

情况2: 2个未知数  $x, y$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 & \dots \\
 y & xy & yx^2 & yx^3 & yx^4 & \dots \\
 y^2 & xy^2 & x^2y^2 & y^2x^3 & y^2x^4 & \dots \\
 y^3 & xy^3 & y^3x^2 & & & \\
 y^4 & y^4x & & & & 
 \end{array}$$

$2 \cdot x \cdot 1 = 2x$

例①  $(x+y)^2 + (x+1)^2 + (y+1)^2 = ?$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 + y^2 + 2xy) + (x^2 + 1^2 + 2 \cdot x \cdot 1) \\
 &\quad + (y^2 + 1^2 + 2 \cdot y \cdot 1)
 \end{aligned}$$

$$(x^2, y^2, xy, x, y, 1)$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 2x + 2y + 2$$

②

$$\begin{aligned}
 &(x+y)^2 + (x-y)^2 \\
 &= (x^2 + y^2 + 2xy) + (x^2 + y^2 - 2xy)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x^2 + 2y^2 + (2-2)xy \\
 &= 2x^2 + 2y^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \\
 (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \\
 (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\
 a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2 \\
 a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 \\
 a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)
 \end{cases}$$



#### 例 4

若函數  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ ，求

(1)  $f(4) - f(3) = ?$  (2)  $f(x + \Delta x) - f(x) = ?$  (3)  $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = ?$

(1)  $f(\square) = \square^2 - 3\square + 1$

$$f(4) = 4^2 - 3 \times 4 + 1 = 16 - 12 + 1 = 5$$

$$f(3) = 3^2 - 3 \times 3 + 1 = 9 - 9 + 1 = 1$$

$$f(4) - f(3) = 5 - 1 = 4$$

$$7 \pm 2$$

寫在紙上



#### 例 4

若函數  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ ，求

(1)  $f(4) - f(3) = ?$  (2)  $f(x + \Delta x) - f(x) = ?$  (3)  $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = ?$

(1)  $f(\square) = \square^2 - 3\square + 1$

$$f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2 - 3(x + \Delta x) + 1$$

$$= \underbrace{(x^2 + \Delta x^2 + 2 \cdot x \cdot \Delta x)}_{\substack{x^2 \quad \Delta x^2 \quad x \cdot \Delta x}} - 3(\underbrace{x}_{x} + \underbrace{\Delta x}_{\Delta x}) + 1$$

$$= x^2 + \Delta x^2 + 2x \cdot \Delta x - 3x - 3\Delta x + 1$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = (\underbrace{x^2}_{x^2} + \underbrace{\Delta x^2}_{\Delta x^2} + \underbrace{2x \cdot \Delta x}_{x \cdot \Delta x} - \underbrace{3x}_{x} - \underbrace{3\Delta x}_{\Delta x} + \underbrace{1}_1) - (\underbrace{x^2}_{x^2} - \underbrace{3x}_{x} + \underbrace{1}_1)$$

$$= \cancel{x^2} + \Delta x^2 + 2x \cdot \Delta x - \cancel{3x} - \cancel{3\Delta x} + \cancel{1} - \cancel{x^2} + \cancel{3x} - \cancel{1}$$

