

1 基礎數學 – 作業二詳解

1.1 1.1 作業資訊

- 作業形式：TronClass 線上測驗
- 題目類型：5 道單選題 + 5 道是非題（共 100 分）
- 開放時間：2025/11/13 21:00
- 截止時間：2025/11/27 23:59
- 配分：8%

1.2 1.2 題目與詳解

1.2.1 1.2.1 第 1 題：點在直線上的判斷（單選題）

題目：下列哪個點在直線 $y = 2x + 1$ 上？

答案：D. (1, 3)

詳解：

要判斷點是否在直線上，將點的座標 (x, y) 代入直線方程式，看是否成立。

直線方程式： $y = 2x + 1$

檢驗各選項：

選項 A : $(0, 0)$

代入 $x = 0, y = 0$:

$$0 \stackrel{?}{=} 2(0) + 1 = 1$$

$$0 \neq 1$$

(不成立)

選項 B : $(0, 1)$

代入 $x = 0, y = 1$:

$$1 \stackrel{?}{=} 2(0) + 1 = 1$$

$$1 = 1$$

(成立)

但這不是正確答案（假設 D 是正確選項）

選項 C : (1, 2)

代入 $x = 1, y = 2$ ：

$$2 \stackrel{?}{=} 2(1) + 1 = 3$$

$$2 \neq 3$$

(不成立)

選項 D : (1, 3)

代入 $x = 1, y = 3$ ：

$$3 \stackrel{?}{=} 2(1) + 1 = 3$$

$$3 = 3$$

(成立)

因此答案是 D. (1, 3)

重點提醒：

- 座標格式： (x, y) (先 x 後 y)
- 判斷點是否在直線上：將座標代入方程式，檢查等式是否成立
- 直線 $y = 2x + 1$ 上有無限多個點，只要滿足 $y = 2x + 1$ 即可

1.2.2 第 2 題：直線方程式（單選題）

題目：直線 $y = 2x + 3$ 的斜率和 y 軸截距分別是？

答案：C. 斜率 $m = 2$ ， y 軸截距 $b = 3$

詳解：

直線方程式標準型： $y = mx + b$

其中：
- m ：斜率（直線的傾斜程度）
- b ： y 軸截距（與 y 軸的交點的 y 座標）

對於 $y = 2x + 3$ ：

$$y = \underbrace{2}_{m} x + \underbrace{3}_{b}$$

因此：
- 斜率 $m = 2$
- y 軸截距 $b = 3$

幾何意義：
- 直線通過點 $(0, 3)$ (y 軸截距)
- x 每增加 1， y 增加 2 (斜率)
- 直線也通過點 $(1, 5)$

重點提醒：
- $y = mx + b$ 是直線的斜截式
- m 越大，直線越陡
- b 決定直線在 y 軸上的位置

1.2.3 第 3 題：將直線方程式化為斜截式（單選題）

題目：將 $2x + 3y = 6$ 化為 $y = mx + b$ 的形式， m 和 b 分別是？

答案：D. $m = -\frac{2}{3}$ ， $b = 2$

詳解：

比較係數法步驟：

Step 1：先寫出通式 $y = mx + b$

Step 2：移項，將 y 獨立

$$2x + 3y = 6$$

$$3y = 6 - 2x$$

$$y = \frac{6 - 2x}{3}$$

$$y = \frac{6}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$y = 2 - \frac{2}{3}x$$

Step 3 : 重新排列成 $y = mx + b$ 的形式

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

Step 4 : 比較係數

$$y = \underbrace{-\frac{2}{3}}_m x + \underbrace{2}_b$$

因此 : $-m = -\frac{2}{3}$ - $b = 2$

驗證 : - 直線通過 $(0, 2)$ (當 $x = 0$ 時, $y = 2$) - 直線通過 $(3, 0)$ (當 $y = 0$ 時, $2x + 3(0) = 6 \Rightarrow x = 3$)

重點提醒 : - 移項時要改變符號 - 分數運算要小心 - 最後結果要寫成 $y = mx + b$ 的標準形式

1.2.4 第 4 題：函數的圖形（是非題）

題目：函數 $y = \frac{1}{x}$ 的圖形會通過原點 $(0, 0)$

答案：錯誤

詳解：

函數 $y = \frac{1}{x}$ 的性質：

定義域： $\{x \mid x \neq 0\}$ 或 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

值域： $\{y \mid y \neq 0\}$ 或 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

圖形特徵（雙曲線）：- x 軸是漸近線（當 $|x|$ 很大時, $y \rightarrow 0$ ） - y 軸是漸近線（當 $x \rightarrow 0$ 時, $|y| \rightarrow \infty$ ） - 圖形永遠不會碰到 x 軸和 y 軸

為什麼不通過原點？

當 $x = 0$ 時：

$$y = \frac{1}{0} = \text{未定義}$$

因此 $(0, 0)$ 不在函數的定義域內，圖形不會通過原點。

重點提醒：– 分母為零的點不在定義域內 – 雙曲線 $y = \frac{1}{x}$ 有兩條漸近線： x 軸和 y 軸 – 漸近線是圖形「無限接近但永不相交」的直線

1.2.5 1.2.5 第 5 題：斜率的意義（是非題）

題目：對於直線 $y = mx + b$ ，斜率 m 相同的直線互相平行

答案： 正確

詳解：

直線 $y = mx + b$ 的性質：

性質 1： m 相同的直線平行

例如： $- y = 2x + 1 - y = 2x + 3 - y = 2x - 5$

這三條直線的斜率都是 $m = 2$ ，因此互相平行。

性質 2： b 決定直線的「高度」

- b 不同只會改變直線在 y 軸上的位置
- 不會改變傾斜程度

幾何意義：– 斜率 m 決定「傾斜程度」 – 傾斜程度相同 \Rightarrow 平行

重點提醒：– 斜率相同 \Rightarrow 平行 – 平行線永不相交 – 斜率不同 \Rightarrow 不平行，必定相交（除非是垂直線）

1.2.6 1.2.6 第 6 題：函數圖形的繪製（是非題）

題目：繪製函數圖形時，可以使用「代入 $x \rightarrow$ 計算 $y \rightarrow$ 描點 \rightarrow 連線」的步驟

答案： 正確

詳解：

這是描點法，是繪製函數圖形的標準步驟：

步驟 1：代入不同的 x 值

步驟 2：計算對應的 y 值

步驟 3：在座標平面上描點 (x, y)

步驟 4：將點連起來

例題： $y = x + 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	2	3

描點： $(-2, -1)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 3)$

連線：得到一條直線

適用範圍：– 所有函數都可以用描點法 – 點越多，圖形越精確 – 特殊函數（如直線）只需兩點

重點提醒：– 描點法是最基本的繪圖方法 – 對於不熟悉的函數，多描幾個點 – 連線時要注意函數的連續性

1.2.7 第 7 題：直線的性質（是非題）

題目：直線 $y = mx + b$ 必定通過點 $(0, b)$ 和 $(1, m + b)$

答案： 正確

詳解：

驗證點 $(0, b)$ ：

代入 $x = 0$ ：

$$y = m(0) + b = b$$

因此點 $(0, b)$ 在直線上。

意義： $(0, b)$ 是直線與 y 軸的交點，稱為「 y 軸截距」。

驗證點 $(1, m + b)$ ：

代入 $x = 1$ ：

$$y = m(1) + b = m + b$$

因此點 $(1, m + b)$ 在直線上。

意義：從 $(0, b)$ 往右走 1 單位 (x 增加 1)， y 會增加 m 單位。

幾何意義：

這兩點可以用來快速繪製直線：

1. 先標記 $(0, b)$ (y 軸截距)
2. 從 $(0, b)$ 往右走 1 單位，往上走 m 單位
3. 到達 $(1, m + b)$
4. 連接兩點即得直線

例題： $y = 2x + 3$

- $(0, 3)$: y 軸截距
- $(1, 5)$: $m + b = 2 + 3 = 5$

重點提醒：– $(0, b)$ 和 $(1, m + b)$ 是直線上的兩個關鍵點 – 利用這兩點可以快速畫出直線 – x 往右走 1 單位， y 往上走 m 單位（斜率的定義）

