ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής - NETMODE

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80, Τηλ: 772.1448, Fax: 772.1452
e-mail: maglaris@netmode.ntua.gr, URL: http://www.netmode.ntua.gr

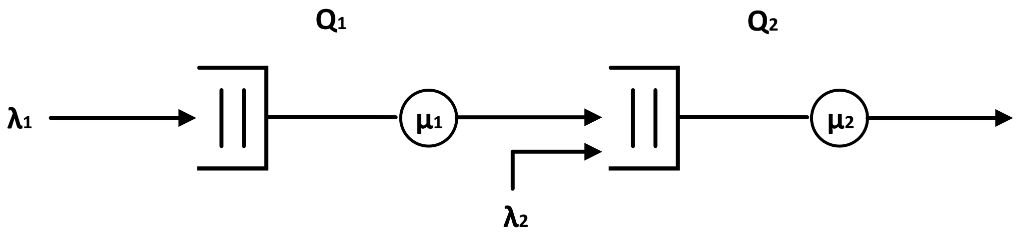
7 Μαΐου 2018

Συστήματα Αναμονής (Queuing Systems)

5η Ομάδα Ασκήσεων

Δίκτυο δύο εκθετικών ουρών εν σειρά

Θεωρούμε δύο ουρές με ανεξάρτητους εκθετικούς εξυπηρετητές Q_1 και Q_2, οι οποίες βρίσκονται συνδεδεμένες εν σειρά, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Κάθε ουρά δέχεται αφίξεις από το εξωτερικό του συστήματος που ακολουθούν την κατανομή Poisson με μέσο ρυθμό αφίξεων λ_1 και λ_2 για τις ουρές Q_1 και Q_2 αντίστοιχα. Οι εξυπηρετήσεις των πελατών στις δύο ουρές ακολουθούν την εκθετική κατανομή με μέσο χρόνο εξυπηρέτησης πελάτη $1/\mu_1$ και $1/\mu_2$ για τις ουρές Q_1 και Q_2 αντίστοιχα. Η κατάσταση του συστήματος ορίζεται ως το διάνυσμα **n** = (n_1, n_2), όπου n_1 και n_2 είναι ο συνολικός αριθμός πελατών στις ουρές Q_1 και Q_2 αντίστοιχα.



(1) Ποιες είναι οι παραδοχές που απαιτούνται ώστε να έχουν οι εργοδικές πιθανότητες του συστήματος τη μορφή γινομένου;

(2) Ποια είναι η ένταση του φορτίου ρ_1 και ρ_2 που δέχεται η κάθε ουρά;

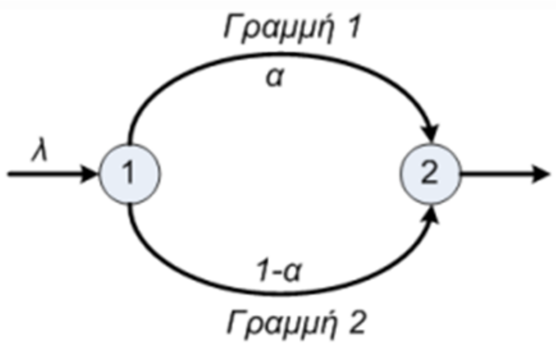
(3) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ρυθμών μεταβάσεων του συστήματος για τις καταστάσεις (i, j), όπου $0 \le i, j \le 3$.

(4) Να αποδείξετε ότι επαληθεύεται η υπόθεση γινομένου για την κατάσταση (n_1, n_2), όπου $n_1 > 0, n_2 > 0$ καθώς και τις καταστάσεις $(n_1, 0), (0, n_2)$ του συστήματος.

(5) Να διατυπώσετε το συνολικό μέσο χρόνο καθυστέρησης $E(T)$ ενός τυχαίου πελάτη στο σύστημα ως συνάρτηση των παραμέτρων $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$.

<u>Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση</u>

Θεωρείστε ένα απλό δίκτυο με δύο κόμβους που συνδέονται μεταξύ τους με δύο παράλληλους συνδέσμους (γραμμές), όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Ροή πακέτων με ρυθμό $\lambda = 10 * 10^3$ πακέτα/sec (10 Kpps) πρόκειται να δρομολογηθεί από τον κόμβο 1 στον κόμβο 2 (προς μία κατεύθυνση μόνο). Το μέσο μήκος πακέτου είναι 128 bytes. Οι χωρητικότητες των δύο παράλληλων συνδέσμων (γραμμών) είναι C_1 = 15 Mbps και C_2 = 12 Mbps, αντίστοιχα. Υποθέστε ότι το ποσοστό *α* των πακέτων δρομολογείται από τη γραμμή 1, και ποσοστό (1-*α*) δρομολογείται από τη γραμμή 2.