$$= \Delta x^2 + 2x \cdot \Delta x - 3\Delta x$$

展開

展开! ( ) ✓ 提公因式

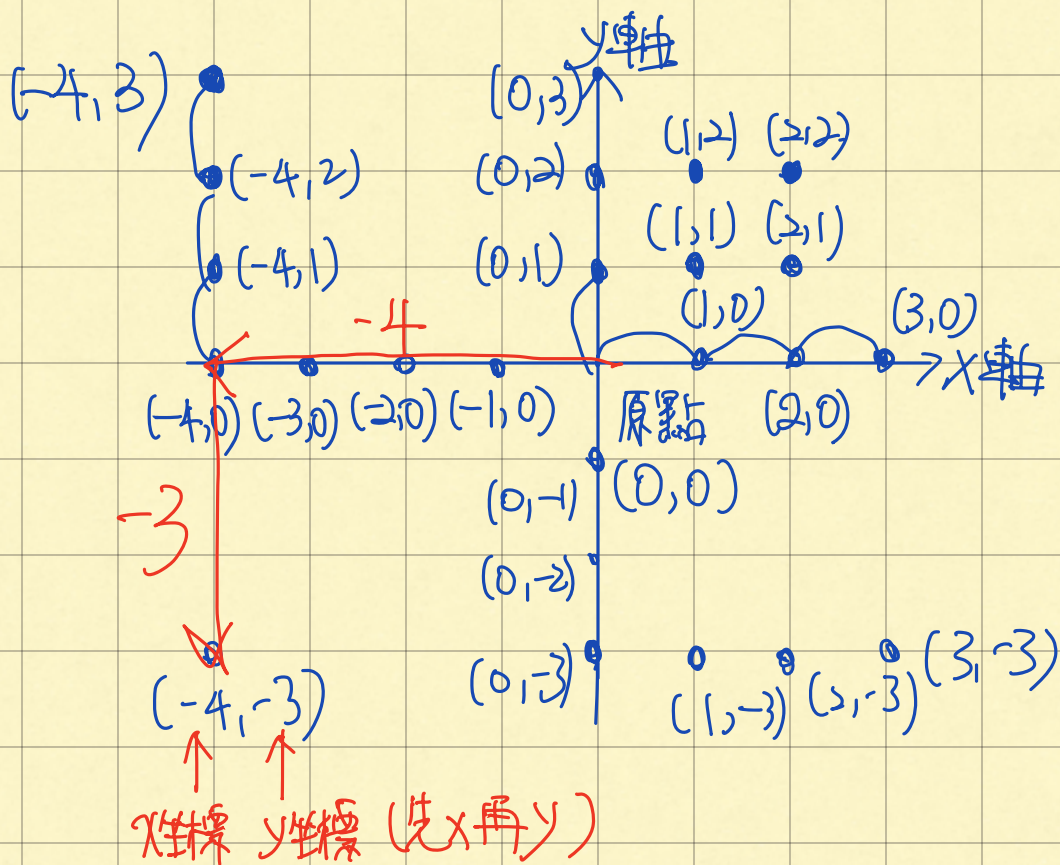
$$= \Delta x (\Delta x + 2x - 3)$$

$$(3) \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}(\Delta x + 2x - 3)}{\cancel{\Delta x}} = \Delta x + 2x - 3$$



