文章编号:1000-1638(2013)06-0565-07 DOI:10.11702/nmgdxxbzk20130602

多重信息不对称风险对聚合风险模型的影响*

常秋胜[1],赵雅娟[2],孙喜波[3]

(1.包头师范学院数学科学学院,包头 014030;
2.中国农业大学经济管理学院,北京 100083;3.内蒙古工业大学理学院,呼和浩特 010051)

摘要:利用敏感性问题抽样调查技术中 Warner 模型和多项选择模型估计了两类信息不对称风险对聚合风险模型的影响.并且通过数值算例验证了这种方法的可行性,有效性.又从破产概率角度分析了这两类信息不对称风险对聚合风险模型的影响.并分析了采用随机化回答方法,对聚合风险模型和其破产概率的影响.最后,在存在多重信息不对称风险条件下,建立了两种预警机制的理论框架.

关键词:信息不对称;Warner 模型;预警机制

中图分类号:O211 **文献标志码**:A

信息经济学的奠基人之一,2001 年诺贝尔经济学奖得主约瑟夫·斯蒂格利茨(Joseph E. Stiglitz)指出,"多重信息不对称问题(双重道德风险等)是一个有待解决的问题领域."搏弈论和 Von Neumann & Morgensterny 效用函数是时下分析信息不对称风险的常用工具[1-4].但在实际应用中,这两种分析信息不对称风险的方法存在一定的局限性,主要问题是仅局限于机理分析、主观性强、定量操作性差和分析多重信息不对称风险问题时描述困难.为了克服上述缺陷,本文采用聚合风险模型来刻画多重信息不对称问题.多重信息不对称风险必然存在于聚合风险模型中,聚合风险模型在保险领域特别是非寿险领域有着广泛的应用[5-7].例如,用于分析保险公司的破产概率[8]、承保风险大小、保险损失率、保险费率等方面.最近,李睿在不存在信息不对称情形下讨论了基于二项分布的聚合理赔模型[9].Turan 等引入了一种聚合风险的非模型测量方法[10],向鹏程等基于建设项目信息不对称理论探讨了风险防范机制和措施[11]。为可操作性,本文提出了一种利用敏感性问题抽样调查技术分析多重信息不对称风险对聚合风险模型影响的方法,并且通过数值算例验证了提出方法的可行性和有效性.全文共分七节,第一节介绍了一些基本概念;第二节用 Warner 模型[12-13]分析风险Ⅰ对聚合模型中理赔次数的影响;第三节利用多项选择模型[14]分析风险Ⅱ对聚合风险模型中个别理赔额的影响;第四节考虑风险Ⅰ和风险Ⅱ对聚合风险(多重风险)的影响;第五节从破产概率角度分析信息不对称风险对聚合风险模型的影响;第六节分析使用随机化技术后对聚合模型结论的影响;第七节建立了信息不对称风险预警机制的初步框架.

1 一些基本概念

1.1 聚合风险模型

令 $S(t)=\sum_{i=1}^{N(t)} C_i$,其中 C_i 为第 i 次理赔额,$N(t)$ 为 $(0,t)$ 时间内发生理赔的次数,满足:C_1,C_2,

* 收稿日期:2013-06-08

基金项目:国家自然科学基金项目(11161031);内蒙古自然科学基金资助项目(编号:2013MS0108)

作者简介:常秋胜(1963-),男,内蒙古呼和浩特人,副教授.从事应用统计学方面的研究.E-mail:changqiusheng_1963@163.com.

通信作者:赵雅娟(1992-),女,内蒙古呼和浩特人.E-mail:zhaoyajuan1004@sina.com.

$\cdots, C_{N(t)}$ 以及 $N(t)$ 相互独立;$C_1, C_2, \cdots, C_{N(t)}$ 分布相同,记 $C_i \sim P(x), P_k = E[C_i^k]$. 当 $N(t) \sim Possion(\Lambda t), \Lambda \sim f(t)$ 时,称 $S(t)$ 服从复合泊松过程.

关于 $N(t)$ 有下列结论:

(1) $\Pr\{N(t)=n \mid \Lambda=\lambda\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t}, \lambda > 0$;

(2) $E(N(t)) = E(E(N(t) \mid \Lambda)) = E(\Lambda)t$;

(3) $Var(N(t)) = E(Var(N(t) \mid \Lambda)) + Var(E(N(t) \mid \Lambda)) = E(\Lambda)t + Var(\Lambda)t^2$.

1.2 信息不对称风险

本文中信息不对称风险是指保险领域由道德风险所引出的理赔额或理赔次数增长的风险[1]. 包括事前道德风险和事后道德风险.

事前道德风险:在保单生效后,投保人降低了对保单范围内承保风险的防范,使总理赔额增加. 如在健康险中,投保人投保后忽视了锻炼身体,使发病概率增大,致使总理赔额增加.

事后道德风险:在保单生效后,投保人出现保险事故后,在事故处理上选择对自己最为有利的方案. 如在医疗险中,出现事故后,投保人往往选择急诊就医,使就医成本增大,总理赔额增加.

