Лабораторная работа 1.08

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДВЕСНОГО МАЯТНИКА

А.М. Попов.

Цель работы: проверка выводов теории математического маятника с помощью его модели.

Задание: изучить зависимость периода колебаний подвесного маятника от длины подвеса и от массы груза и рассчитать значение ускорения свободного падения g.

Подготовка к выполнению лабораторной работы: прочитать данное описание лабораторной работы; изучить материал, изложенный в рекомендованных параграфах учебников из библиографического списка; ознакомиться с измерительной аппаратурой и ответить на контрольные вопросы.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Том 1. Механика. Молекулярная физика. - СПб.: Издательство «Лань», 2018, гл. 5, §§ 38, 39; гл. 7, §§ 49, 50, 52-54.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2019, гл. 4, §§ 16 – 18.

Контрольные вопросы

1. Что в физике понимают под маятником?
2. Что такое колебательное движение?
3. Что называется периодом колебаний?
4. Что такое математический маятник?
5. Что такое физический маятник?
6. Дайте определение момента силы.
7. Запишите основной закон динамики вращательного движения.
8. Что такое момент инерции и чему он равен для математического маятника?
9. Что называется гармоническим осциллятором?
10. Как связаны между собой частота, круговая частота и период гармонического колебания?
11. От чего зависит период колебаний математического маятника?
12. Запишите дифференциальное уравнение гармонического колебания.

Теоретическое введение

В физике под ***маятником*** понимают твёрдое тело, которое может совершать под действием приложенной к нему силы ***колебательное движение***. Колебательные движения это процессы, точно или приблизительно повторяющиеся через одинаковые промежутки времени. Наименьший из этих промежутков времени называется ***периодом колебаний***.

В механике принято различать ***математический*** и ***физический маятники.*** Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешено тело точечной массы. Очевидно, что такая система может совершать колебательное движение под действием силы тяжести. Запишем основной закон динамики вращательного движения в проекции на ось вращения

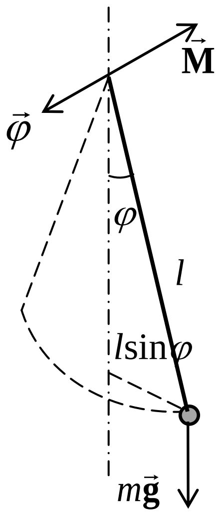

Рис. 1

$$M = I\varepsilon\,,$$

где M – момент силы тяжести относительно оси вращения, I – момент инерции маятника относительно оси вращения, ε – проекция углового ускорения на ось вращения.

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом φ, образованным нитью с вертикалью (рис. 1). При отклонении маятника от положения равновесия возникает вращающий момент, равный по величине $M = mgl\sin\varphi$, где m – масса подвешенного тела, g – ускорение свободного падения, l – длина нити. Таким образом, основной закон динамики вращательного движения имеет вид

$$mgl\sin\varphi = ml^2\varepsilon\,,$$

где ml^2 - момент инерции маятника, $\varepsilon = -d^2\varphi/dt^2$ – проекция углового ускорения маятника на ось вращения. Знак минус указывает на то, что с ростом величины угла φ угловая скорость вращения маятника уменьшается (и наоборот). В результате, уравнение можно преобразовать к виду

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0 \qquad (1)$$

Ограничимся рассмотрением малых колебаний, когда можно положить $\sin\varphi \approx \varphi$, и введём обозначение

$$\frac{g}{l} = \omega^2. \qquad (2)$$

Тогда из (1) для малых колебаний получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0. \qquad (3)$$

Известно, что его решение имеет вид

$$\varphi = A\cos(\omega t + \alpha)$$

где A - амплитуда колебаний, ω - круговая частота ($\omega = 2\pi\nu$, ν – частота колебаний маятника), α - начальная фаза. Следовательно, при малых колебаниях, угловое отклонение математического маятника изменяется со временем по гармоническому закону.

Как следует из (2), круговая частота колебаний математического маятника зависит только от длины маятника и от ускорения силы тяжести и не зависит от массы маятника. Учитывая связь между круговой частотой и периодом колебаний, $T = 2\pi/\omega$, из (2) получим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (4)$$

Описание аппаратуры и методики измерений

В настоящей работе в качестве модели математического маятника используется подвесной маятник - небольшой тяжёлый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2.

