

# 1 基礎數學課程筆記

---

日期：2025-11-20 主題：Ch2 函數的圖形 – 直線方程式與斜率

---

## 1.1 本週主題

1. 直線方程式的標準形式
  2. 斜率的定義與計算方法
  3. 利用兩點求直線方程式
- 

## 1.2 詳細內容

### 1.2.1 1. 直線方程式的標準形式

直線方程式的標準形式為：

$$y = mx + b$$

其中：

- $m$ ：斜率 (slope)
  - $b$ ： $y$  截距 (當  $x = 0$  時的  $y$  值)
-

## 1.2.2 2. 斜率的定義與計算

斜率 (Slope) 的定義：

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

其中：

- $\Delta y$  ( $y$  的差異)  $= y_2 - y_1$  (終點  $y$  – 起點  $y$ )
- $\Delta x$  ( $x$  的差異)  $= x_2 - x_1$  (終點  $x$  – 起點  $x$ )

重要觀念：

- 斜率代表「直線的傾斜程度」
- 斜率  $m$  相同的直線是平行線
- 任選直線上兩點計算斜率，結果必定相同

---

## 1.2.3 3. 求直線方程式的步驟

Step 1：計算斜率  $m$

給定兩點  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$ ，計算：

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Step 2：求  $y$  截距  $b$

將已知的一點座標  $(x, y)$  和斜率  $m$  代入  $y = mx + b$ ，求出  $b$ 。

---

## 1.3 課堂例題

### 1.3.1 例題 1：計算斜率

給定以下各組兩點，計算斜率  $m$ ：

(a) 點 A(0, -1) 與點 B(0, 1)

$$m = \frac{1 - (-1)}{0 - (-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

(b) 點 B(0, 1) 與點 C(-1, -3)

$$m = \frac{-3 - 1}{-1 - 0} = \frac{-4}{-1} = 4 \Rightarrow 2$$

(c) 點 A(-1, -2) 與點 B(0, -1)

$$m = \frac{-1 - (-3)}{0 - (-2)} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow 2$$

(d) 點 A(0, -3) 與點 C(-2, 1)

$$m = \frac{1 - (-3)}{0 - (-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

(e) 點 A 與點 C

$$m = \frac{-3 - 1}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

---

### 1.3.2 例題 2：求直線方程式

給定直線  $L$  通過以下三點：

- $A(-1, 0)$
- $B(2, 1)$
- $C(5, 2)$

**問題：**

1. 求  $L$  的斜率  $m$
2. 用  $A, B$  算  $m$ ；用  $B, C$  算  $m$ ；用  $A, C$  算  $m$ （驗證三組計算結果相同）
3. 求  $L$  的方程式

**解答：**

(1) 用  $A, B$  計算斜率：

$$m = \frac{1 - 0}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

(2) 驗證：用  $B, C$  計算：

$$m = \frac{2 - 1}{5 - 2} = \frac{1}{3}$$

(2) 驗證：用  $A, C$  計算：

$$m = \frac{2 - 0}{5 - (-1)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

三組計算結果相同，確認斜率  $m = \frac{1}{3}$

(3) 求直線方程式：

已知  $m = \frac{1}{3}$ ，使用點  $A(-1, 0)$  代入  $y = mx + b$ ：

$$0 = \frac{1}{3} \times (-1) + b$$

$$0 = -\frac{1}{3} + b$$

$$b = \frac{1}{3}$$

直線  $L$  的方程式：

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

---

## 1.4 學習重點

1. 斜率公式： $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
  2. 直線方程式： $y = mx + b$  ( $m$  為斜率， $b$  為  $y$  截距)
  3. 任選兩點計算斜率，結果必定相同（驗證方法）
  4. 求方程式步驟：先算斜率  $m$ ，再代入一點求  $b$
- 

## 1.5 常見錯誤提醒

- 計算斜率時，分子分母的順序要一致： $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  (不可寫成  $\frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2}$ )
- 負號的處理要小心： $\frac{-4}{-2} = 2$
- 代入點座標求  $b$  時，確實檢查計算是否正確