1.3 敏感性问题和随机化回答技术

敏感性问题,是指与单位或个人的隐私或利益有关而不愿向外界透漏的问题. 如个人或单位是否偷税漏税及数额、个人储蓄等. 本文中投保人信息不对称风险,也属敏感性问题. 对于敏感问题,直接调查得不到可靠的样本数据,Warner 1965 年开创性地引进称之为随机化回答调查技术. 其宗旨是最大限度地为被调查者保守秘密,同时又能获取敏感变量可靠的数据.

1.4 信息不对称风险的分类

聚合风险模型 $S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} C_i$ 的信息不对称风险,分为两类:

(1) 仅对理赔次数 $N(t)$ 有影响的信息不对称风险称为信息不对称风险 Ⅰ. 风险 Ⅰ 往往和事前道德风险对应,使得理赔次数增加,但每次理赔额变化不大.

(2) 仅对理赔额 C 有影响的信息不对称风险称为信息不对称风险 Ⅱ. 风险 Ⅱ 往往和事后道德风险相对应,使得每次理赔额增加,而不影响理赔次数.

2 用 Warner 技术估计风险Ⅰ对聚合模型中理赔次数的影响

定义 1 $\pi_{\mathrm{I}} \doteq \pi_{\mathrm{I}}(t) = N_{\mathrm{I}}(t)/N(t)$. $\pi_{\mathrm{I}}(t)$ 表示风险 Ⅰ 影响而产生的理赔次数 $N_{\mathrm{I}}(t)$ 占总理赔次数 $N(t)$ 的未知敏感问题比例. 可采用 Warner 模型估计.

在简单随机放回抽样设计下从 $N(t)$ 次理赔中抽得 n 次理赔,对这 n 次理赔进行随机化回答调查. 随机化装置:外形相同的卡片上分别写有问题"本次理赔是由信息不对称风险 Ⅰ 产生的吗?'与"本次理赔不是由信息不对称风险 Ⅰ 产生的吗?',按预定比例 $p:(1-p)$ 混合放入一盒子中. 每个样本个体从盒中任取一张卡片,根据卡片上的问题与自己情况是否匹配作出"是"或"否"回答. 调查者无权知道投保人抽出哪种卡片. 设调查后得到"是"回答个数为 n_1,则

$$\hat{\pi}_{\mathrm{I}} = \frac{n_1/n-(1-p)}{2p-1} \tag{1}$$

3 用多项选择模型分析风险Ⅱ对聚合模型中个别理赔额的影响

定义 2 $\pi_{\mathrm{II}} = \frac{\mu_C^{\mathrm{II}}}{\mu_C}, \mu_C^{\mathrm{II}} = \mathrm{E}[\frac{1}{N(t)}\sum_{i=1}^{N(t)} C_i^{\mathrm{II}}]$ 表示风险 Ⅱ 影响产生的个别理赔的平均理赔额,$\mu_C = \mathrm{E}[\frac{1}{N(t)}\sum_{i=1}^{N(t)} C_i]$ 表示平均理赔额,C_i 和 C_i^{II} 分别表示第 i 次理赔的个别理赔额和风险 Ⅱ 影响个别理赔增加额.

令 C_i 密度和分布函数分别为 $p(x)$，$F(x)$. 由定义知 $C_i^{\mathrm{II}} \doteq \pi_{\mathrm{II}} C_i$，进而 $C_i - C_i^{\mathrm{II}} \doteq (1-\pi_{\mathrm{II}})C_i$ 为第 i 次个别理赔中不受风险 II 影响的理赔额. 则 C_i^{II}，$C_i - C_i^{\mathrm{II}}$ 的密度函数分别为 $p(x/\pi_{\mathrm{II}})/\pi_{\mathrm{II}}$，$p(x/(1-\pi_{\mathrm{II}}))/(1-\pi_{\mathrm{II}})$；分布函数分别为 $F(x/\pi_{\mathrm{II}})$，$F(x/(1-\pi_{\mathrm{II}}))$.

3.1　多项选择模型的实施过程

将 $C_i^{\mathrm{II}}\ (0 \leqslant C_i^{\mathrm{II}} \leqslant C_i)$ 按照一定的大小标准分成 $L+1$ 类，依次为 $C_{(0)}^{\mathrm{II}}, C_{(1)}^{\mathrm{II}}, C_{(2)}^{\mathrm{II}}, \cdots, C_{(L)}^{\mathrm{II}}$，对应非敏感属性 A_0 和敏感属性 $A_1, A_2, \cdots, A_L$，实践中由保险公司结合具体的承保风险来制定.

按简单随机有放回抽样从 $N(t)$ 次理赔中抽得 n 次理赔. 随机化装置：做 m 张外形完全相同的卡片，标记 $0,1,2,\cdots,L$，其个数分别为 $m_0, m_1, m_2, \cdots, m_L$，$\sum_{i=0}^{L} m_i = m$. 被调查者随机抽取一张卡片，如果标记为 0，必须真实回答他所具有属性类别 A_i 的序号 i；如果抽到标号为 $i(i \neq 0)$，则不管他的真实属性如何，直接回答 i. 设 $f_i = m_i/m$ 为抽到标号为 i 卡片的概率，n_i 为回答 i 的频数. q_i 为理赔总体中投保人采用随机化装置回答 i 的概率(未知)，可用 $\hat{q}_i = n_i/n$ 估计，$(i=0,1,2,\cdots,L)$. 假定大小为 $N(t)$ 的总体中实际为 A_i 的个数为 $N_{(i)}(t)$，比例为 $p_i = N_{(i)}(t)/N(t)$，$i=0,1,\cdots,L$，则随机向量 $(n_0, n_1, n_2, \cdots, n_L)$ 服从参数 $q_0, q_1, q_2, \cdots, q_L$ 的多项分布，由贝叶斯公式 $q_0 = f_0 p_0$，$q_i = f_0 p_i + f_i$. 得到矩估计 $\hat{p}_0 = \dfrac{n_0/n}{f_0}$，$\hat{p}_i = \dfrac{n_i/n - f_i}{f_0}$，$i = 1,\cdots,L$. 进而

$$\hat{\pi}_{\mathrm{II}} = \frac{\hat{\mu}_C^{\mathrm{II}}}{\mu_C} = \frac{\sum_{i=1}^{L} \hat{p}_i \cdot C_{(i)}^{\mathrm{II}}}{\mu_C} \tag{2}$$

该估计量是 π_{II} 的无偏估计，方差为

$$Var(\hat{\pi}_{\mathrm{II}}) = \frac{1}{\mu_C^2}\left[\sum_{i=1}^{L}(C_i^{\mathrm{II}})^2 \cdot Var(\hat{p}_i) + \sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1,j\neq i}^{L} C_{(i)}^{\mathrm{II}} \cdot C_{(j)}^{\mathrm{II}} \cdot \rho(\hat{p}_i, \hat{p}_j) \cdot \sqrt{Var(\hat{p}_i)Var(\hat{p}_j)}\right]$$

3.2　多项选择模型方法的 Monte－Carlo 模拟

我们在一个人为总体下利用 Monte－Carlo 模拟来验证这种方法的可行性. 理赔数据和风险 II 产生的理赔数据(N(t)＝200)如下：

C＝(550,850,550,300,650,400,300,550,350,400,400,550,800,300,850,300,400,350,550,600,300,550,550,650,300,850,550,600,400,800,300,400,350,300,550,550,400,300,550,350,300,350,350,800,550,400,550,400,300,300,350,600,550,300,400,300,550,300,400,550,300,550,400,550,650,850,400,750,650,850,550,550,400,400,350,300,750,550,400,550,600,600,550,300,800,550,650,550,550,550,550,750,550,550,550,850,400,850,750,300,300,400,550,800,800,600,400,300,300,800,300,300,550,750,400,350,600,650,600,300,400,400,550,550,400,400,550,300,400,550,550,350,650,300,650,800,550,300,650,750,300,550,800,850,350,300,550,300,350,350,550,400,550,550,300,550,750,350,350,800,550,550,350,300,550,600,300,550,350,850,550,400,400,650,300,550,350,550,750,550,300,750,550,550,350,550,750,550,300,400,550,400,550,350,550,300,850,300,600,300)

C^{II}＝(0,250,250,200,150,100,0,150,150,100,150,150,150,150,100,0,100,150,100,0,150,0,100,100,250,150,150,0,200,250,0,250,0,150,150,100,150,100,150,100,150,0,250,250,150,150,250,150,150,150,250,250,0,0,200,150,0,0,0,100,0,0,150,0,0,0,150,150,0,150,250,150,150,250,150,100,150,0,0,250,150,150,150,0,100,250,0,150,100,0,150,100,100,0,0,150,150,0,150,150,150,150,150,250,150,150,150,100,250,250,0,0,0,150,150,0,150,100,250,0,150,150,250,200,100,250,200,0,0,0,250,100,100,150,150,150,100,150,0,150,150,150,250,250,0,150,150,200,150,100,150,250,150,250,0,150,0,200,250,150,250,0,150,150,200,100,100,150,250,150,0,250,100,150,0,150,100,150,150,200,100,0,200,150,250,150,150,0,0,150,100,150,100,150,0,150,150,0,0,0)

按简单随机无放回抽样从理赔总体中抽 n＝50 次理赔. 理赔按风险 II 影响个别理赔额大小分成 5 个级别：$C_{(0)}^{\mathrm{II}} = 0$，$C_{(1)}^{\mathrm{II}} = 100$，$C_{(2)}^{\mathrm{II}} = 150$，$C_{(3)}^{\mathrm{II}} = 200$，$C_{(4)}^{\mathrm{II}} = 250$，总体对应属性 A_0, A_1, A_2, A_3, A_4，理赔数 50,30,80,10,30. 计算得到 $\mu_C^{\mathrm{II}} = 122.5$，$\pi_{\mathrm{II}} = 0.244$，$\mu_C = 502.5$.