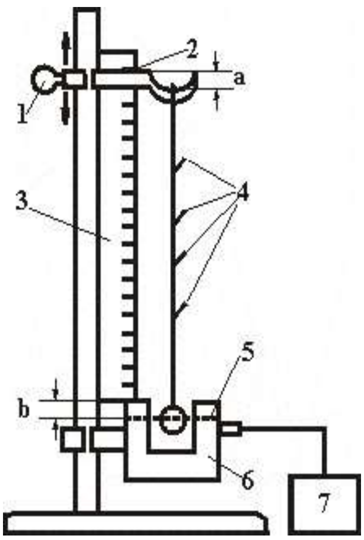

Рис. 2

Пояснение к рисунку: 1 – винт, с помощью которого можно закрепить кронштейн с подвесом на необходимой высоте; 2 – уровень отсчёта по линейке 3; 4 - петельки, с помощью которых можно менять длину подвеса; 5 – риска, нанесённая на фотоэлектрический датчик 6, по которой устанавливают положение центра масс шарика; 7 – цифровой счётчик для измерения периода колебаний маятника, показанный на рис. 3.

В комплект установки входят четыре шарика разной массы, которые могут поочерёдно подвешиваться на нити. Диаметры и массы этих шариков указаны на установке. На установке также указаны размеры зазоров a и b, которые необходимо учитывать при определении длины подвеса. Длина подвеса l– это расстояние от точки подвеса до центра масс шарика. Для расчета этого расстояния надо к длине, отсчитанной по уровню 2 прибавить b и отнять a.

Рис. 3

Порядок выполнения работы

1. Подвесить шарик на кронштейн за одну из петель 4, и отрегулировать высоту подвеса с помощью винта 1 так, чтобы центр масс шарика совпадал по уровню с риской 5. Записать в таблицу 1 значение длины подвеса, рассчитанное по схеме: $l=l_0 + b - a$, где l_0 - отсчёт по линейке 3.
2. Включить цифровой счётчик 7 (рис. 3). Счетчик не имеет отдельного сетевого выключателя. Питание включается простым подключением источника питания к сети. В случае сбоя отключите оборудование на несколько секунд от сети.
3. Для измерения периода колебаний маятника установите переключатель 15 в положение ТА △ и подключите фотоэлектрический датчик к гнезду А 12. Измерить время в миллисекундах между тремя прерываниями фотоэлектрического датчика на выводе А 12.

4. С помощью цифрового счётчика измерить период малых колебаний маятника. Результат занести в таблицу 1.
5. Повторить измерения ещё для четырёх длин подвеса.
6. Произвести весь комплекс измерений для каждого из остальных трёх шариков.

Таблица 1.

	$m_1 =$		$m_2 =$		$m_3 =$		$m_4 =$	
N	$l_{1,}$ см	$T_{1,}$ мс	$l_{2,}$ см	$T_{2,}$ мс	$l_{3,}$ см	$T_{3,}$ мс	$l_{4,}$ см	$T_{4,}$ мс
1								
2								
3								
4								
…								

Обработка результатов измерений

1. По данным таблицы 1 заполнить таблицу 2.

Таблица 2.

	m_1=		m_2=		m_3=		m_4=	
N	$l_{1,}$ см	T_1^2, с^2	$l_{2,}$ см	T_2^2, с^2	$l_{3,}$ см	T_3^2, с^2	$l_{4,}$ см	T_4^2, с^2
1								
2								
3								
4								
…								

2. На миллиметровой бумаге, в достаточно крупном масштабе, построить графики зависимостей $l = f(T^2)$
3. Рассчитать угловые коэффициенты $\Delta l / \Delta(T^2)$ для этих линейных зависимостей .
4. Рассчитать ускорение свободного падения g по формуле

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{\Delta(T^2)} ,$$

которая следует из формулы (4).

5. Оценить погрешности измерений. Для оценки можно воспользоваться формулой

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T}.$$