DATENANALYSE MIT R - AKTUALISIERTE VERSION-





Daten einsehen, verstehen und transformieren



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

Über den Befehl iris können Sie in der R Konsole auf den IRIS Datensatz zugreifen. Die Bezeichnung ist auf die gleichnamige griechische Göttin des Regenbogens zurückzuführen, nach der ebenfalls die Pflanzengattung der Schwertlilien benannt ist. Im IRIS Datensatz finden Sie insgesamt 150 Beobachtungen mit jeweils vier Merkmalsvariablen von Schwertlilien. Der Datensatz enthält Informationen über die Breite und die Länge des Kelchblatts (Sepalum) sowie des Kronblatts (Petalum) in Zentimeter. Darüber hinaus bezieht sich der Datensatz auf drei verschiedene Arten der Schwertlilie (Setosa, Versicolor und Virginica), welche sich jeweils in Breite und Länge des Kelch- und Kronblatts unterscheiden. Ziel der Übungsaufgabe soll es sein, anhand der vier Merkmalsvariablen eine manuelle Identifikation der richtigen Schwertlilienart in der R Konsole zu ermöglichen.

	Kelch	blatt	Kronk		
	1	1	1	1	
[Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst sollen der IRIS Datensatz, die darin enthaltenen Variablen und deren Merkmalsausprägungen möglichst genau beschrieben werden. Dazu können Sie auf den Befehl summary(iris) in der R Konsole zurückgreifen:

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
Min. :4.300	Min. :2.000	Min. :1.000	Min. :0.100	setosa :50
1st Qu.:5.100	1st Qu.:2.800	1st Qu.:1.600	1st Qu.:0.300	versicolor:50
Median :5.800	Median :3.000	Median :4.350	Median :1.300	virginica :50
Mean :5.843	Mean :3.057	Mean :3.758	Mean :1.199	
3rd Qu.:6.400	3rd Qu.:3.300	3rd Qu.:5.100	3rd Qu.:1.800	
Max. :7.900	Max. :4.400	Max. :6.900	Max. :2.500	

(1) Vergleichen Sie die Längen von Kelch- und Kronblatt. Welches ist länger?
(2) Wie viele Fälle der verschiedenen Schwertlilienarten liegen jeweils vor?

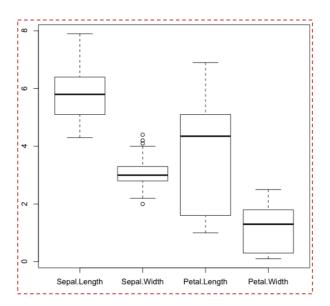




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

DESKRIPTIVE ANALYSE

Die vier Merkmalsvariablen zur Breite und Länge von Kelch- und Kronblatt unterscheiden sich jeweils in ihrem Mittelwert als auch in ihrer minimalen und maximalen Merkmalsausprägung deutlich voneinander. Diese Unterschiede können mit dem Befehl boxplot(iris[1:4]) in der R Konsole visualisiert werden. Dieser Befehl visualisiert nicht alle Variablen des IRIS Datensatzes, sondern lediglich die ersten vier Merkmalsvariablen für alle Schwertlilienarten zusammen:



Tipp: Dass die Merkmalsvariablen unterschiedlich ausgeprägt sind ist für eine richtige Identifikation der verschiedenen Schwertlilienarten ausschlaggebend.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IV

DESKRIPTIVE ANALYSE

Weil für die Identifikation der verschiedenen Schwertlilienarten ein gutes Verständnis des zugrundeliegenden Datensatzes unerlässlich ist, folgt noch eine weitere deskriptive Analyse. Diese soll verdeutlichen, dass die verschiedenen Schwertlilienarten jeweils eine unterschiedliche Breite und Länge von Kelch- und Kronblatt aufweisen. Hierzu müssen mit den Befehlen setosa <- subset(iris, Species=="versicolor") und virginica <- subset(iris, Species=="virginica") geeignete Teildatensätze zu den jeweiligen Schwertlilienarten in der R Konsole erstellt werden.

Nun lassen sich über die erstellten Teildatensätze und in Verbindung mit den einzelnen Befehlen summary(setosa[c(1:4)]) sowie summary(versicolor[c(1:4)]) und summary(virginica[c(1:4)]) die deskriptiven Kennzahlen der einzelnen Schwertlilienarten in der R Konsole aufrufen. Diese Art der Darstellung und die dazugehörige Interpretation der deskriptiven Kennzahlen kennen Sie bereits aus Teil II der vorliegenden Übungsaufgabe.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL V

DESKRIPTIVE UND BIVARIATE ANALYSE
(3) Welche Schwertlilienart hat die längsten Kelch- und Kronblätter?
(4) Welche Schwertlilienart hat das schmalste Kronblatt?
(5) Vermuten Sie aufgrund der vorherigen deskriptiven Visualisierung einen positiven oder negativen Zusammenhang zwischen der Länge des Kelchblatts und der Breite des Kronblatts? Begründen Sie Ihre Vermutung und überprüfen Sie diese mit dem Befehl cor(iris[1:4]) in der R Konsole.
(6) Wie lautet der exakte Zusammenhang (Korrelation) zwischen der Länge des Kronblatts und der Breite des Kelchblatts?





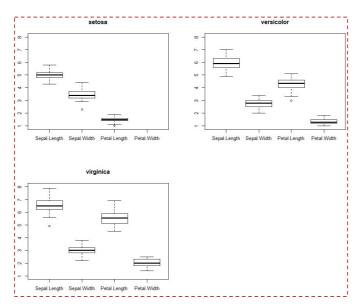
ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VI

GRAFISCHE DARSTELLUNG ZUR MUSTERERKENNUNG

Die deskriptiven Kennzahlen aus Teil IV der vorliegenden Übungsaufgabe können natürlich auch wieder über eine Boxplot grafisch dargestellt werden. Hierzu können für die Schwertlilienarten Setosa, Versicolor und Virginica einzelne Boxplots erstellt werden, die über den etwas umfassenderen Befehl in der R Konsole zusammengefasst werden können:

par(mfrow=c(2,2))
boxplot(setosa[c(1:4)], main="setosa", ylim=c(1,8))
boxplot(versicolor[c(1:4)], main="versicolor", ylim=c(1,8))
boxplot(virginica[c(1:4)], main="virginica", ylim=c(1,8))

Der par-Befehl fasst die Boxplots in einer zwei Reihen und zwei Spalten großen Grafik zusammen. Über den main-Befehl erhält jede Boxplot eine Überschrift und der ylim-Befehl definiert die anzuzeigenden Werte der Y-Achse.



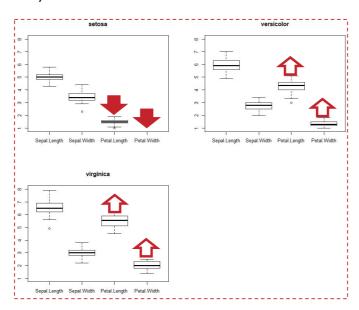




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VII

MUSTERERKENNUNG

Ein Machine Learning Algorithmus würde die unterschiedlichen Muster in den Teildatensätzen zu den Schwertlilienarten Setosa, Versicolor und Virginica automatisch erkennen. Die grafische Darstellung aus Teil VI der vorliegenden Übungsaufgabe stellt die zugrundeliegenden Muster grafisch gegenüber, so dass diese auch ohne einen Machine Learning Algorithmus erkannt werden können. Beispielsweise handelt es sich bei Setosa um die einzige Schwertlilienart mit einem Kronblatt, dessen Breite kleiner dem Wert 1 ist. Dieses Muster unterscheidet Setosa deutlich von Versicolor und Virginica. Auch ist die Länge des Kronblattes bei Setosa mit Werten zwischen 1 und 2 deutlich kleiner ausgeprägt als bei Versicolor (Werte zwischen 3 und 5) und Virginica (Werte zwischen 4,5 und 7).







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VIII

MUSTERERKENNUNG

Diese erkennbaren Unterschiede lassen sich nutzen, um in der R Konsole die Bedingungen für einen Teildatensatz zu programmieren, der ausschließlich aus Setosa Schwertlilien besteht. Wenn die Bedingungen nicht präzise genug programmiert sind, werden dem Teildatensatz entweder nicht alle Setosa Schwertlilien zugeordnet, oder aber Versicolor und Virginica werden dem Teildatensatz fälschlicherweise zugeordnet. Ein möglicher Befehl in der R Konsole, der die in Teil VII der vorliegenden Übungsaufgabe erkannten Muster von Setosa in entsprechende Bedingungen überführt, lautet: identification <-subset(iris, Petal.Length>="1" & Petal.Length<="2" & Petal.Width<="1", select=c(Species)). Abschließend kann über den Befehl summary(identification) in der R Konsole überprüft werden, wie viele von den insgesamt 50 Setosa Schwertlilien erkannt wurden und ob möglicherweise Falschzuordnungen vorlagen.

Species setosa : 50 versicolor : 0 virginica : 0

Mit dem oben genannten Befehl konnten in der R Konsole demnach 50 von 50 Setosa Schwertlilien korrekt identifiziert werden. Dies entspricht einer Erkennungsrate von 100 Prozent.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IX

MUSTERERKENNUNG

Jetzt sind Sie an der Reihe. Nutzen Sie die Ihnen bekannten Muster der Schwertlilienarten und die Befehle für "größer gleich (>=)" und "kleiner gleich (<=)" auf die entsprechenden Variablen in der R Konsole an, um die jeweils 50 ausstehenden Schwertlilien für Versicolor und Virginica korrekt zu identifizieren.