通过 Monte－Carlo 计算采用多项选择随机化技术估计精度. 重复次数 $B = 10000$，得到 $\hat{\pi}_{\mathrm{II}}$ 相对

均方误差为 0.203. 可见,采用多项选择模型估计个别理赔额 C 中风险 Ⅱ 影响所发生的个别理赔额 $C^{Ⅱ}$ 比例的方法是可行的. 其中相对均方误差 $RRMSE=[B^{-1}\sum_{i=1}^{B}(\hat{\theta}-\theta)^2]^{1/2}/\theta$.

4 考虑风险Ⅰ和风险Ⅱ对聚合风险 $S(t)$ 的影响

定义 3 称 $S_{Ⅰ}(t)=\sum_{i\in Ⅰ}C_i$ 为风险 Ⅰ 影响产生的总理赔. 其中 $Ⅰ=\{i \mid$ 风险 Ⅰ 影响所产生的理赔指标$\}$,指标集 Ⅰ 大小为 $N_{Ⅰ}(t)$. 全集 $\Theta=\{1,2,\cdots,N(t)\}$, $\overline{Ⅰ}=\Theta-Ⅰ$,大小 $N(t)-N_{Ⅰ}(t)$.

定义 4 称 $S_{Ⅱ}(t)=\sum_{i=1}^{N(t)}C_i^{Ⅱ}$ 为由风险 Ⅱ 影响产生的总理赔.

定义 5 称 $S_{Ⅰ,Ⅱ}(t)=\sum_{i\in Ⅰ}C_i^{Ⅱ}$ 为由风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 同时影响而产生的总理赔.

定义 6 称 $S^*(t)=S_{Ⅰ}(t)+S_{Ⅱ}(t)-S_{Ⅰ,Ⅱ}(t)$ 为由风险 Ⅰ 或风险 Ⅱ 影响而产生的总理赔.

定义 7 称 $S^{\#}(t)=S(t)-S^*(t)$ 为无风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 影响产生的总理赔.

4.1 $S^*(t)$ 均值和方差

由于 $E(S_{Ⅰ}(t))=\pi_{Ⅰ}E(\Lambda)tP_1$, $E(S_{Ⅱ}(t))=\pi_{Ⅱ}E(\Lambda)tP_1$, $E(S_{Ⅰ,Ⅱ}(t))=\pi_{Ⅱ}\cdot E(\sum_{i\in I}C_i)=\pi_{Ⅰ}\pi_{Ⅱ}E(\Lambda)tP_1$,因此 $E(S^*(t))=(\pi_{Ⅰ}+\pi_{Ⅱ}-\pi_{Ⅰ}\pi_{Ⅱ})E(\Lambda)tP_1$. 再计算 $Var(S^*(t))=Var(S_{Ⅰ}(t)+S_{Ⅱ}(t)-S_{Ⅰ,Ⅱ}(t))$ 由于 $Var(S_{Ⅰ}(t))=\pi_{Ⅰ}^2P_1^2Var(\Lambda)t^2+\pi_1P_2E(\Lambda)t-P_1^2\pi_1(1-\pi_1)E(\Lambda)t$; $Var(S_{Ⅱ}(t))=\pi_{Ⅱ}^2\cdot[P_1^2\cdot Var(\Lambda)\cdot t^2+E(\Lambda)\cdot t\cdot P_2]$; $Var(S_{Ⅰ,Ⅱ}(t))=\pi_{Ⅱ}^2[\pi_{Ⅰ}^2P_1^2Var(\Lambda)t^2+\pi_1P_2E(\Lambda)t-P_1^2\pi_1(1-\pi_1)E(\Lambda)t]$. 因此 $Var(S^*(t))=(1-\pi_{Ⅱ}^2)\cdot Var(S_{Ⅰ}(t))+Var(S_{Ⅱ}(t))+Var(S_{Ⅰ,Ⅱ}(t))$.

4.2 $S^{\#}(t)$ 均值、方差及其分布

假设 $N_{Ⅰ}(t)$ 也服从泊松过程. 这种假定是合理的,如交通事故数服从泊松过程,而交通事故中的重大交通事故也服从泊松过程. 由 $N_{Ⅰ}(t)\doteq\pi_{Ⅰ}N(t)$, $N_{Ⅰ}(t)$ 近似服从 $Poisson(\pi_{Ⅰ}\Lambda t)$. 进一步假设 $N(t)-N_{Ⅰ}(t)\sim Poisson((1-\pi_{Ⅰ})\Lambda t)$,且 $N_{Ⅰ}(t)$ 与 $N(t)-N_{Ⅰ}(t)$ 独立.

