

(a) Example dataset

$S$	$A$	$B$	$Y$	$\text{rank}(Y)$	$ART_A$	$ART_B$	$ART_{AB}$
$s_1$	$a_1$	$b_1$	0.4	3	7	3	3
$s_1$	$a_1$	$b_2$	3.0	7	6	6	6
$s_1$	$a_2$	$b_1$	0.8	4	3	4	8
$s_1$	$a_2$	$b_2$	1.6	5	1	5	1
$s_2$	$a_1$	$b_1$	0.3	1.5	5	2	2
$s_2$	$a_1$	$b_2$	3.1	8	8	7	7
$s_2$	$a_2$	$b_1$	0.3	1.5	2	1	5
$s_2$	$a_2$	$b_2$	2.3	6	4	8	4

(b) ART calculation

$ART_A(Y_{ijk}) = \text{rank}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij} + \bar{Y}_i - \bar{Y})$  estimated main effect  $a_i$

$ART_B(Y_{ijk}) = \text{rank}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij} + \bar{Y}_j - \bar{Y})$  estimated main effect  $b_j$

$ART_{AB}(Y_{ijk}) = \text{rank}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij} + \bar{Y}_{ij} - \bar{Y} - (\bar{Y}_i - \bar{Y}) - (\bar{Y}_j - \bar{Y}))$   
residual estimated interaction effect  $a_i b_j$

(c) Mean terms

$\bar{Y}$	$\bar{Y}_i$	$\bar{Y}_j$	$\bar{Y}_{ij}$
grand mean	$A = a_i$	$B = b_j$	$A = a_i \ \& \ B = b_j$