(7) Beschreiben Sie das Muster der Versicolor Schwertlilien und definieren Sie über den oben gezeigten subset-Befehl entsprechende Bedingungen zur Identifikation in der R Konsole:



(8) Beschreiben Sie das Muster der Virginica Schwertlillen und definieren Sie über den oben gezeigten subset-Befehl entsprechende Bedingungen zur Identifikation in der R Konsole:







LÖSUNG-TEIL I

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst sollen der IRIS Datensatz, die darin enthaltenen Variablen und deren Merkmalsausprägungen möglichst genau beschrieben werden. Dazu können Sie auf den Befehl summary(iris) in der R Konsole zurückgreifen:

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
Min. :4.300	Min. :2.000	Min. :1.000	Min. :0.100	setosa :50
1st Qu.:5.100	1st Qu.:2.800	1st Qu.:1.600	1st Qu.:0.300	versicolor:50
Median :5.800	Median :3.000	Median :4.350	Median :1.300	virginica :50
Mean :5.843	Mean :3.057	Mean :3.758	Mean :1.199	
3rd Qu.:6.400	3rd Qu.:3.300	3rd Qu.:5.100	3rd Qu.:1.800	
Max. :7.900	Max. :4.400	Max. :6.900	Max. :2.500	

(1) Vergleichen Sie die Längen von Kelch- und Kronblatt. Welches ist länger?



Das Kelchblatt ist stets (Min., Max. und Mean) länger als das Kronblatt.

.....

(2) Wie viele Fälle der verschiedenen Schwertlilienarten liegen jeweils vor?



Im Gesamten IRIS Datensatz ist jede Schwertlilienart 50-mal vertreten.

.....



utb.



- IRIS Datensatz in R -

LÖSUNG-TEIL II



LÖSUNG-TEIL III

MUSTERERKENNUNG

Jetzt sind Sie an der Reihe. Nutzen Sie die Ihnen bekannten Muster der Schwertlilienarten und die Befehle für "größer gleich (>=)" und "kleiner gleich (<=)" auf die entsprechenden Variablen in der R Konsole an, um die jeweils 50 ausstehenden Schwertlilien für Versicolor und Virginica korrekt zu identifizieren.

(7) Beschreiben Sie das Muster der Versicolor Schwertlilien und definieren Sie über den oben gezeigten subset-Befehl entsprechende Bedingungen zur Identifikation in der R Konsole:

Denksportaufgabe -> überraschen Sie mich mit Ihren Lösungen

(8) Beschreiben Sie das Muster der Virginica Schwertlillen und definieren Sie über den oben gezeigten subset-Befehl entsprechende Bedingungen zur Identifikation in der R Konsole:



Denksportaufgabe -> überraschen Sie mich mit Ihren Lösungen...

.....





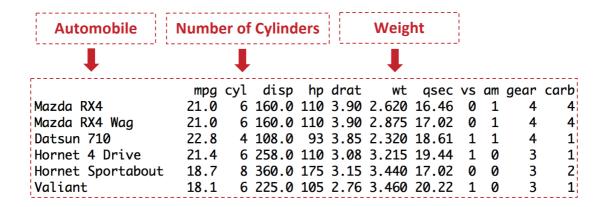
Univariate, bivariate und multivariate Analyse



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

In R finden Sie den MTCARS Datensatz, dessen Abkürzung für Motor Trend Cars steht und auf Daten aus dem Magazin "US Motor Trend" aus dem Jahr 1974 basiert. Dargestellt werden 32 verschiedene Automobile, u.a. der "Mazda RX4" oder ein "Lincoln Continental" und jeweils zehn dazugehörige Merkmalsvariablen dieser Automobile. Zu den Merkmalsvariablen zählen u.a. "cyl" für Number of Cylinders und "wt" für Weight. So kann bspw. ein Ausschnitt aus dem MTCARS Datensatz in R aussehen, wenn man diesen in der R Konsole über den Befehl mtcars aufruft:



In den einzelnen Spalten finden Sie die Merkmalsvariablen und jede Zeile entspricht einem Automobil. Tipp: Diese Anordnung an Variablen innerhalb einer Tabelle ist generell für viele statistischen Analysevorhaben zu empfehlen. Mit der vorliegenden Übungsaufgabe werden Sie Schritt für Schritt durch den Prozess der Datenanalyse mit R geführt, um Ihnen einen Einblick in die vielfältigen Anwendungsfelder der Statistik zu geben.

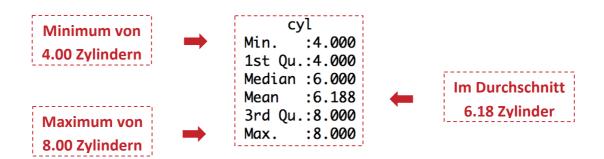




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst werden wir den MTCARS Datensatz deskriptiv analysieren. Dabei geht es primär um eine Beschreibung der vorliegenden Variablen und deren Merkmalsausprägungen. Hierbei lässt sich nicht nur jedes einzelne Automobil entlang der oben dargestellten Tabelle beschreiben, sondern auch Detailfragen in Bezug auf mehrere Automobile beantworten. Eine Frage könnte zum Beispiel sein, wie viele Zylinder (Number of Cylinders) die Automobile im Jahr 1974 durchschnittlich hatten. Über den Befehl summary(mtcars) lässt sich in der R Konsole eine erste systematische Zusammenfassung aller Merkmalsvariablen aufrufen, hier exemplarisch dargestellt für die Number of Cylinders:



Zusätzlich werden im vorliegenden Beispiel noch das erste und dritte Quartil sowie der Median ausgewiesen. Diese statistischen Kennwerte werden im Rahmen des Seminars / der Vorlesung näher erläutert und dienen u.a. der Erstellung einer grafischen Boxplot, welche Sie für einzelne Merkmalsvariablen in der R Konsole bspw. über den Befehl boxplot(mtcars\$disp) aufrufen können.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

Tipp: Wenn Sie erklärende Details zu den einzelnen Merkmalsvariablen des MTCARS Datensatzes aufrufen möchten, können Sie den Befehl help(mtcars) in die R Konsole eingeben.

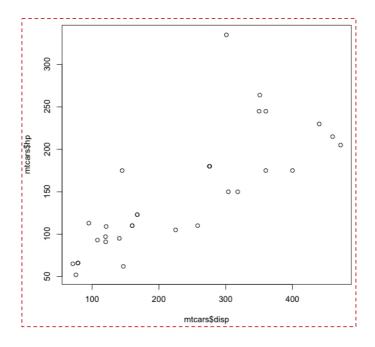




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IV

BIVARIATE ANALYSE

Als nächstes beschäftigen wir uns mit den kausalen Zusammenhängen zwischen den einzelnen Merkmalsvariablen. Ein sehr bekannter und physikalisch gut nachvollziehbarer Zusammenhang besteht bspw. zwischen dem Hubraum (Displacement) und dem PS Kennwert (Horsepower) eines Automobils. Hierzu schauen wir uns zunächst das Zusammenspiel beider Merkmalsvariablen über den Befehl plot(mtcars\$disp, mtcars\$hp) in der R Konsole an:



Tipp: Über den Befehl **plot(mtcars)** können Sie innerhalb der R Konsole auch eine grafische Darstellung aller Zusammenhänge im MTCARS Datensatz aufrufen.

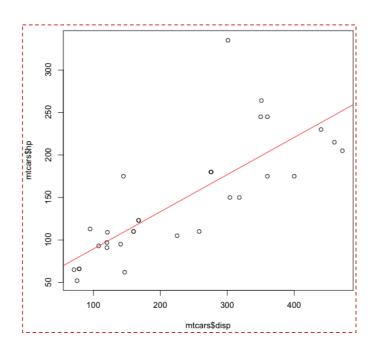




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL V

BIVARIATE ANALYSE

Bei der vorherigen Grafik zur bivariaten Analyse des Hubraums und dem PS Kennwert eines Automobils scheint zunächst ein positiver Zusammenhang vorzuliegen: Mit steigendem Hubraum nimmt auch der PS Kennwert zu. Diesen positiven Zusammenhang können wir mittels einer linearen Funktion verdeutlichen, die sich aus dem positiven Zusammenhang zwischen Hubraum und PS Kennwert ergibt. Der vorherigen Grafik lässt sich diese lineare Funktion in der R Konsole über den Befehl abline(Im(mtcars\$hp~mtcars\$disp), col="red") hinzufügen:







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VI

BIVARIATE ANALYSE

Die genaue Stärke des positiven Zusammenhangs ist definiert über die Steigung der linearen Funktion. Bei zwei Merkmalsausprägungen lässt sich die Steigung entweder über eine Korrelation oder eine lineare Regression bestimmen, welche im Seminar/ in der Vorlesung näher erläutert werden. Um bspw. den exakten Wert einer Korrelation aufzurufen, bedient man sich in der R Konsole des Befehls cor(mtcars\$disp, mtcars\$hp). Ausgewiesen wird bspw. der exakte Wert der Korrelation zwischen dem Hubraum und dem PS Kennwert eines Automobils:

perfekt negativer Zusammenhang: - 1.000

perfekt positiver Zusammenhang: + 1.000

kein Zusammenhang: 0.000

Im vorliegenden Beispiel beträgt der exakte Wert der Korrelation + 0.790. Das bedeutet, wenn der Hubraum eines Automobils um den Wert 1.000 steigt, dann steigt der dazugehörige PS Kennwert um den Faktor 0.790.