$S^{\#}(t)=[S(t)-S_{Ⅱ}(t)]-[S_{Ⅰ}(t)-S_{Ⅰ,Ⅱ}(t)]=\sum_{i=1}^{N(t)}(1-\pi_{Ⅱ})C_i-\sum_{i\in I}(1-\pi_{Ⅱ})C_i=\sum_{i=1}^{N(t)}B_i-\sum_{i\in I}B_i$,指标集 $\overline{I}$ 的大小为 $\overline{N}_{Ⅰ}(t)=N(t)-N_{Ⅰ}(t)$,由于 $N(t)\sim Poisson(\Lambda t)$, $S^{\#}(t)=\sum_{i\in\overline{I}}B_i$,其中 $\overline{N}_{Ⅰ}(t)\sim Poisson(\Lambda(1-\pi_1)t)$,新个别理赔额 $B_i=(1-\pi_{Ⅱ})C_i\sim P_B(x)=\frac{1}{1-\pi_{Ⅱ}}p(\frac{x}{1-\pi_{Ⅱ}})$, $F_B(x)=F(\frac{x}{1-\pi_{Ⅱ}})$. 因此 $S^{\#}(t)$ 为复合泊松过程, $E(S^{\#}(t))=(1-\pi_{Ⅰ}-\pi_{Ⅱ}+\pi_{Ⅱ}\pi_{Ⅱ})E(\Lambda)tP_1$, $Var(S^{\#}(t))=(1-\pi_{Ⅱ})^2(1-\pi_{Ⅰ})^2P_1^2Var(\Lambda)t^2+(1-\pi_{Ⅱ})^2(1-\pi_{Ⅰ})P_2E(\Lambda)t$.

5 从破产概率角度分析信息不对称风险对聚合风险模型的影响

5.1 聚合风险 $S(t)$ 的破产概率定义及有关性质

设 u 为初始准备金,忽略利率、通货膨胀率,运营费用和红利等因素的影响,负债部分只考虑 $S(t)$. 资产部分只考虑 u 和保费收入 $P(t)$,假设保费收入按照固定比例 ε 随时间线性增长, $P(t)=\varepsilon\cdot t$. 盈余过程模型为 $U(t)=u+\varepsilon\cdot t-S(t)$, $t\geqslant 0$ 称 $T=\min\{t,t\geqslant 0$,且 $U(t)<0\}$ 为破产时刻. 称 $\Psi(u)=Pr\{T<+\infty\}=Pr\{U(t)<0,\exists t\geqslant 0\}$ 为破产概率. $S(t)$ 的破产概率的有下面结论:

引理 1[5] 在复合泊松过程下,终极破产概率 $\Psi(u)$ 满足

$$\Psi'(u)=\frac{\lambda}{\varepsilon}\Psi(u)-\frac{\lambda}{\varepsilon}\int_0^u P(x)\Psi(u-x)\mathrm{d}x-\frac{\lambda}{\varepsilon}[1-F(u)] \tag{3}$$

其中 $F(x)$ 和 $P(x)$ 分别是个别理赔额 C 的分布和密度, λ 是泊松参数.

引理 2[5] 在复合泊松过程下,个别理赔额 C 服从参数为 α 的指数分布,则终极破产概率为

$$\Psi(u)=\frac{1}{1+\theta}\cdot\exp\left\{-\frac{\alpha\theta u}{1+\theta}\right\} \tag{4}$$

其中 $\theta=(\varepsilon-\lambda P_1)/(\lambda P_1)$ 为安全系数.

5.2　$S^{\#}(t)$的破产概率及相关结论

$S^{\#}(t)$ 的盈余过程:$U^{\#}(t)=u+\varepsilon\cdot t-S^{\#}(t),t\geqslant 0$,$\varepsilon$ 为保费;$S^{\#}(t)$ 的破产时刻 $T^{\#}=\min\{t,t\geqslant 0,U^{\#}(t)<0\}$;$S^{\#}(t)$ 的终极破产概率为 $\Psi^{\#}(u)$.

定理 1　在复合泊松过程 $S^{\#}(t)$下,终极破产概率 $\Psi^{\#}(u)$满足下方程

$$(\Psi^{\#}(u))'=\frac{\lambda(1-\pi_{\mathrm{I}})}{\varepsilon}\Psi^{\#}(u)-\frac{\lambda(1-\pi_{\mathrm{I}})}{\varepsilon(1-\pi_{\mathrm{II}})}\int_0^u P(\frac{x}{1-\pi_{\mathrm{II}}})\Psi^{\#}(u-x)\mathrm{d}x-\frac{\lambda(1-\pi_{\mathrm{I}})}{\varepsilon}\left[1-F(\frac{u}{1-\pi_{\mathrm{II}}})\right]\tag{5}$$

定理 2　复合泊松过程下,个别理赔额 C 服从参数为 α 的指数分布,则 $S^{\#}(t)$ 的终极破产概率为

$$\Psi^{\#}(u)=\frac{(1-\pi_{\mathrm{I}})(1-\pi_{\mathrm{II}})}{\alpha\cdot\varepsilon}\cdot\exp\{-(\frac{\alpha}{1-\pi_{\mathrm{II}}}-\frac{\lambda(1-\pi_{\mathrm{I}})}{\varepsilon})u\}\tag{6}$$

定理 1 定理 2 的证明由引理 1 和引理 2 可得.

