

1 基礎數學課程筆記

日期：2025-10-30 主題：函數的圖形

1.1 函數的圖形： $y = mx + b$

直線通式： $y = mx + b$

繪圖步驟：

- ① 代入不同的 x ② 描點 (x, y) 在坐標平面上 ③ 連起來
-

1.1.1 直線範例

| 編號 | 直線方程 | m | b |
|----|------------------------|---------------|-----|
| ① | $y = 1x + 0$ | 1 | 0 |
| ② | $y = 2x + 0$ | 2 | 0 |
| ③ | $y = \frac{1}{2}x + 0$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| ④ | $y = 1x + 2$ | 1 | 2 |
| ⑤ | $y = 2x + 2$ | 2 | 2 |
| ⑥ | $y = \frac{1}{2}x + 2$ | $\frac{1}{2}$ | 2 |

1.1.2 列表範例

表格 ①： $y = 2x$

| | | | | | | | |
|-------|----|----|---|---|---|---|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | |

表格 ② : $y = 2x$

| | | | | | | | |
|-------|----|----|---|---|---|---|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | |
| <hr/> | | | | | | | |

表格 ③ : $y = \frac{1}{2}x$

| | | | | | | | |
|-------|---|---------------|---|--|--|--|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | 0 | 1 | 2 | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |

表格 ④ : $y = x + 2$

| | | | | | | | |
|-------|---|---|---|--|--|--|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | 0 | 1 | 2 | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | 2 | 3 | 4 | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |

表格 ⑤ : $y = 2x + 2$

| | | | | | | | |
|-------|---|---|--|--|--|--|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | 0 | 1 | | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | 2 | 4 | | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |

表格 ⑥ : $y = \frac{1}{2}x + 2$

| | | | | | | | |
|-------|---|---|--|--|--|--|--|
| <hr/> | | | | | | | |
| x | 0 | 2 | | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |
| y | 2 | 3 | | | | | |
| <hr/> | | | | | | | |

1.2 $y = mx + b$

1.2.1 1) m 相同的直線平行

m ：斜率（傾斜的程度）

1.2.2 2) 直線都通過 $(0, b)$

b ： y 軸截距（截：切的意思）（切在 y 軸上的 y 座標）

1.2.3 3) 直線一定會過 $(0, b)$ 、 $(1, m + b)$

$(x$ 往右走 1 單位時， y 會往上走 m 單位！)

1.3 直線圖形範例（如何用 m 、 b 畫圖）

1.3.1 ① $y = x + 0$

- $m = 1$ ， $b = 0$
- 通過 $(0, 0)$

1.3.2 ② $y = 2x$

- $m = 2$ ， $b = 0$
- 通過 $(0, 0)$

1.3.3 ③ $y = \frac{1}{2}x$

- $m = \frac{1}{2}$ ， $b = 0$

1.3.4 ④ $y = x + 2$

- $m = 1, b = 2$
- 通過 $(0, 2)$

1.3.5 ⑤ $y = 2x + 2$

- $m = 2, b = 2$
- 畫圖步驟：
 1. 先標記 $(0, 2)$ ($b = 2$)
 2. 從 $(0, 2)$ 往右走 1 單位，往上走 2 單位
 3. 到達 $(1, 4)$

1.3.6 ⑥ $y = \frac{1}{2}x + 2$

- $m = \frac{1}{2}, b = 2$
 - 畫圖步驟：
 1. 先標記 $(0, 2)$ ($b = 2$)
 2. 從 $(0, 2)$ 往右走 2 單位，往上走 1 單位 (因為 $m = \frac{1}{2}$)
-

1.4 比較係數

$$y = mx + b \text{ (通式)}$$

Step 1：先寫出通式

Step 2：一項一項對照 (需做一些處理)

Step 3：得出通式中的數值

1.4.1 例題

① $y = 3x + 9$

$$m = 3, b = 9$$

② $y = -2x + 4$

$$m = -2, b = 4$$

③ $3x + 4y = 5$

$$4y = 5 - 3x$$

$$y = \frac{5 - 3x}{4}$$

$$y = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}x$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

$$y = mx + b$$

$$m = -\frac{3}{4}, b = \frac{5}{4}$$

(這條線會通過 $(0, \frac{5}{4})$, $(1, \frac{2}{4})$)

④ $4x + 3y = 5$

$$3y = 5 - 4x$$

$$y = \frac{5 - 4x}{3}$$

$$y = \frac{5}{3} - \frac{4}{3}x$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$m = -\frac{4}{3}, b = \frac{5}{3}$$

⑤ $x + y = 2$ (移項)

$$y = 2 - x$$

$$y = -x + 2$$

$$m = -1, b = 2$$

⑥ $dx + ey = f$

$$ey = f - dx$$

$$y = \frac{f - dx}{e}$$

$$y = \frac{f}{e} - \frac{d}{e}x$$

$$y = -\frac{d}{e}x + \frac{f}{e}$$

$$m = -\frac{d}{e}, b = \frac{f}{e}$$

1.5 問題討論

Q1 : $y = 3x$ 和 $y = x$ 哪一條線比較陡？

Ans : $y = 3x$ (因為斜率比較大)

1.6 下次上課

- ① $y = |x|$ (絕對值) , $y = x^2$
- ② 不是直線的話怎麼知道多陡 ?