Tipp: Bei zwei Merkmalsvariablen ist der Wert der Korrelation gleich dem Wert der Regression! Die Steigung ist identisch und der Zusammenhang gleich groß ausgeprägt. Während sich die Korrelation auf zwei Merkmalsvariablen bezieht, kann ein Regressionsmodell um weitere Merkmalsvariablen erweitert werden.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VII

BIVARIATE ANALYSE

Wenn Sie alle Zusammenhänge zwischen den Merkmalsvariablen auf einmal aufrufen möchten, so können Sie dies in der R Konsole über den Befehl cor(mtcars) erreichen. Hier sehen Sie einen Auszug der somit erzeugten Korrelationstabelle, in der jede Korrelation einer Merkmalsvariablen mit sich selbst einem perfekt positiven Zusammengang von + 1.000 entspricht. Alle weiteren positiven und negativen Zusammenhänge lassen sich entsprechend der Korrelationstabelle entnehmen:

	mpg	cyl	disp	hp
mpg	1.0000000	-0.8521620	-0.8475514	-0.7761684
cyl	-0.8521620	1.0000000	0.9020329	0.8324475
disp	-0.8475514	0.9020329	1.0000000	0.7909486
hp	-0.7761684	0.8324475	0.7909486	1.0000000
drat	0.6811719	-0.6999381	-0.7102139	-0.4487591
wt	-0.8676594	0.7824958	0.8879799	0.6587479
qsec	0.4186840	-0.5912421	-0.4336979	-0.7082234
VS	0.6640389	-0.8108118	-0.7104159	-0.7230967
am	0.5998324	-0.5226070	-0.5912270	-0.2432043
gear	0.4802848	-0.4926866	-0.5555692	-0.1257043
carb	-0.5509251	0.5269883	0.3949769	0.7498125

Tipp: Entlang der einzelnen Korrelationen der Merkmalsvariablen mit sich selbst spiegeln sich die anderen Korrelationen. Manche Werte sind also doppelt in der Korrelationstabelle vertreten und müssen lediglich einmalig betrachtet werden.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VIII

D	1 \	•	Λ	D	1	Λ	 ΓE	Λ	NI	Λ.	1 '	'	c	
D		v	н	. n		н		\boldsymbol{A}	ıν	н	L	Τ.	. 7	

(4) Bestimmen Sie den exakten Zusammenhang zwischen dem Benzinverbrauch (Miles per Gallon) eines Automobils und seinem Gewicht (Weight):
(5) Bestimmen Sie den exakten Zusammenhang zwischen der Anzahl an Gängen (Gear) eines Automobils und seiner Schaltungsart (Automatic / Manual):
(6) Rufen Sie in der R Konsole eine Grafik auf, die den Zusammenhang zwischen der Beschleunigung (1/4 Mile Time) eines Automobils und dessen Hubraum (Displacement) darstellen kann und interpretieren Sie diese Grafik.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IX

MULTIVARIATE ANALYSE

Neben der bivariaten Analyse von jeweils zwei Merkmalsvariablen ermöglicht die multivariate Analyse die gleichzeitige Berücksichtigung von mehr als zwei Merkmalsvariablen zur Bestimmung eines Zusammenhangs. Wenn bspw. die Fragen geklärt werden sollen, welche Merkmalsvariablen den stärksten Einfluss auf den Benzinverbrauch (Miles per Gallon) eines Automobils haben und wie stark diese Einflüsse ausgeprägt sind, wenn sie nicht (wie zuvor in der bivariaten Analyse) alleine auf diesen einwirken, empfiehlt sich ein Regressionsmodell. Ein Regressionsmodell, welches schrittweise und automatisch die Merkmalsvariablen mit dem stärksten Einfluss bestimmt, kann in der R Konsole über den Befehl step(Im(data = mtcars, mpg ~ .),trace=0,steps=11) generiert werden:

```
Call:
lm(formula = mpg ~ wt + qsec + am, data = mtcars)

Coefficients:
(Intercept) wt qsec am
9.618 -3.917 1.226 2.936
```

Demnach hat das Gewicht (Weight) eines Automobils einen negativen Einfluss, dessen Beschleunigung (1/4 Mile Time) einen positiven Einfluss und die Schaltungsart (Automatic / Manual) ebenfalls einen positiven Einfluss auf den Benzinverbrauch (Miles per Gallon).





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL X

MULTIVARIATE ANALYSE

Neben der Bestimmung der Merkmalsvariablen mit dem stärksten Einfluss lassen sich mit einem Regressionsmodell noch weitere Informationen gewinnen. Hierzu muss der zuvor ausgeführte Befehl in der R Konsole modifiziert werden: regression <- step(Im(data = mtcars, mpg ~ .),trace=0,steps=11). Dadurch wird die Regression in R als Objekt angelegt und kann über den bereits bekannten Befehl summary(regression) weiter analysiert werden:

```
lm(formula = mpg \sim wt + qsec + am, data = mtcars)
Residuals:
            1Q Median
   Min
                            30
                                  Max
-3.4811 -1.5555 -0.7257 1.4110 4.6610
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 9.6178 6.9596
                               1.382 0.177915
            -3.9165
                       0.7112 -5.507 6.95e-06 ***
wt
                       0.2887 4.247 0.000216 ***
             1.2259
qsec
                       1.4109
             2.9358
                                2.081 0.046716 *
am
Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 2.459 on 28 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8497, Adjusted R-squared: 0.8336
F-statistic: 52.75 on 3 and 28 DF, p-value: 1.21e-11
```

Signifikanzniveaus (***) und Determinationskoeffizient (R-squared) sind entsprechend im R Output ausgewiesen.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL XI

MULTIVARIATE ANALYSE

Benutzen Sie den MTCARS Datensatz für folgende abschließende Aufgaben:

(7) Setzen Sie ein Regressionsmodell auf, welches schrittweise und automatisch die Merkmalsvariablen mit dem stärksten Einfluss auf die Beschleunigung (1/4 Mile Time) bestimmt.

8) Vergleichen Sie die Effektstärken des Regressionsmodells mit denen de Korrelation. Welche Unterschiede fallen Ihnen dabei auf?	er





LÖSUNG-TEIL I

(1) Wie ist das durchschnittliche Gewicht der Automobile im Jahr 1974? 3.217 (2) Wie viele Gänge hatten die Automobile im Jahr 1974 maximal? 5.000 (3) Was war der niedrigste Benzinverbrauch der Automobile im Jahr 1974?

Tipp: Wenn Sie erklärende Details zu den einzelnen Merkmalsvariablen des MTCARS Datensatzes aufrufen möchten, können Sie den Befehl help(mtcars) in die R Konsole eingeben.





LÖSUNG-TEIL II

BIVARIATE ANALYSE

(4) Bestimmen Sie den exakten Zusammenhang zwischen dem Benzinverbrauch (Miles per Gallon) eines Automobils und seinem Gewicht (Weight):



- 0.867 (negativer Zusammenhang)

(5) Bestimmen Sie den exakten Zusammenhang zwischen der Anzahl an Gängen (Gear) eines Automobils und seiner Schaltungsart (Automatic / Manual):



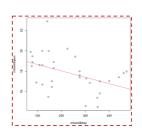
+ 0.794 (positiver Zusammenhang)

(6) Rufen Sie in der R Konsole eine Grafik auf, die den Zusammenhang zwischen der Beschleunigung (1/4 Mile Time) eines Automobils und dessen Hubraum (Displacement) darstellen kann und interpretieren Sie diese Grafik.



plot(mtcars\$disp, mtcars\$qsec)

abline(Im(mtcars\$qsec~mtcars\$disp), col="red")







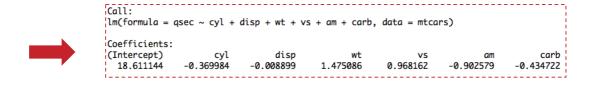
LÖSUNG-TEIL III

MULTIVARIATE ANALYSE

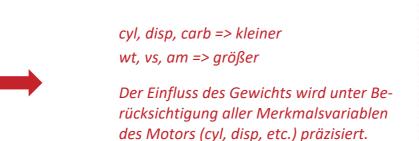
Benutzen Sie den MTCARS Datensatz für folgende abschließende Aufgaben:

(7) Setzen Sie ein Regressionsmodell auf, welches schrittweise und automatisch die Merkmalsvariablen mit dem stärksten Einfluss auf die Beschleunigung (1/4 Mile Time) bestimmt.

step(Im(data = mtcars, qsec ~ .),trace=0,steps=11)



(8) Vergleichen Sie die Effektstärken des Regressionsmodells mit denen der Korrelation. Welche Unterschiede fallen Ihnen dabei auf?



cyl -0.59124207 disp -0.43369788 hp -0.70822339 drat 0.09120476 wt -0.17471588 qsec 1.00000000 vs 0.74453544 am -0.22986086 gear -0.21268223 carb -0.65624923

qsec 0.41868403

.....





Analyse nominalskalierter Variablen



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

In Ihrem Verantwortungsbereich liegen zwei Patientengruppen (A und B) mit identischem Krankheitsbild, von denen die Patientengruppe A nach einer neuen Methode und die Patientengruppe B mit der konventionellen Methode behandelt wird. In jeder Patientengruppe liegt die Anzahl (beobachtete Werte) der erfolgreichen und nicht erfolgreichen Behandlungen für jeweils 100 Patientinnen und Patienten vor (siehe Tabelle):

	Patientengruppe A (neue Methode)	Patientengruppe B (konventionelle Methode)		
Behandlung erfolgreich	70	55		
Behandlung nicht erfolgreich	30	45		

Ihre Alternativhypothese soll lauten: Mit der neuen Methode werden mehr Patientinnen und Patienten erfolgreich behandelt als mit der konventionellen Methode.

Tipp: In R können Sie diese Datenmatrix über die Befehle **erfolgreich <- cbind(70, 55)** in Verbindung mit **nicht_erfolgreich <- cbind(30, 45)** und schließlich **matrix <- rbind(erfolgreich, nicht_erfolgreich)** anlegen. Mit dem Befehl **matrix** können Sie sich diese Datenmatrix in R entsprechend anzeigen lassen.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

HYPOTHESENAUFSTELLUNG

Ausgehend von der oben genannten Alternativhypothese, wie lautet dann Ihre Nullhypothese?

Zur Erinnerung: Beim Chi-Quadrat-Test wird die Nullhypothese überprüft. Wa muss dann gelten:	38

ERWARTETE WERTE AUFSTELLEN

Wie lauten die erwarteten Werte, wenn die Nullhypothese gilt? Berücksichtigen Sie dabei, dass in der Ausgangssituation insgesamt 63 % (125 / 200) erfolgreich und 37 % (75 / 200) nicht erfolgreich behandelt werden.







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

CHI-QUADRAT ERMITTELN

Ausgehend von den beobachteten und den erwarteten Werten können Sie Chi-Quadrat zur Überprüfung Ihrer Nullhypothese ermitteln. Benutzen Sie hierfür die folgende Formel für beobachtete Werte und erwartete Werte:



$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachteter - erwarteter\ Wert)^2}{erwarteter\ Wert}$$

.....

MIT CHI-QUADRAT-TABELLE ABGLEICHEN

Wenn der von Ihnen ermittelte Wert größer ist als der Referenzwert in der Chi-Quadrat-Tabelle, hier ausgehend von einem zu 95 % zutreffenden Ergebnis und einem Freiheitsgrad (df) von 1, können Sie die Nullhypothese ablehnen.

716				Wa	hrschein	lichkeite	n		
df	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	1,07	1,32	1,64	2,07	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	2,41	2,77	3,22	3,79	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	3,66	4,11	4,64	5,32	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84



Nullhypothese abgelehnt [] Nullhypothese nicht abgelehnt []

Tipp: Über chisq.test(matrix) kann man in R den exakten p-Wert ermitteln!





LÖSUNG-TEIL I

HYPOTHESENAUFSTELLUNG

Ausgehend von der oben genannten Alternativhypothese, wie lautet dann Ihre Nullhypothese?



Mit der neuen Methode werden nicht mehr Patientinnen und Patienten erfolgreich behandelt als mit der konventionellen Methode.

.....

Zur Erinnerung: Beim Chi-Quadrat-Test wird die Nullhypothese überprüft. Was muss dann gelten:



Dann dürfte zwischen Patientengruppe A und Patientengruppe B kein Unterschied im Behandlungserfolg vorliegen.

.....

ERWARTETE WERTE AUFSTELLEN

Wie lauten die erwarteten Werte, wenn die Nullhypothese gilt? Berücksichtigen Sie dabei, dass in der Ausgangssituation insgesamt 63% (125 / 200) erfolgreich und 37% (75 / 200) nicht erfolgreich behandelt werden.

	Patientengruppe A	Patientengruppe B		
	(neue Methode)	(konventionelle Methode)		
Behandlung erfolgreich	63 % von 100 = 63	63 % von / 100 = 63		
Debandlung night orfolgraigh	27 % yan 100 - 27	27 % yen 100 - 27		
Behandlung nicht erfolgreich	<i>37 % von 100 = 37</i>	37 % von 100 = 37		





LÖSUNG-TEIL II

CHI-QUADRAT ERMITTELN

Ausgehend von den beobachteten und den erwarteten Werten können Sie Chi-Quadrat zur Überprüfung Ihrer Nullhypothese ermitteln. Benutzen Sie hierfür die folgende Formel für beobachtete Werte und erwartete Werte:

$$\chi^2 = \sum \frac{(beobachteter - erwarteter Wert)^2}{erwarteter Wert}$$

$$X^2 = (70-63)^2/63 + (55-63)^2/63 + (30-37)^2/37 + (45-37)^2/37 = 4,8$$

MIT CHI-QUADRAT-TABELLE ABGLEICHEN

Wenn der von Ihnen ermittelte Wert größer ist als der Referenzwert in der Chi-Quadrat-Tabelle, hier ausgehend von einem zu 95 % zutreffenden Ergebnis und einem Freiheitsgrad (df) von 1, können Sie die Nullhypothese ablehnen.

df				Wa	hrscheir	lichkeite	n		
i ^{uı}	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	1,07	1,32	1,64	2,07	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	2,41	2,77	3,22	3,79	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	3,66	4,11	4,64	5,32	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84



Nullhypothese abgelehnt [X] Nullhypothese nicht abgelehnt []

Tipp: Über chisq.test(matrix) kann man in R den exakten p-Wert ermitteln!





- TOOTHGROWTH Datensatz in R -

t-Test zur bivariaten Analyse

utb.

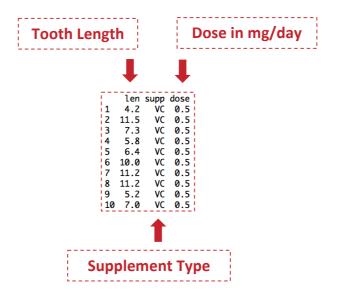


- TOOTHGROWTH Datensatz in R -

ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

Heute geht es um Meerschweinchen - im TOOTHGROWTH Datensatz finden Sie insgesamt drei Variablen, diese beziehen sich auf die Länge der Zähne (Tooth Length) von insgesamt 60 Meerschweinchen, die Art eines Nahrungsergänzungsmittels (Supplement Type) und die tatsächlich verabreichte Dosis des Nahrungsergänzungsmittels (Dose in mg/day). Den TOOTHGROWTH Datensatz rufen Sie in der R Konsole ganz klassisch über den Befehl **ToothGrowth** auf:



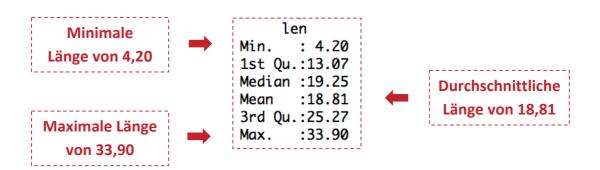
Verabreicht wurde den Meerschweinchen entweder pures Vitamin C, im Datensatz als VC ausgewiesen, oder natürlicher Orangensaft, im Datensatz als OJ (Orange Juice) ausgewiesen. Mittels statistischer Analysen soll nun die Frage beantwortet werden, welches Nahrungsergänzungsmittel besser für das Wachstum der Zähne von Meerschweinchen ist.



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst werden wir den TOOTHGROWTH Datensatz mit den bereits bekannten deskriptiven Analyseverfahren im Detail betrachten. Über den Befehl summary(ToothGrowth) lässt sich in der R Konsole wieder eine erste systematische Zusammenfassung aller Merkmalsvariablen aufrufen, hier exemplarisch dargestellt für die Tooth Length:



Zusätzlich werden im vorliegenden Beispiel erneut das erste und dritte Quartil sowie der Median ausgewiesen, welche u.a. für die grafische Erstellung einer Boxplot notwendig sind. Diese lässt sich für die Tooth Length über den Befehl boxplot(ToothGrowth\$len) aufrufen. Beachten Sie bei dem vorliegenden Beispiel, dass einzelne Variablen in einem Datensatz gezielt über den Befehl \$ adressiert werden können. Über den aus anderen Analysen bereits bekannten Befehl boxplot(ToothGrowth) erzeugen Sie hingegen Boxplots für alle im Datensatz enthaltenen Variablen. Dies ist für die Variablen Supplement Type und Dose in mg/day aufgrund der Merkmalsausprägungen allerdings nicht sinnvoll.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

DESKRIPTIVE ANALYSE
(1) Wie vielen Meerschweinchen wurde Orangensaft verabreicht?
(2) Welche Dosis wurde den Meerschweinchen durchschnittlich verabreicht?
(3) Welche Interpretationsprobleme ergeben sich in Anbetracht der Variablen
Supplement Type und Dose in mg/day, wenn Sie von der durchschnittlichen
Dosis sprechen?

Tipp: Wenn Sie erklärende Details zu den einzelnen Merkmalsvariablen des TOOTHGROWTH Datensatzes aufrufen möchten, können Sie den Befehl help(ToothGrowth) in die R Konsole eingeben.

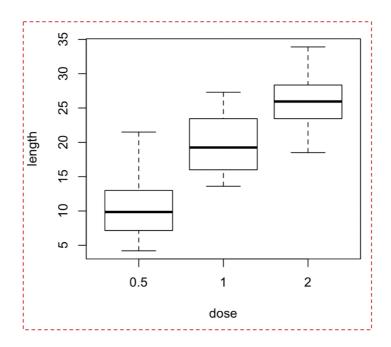




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IV

DESKRIPTIVE ANALYSE

Wir haben bereits gesehen, dass die allgemeinen Boxplots für den vorliegenden TOOTHGROWTH Datensatz aufgrund der einzelnen Merkmalsausprägungen der Variablen Supplement Type und Dose in mg/day nicht sinnvoll sind. Stattdessen lässt sich in der R Konsole über ergänzende Parameter ein erweiterter Befehl boxplot(ToothGrowth\$len ~ ToothGrowth\$dose, xlab = "dose", ylab = "length") eingeben, der eine besondere Boxplot erzeugt, welche die Länge der Zähne der Meerschweinchen in Abhängigkeit von der verabreichten Dosis abbildet. Darüber hinaus können Labels für die X-Achse sowie die Y-Achse, wie im vorliegenden Befehl dargestellt, frei vergeben werden:



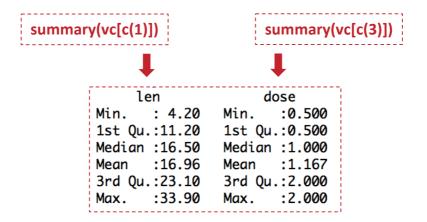




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL V

DATENSATZ MODELLIEREN

Die Meerschweinchen erhalten entweder Vitamin C oder Orangensaft als Nahrungsergänzungsmittel. Jeweils 30 von insgesamt 60 Meerschweinchen erhalten eines der beiden Nahrungsergänzungsmittel. Demnach sollten eigentlich zwei Datensätze vorliegen; Einer für die Meerschweinchen die Vitamin C verabreicht bekommen und einer für die Meerschweinchen die Orangensaft verabreicht bekommen. Dazu modellieren wir den vorliegenden Datensatz um und erzeugen über den Befehl vc <- subset(ToothGrowth, supp=="VC") ein Subsample für die Vitamin C Meerschweinchen und über den Befehl oj <- subset(ToothGrowth, supp=="OJ") ein Subsample für die Orangensaft Meerschweinchen. Die Subsamples werden als einzelne Objekte in R angelegt, die über die Befehle vc oder oj aufgerufen werden können. Eine deskriptive Zusammenfassung des Subsamples der Vitamin C Meerschweinchen kann bspw. über den Befehl summary(vc[c(1,3)]) aufgerufen werden, wobei nun die Variable zum Supplement Type (in R Konsole: vc[c(2)]) ausgelassen werden kann:







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VI

DATENSATZ MODELLIEREN (4) Welche Zahnlänge haben die Vitamin C Meerschweinchen durchschnittlich? (5) Bei welchem Nahrungsergänzungsmittel tritt die längste Zahnlänge auf?