注　(1)当 $S^{\#}(t)$ 的保费 ε 的取值大小不变,仍取 $\varepsilon=(1+\theta)\lambda P_1$,其中 $P_1=E[C]$. 可以得出 $\Psi^{\#}(u)=\frac{(1-\pi_{\mathrm{I}})(1-\pi_{\mathrm{II}})}{1+\theta}\cdot\exp\{\frac{\alpha(\theta+\pi_{\mathrm{I}}+\pi_{\mathrm{II}}-\pi_{\mathrm{I}}\cdot\pi_{\mathrm{II}})u}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})}\}<\Psi(u)=\frac{1}{1+\theta}\cdot\exp\{-\frac{\alpha\theta u}{1+\theta}\}$.

(2) 当 $S^{\#}(t)$ 中保费 $\varepsilon=(1+\theta)E[S^{\#}(t)]/t=(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{I}})(1-\pi_{\mathrm{II}})\lambda P_1$,$S(t)$ 中保费 $\varepsilon=(1+\theta)E[S(t)]/t=(1+\theta)\lambda P_1$ 时,可以得出

$$\Psi^{\#}(u)=\frac{1}{1+\theta}\cdot\exp\{-\frac{\alpha\theta u}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})}\}<\Psi(u)=\frac{1}{1+\theta}\cdot\exp\{-\frac{\alpha\theta u}{(1+\theta)}\}.$$

注意到 $\Psi^{\#}(u)<\Psi(u)$,原因在于存在风险 Ⅱ 的影响测度 π_{II},而风险 Ⅰ 的影响测度 π_{I} 在 $\Psi^{\#}(u)$ 的表达式中没有体现. 说明聚合风险模型中保费大小取值随着聚合风险的大小变化而变化,风险 Ⅰ 不影响聚合风险模型的破产概率,而风险 Ⅱ 对聚合风险模型的破产概率有影响. $[\Psi(u)-\Psi^{\#}(u)]$ 表示由风险 Ⅱ 使得保险公司破产概率的保守升高值."保守"是指由于保费取值大小随聚合风险的大小变化而变化,$S^{\#}(t)$ 中保费 $\varepsilon=(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{I}})(1-\pi_{\mathrm{II}})\lambda P_1$ 小于 $S(t)$ 中保费 $\varepsilon=(1+\theta)\lambda P_1$,风险Ⅰ不影响聚合风险模型的破产概率,风险Ⅱ影响聚合风险模型的破产概率的能力下降.

6　随机化技术对 $S^{\#}(t)$的结论的影响

本节分析 $\hat{\pi}_{\mathrm{I}}=\frac{n_1/n-(1-p)}{2p-1}$,$\hat{\pi}_{\mathrm{II}}=\frac{\hat{\mu}_C^{\mathrm{II}}}{\mu_C}$ 替代 π_{I},π_{II} 对模型均值、方差和破产概率的影响.

引理 3　随机变量 X,$E[X]=m$,$Y=g(X)$. 则 $E(Y)=g(m)+\frac{1}{2}g''(m)\cdot Var[X]$,

$Var[Y]\doteq[g'(m)]^2\cdot Var(X)-(1/4)[g''(m)]^2[Var(X)]^2$.

6.1　$S^{\#}(t)$的均值和方差的估计

$E(S^{\#}(t))=(1-\pi_{\mathrm{I}}-\pi_{\mathrm{II}}+\pi_{\mathrm{I}}\pi_{\mathrm{II}})E(\Lambda)tP_1$ 中的 π_{I},π_{II} 用 $\hat{\pi}_{\mathrm{I}}$,$\hat{\pi}_{\mathrm{II}}$ 代替,得到的估计

$\widehat{E(S^{\#}(t))}=(1-\hat{\pi}_{\mathrm{I}}-\hat{\pi}_{\mathrm{II}}+\hat{\pi}_{\mathrm{I}}\hat{\pi}_{\mathrm{II}})E(\Lambda)tP_1$ 是 $E(S^{\#}(t))$ 的无偏估计,具有方差

$$Var[\widehat{E(S^{\#}(t))}]=(E(\Lambda)p_1t)^2\{Var(\hat{\pi}_1)(1+\pi_2^2)+Var(\hat{\pi}_2)(1+\pi_1^2)+Var(\hat{\pi}_1)Var(\hat{\pi}_2)-2Var(\hat{\pi}_1)\pi_2-2Var(\hat{\pi}_2)\pi_1\}.$$

$$\widehat{Var(S^{\natural}(t))}=(1-\hat{\pi}_{\mathrm{II}})^2(1-\hat{\pi}_{\mathrm{I}})^2P_1^2Var(\Lambda)t^2+(1-\hat{\pi}_{\mathrm{II}})^2(1-\hat{\pi}_{\mathrm{I}})P_2E(\Lambda)t.$$