# 函數的圖形

## • 直角坐標系



$$y = f(x) = x + 1$$



$$f(x) = ax + b$$

直線

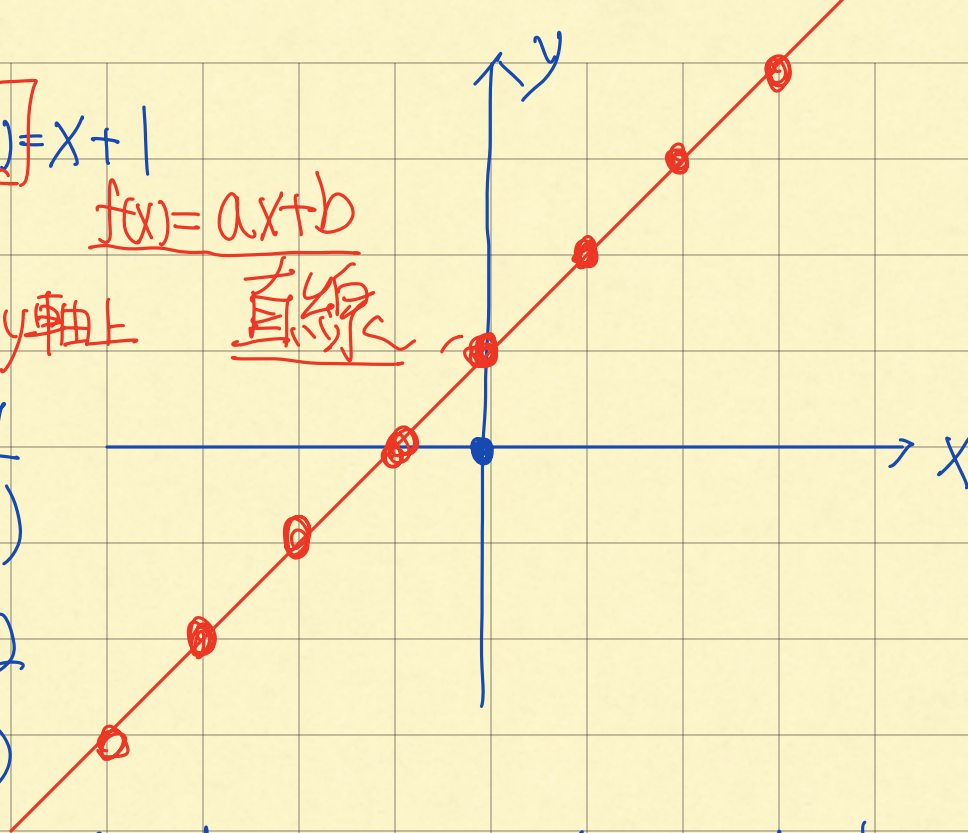
把  $f(x)$  畫在  $y$  軸上

$$x=0 \Rightarrow f(x)=1$$

$$(x, y) = (0, 1)$$

$$x=1 \Rightarrow f(x)=2$$

$$(x, y) = (1, 2)$$



$x$	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4
$y = f(x)$	1	2	3	4	5	0	-1	-2	-3

① 代入相同的  $x$

② 描點  $(x, y)$  在坐標平面上

③ 連起來

例  $f(x) = \frac{1}{x}$

$y = f(x) = \frac{1}{x}$  雙曲線

y 的漸近線

定義域  $\{x | x \neq 0\}$

值域  $\{y | y \neq 0\}$

對應域:  $\{y | y \neq 0\}$  or  $\mathbb{R}$

x 的漸近線

x 的漸近線

y 的漸近線

x	1	2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0	-1	-2	-3	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
y = f(x)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	2	3	X or -	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	-2	-3

①  $\frac{1}{(\frac{1}{2})} =$

$1 \div \frac{1}{2} = 1 \times 2 = 2$

②

$\frac{(\frac{1}{1})}{(\frac{1}{2})} = \frac{1 \times 2}{1 \times 1} = 2$



$$\frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)} = \textcircled{1} \quad 1 \times (-2) = -2$$

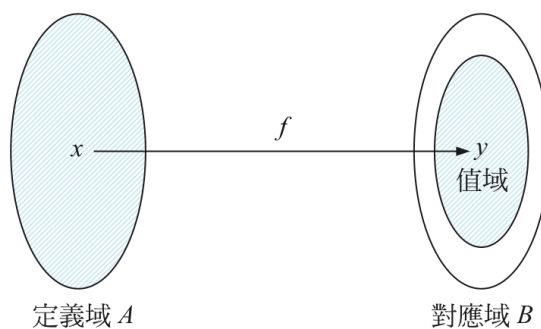
$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{-\frac{1}{2}} = \frac{-2}{1} = -2$$



### 定義 2-1 函數的定義

設 $A$ 與 $B$ 為兩集合，對於集合 $A$ 中的任意一個元素 $x$ ，就恰有集合 $B$ 中的一個元素 $y$ 與之對應，如此的對應為一個從定義域 $A$ 到對應域 $B$ 的函數，記作 $f: A \rightarrow B$ 或 $y = f(x)$ 。元素 $y$ 稱為 $x$ 的像，而所有的像所成的集合 $f(A)$ ，稱為函數的值域。

定義 2-1 有關於函數的說明如圖 2-2 所示：



■ 圖 2-2 函數自變量 $x$ 與應變量 $y$ 之關係圖



### 例 1