Die vorliegenden deskriptiven Befunde müssen nun statistisch validiert werden. Zum einen lassen sich hierfür weiterführende grafische Analysen aufrufen und zum anderen kann überprüft werden, ob es sich bei dem festgestellten Unterschied zwischen den arithmetischen Mitteln (MEAN) der Vitamin C Meerschweinchen und der Orangensaft Meerschweinchen um einen statistisch signifikanten Unterschied handelt, oder ob im vorliegenden Datensatz lediglich eine zufällige Differenz enthalten ist, die keine Rückschlüsse auf die Art des verwendeten Nahrungsergänzungsmittels zulässt.





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VII

DETAILLIERTE GRAFISCHE ANALYSEN

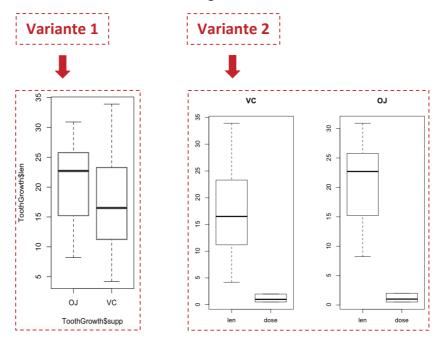
Sie haben nun zwei Möglichkeiten Boxplots für die Unterschiede zwischen den Vitamin C Meerschweinchen und den Orangensaft Meerschweinchen in der R Konsole aufzurufen: Zum einen über eine leichte Modifikation des im Aufgabenteil IV dargestellten Befehls, indem Sie die Variable ToothGrowth\$dose gegen ToothGrowth\$supp austauschen. Zum anderen über den klassischen Boxplot Befehl bezogen auf die Subsamples für die Vitamin C Meerschweinchen (vc[c(1,3)]) und die Orangensaft Meerschweinchen (oj[c(1,3)]). Hierzu weisen Sie R an, zwei ansonsten getrennte Boxplots in einer Grafik zusammenzuführen:

par(mfrow=c(1,2))
boxplot(vc[c(1,3)], main="VC")
boxplot(oj[c(1,3)], main="OJ")



Diesen Befehl kann man so nur über die Syntax eingeben

Rufen Sie beide Varianten auf und vergleichen Sie diese miteinander:







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VIII

SIGNIFIKANZTEST

Die Boxplots deuten an, dass Orangensaft als Nahrungsergänzungsmittel besser zum Wachstum der Zähne von Meerschweinchen beiträgt als Vitamin C. Diese Vermutung soll abschließend mittels eines Signifikanztests überprüft werden. Dieser lässt sich in der R Konsole als sogenannter t-Test über den Befehl t.test(ToothGrowth\$len ~ ToothGrowth\$supp) aufrufen:

```
Welch Two Sample t-test

data: ToothGrowth$len by ToothGrowth$supp

t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:
-0.1710156 7.5710156

sample estimates:
mean in group 0J mean in group VC
20.66333 16.96333
```

Der Signifikanztest bestätigt, dass bei einem Signifikanzniveau von p = .060 ein nicht zufälliger Unterschied zwischen dem arithmetischen Mittel (16.96) der Vitamin C Meerschweinchen und dem arithmetischen Mittel (20.66) der Orangensaft Meerschweinchen besteht. Orangensaft scheint demnach bei dem gegebenen Signifikanzniveau zu durchschnittlich längeren Zähnen bei den Meerschweinchen zu führen als Vitamin C.





LÖSUNG-TEIL I

DESKRIP	TIVE ANALYSE
(1) Wie viel	en Meerschweinchen wurde Orangensaft verabreicht?
—	30 Meerschweinchen erhielten Orangensaft.
(2) Welche	Dosis wurde den Meerschweinchen durchschnittlich verabreicht?
	Die durchschnittliche Dosis beträgt 1,16.
• •	Interpretationsprobleme ergeben sich in Anbetracht der Variablen t Type und Dose in mg/day, wenn Sie von der durchschnittlichen hen?
	Bei der bisherigen Auswertung kann nicht zwischen Vitamin C und Orangensaft unterschieden werden.





LÖSUNG-TEIL II

(4) Welche Zahnlänge haben die Vitamin C Meerschweinchen durchschnittlich? Die durchschnittliche Zahnlänge bei Vitamin C beträgt 16,96. (5) Bei welchem Nahrungsergänzungsmittel tritt die längste Zahnlänge auf? Vitamin C, da 33,90 > 30,90 (Orangensaft).





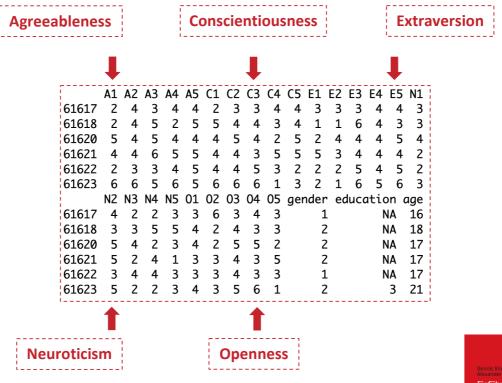
Faktorenanalyse zur Datenreduktion



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

Wenn Sie in R über die Befehle install.packages("psych", dependencies=TRUE) sowie library(psych) das entsprechende Package installieren, steht Ihnen ein Auszug aus dem Synthetic Aperture Personality Assessment (SAPA) zur Verfügung. In diesem Datensatz sind fünf Persönlichkeitsstrukturen hinterlegt, welche auf Basis einer Selbstauskunft erhoben wurden. Die fünf Persönlichkeitsstrukturen sind unterteilt in: Agreeableness (Verträglichkeit), Conscientiousness (Gewissenhaftigkeit), Extraversion (Extraversion), Neuroticism (Neurotizismus) und Openness (Offenheit), jeweils durch ihren Anfangsbuchstaben mit mehreren Variablen in Verbindung mit drei soziodemographischen Variablen im Datensatz hinterlegt. Dieser kann in R über den Befehl bfi aufgerufen werden:







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

AUSGANGSSITUATION

Über den Befehl help(bfi) können Sie zunächst weitere Hintergrundinformationen zum SAPA sowie das zugrundeliegende Codebuch des Datensatzes mit den dazugehörigen Fragen an die Teilnehmerinnen und Teilnehmer einsehen. Die nachfolgenden Fragen sollen Ihnen bei der ersten Orientierung im Datensatz sowie beim Umgang mit den Variablen behilflich sein:

(1) Wie sind die Fragen zu den Personlichkeitsstrukturen skaliert?
(2) Wie lautet die dazugehörige Frage zur Variable N2?
(3) Mit welcher Merkmalsausprägung sind Frauen im Datensatz hinterlegt?

Tipp: Sehen Sie die Größe des Datensatzes über den Befehl dim(bfi) ein.

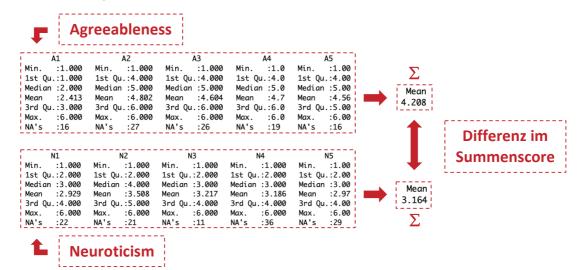




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

DESKRIPTIVE ANALYSE

Die Interpretationsmöglichkeiten der deskriptiven Analyse sollen am Beispiel der Variablen Agreeableness und Neuroticism verdeutlicht werden. Dazu wird der Output des Befehls summary(bfi[c(1:5)]) mit dem Output des Befehls summary(bfi[c(16:20)]) verglichen. Dabei fällt auf, dass die Variablen mindestens 11 und maximal 36 Fehlwerte beinhalten und das arithmetische Mittel bei Agreeableness durchschnittlich höher ausfällt als bei Neuroticism:



Mit agreeableness_sum <- (bfi\$A1+bfi\$A2+bfi\$A3+bfi\$A4+bfi\$A5)/5 kann in R ein Summenscore für Agreeableness angelegt werden. Das arithmetische Mittel kann über den Befehl summary(agreeableness_sum) aufgerufen werden. Über neuroticism_sum <- (bfi\$N1+bfi\$N2+bfi\$N3+bfi\$N4+bfi\$N5)/5 in Verbindung mit summary(neuroticism_sum) kann ein Summenscore als Vergleichswert für Neuroticism aufgerufen werden. Die unterschiedlichen arithmetischen Mittel scheinen darauf hinzudeuten, dass sich das Antwortverhalten bei Agreeableness und Neuroticism deutlich voneinander zu unterscheiden scheinen.

Dennis Kinkhammer Alexander Spermann Einführung in die empirische Kausalanalyse und Machine Learning mit R

utb.



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IV

DESKRIPTIVE ANALTSE	DESKRIPTIVE	ANALYSE
---------------------	-------------	---------

DESKRITTIVE ANALISE
(4) Welche Agreeableness Variable unterscheidet sich im arithmetischen Mittel deutlich von den anderen Agreeableness Variablen?
(5) Wie lautet jeweils der Summenscore für Openness und Extraversion?
(6) Wie viele Variablen haben bei Conscientiousness ein niedrigeres arithmetisches Mittel als der dazugehörige Summenscore?
(7) Formulieren Sie in eigenen Worten, welchen Einfluss solche "Ausreißer" bei den Mittelwerten auf die Korrelation der Variablen innerhalb einer individuellen Persönlichkeitsstruktur haben könnten:

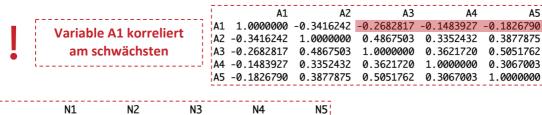




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL V

BIVARIATE ANALYSE

Auch für die bivariate Analyse sollen zunächst die Variablen für Agreeableness und Neuroticism betrachtet werden. Dies geschieht in R über die Befehle cor(bfi[c(1:5)], use="complete.obs") für Agreeableness und cor(bfi[c(16:20)], use="complete.obs") für Neuroticism. Dabei fällt auf, dass die Variable A1 die niedrigsten Korrelationskoeffizienten mit den anderen Agreeableness Variablen aufweist. Dies ist möglicherweise darauf zurückzuführen, dass auch das arithmetische Mittel dieser Variable von dem der anderen Agreeableness Variablen abgewichen ist. Bei den Variablen für Neuroticism liegen die Korrelationskoeffizienten näher beieinander und liegen alle bei Werten > 00.30. Auf der nachfolgenden Seite wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie man diesen Unterschied in Summe für alle Variablen identifizieren und abbilden kann.