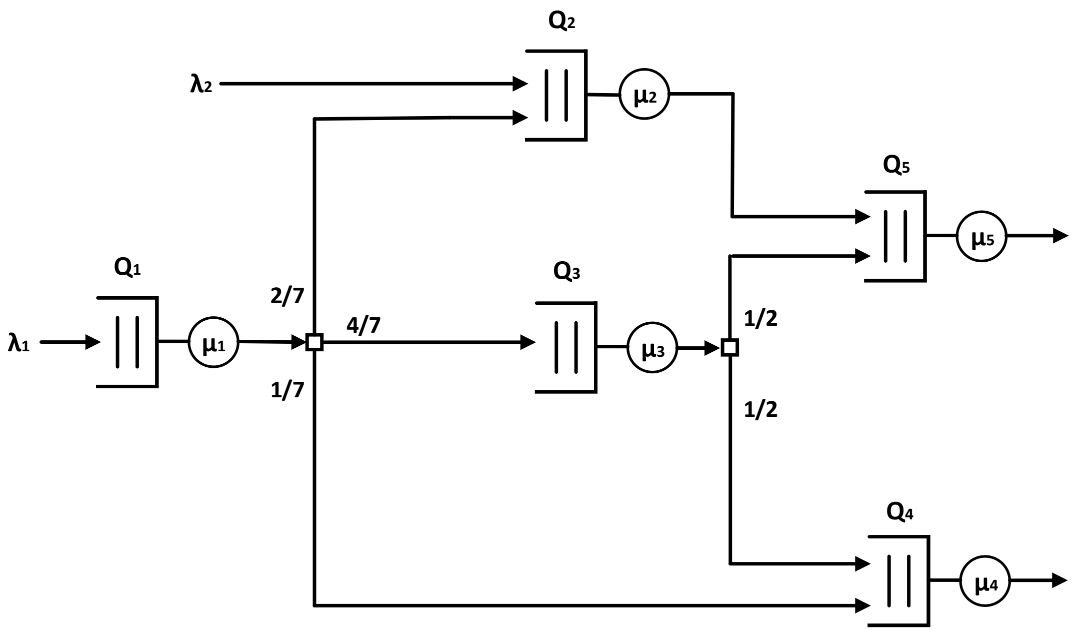


(1) Να αναφέρετε τις απαραίτητες παραδοχές ώστε οι σύνδεσμοι (γραμμές) να μπορούν να μοντελοποιηθούν σαν M/M/1 ουρές.

(2) Με τις ανωτέρω παραδοχές και χρησιμοποιώντας το Octave για τιμές του *α* = 0.001:0.001:0.999 να κάνετε το διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης E*(T) ενός* τυχαίου πακέτου στο σύστημα συναρτήσει του α. Στη συνέχεια, υπολογίστε με το Octave την τιμή του *α* που ελαχιστοποιεί το E*(T)*, καθώς και τον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης E*(T).*

<u>Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής</u>

Το παρακάτω σχήμα παριστά ένα ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής. Όλες οι αφίξεις ακολουθούν την κατανομή Poisson με παραμέτρους λ_i, $i = 1, 2$ και οι εξυπηρετήσεις είναι εκθετικά κατανεμημένες με ρυθμούς μ_i, $i = 1, 2, 3, 4, 5$.



(1) Ποιες είναι οι απαραίτητες παραδοχές ώστε το παραπάνω δίκτυο να μπορεί να μελετηθεί ως ένα ανοιχτό δίκτυο με το θεώρημα Jackson;

(2) Να προσδιορίσετε την ένταση του φορτίου ρ_i, $i = 1,2,3,4,5$ που δέχεται η κάθε ουρά του δικτύου συναρτήσει των παραμέτρων λ_i, $i = 1,2$ και μ_i, $i = 1,2,3,4,5$. Στη συνέχεια, να υλοποιήσετε σε Octave τη συνάρτηση **intensities**, η οποία θα υπολογίζει τις τιμές ρ_i, $i = 1,2,3,4,5$. Η συνάρτησή σας θα δέχεται ως όρισμα τις παραμέτρους λ_i, $i = 1,2$ και μ_i, $i = 1,2,3,4,5$ και θα επιστρέφει (α) τις τιμές ρ_i, $i = 1,2,3,4,5$ και (β) την ακέραια τιμή 1, εάν το σύστημά σας είναι εργοδικό ή 0, εάν παραβιάζεται η συνθήκη της εργοδικότητας σε κάποια ουρά. Παράλληλα, η συνάρτησή σας θα πρέπει να εμφανίζει τις τιμές ρ_i, $i = 1,2,3,4,5$.

(3) Με τη βοήθεια της συνάρτησης του προηγούμενου ερωτήματος, να γράψετε σε Octave τη συνάρτηση **mean_clients**, η οποία θα δέχεται ως ορίσματα τις παραμέτρους τις τιμές λ_i, $i = 1,2$ και μ_i, $i = 1,2,3,4,5$ και θα επιστρέφει ένα διάνυσμα με τους μέσους αριθμούς πελατών των Q_i, $i = 1,2,3,4,5$.

(4) Για τις τιμές των παραμέτρων (σε πελάτες/sec) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 1, \mu_1 = 6, \mu_2 = 5, \mu_3 = 8, \mu_4 = 7, \mu_5 = 6$ να υπολογίσετε χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες συναρτήσεις (α) την ένταση του φορτίου που δέχεται η κάθε ουρά και (β) το μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου.

(5) Να προσδιορίσετε ποια ουρά είναι η στενωπός (bottleneck) του δικτύου. Με βάση αυτήν την ουρά, να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή της παραμέτρου λ_1 ώστε το σύστημα να παραμένει εργοδικό.

(6) Για τις τιμές των παραμέτρων του ερωτήματος (4) και για λ_1 από 0.1 έως 0.99 της μεγίστης τιμής, να κάνετε το διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου.