1 Kombinatorik

	ohne	Zurck legen
Reigenfolge	$\frac{n!}{(n-k)!}$	n^k
ohne	$\binom{n}{k}$	$\binom{n+k-1}{k}$

2 Diskrete Zufallsvariablen

2.1 Axiomatscher Ansatz

- $P(E) \geq 0$
- $P(\Omega) = 1$
- $P(E \cup F) = P(E) + P(F),\ wenn\ E \cap F = \emptyset$
- $\Omega = E \cup \overline{E}$

2.2 Gemeinsame und bedingte Wahrscheinlichkeiten

- $P(EF) = P(E \cap F)$
- $P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)}$
- $P(EF) = P(E|F)P(F)$

2.3 statistische Unabhngigkeit

- $P(EF) = P(E)P(F)$

2.4 Bayes-Regel

- $P(F|E) = \frac{P(E|F)P(F)}{P(E|F)P(F)+P(E|\overline{F})P(\overline{F})}$

2.5 Gesetz der Gesamtwsk

- $P(F) = \sum_{i=1}^{K} P(F|E_i)P(E_i)$

2.6 Diskrete Zufallsbvariablen

- Eine Zufallsvaribale ZV $X(\omega)$ ist eine Funktion, die jedem mglichen Ergebnis $\omega \in \Omega$ eines Zufallsexperimentes eine reelle Zahl $X(\omega)$ zuordnet.
- Jede reelle Zahl $X(\omega)$ hate eine zugehrige Wahrscheinlichkeit.
  Wir schreiben diese als $P(X(\omega) = x) = P_X(x)$
- $P(4 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$

2.7 Wahrscheinlichkeitsverteilung

- $P_X(x) \hat{=} P(X = x)$
- $0 \leq P_X(x) \leq 1$
- $\sum_X P_X(x) = 1$

2.8 Poisson-ZV

- $P_X(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$
-

2.9 Zwei diskrete ZV

WskVerteilung	Formel
Gemeinsame	$P_{XY}(x, y) \hat{=} P(X = x, Y = y)$
Bedingte	$P_{X\|Y}(x\|y) = \frac{P_{XY}(x,y)}{P_Y(y)}$
Rand	$P_X(x, y) = \sum_Y P_{XY}(x, y)$

2.10 binomial Verteilung

- $P_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$

2.11 Erwartungswerte und Momente

	Formel
Durchschnitt	$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{L} g_i N_i$
quadratische Abw.	$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{L} (g_i - \mu)^2 N_i$
Mittelwert	$\mu_X = E\{X\} \hat{=} \sum_X x P_X(x)$
Varianz	$var(X) \hat{=} E(X - \mu_X)^2 = \sum_X (x - \mu_X)^2 P_X(x)$
Standard Abw.	$\sigma_X = \sqrt{var(X)}$
Korrelation	$\mu_{XY} = E\{XY\} = \sum_X \sum_Y xy P_{XY}(x, y)$
Kovarianz	$\sigma_{XY} = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = \sum_X \sum_Y (x - \mu_X)(y - \mu_Y) P_{XY}(x, y)$
Linearitt	$E\{aX + bY\} = aE\{X\} + bE\{Y\}$

2.12 Unkorreliertheit

- $E\{XY\} = E\{X\}E\{Y\}$, d.h $\sigma_{XY} = 0$, dann sind X und Y unkorreliert
- statistische Unabhngigkeit bedeutet Unkorreliertheit aber **nicht umgekehrt**
- Korrelationskoeffizient $\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$
- $-1 \leq \rho_{XY} \leq 1$

2.13 Lineare Schtzung

- opt Schtzer, der MSE minimiert:
  $\hat{Y} = \mu_Y + \rho_{XY}\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(X - \mu_x)$
- dessen MSE $= \sigma_Y^2(1 - \rho_{XY}^2)$

2.14

- Stichprobenmw: $\hat{\mu}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- Stichprobenvar: $\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{\mu}_n)^2$

2.15 Zeitdiskrete Markoff-Ketten

2.15.1 Definition

Eine Folge von ganzwertigen ZVn.
Ereigniss = Zustand
Zeithomogen, wenn keine Abhngikeit von der Zeit besteht
$P(X_{n+1} = j|X_n = i) sindbergangswahrscheinlichkeiten$
$P(X_n = i)$ sind Zustandwahrscheinlichkeiten
$P(X_{n+1} = |X_n = i_n, ..., X_0 = i_0) = P(X_{n+1} = i_{i+1}|X_n = i_n)$

2.15.2 stationäre Verteilung

- $q_n = q_0 P^n$
- Stationäre Verteilung, wenn $\pi = \pi P$
- $\pi = \pi P \Leftrightarrow \pi(P - I) = 0$
- irreduzibel = Jeder Zusatand erreichbar
- irreduzibel $\Leftrightarrow \leq 1$ stationre Verteilung
- Eine irreduzible, aperiodische Kette mit einer endlichen Anzahl von Zustnden hat eine eindeutige stationre Verteilung.

2.15.3 Berechnung der stationren Verteilung

2.16 Stetige Zufallsvariablen

2.16.1 Wkdichte- und kumulative Verteilungsfunktionen

kummulative Verteilungsfunktion $F_X(x) \hat{=} P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_x(\xi)d\xi$
Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x) = \frac{d}{dx}F_X(x)$

Eigenschaften

- $P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F_X(b) - F_X(a)$
- $P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F_X(a)$
- $F_X(x)$ ist nicht abnehmend
- $f_x(x) \geq 0$
- $F_X(-\infty) = 0$ und $F_X(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$

2.17

-
-