N1 N2 N3 N4 N5
N1 1.0000000 0.7057205 0.5559276 0.3985620 0.3768102
N2 0.7057205 1.0000000 0.5454604 0.3902320 0.3523076
N3 0.5559276 0.5454604 1.0000000 0.5180478 0.4279769
N4 0.3985620 0.3902320 0.5180478 1.0000000 0.3975710
N5 0.3768102 0.3523076 0.4279769 0.3975710 1.0000000

Alle Variablen korrelieren miteinander



(8) Analysieren Sie gleichsam Conscientiousness, Extraversion und Openness:



.....

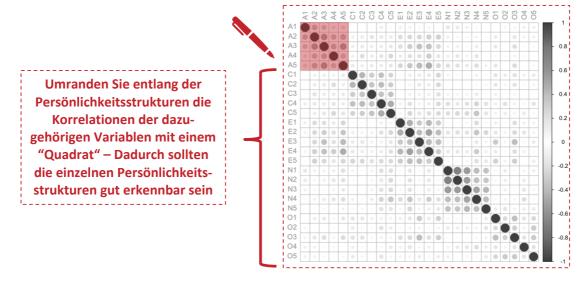




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VI

BIVARIATE ANALYSE

Um die bivariate Analyse visuell zu unterstützen, kann über die Befehle install.packages("corrplot") sowie library(corrplot) das gleichnamige Package aufgerufen werden. Dieses Package visualisiert die Korrelationskoeffizienten, sofern man diese in R als neues Objekt angelegt hat. Dies geschieht über den Befehl cor_matrix <- cor(bfi[c(1:25)], use="complete.obs") in Verbindung mit dem Befehl corrplot(cor_matrix). Für eine bessere Darstellung ist der entsprechende Output nachfolgend ohne die zugrundeliegende Farbgebung für positive (blau) und negative (rot) Korrelationskoeffizienten ausgewiesen:



(9) Die Variablen von Agreeableness korrelieren darüber hinaus besonders mit...



Dennis Klinkhammer
Alexander Spermann
Einführung in
die empirische
Kausalanalyse und
Machine Learning
mit R



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VII

FAKTORENANALYSE

Sowohl die deskriptive als auch die bivariate Analyse deuten darauf hin, dass die jeweiligen Variablen der individuellen Persönlichkeitsstrukturen diesen eindeutig zugeordnet werden können. Die Faktorenanalyse bestätigt diese Zuordnung über eine Minimierung des Residuums (MR-Werte) der Variablen innerhalb einer Persönlichkeitsstruktur. Dafür werden zunächst über items <- bfi[1:25] sowie items <- items[complete.cases(items),] nur relevante Variablen ohne Fehlwerte ausgewählt, da diese das Ergebnis verfälschen könnten. Die Faktorenanalyse wird in R über den Befehl fa(items, nfactors=5, rotate="varimax") aufgerufen. Die Anzahl an vorgegebenen Faktoren entspricht dabei der Anzahl an (bisher für den Datensatz nur theoretisch begründeten) individuellen Persönlichkeitsstrukturen, welche in Spalten von MR1 bis MR5 ausgegeben werden:

!Factor Analysis using method = minres Call: fa(r = items, nfactors = 5, rotate = "varimax") Standardized loadings (pattern matrix) based upon correlation matrix MR2 MR1 MR3 MR5 MR4 u2 com 0.02 -0.43 -0.08 0.20 0.80 1.2 0.11 0.04 0.03 0.21 0.14 0.63 0.06 0.46 0.54 1.4 0.01 0.32 0.11 0.65 0.06 0.54 0.46 1.5 -0.07 0.20 0.23 -0.11 0.30 0.70 2.2 0.54 0.07 0.47 0.53 2.1 -0.12 0.39 0.09 0.01 0.07 0.55 0.04 0.21 0.35 0.65 1.3 0.09 0.03 0.65 0.10 0.12 0.45 0.55 1.2 -0.03 0.02 0.56 0.11 -0.01 0.32 0.68 1.1 -0.04 -0.11 0.48 0.52 1.4 0.24 -0.06 -0.63 0.29 -0.18 -0.56 -0.05 0.04 0.44 0.56 1.8 0.04 -0.57 0.03 -0.10 -0.06 0.35 0.65 1.1 0.24 -0.68 -0.10 -0.11 -0.04 0.55 0.45 1.4 0.02 0.54 0.08 0.26 0.28 0.44 0.56 2.1 -0.12 0.65 0.10 0.31 -0.07 0.54 0.46 1.6 0.04 0.50 0.31 0.09 0.21 0.41 0.59 2.2 0.79 0.08 -0.05 -0.22 -0.08 0.68 0.32 1.2 0.75 0.03 -0.03 -0.19 -0.01 0.61 0.39 1.1 0.73 -0.06 -0.07 -0.03 0.00 0.54 0.46 1.0 0.59 -0.35 -0.18 0.01 0.08 0.51 0.49 1.9 N5 0.54 -0.16 -0.04 0.10 -0.15 0.35 0.65 1.4 0.00 0.21 0.12 0.06 0.50 0.32 0.68 1.5 0.18 0.00 -0.10 0.08 -0.47 0.27 0.73 1.4 0.03 0.31 0.08 0.13 0.60 0.47 0.53 1.7 0.22 -0.19 -0.02 0.16 0.37 0.25 0.75 2.7

05 0.09 -0.01 -0.06 -0.01 -0.53 0.30 0.70 1.1

Sowohl Agreeableness als auch Conscientiousnsess weisen innerhalb ihrer Spalten die höchsten MR-Werte zur Minimierung des Residuums auf, so dass eine eindeutige Zuordnung erfolgen kann

(10) Markieren Sie die Persönlichkeitsstrukturen über die MR-Werte:



.......





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VIII

FAKTORENANALYSE

Ausgehend von dem zuvor dargestellten Output in R scheinen die Variablen den fünf individuellen Persönlichkeitsstrukturen entsprechend zugeordnet werden zu können. Darüber hinaus weist der Output in R Gütekriterien für die Faktorenanalyse aus. Dabei wird die Hypothese getestet, dass fünf Faktoren für die individuellen Persönlichkeitsstrukturen ausreichend sind:

```
Mean item complexity = 1.5
Test of the hypothesis that 5 factors are sufficient.
```

Als ein wichtiger Testindikator wird der RMSR-Wert ausgegeben. Liegt dieser bei einem Wert < 00.08, so können die zugrundeliegenden Variablen fünf und nicht mehr Faktoren zugeordnet werden. Demnach scheinen die fünf individuellen Persönlichkeitsstrukturen hinreichend über die insgesamt 25 Variablen abgebildet werden zu können:

```
The root mean square of the residuals (RMSR) is 0.03
The df corrected root mean square of the residuals is 0.04
```

Wenn die Anzahl an Faktoren zunächst nicht bekannt ist, kann das Within Groups Sum of Squares Verfahren herangezogen werden. Dieses kann in R über den Befehl fa.parallel(items) aufgerufen werden und legt im vorliegenden Datensatz nahe, dass unter Umständen sechs Faktoren besser geeignet seien.

(11) Bewerten Sie die Faktoren bei einer Faktorenanalyse mit sechs Faktoren:







LÖSUNG-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

(1) Wie s	sind die Fragen zu den Persönlichkeitsstrukturen skaliert?
-	von 1 (very inaccurate) bis 6 (very accurate)
(2) Wie l	autet die dazugehörige Frage zur Variable N2?
	Get irritated easily
(3) Mit w	velcher Merkmalsausprägung sind Frauen im Datensatz hinterlegt?
-	2





LÖSUNG-TEIL II

DESKRIPTIVE ANALYSE

(4) Welche Agreeableness Variable unterscheidet sich im arithmetischen Mittel deutlich von den anderen Agreeableness Variablen?
A1 weist mit 2,413 ein deutlich niedrigeres arithmetisches Mittel auf
(5) Wie lautet jeweils der Summenscore für Openness und Extraversion?
3,863 für Openness und 3,791 für Extraversion
(6) Wie viele Variablen haben bei Conscientiousness ein niedrigeres arithmetisches Mittel als der dazugehörige Summenscore?
Insgesamt zwei Variablen: C4 und C5
(7) Formulieren Sie in eigenen Worten, welchen Einfluss solche "Ausreißer" bei den Mittelwerten auf die Korrelation der Variablen innerhalb einer individuellen Persönlichkeitsstruktur haben könnten:
Der Korrelationskoeffizient könnte niedriger / negativ ausfallen
Paralle Milabhannana



LÖSUNG-TEIL III

BIVARIATE ANALYSE

(8) Analysieren Sie gleichsam Conscientiousness, Extraversion und Openness:



Die Variablen bei Conscientiousness und Extraversion korrelieren ähnlich wie bei Agreeableness miteinander. Die niedrigsten Korrelationskoeffizienten weisen die Variablen bei Openness auf.

(9) Die Variablen von Agreeableness korrelieren darüber hinaus besonders mit...



