную погрешность измерения следует брать большую, чем половина цены деления линейки.
4. Рассчитайте абсолютную погрешность измерения коэффициента упругости по формуле:
$$\Delta k = \mathrm{k} * \frac{\sum_1^n \delta x}{n}$$
   где n–число измерений.
5. Определите значение коэффициента упругости пружины по формуле:
$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$
   и запишите в таблицу 2. Итоговое значение коэффициента упругости определите как среднее арифметическое.
6. Рассчитайте относительные погрешности периода δT при каждом измерении и запишите их в таблицу 1. В качестве абсолютной погрешности при ручном измерении времени можно взять время реакции 0,1 с. Измеряемая величина – время десяти колебаний.
7. Рассчитайте абсолютную погрешность измерения коэффициента упругости по формуле:
$$\Delta k = \mathrm{k} * 2\frac{\sum_1^n \delta T}{n}$$
8. Сравните результаты расчёта коэффициента упругости пружины, полученные двумя методами (в пункте 2 и в пункте 5).