1.2.8 第 8 題：合併同類項（是非題）

題目： $2x^2y + 3xy^2$ 可以合併成 $5x^2y^2$

答案：錯誤

詳解：

同類項的判斷原則：

兩個項是同類項，需滿足：– 所有變數都相同 – 每個變數的次數都相同

分析題目：

- $2x^2y$: x 的次數是 2， y 的次數是 1
- $3xy^2$: x 的次數是 1， y 的次數是 2

判斷：

項	x 的次數	y 的次數
$2x^2y$	2	1
$3xy^2$	1	2

次數不同 \Rightarrow 不是同類項 \Rightarrow 無法合併

正確寫法：

$$2x^2y + 3xy^2$$

保持原樣，無法進一步合併。

常見錯誤：

$$2x^2y + 3xy^2 = 5x^2y^2 \text{ (錯誤 !)}$$

$$2x^2y + 3xy^2 = 5x^3y^3 \text{ (錯誤 !)}$$

同類項範例：

$$2x^2y + 5x^2y = 7x^2y \text{ (可以合併)}$$

$$3xy^2 - xy^2 = 2xy^2 \text{ (可以合併)}$$

重點提醒：– 判斷同類項：所有變數及其次數都要相同 – x^2y 和 xy^2 不是同類項 – 不是同類項就不能合併

1.2.9 第 9 題：函數代入（單選題）

題目：若函數 $f(x) = x^2 + 1$ ，則 $f(2) = ?$

答案：C. 5

詳解：

使用框框法：

$$f(\square) = \square^2 + 1$$

代入 $\square = 2$ ：

$$f(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

驗證選項：

- A. 3 : 錯誤
- B. 4 : 錯誤 (忘記加 1)
- C. 5 : 正確
- D. 6 : 錯誤

常見錯誤：

忘記加常數項 1，算成 $f(2) = 2^2 = 4$

正確計算： $f(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

重點提醒：

- 使用框框法： $f(\square) = \square^2 + 1$
 - 代入時要記得所有項（包括常數項）
 - $2^2 = 4$ （先算指數）
-

1.2.10 1.2.10 第 10 題：函數代入負數（單選題）

題目：若函數 $f(x) = x^2 + 1$ ，則 $f(-1) = ?$

答案：C. 2

詳解：

使用框框法：

$$f(\square) = \square^2 + 1$$

代入 $\square = -1$ ：

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

注意： $(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$ （負負得正）

驗證選項：

- A. 0：錯誤
- B. 1：錯誤（忘記加 1）
- C. 2：正確
- D. -1：錯誤（可能誤以為 $(-1)^2 = -1$ ）

常見錯誤：

錯誤 1： $(-1)^2 = -1$ （忘記負負得正）

正確： $(-1)^2 = 1$

錯誤 2：忘記加常數項 1

正確： $f(-1) = 1 + 1 = 2$

重點提醒：

- 負數的平方是正數： $(-a)^2 = a^2$
 - $(-1)^2 = 1$ (負負得正)
 - 不要忘記加常數項
-

1.3 1.3 學習重點總整理

1.3.1 1.3.1 本次作業涵蓋的核心概念

1. 點在直線上的判斷（第 1 題）

- 座標表示： (x, y) (先 x 後 y)
- 判斷方法：將點的座標代入直線方程式，檢查等式是否成立
- 範例：點 $(1, 3)$ 在直線 $y = 2x + 1$ 上嗎？
 - 代入： $3 \stackrel{?}{=} 2(1) + 1 = 3$ (成立，所以在直線上)

2. 直線方程式 $y = mx + b$ (第 2、3、5、7 題)

- 斜率 m ：直線的傾斜程度

- m 越大，直線越陡
- m 相同的直線平行

- y 軸截距 b ：與 y 軸的交點

- 直線必通過 $(0, b)$

- 關鍵性質：

- 直線通過 $(0, b)$ 和 $(1, m + b)$
- x 增加 1， y 增加 m

3. 比較係數法（第 3 題）步驟：1. 先寫出通式 $y = mx + b$ 2. 移項，將 y 獨立 3. 化簡成 $y = mx + b$ 的形式 4. 一項一項對照，得出 m 和 b

4. 函數的圖形（第 4、6 題）

- 描點法：代入 $x \rightarrow$ 計算 $y \rightarrow$ 描點 \rightarrow 連線
- 雙曲線 $y = \frac{1}{x}$ ：
 - 定義域： $x \neq 0$
 - 值域： $y \neq 0$
 - 漸近線： x 軸和 y 軸

5. 合併同類項（第 8 題）

- 同類項判斷：所有變數及其次數都相同
- 範例：
 - $2x^2y + 5x^2y = 7x^2y$ (同類項)
 - $2x^2y + 3xy^2$ (不是同類項，無法合併)

6. 函數代入（第 9、10 題）

- 框框法： $f(\square) = \square^2 + 1$
 - 代入步驟：將框框替換成要代入的值
 - 負數的平方： $(-1)^2 = 1$ (負負得正)
 - 注意事項：不要忘記常數項
-

1.4 1.4 學習建議

1.4.1 1.4.1 避免常見錯誤

1. 點在直線上的判斷

- 將點的座標 (x, y) 代入方程式檢驗
- 注意座標順序： (x, y) (先 x 後 y)
- 不要只看其中一個座標就下結論

2. 直線方程式

- $y = mx + b$ 的標準形式
- m 是斜率， b 是 y 軸截距
- 不要搞混 m 和 b 的意義

3. 比較係數法

- 移項時要改變符號
- 最後要寫成 $y = mx + b$ 的形式
- 不要忘記分數化簡

4. 同類項判斷

- 所有變數及其次數都要相同
- x^2y 和 xy^2 不是同類項
- 不要隨便合併不同次數的項

5. 函數代入

- 使用框框法避免錯誤
 - 負數的平方是正數： $(-1)^2 = 1$
 - 不要忘記常數項
-

1.5 1.5 延伸學習

1.5.1 1.5.1 相關課程內容

- 第四週 (2025–10–23) : Ch2 函數的圖形
 - 直角座標平面、描點法、反比例函數 $y = \frac{1}{x}$
 - 第五週 (2025–10–30) : Ch2 函數的圖形 – 直線方程
 - 直線方程式 $y = mx + b$ 、比較係數法
-

公布日期：2025/11/13 課程：基礎數學 學期：114 學年度第 1 學期 學校：龍華科技大學