1 Energie

1.1 Energie/Leistung

Energiesignal	$E_X = \int_{-\infty}^{\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt$	$0 < E_x < \infty \Rightarrow P_X = 0$
	$E_X = \sum_{-\infty}^{\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt$	
Leistungssignal	$P_X = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \lvert x(t)\rvert^2 dt$	$0 < P_X < \infty \Rightarrow E_X \to \infty$
	$P_X = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{2K+1} \sum_{-K}^{K} \lvert x[k]\rvert^2$	

- reell existieren keine Leistungssignale
- periodisches Signal $\Rightarrow$Leistungssignale
- endlicher Flächeninhalt $\Rightarrow$ Energiesignal

1.2 Signalzerlegung

- $f_g(t) = \frac{1}{2}(f(t) + f(-t))$
- $f_u(t) = \frac{1}{2}(f(t) - f(-t))$

$$\Gamma(t) = \begin{cases} 1,\ t > 0 \\ \frac{1}{2},\ t = 0 \\ 0,\ sonst \end{cases}$$

$$rect(\frac{t}{T}) = \begin{cases} 1,\ t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}] \\ 0,\ sonst \end{cases}$$

$$\Lambda(\frac{t}{T}) = \begin{cases} -T + |t|,\ [-T, 0] \\ 1 - t,\ [0, T] \\ 0,\ sonst \end{cases}$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1,\ t = 0 \\ 0,\ sonst \end{cases}$$

- Ausblendeigenschaft $f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0) \cdot \delta(t - t_0)$
  $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$
- $\delta(bt) = \lim\limits_{\varepsilon\to 0} \frac{1}{\varepsilon}\ \mathrm{rect}(\frac{bt}{\varepsilon})$

$$sinc(t) = \frac{sin(t)}{\pi t}$$

$$A \cdot rect(\frac{t - t_0}{T})$$

- A: Skalierung

- t_0: Verschiebung
- T: Dehnung/Stauchung

2 LTI-Systeme

2.1 Linearität

- Additivität: $S\{x_1(t) + x_2(t)\} = S\{x_1(t)\} + S\{x_2(t)\}$
- Homogenität: $\{a \cdot x(t)\} = aS\{x(t)\} = a \cdot y(t)$

2.2 Zeitinvarianz

- $y(t) = S\{x(t)\} \Rightarrow y(t - \tau) = S\{x(t - \tau)\} = S\{\tilde{x}(t)\}$
- $-\tau$ in das Argument von x $x(3t^2 - \tau)$

2.3 Kausalität

- Kausal $\Leftrightarrow h(t) = 0 \; \forall t < 0$
- $h[k] = 0 \; \forall k < 0$

2.4 BIBO

- $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$
- $\sum_{-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty$
- also absolut integrierbar/summierbar

2.5 Superpositionsprinzip

- $x(t) := \sum_n a_n \cdot e^{s_n t}$
- $y(t) = \sum_n a_n \cdot e^{s_n t} \cdot H(S_n)$

2.6 zeitkontinuierliche Faltung

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$
- $x(a(t + T)) * \delta(t - t_0) = x(a(t + T - t_0)$ (t im Arg(x) durchArg(Dirac) ersetzen)
- kommutativ: $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$
- distributiv: $x(t) * (h_1(t) + h_2(t)) = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t)$
- assoziativ: $x(t) * (h_1(t) * h_2(t)) = (x(t) * (h_1(t)) * h_2(t)$

3 Foruiertreihen

- $x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos(\omega_0 nt) + b_n sin(\omega_0 nt)$

Gleichanteil	$\frac{a_0}{2}$
Koeff. Grundschw.	a_1, b_1
Koeff. Oberschw.	a_n, b_n

3.1 Komplexe Darstellung

- $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$
- $X_n = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$
- $|x(t)|^2 = x(t) \cdot x(t)^*$

$$\begin{array}{ccc} a_0 & = & 2X_0 \\ a_n & = & X_n + X_{-n} \\ b_n & = & j(X_n - X_{-n}) \\ X_0 & = & \frac{a_0}{2} \\ X_n & = & \frac{1}{2}(an_{-}jb_n) \\ X_{-n} & = & \frac{1}{2}(a_n + jb_n) \end{array}$$

3.2 Eigenschaften

$ax(t) + by(t)$	$\leftrightarrow$	$aX_n + bY_n$
$x(t - t_0)$	$\leftrightarrow$	$X_n \cdot e^{-j\omega_0 t_0}$
$x(-t)$	$\leftrightarrow$	X_{-n}
$x(at)$	$\leftrightarrow$	X_n mit Per. $\frac{T}{a}$, a ¿ 0
$x(t) \cdot y(t)$	$\leftrightarrow$	$x(t) * y(t)$

3.3 Dirichlet-Kritirien

- $\int_T |x(t)| dt \leq \infty$
- endlich viele Minima und Maxima in einer Periode
- endliche Anzahl der Unstetigkeitsstellen in einer Periode
- $\Rightarrow$ garantieren punktweise Konvergenz, außer an Unstetigkeitsstellen
- An Unstetigkeitsstellen gegen Mittelwert des linken und rechten Grenzwerts

3.4 FR und FT

	kontinuierlich	periodisch
FR		
$x(t)$	ja	ja
X_n	nein	ja
FT		
$x(t)$	ja	nein
$X^F(\omega)$	ja	nein

3.5 Additionstheoreme

- $sin(a)sin(b) = \frac{1}{2}(cos(a-b) - cos(a+b))$
- $cos(a)cos(b) = \frac{1}{2}(cos(a-b) + cos(a+b))$
- $sin(a)cos(b) = \frac{1}{2}(sin(a-b) - sin(a+b))$

3.6

-
-