...den Variablen der Extraversion

Agreeableness

Conscientiousness

Extraversion

Neuroticism

Openness

Openness

Agreeableness

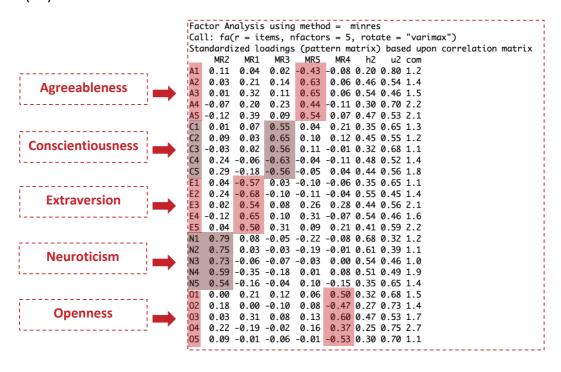




LÖSUNG-TEIL IV

FAKTORENANALYSE

(10) Markieren Sie die Persönlichkeitsstrukturen über die MR-Werte:



(11) Bewerten Sie die Faktoren bei einer Faktorenanalyse mit sechs Faktoren:



Bei einer Faktorenanalyse mit sechs Faktoren lässt sich kein sechster Faktor auf Grundlage der gegebenen Variablen identifizieren. Die MR-Werte in der Spalte MR6 liegen insgesamt nahe 00.00.

.....





Grundlagen des Machine Learnings



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL I

AUSGANGSSITUATION

Über den Befehl iris können Sie in der R Konsole auf den IRIS Datensatz zugreifen. Im IRIS Datensatz finden Sie insgesamt 150 Beobachtungen mit jeweils vier Merkmalsvariablen von Schwertlilien. Der Datensatz enthält Infor-mationen über die Breite und die Länge des Kelchblatts (Sepalum) sowie des Kronblatts (Petalum) in Zentimeter. Darüber hinaus bezieht sich der Datensatz auf drei verschiedene Arten der Schwertlilie (Setosa, Virginica und Versicolor), welche sich jeweils in Breite und Länge des Kelch- und Kronblatts unterscheiden. Ziel der Übungsaufgabe soll es diesmal sein, anhand der vier Merkmalsvariablen eine automatische (Stichwort: Machine Learning) Identifikation der richtigen Schwertlilienart zu ermöglichen. Die Installation der erforderlichen Packages erfolgt über install.packages("caret", dependencies=TRUE) und library(caret).

	Kelchblatt		Kronk	olatt	
	1	1	1	1	
[Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL II

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst sollen der IRIS Datensatz, die darin enthaltenen Variablen und deren Merkmalsausprägungen möglichst genau beschrieben werden. Dazu können Sie auf den Befehl summary(iris) in der R Konsole zurückgreifen:

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
Min. :4.300	Min. :2.000	Min. :1.000	Min. :0.100	setosa :50
1st Qu.:5.100	1st Qu.:2.800	1st Qu.:1.600	1st Qu.:0.300	versicolor:50
Median :5.800	Median :3.000	Median :4.350	Median :1.300	virginica :50
Mean :5.843	Mean :3.057	Mean :3.758	Mean :1.199	
3rd Qu.:6.400	3rd Qu.:3.300	3rd Qu.:5.100	3rd Qu.:1.800	
Max. :7.900	Max. :4.400	Max. :6.900	Max. :2.500	<u> </u>

(1) Vergleichen Sie die Längen von Kelch- und Kronblatt. Welches ist länger?
(2) Wie viele Fälle der verschiedenen Schwertlilienarten liegen jeweils vor?

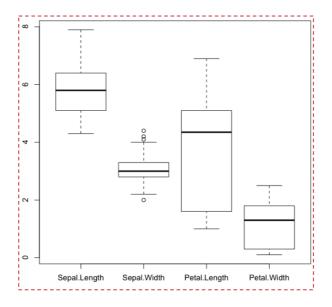




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL III

DESKRIPTIVE ANALYSE

Die vier Merkmalsvariablen zur Breite und Länge von Kelch- und Kronblatt unterscheiden sich jeweils in ihrem Mittelwert als auch in ihrer minimalen und maximalen Merkmalsausprägung deutlich voneinander. Diese Unterschiede können mit dem Befehl boxplot(iris[1:4]) in der R Konsole visualisiert werden. Dieser Befehl visualisiert nicht alle Variablen des IRIS Datensatzes, sondern lediglich die ersten vier Merkmalsvariablen für alle Schwertlilienarten zusammen:



Tipp: Dass die Merkmalsvariablen unterschiedlich ausgeprägt sind ist für Machine Learning Anwendungen von zentraler Bedeutung, um über die Merkmalsvariablen eine richtige Identifikation zu ermöglichen.

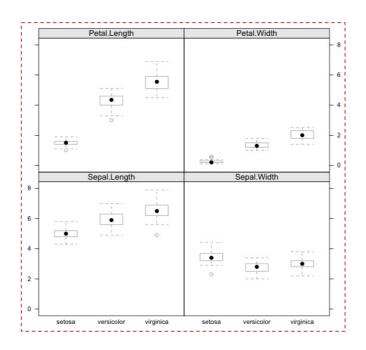




ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IV

DESKRIPTIVE ANALYSE

Weil für Machine Learning Anwendungen ein gutes Verständnis des zugrundeliegenden Datensatzes unerlässlich ist, folgt noch eine weitere deskriptive Analyse. Diese soll verdeutlichen, dass die verschiedenen Schwertlilienarten jeweils eine unterschiedliche Breite und Länge von Kelch- und Kronblatt aufweisen. Hierzu müssen mit den Befehlen x <- iris[,1:4] und y <- iris[,5] die vier Merkmalsvariablen zur Breite und Länge von Kelch- und Kronblatt von der Variablen getrennt werden, welche die verschiedenen Schwertlilienarten auflistet. Somit können die vier Merkmalsvariablen (x) für jede der drei Schwertlilienarten (y) über den Befehl featurePlot(x=x, y=y, plot="box") in der R Konsole visualisiert werden:





utb.



- IRIS Datensatz in R -

ÜBUNGSAUFGABE-TEIL V

DESKRIPTIVE UND BIVARIATE ANALYSE
(3) Welche Schwertlilienart hat die längsten Kelch- und Kronblätter?
(4) Welche Schwertlilienart hat das schmalste Kronblatt?
(5) Vermuten Sie aufgrund der vorherigen deskriptiven Visualisierung einen positiven oder negativen Zusammenhang zwischen der Länge des Kelchblatts und der Breite des Kronblatts? Begründen Sie Ihre Vermutung und überprüfen Sie diese mit dem Befehl cor(iris[1:4]) in der R Konsole.
(6) Wie lautet der exakte Zusammenhang (Korrelation) zwischen der Länge des
Kronblatts und der Breite des Kelchblatts?



ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VI

MACHINE LEARNING

Machine Learning Anwendungen werden selten auf Grundlage des gesamten Datensatzes programmiert, sondern mit einem Teil des Datensatzes modelliert und über einen weiteren Teil des Datensatzes validiert. Die zufällige Aufteilung des Datensatzes in bspw. einen 80% und einen 20% Anteil erfolgt über den Befehl validation_index <-createDataPartition(iris\$Species, p=0.80, list=FALSE) in der R Konsole. Das Besondere an diesem Befehl ist, dass eine zufällige Auswahl an Fällen erfolgt, die relativen Anteile an Schwertlilienarten aber sowohl im 80% Datensatz als auch im 20% Datensatz identisch sind. Diese Vergleichbarkeit erlaubt die Validierung. Den 20% Validierungsdatensatz generiert man über den Befehl validation <- iris[-validation_index,] und den 80% Modellierungsdatensatz über den Befehl model <- iris[validation_index,]. In der R Konsole kann das Ergebnis mittels der Befehle summary(validation) und summary(model) anschließend kontrolliert werden.





Species

setosa :10

versicolor:10

virginica :10

Modellierung



Species

setosa :40

versicolor:40

virginica :40





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VII

MACHINE LEARNING

(7) Wie unterscheiden sich die Mittelwerte als auch die minimalen und maximalen Merkmalsausprägungen im Validierungsdatensatz vom Modellierungsdatensatz?



(8) Unterscheiden sich Validierungs- und Modellierungsdatensatz untereinander und vom Gesamtdatensatz, wenn man sie mittels Boxplot visualisiert? Auf dieser Seite können Sie mögliche Unterschiede skizzieren:



.....





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL VIII

MACHINE LEARNING

Die zu programmierende Machine Learning Anwendung soll auf ein 10-faches Kreuzvalidierungsverfahren zurückgreifen können. Details hierzu folgen im Seminar / in der Vorlesung. Ein 10-faches Kreuzvalidierungsverfahren wird in der R Konsole über den Befehl control <- trainControl(method = "cv", number = 10) in Verbindung mit metric <- "Accuracy" generiert.

Nun folgt die Entscheidung für einen Machine Learning Algorithmus. Hier gibt es verschiedene Verfahren, bspw. lineare Modelle, nicht-lineare Modelle sowie die sogenannten komplexen Modelle. Je nach Datensatz und Ausprägung der Merkmalsvariablen führen diese Modelle zu unterschiedlichen Resultaten hinsichtlich ihrer Genauigkeit. Die verschiedenen Machine Learning Algorithmen werden wie folgt in der R Konsole angelegt:

(A) Linearer Algorithmus, hier: Linear Discriminant Analysis (LDA)

fit.lda <- train(Species~., data=model, method="lda", metric=metric, trControl=control)

(B) Nicht-linearer Algorithmus, hier: K-Nearest Neighbors (KNN)

fit.knn <- train(Species~., data=model, method="knn", metric=metric, trControl=control)

(C) Komplexer Algorithmus, hier: Random Forest (RF)

fit.rf <- train(Species~., data=model, method="rf", metric=metric, trControl=control)





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL IX

MACHINE LEARNING

Nachdem die Machine Learning Algorithmen in R angelegt wurden, kann über den Befehl results <- resamples(list(lda=fit.lda, knn=fit.knn, rf=fit.rf)) ein Vergleich der Genauigkeit der verschiedenen Algorithmen aufgerufen werden. Zur Erinnerung: Gesucht ist ein Algorithmus, der ausgehend von den vier Merkmalsvariablen im IRIS Datensatz automatisch die richtige Schwertlilienart identifizieren kann. Der Grad der Genauigkeit kann dabei in Prozent angegeben werden. Mit dem Befehl summary(results) kann der Grad der Genauigkeit tabellarisch und mit dem Befehl dotplot(results) grafisch aufgerufen werden.