6.2　$S^{\#}(t)$的破产概率的估计

(1)保费 $\varepsilon=(1+\theta)\lambda P_1$ 时,$S^{\#}(t)$ 的个别理赔额 $B\sim Exp(\alpha/(1-\pi_{\mathrm{II}}))$,则 $S^{\#}(t)$ 的 $\Psi^{\#}(u)$ 估计为

$$\widehat{\Psi^{\#}(u)}=\frac{(1-\widehat{\pi_{\mathrm{I}}})(1-\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}{1+\theta}\exp\{-\frac{\alpha u(\theta+\widehat{\pi_{\mathrm{I}}}+\widehat{\pi_{\mathrm{II}}}-\widehat{\pi_{\mathrm{I}}}\cdot\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}{(1+\theta)(1-\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}\}\tag{7}$$

(2)保费 $\varepsilon=(1+\theta)\lambda P_1(1-\pi_{\mathrm{I}})(1-\pi_{\mathrm{II}})$ 时,$S^{\#}(t)$ 的个别理赔额 $B\sim Exp(\alpha/(1-\pi_{\mathrm{II}}))$,则

$$\widehat{\Psi^{\#}(u)}=\frac{1}{1+\theta}.\exp\{-\frac{\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}\} \tag{8}$$

下面我们通过求(8)中 $\widehat{\Psi^{\#}(u)}$ 的期望和方差来刻画用$\widehat{\pi_{\mathrm{I}}}$,$\widehat{\pi_{\mathrm{II}}}$ 代替 π_{I},π_{II} 后对破产概率的影响. (7) 中$\widehat{\Psi^{\#}(u)}$ 的期望和方差类似可以得到.

令 $g(x)=\frac{1}{1+\theta}\exp\{-\frac{\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-x)}\}$,则 $g'(x)=g(x)[-\frac{\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-x)^2}]$,$g''(x)=g(x)[-\frac{\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-x)^2}]^2+g(x)[\frac{-2\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-x)^3}]$. 由引理 3,

$$E[\widehat{\Psi^{\#}(u)}]\doteq\frac{1}{1+\theta}\exp\{-\frac{\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})}\}\{1+\frac{Var[\widehat{\pi_{\mathrm{II}}}]}{2}(\frac{\alpha^2u^2\theta^2}{(1+\theta)^2(1-\pi_{\mathrm{II}})^4}-\frac{2\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})^3})\}.$$

$$Var[\widehat{\Psi^{\#}(u)}]=\frac{Var(\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}{(1+\theta)^2}\exp\{-\frac{4\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})}\}\{\frac{\alpha^2u^2\theta^2}{(1+\theta)^2(1-\pi_{\mathrm{II}})^4}-\frac{Var(\widehat{\pi_{\mathrm{II}}})}{4}[\frac{\alpha^2u^2\theta^2}{(1+\theta)^2(1-\pi_{\mathrm{II}})^4}-\frac{2\alpha u\theta}{(1+\theta)(1-\pi_{\mathrm{II}})^3}]^2\}$$

7 信息不对称风险预警机制的初步建立

上面分析了信息不对称风险中风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 对聚合风险模型的影响和评估,利用文中结论建立信息不对称风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 的预警机制. 由于预警机制不仅仅涉及对风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 的评估,还涉及如预警机制评判标准等更多的主观判断. 本节探索建立风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 的预警机制.

7.1 两种预警机制的建立

(1) 基于风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 影响聚合模型期望的变化建立预警机制.

信息不对称风险 Ⅰ 的影响率 $\pi_{\mathrm{I}}=E[S_{\mathrm{I}}(t)]/E[S(t)]$. π_{I} 用 $\hat{\pi}_{\mathrm{I}}$ 估计,$\hat{\pi}_{\mathrm{I}}$ 度量信息不对称风险 Ⅰ 对公司影响的大小,作为风险 Ⅰ 对公司影响的预警指标.

信息不对称风险 Ⅱ 的影响率 $\pi_{\mathrm{II}}=E[S_{\mathrm{II}}(t)]/E[S(t)]$. π_{II} 用 $\hat{\pi}_{\mathrm{II}}$ 估计,$\hat{\pi}_{\mathrm{II}}$ 度量信息不对称风险 Ⅱ 对公司影响的大小,作为风险 Ⅱ 对公司影响的预警指标.

信息不对称风险 Ⅰ 和风险 Ⅱ 的影响率 $\pi_{III}=E[S^*(t)]/E[S(t)]=\pi_{\mathrm{I}}+\pi_{\mathrm{II}}-\pi_{\mathrm{I}}\pi_{\mathrm{II}}$,表示风险 Ⅰ 和风险Ⅱ对聚合风险模型影响程度,其估计值 $\hat{\pi}_{\mathrm{I}}+\hat{\pi}_{\mathrm{II}}-\hat{\pi}_{\mathrm{I}}\hat{\pi}_{\mathrm{II}}$ 作为风险Ⅰ和风险Ⅱ的预警指标.

(2) 基于风险 Ⅰ,风险 Ⅱ 影响聚合模型破产概率的变化建立预警机制.

信息不对称风险 Ⅰ 的影响率 $Q_1=[\Psi(u)-\Psi_1^{\#}(u)]/\Psi(u)$,表示风险 Ⅰ 影响聚合风险模型破产概率的程度. 也可作为风险 Ⅰ 对公司影响的预警指标,其中 $\Psi_1^{\#}(u)=\Psi^{\#}(u\mid\pi_{\mathrm{II}}=0)$.

