

1 基礎數學課程筆記

日期：2025-11-20 主題：Ch2 函數的圖形 – 直線方程式與斜率

1.1 本週主題

1. 直線方程式的標準形式
 2. 斜率的定義與計算方法
 3. 利用兩點求直線方程式
-

1.2 詳細內容

1.2.1 1. 直線方程式的標準形式

直線方程式的標準形式為：

$$y = mx + b$$

其中：

- m ：斜率 (slope)
 - b ： y 截距 (當 $x = 0$ 時的 y 值)
-

1.2.2 2. 斜率的定義與計算

斜率 (Slope) 的定義：

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

其中：

- Δy (y 的差異) = $y_2 - y_1$ (終點 y - 起點 y)
- Δx (x 的差異) = $x_2 - x_1$ (終點 x - 起點 x)

重要觀念：

- 斜率代表「直線的傾斜程度」
 - 斜率 m 相同的直線是平行線
 - 任選直線上兩點計算斜率，結果必定相同
-

1.2.3 3. 求直線方程式的步驟

Step 1：計算斜率 m

給定兩點 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) ，計算：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Step 2：求 y 截距 b

將已知的一點座標 (x, y) 和斜率 m 代入 $y = mx + b$ ，求出 b 。

1.3 課堂例題

1.3.1 例題 1：計算斜率

給定以下各組兩點，計算斜率 m ：

(a) 點 $A(0, -1)$ 與點 $B(0, 1)$

$$m = \frac{1 - (-1)}{0 - (-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

(b) 點 $B(0, 1)$ 與點 $C(-1, -3)$

$$m = \frac{-3 - 1}{-1 - 0} = \frac{-4}{-1} = 4 \Rightarrow 2$$

(c) 點 $A(-1, -2)$ 與點 $B(0, -1)$

$$m = \frac{-1 - (-2)}{0 - (-1)} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow 2$$

(d) 點 $A(0, -3)$ 與點 $C(-2, 1)$

$$m = \frac{1 - (-3)}{0 - (-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

(e) 點 A 與點 C

$$m = \frac{-3 - 1}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

1.3.2 例題 2：求直線方程式

給定直線 L 通過以下三點：

- $A(-1, 0)$
- $B(2, 1)$
- $C(5, 2)$

問題：

1. 求 L 的斜率 m
2. 用 A, B 算 m ；用 B, C 算 m ；用 A, C 算 m （驗證三組計算結果相同）
3. 求 L 的方程式

解答：

(1) 用 A, B 計算斜率：

$$m = \frac{1 - 0}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

(2) 驗證：用 B, C 計算：

$$m = \frac{2 - 1}{5 - 2} = \frac{1}{3}$$

(2) 驗證：用 A, C 計算：

$$m = \frac{2 - 0}{5 - (-1)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

三組計算結果相同，確認斜率 $m = \frac{1}{3}$

(3) 求直線方程式：

已知 $m = \frac{1}{3}$ ，使用點 $A(-1, 0)$ 代入 $y = mx + b$ ：

$$0 = \frac{1}{3} \times (-1) + b$$

$$0 = -\frac{1}{3} + b$$

$$b = \frac{1}{3}$$

直線 L 的方程式：

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

1.4 學習重點

1. 斜率公式： $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 2. 直線方程式： $y = mx + b$ (m 為斜率， b 為 y 截距)
 3. 任選兩點計算斜率，結果必定相同（驗證方法）
 4. 求方程式步驟：先算斜率 m ，再代入一點求 b
-

1.5 常見錯誤提醒

- 計算斜率時，分子分母的順序要一致： $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ （不可寫成 $\frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2}$ ）
- 負號的處理要小心： $\frac{-4}{-2} = 2$
- 代入點座標求 b 時，確實檢查計算是否正確