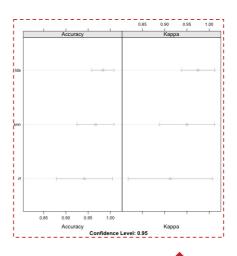
Die **Accuracy** der Algorithmen wird in Prozent ausgewiesen, hier bspw. mit min. 91,66 % für den LDA Algorithmus.



Accuracy								
N	Min. 19	st Qu.	Median	Mear	1 3rd	Qu.	Max.	NA's
lda 0.9166	6667 1.00	000000	1	0.9833333	3	1	1	0
knn 0.8333	3333 0.93	375000	1	0.9666667	7	1	1	0
rf 0.7500	0000 0.93	166667	1	0.9416667	7	1	1	0
Карра								
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.	NA's		
lda 0.875	1.00000	1	0.9750	1	1	0	1	
knn 0.750	0.90625	1	0.9500	1	1	0	1	
rf 0.625	0.87500	1	0.9125	1	1	0		
1								



Kappa vergleicht die tatsächliche Genauigkeit mit einer erwarteten Genauigkeit. Zwischen 0.60 und 1.00 liegen gute Werte vor.







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL X

MACHINE LEARNING

Von den drei zur Anwendung gebrachten Algorithmen hat die Linear Discriminant Analysis (LDA) als lineares Modell die größte Accuracy und den größten Kappa Wert aufgewiesen. Einen Detaileinblick in dieses Modell für den Modelldaten-satz erhält man in der R Konsole über den Befehl **print(fit.lda)**. Man erhält folgenden Output:

```
Linear Discriminant Analysis

120 samples
    4 predictor
    3 classes: 'setosa', 'versicolor', 'virginica'

No pre-processing
Resampling: Cross-Validated (10 fold)
Summary of sample sizes: 108, 108, 108, 108, 108, 108, ...
Resampling results:

Accuracy Kappa
    0.9833333 0.975
```

Tipp: Zuvor lag der Fokus auf den minimalen Werten für Accuracy und Kappa. Nachdem die Entscheidung für einen Algorithmus getroffen wurde, werden üblicherweise deren Mittelwerte für Accuracy und Kappa ausgewiesen.

(9) Woran erkennen Sie, dass es sich um den Modelldatensatz handelt?







ÜBUNGSAUFGABE-TEIL XI

MACHINE LEARNING

Abschließend greifen wir auf den Validierungsdatensatz zurück und prüfen die Identifikation der Schwertlilienarten anhand der vier Merkmalsvariablen. Dazu gibt man in der R Konsole folgenden Befehl ein:

(D) Vorhersagemodell auf Basis des Validierungsdatensatzes

predictions<-predict(fit.lda, validation)
confusionMatrix(predictions, validation\$Species)</pre>

(E) Vorhersagemodell auf Basis des Modelldatensatzes

predictions<-predict(fit.lda, model)
confusionMatrix(predictions, model\$Species)</pre>

Für den Validierungsdatensatz ergibt sich bspw. folgender Output, der anzeigt, wie viele der jeweils 10 verschiedenen Schwertlilienarten aufgrund der vier Merkmalsvariablen richtig identifiziert werden können. Bei einer Genauigkeit von 93,33% werden 10 von 10 Setosa richtig erkannt, 9 von 10 Versicolor und 9 von 10 Virginica:

Reference								
Prediction	setosa	versicolor	virginica					
setosa	10	0	0					
versicolor	0	9	1					
virginica	0	1	9					
Overall Statistics								





ÜBUNGSAUFGABE-TEIL XII

MACHINE LEARNING

(10) Rufen Sie ein Vorhersagemodell auf Basis des gesamten IRIS Datensatzes auf. Wie lauten die Werte für Accuracy und Kappa?



(11) Vergleichen Sie die Vorhersagemodelle auf Basis des Validierungsdatensatzes, des Modelldatensatzes und des gesamten IRIS Datensatzes. Welcher Datensatz trägt zu den besten Werten für Accuracy und Kappa bei?







LÖSUNG-TEIL I

DESKRIPTIVE ANALYSE

Zunächst sollen der IRIS Datensatz, die darin enthaltenen Variablen und deren Merkmalsausprägungen möglichst genau beschrieben werden. Dazu können Sie auf den Befehl summary(iris) in der R Konsole zurückgreifen:

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
Min. :4.300	Min. :2.000	Min. :1.000	Min. :0.100	setosa :50
1st Qu.:5.100	1st Qu.:2.800	1st Qu.:1.600	1st Qu.:0.300	versicolor:50
Median :5.800	Median :3.000	Median :4.350	Median :1.300	virginica :50
Mean :5.843	Mean :3.057	Mean :3.758	Mean :1.199	
3rd Qu.:6.400	3rd Qu.:3.300	3rd Qu.:5.100	3rd Qu.:1.800	
Max. :7.900	Max. :4.400	Max. :6.900	Max. :2.500	

(1) Vergleichen Sie die Längen von Kelch- und Kronblatt. Welches ist länger?



Das Kelchblatt ist stets (Min., Max. und Mean) länger als das Kronblatt.

.....

(2) Wie viele Fälle der verschiedenen Schwertlilienarten liegen jeweils vor?



Im Gesamten IRIS Datensatz ist jede Schwertlilienart 50 mal vertreten.

.....



utb.



- IRIS Datensatz in R -

LÖSUNG-TEIL II

DESKRIPTIVE UND BIVARIATE ANALYSE
(3) Welche Schwertlilienart hat die längsten Kelch- und Kronblätter?
Virginica
(4) Welche Schwertlilienart hat das schmalste Kronblatt?
Setosa
(5) Vermuten Sie aufgrund der vorherigen deskriptiven Visualisierung einen positiven oder negativen Zusammenhang zwischen der Länge des Kelchblatts und der Breite des Kronblatts? Begründen Sie Ihre Vermutung und überprüfen Sie diese mit dem Befehl cor(iris[1:4]) in der R Konsole.
Positiver Zusammenhang
(6) Wie lautet der exakte Zusammenhang (Korrelation) zwischen der Länge des Kronblatts und der Breite des Kelchblatts?
- 0.428



LÖSUNG-TEIL III

MACHINE LEARNING

(7) Wie unterscheiden sich die Mittelwerte als auch die minimalen und maximalen Merkmalsausprägungen im Validierungsdatensatz vom Model-lierungsdatensatz?

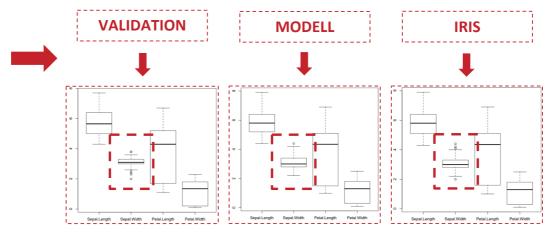


Annähernd identisch mit + / - 0.200 Unterschied.

(8) Unterscheiden sich Validierungs- und Modellierungsdatensatz untereinander und vom Gesamtdatensatz, wenn man sie mittels Boxplot visualisiert? Auf dieser Seite können Sie mögliche Unterschiede skizzieren:

Tipp: Siehe Teil III für den Befehl in der R Konsole.

Annähernd identisch mit Unterschieden bei Ausreißern (Punkte).



.....





LÖSUNG-TEIL IV

MACHINE LEARNING

Von den drei zur Anwendung gebrachten Algorithmen hat die Latent Dirichlet Allocation (LDA) als lineares Modell die größte Accuracy und den größten Kappa Wert aufgewiesen. Einen Detaileinblick in dieses Modell für den Modelldatensatz erhält man in der R Konsole über den Befehl **print(fit.lda)**. Man erhält folgenden Output:

```
Linear Discriminant Analysis

120 samples
4 predictor
3 classes: 'setosa', 'versicolor', 'virginica'

No pre-processing
Resampling: Cross-Validated (10 fold)
Summary of sample sizes: 108, 108, 108, 108, 108, 108, ...
Resampling results:

Accuracy Kappa
0.9833333 0.975
```

Tipp: Zuvor lag der Fokus auf den minimalen Werten für Accuracy und Kappa. Nachdem die Entscheidung für einen Algorithmus getroffen wurde, werden üblicherweise deren Mittelwerte für Accuracy und Kappa ausgewiesen.

(9) Woran erkennen Sie, dass es sich um den Modelldatensatz handelt?



Der Modelldatensatz mit 80% weist insgesamt 120 Fälle auf.





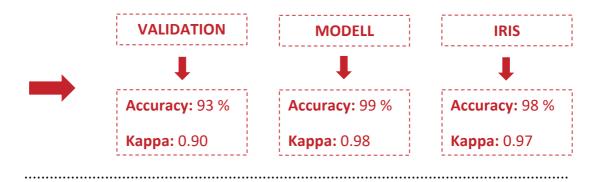
LÖSUNG-TEIL V

MACHINE LEARNING

(10) Rufen Sie ein Vorhersagemodell auf Basis des gesamten IRIS Datensatzes auf. Wie lauten die Werte für Accuracy und Kappa?

	Reference			
	Prediction	setosa	versicolor	virginica
	setosa	50	0	0
	versicolor	0	48	1
	virginica	0	2	49
Accuracy: 98 %	Overall Stat	istics		
Kappa: 0.97	Accuracy : 0.98			

(11) Vergleichen Sie die Vorhersagemodelle auf Basis des Validierungsdatensatzes, des Modelldatensatzes und des gesamten IRIS Datensatzes. Welcher Datensatz trägt zu den besten Werten für Accuracy und Kappa bei?







Herausgegeben von:

www. STATISTICAL-THINKING. de

Prof. Dr. Dennis Klinkhammer

Am Köppekreuz 1 | 53225 Bonn