信息不对称风险 Ⅱ 的影响率 $Q_2=[\Psi(u)-\Psi_2^{\#}(u)]/\Psi(u)$,表示风险 Ⅱ 影响聚合风险模型破产概率的程度,风险 Ⅱ 对公司影响的预警指标,其中 $\Psi_2^{\#}(u)=\Psi^{\#}(u\mid\pi_{\mathrm{I}}=0)$.

信息不对称风险Ⅰ和风险Ⅱ的影响率 $Q_3=[\Psi(u)-\Psi^{\#}(u)]/\Psi(u)$,表示风险Ⅰ和Ⅱ影响聚合风险模型破产概率的程度. 可作为风险Ⅰ和Ⅱ对公司影响的预警指标. 其中 $\Psi^{\#}(u)$ 用$\widehat{\Psi^{\#}(u)}$ 估计.

7.2 预警标准

若上述定义的六种影响率的估计值大于某一特定的百分比 η,则开始对公司预警,表明信息不对称风险Ⅰ或风险Ⅱ对公司的影响到了不可接受的程度. 而具体的 η 取值与公司具体情况有关. 预警开始,保险公司应该采取措施减少信息不对称风险的影响,如加强核保力度,对产品的设计条款分析,加强对投保人和潜在投保人宣传和教育. 需要说明的是,一个完整的预警机制不应仅仅是评估某种风险

的影响，还应包括分析风险产生的原因，并且采取有效措施来减少该种风险的影响，对采用措施的效果进行评估，并给出最佳的减少风险影响的措施.

参考文献：

[1] 边文霞. 保险欺诈问题的博弈研究[D]. 北京：首都经济贸易大学，2005.

[2] 孟生旺. 保险定价：经验估费系统研究[M]. 北京：中国金融出版社，2004.

[3] 约瑟夫·斯蒂格利茨. 信息经济学：基本原理[M]纪沫，陈工文，李飞跃，译. 北京：中国金融出版社，2009.

[4] Landsman Z M and Makov U E. Contaminated exponential dispersion loss modes[J]. *North American Actuarial Journal*，2003，**7**(2)：116-127.

[5] 谢志刚，韩天雄. 风险理论与非寿险精算[M]. 天津：南开大学出版社，2000.

[6] 陈宁. 跨境多重上市与信息不对称风险研究综述[J]. 决策与信息，2011，**7**：267-268.

[7] 卢志义，刘乐平，孟生旺. 基于污染 Gamma 分布的聚合风险模型及其在风险分类中的应用[J]. 系统科学与数学，2009，**2**：174-183.

[8] 宋兴明. 一类聚合风险模型及破产概率的研究[J]. 当代经济，2011，**22**：170-172.

[9] 李睿. 基于二项分布的短期聚合风险模型[J]. 经济数学，2012，**3**：70-73.

[10] Turan G，Nusret Carici，Haim Levy. A model－independent measure of aggregate idiosyncratic risk[J]. *Journal of Empirical Finance*，2008，**15**：878－896.

[11] Xiang P，Zhou J，Zhou X et al. Construction project risk management based on the view of Asymmetric information[J]. *Journal of Construction Engineering and management*，2012，**138**(11)：1303－1311.

[12] 冯土雍，施锡铨. 抽样调查理论、方法与实践[M]. 北京：科学出版社，1996.

[13] Warner SL. Randomized response：a survey technique for eliminating evasive answer bias[J]. *Journal of the American Statistical Association*，1965，60，63-69.

[14] 孙明举，段刚，孙山泽. 多项选择随机化调查的多样本模型—敏感性问题调查方法(Ⅲ)[J]. 数理统计与管理，2000，**3**：61-63.

（**责任编委**　杨联贵）

Influence of Information Asymmetric Risk on Collective Risk Model

CHANG Qiu-sheng [1]，ZHAO Ya-juan[2]，SUN Xi-bo[3]

（1 *Baotou Teachers College*，*Baotou* 014030；2. *College of Economics and Management*，*China Agricultural University*，*Beijing* 10083；3. *College of Science*，*Inner Mongolia of University Technology*，*Hohhot* 010051）

Abstract：The Information Asymmetry Risk，also called Collective Risk，remains an important part in the field of information economy that requires further researches. By using the Warner model and multi－selection model based on the theory of sensitive questions sampling survey，the effect of two types of Information Asymmetry Risk on the Collective Risk model were estimated. A new way was proposed to analyze the Information Asymmetry Risks. The feasibility and effectiveness of the new method were proved by a numerical example. The effect of the Information Asymmetry Risks on the Collective Risk model was also analyzed by using ruin probability technique. The influence of the adoption of the randomized response on the Collective Risk model and its ruin probability was studied，and finally，two theoretical frameworks of the early warning mechanism were established under the condition of multiple Information Asymmetry Risks.

Key words：information asymmetry risk；warner model；early warning.