

hw_4

Непрерывные случайные величины. Функция распределения и функция плотности. Нормальное распределение. Центральная предельная теорема

Задача 1

Случайная непрерывная величина А имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите ее среднее значение и дисперсию.

Решение:

Математическое ожидание и дисперсия равномерного распределения:

$$M(X) = \frac{a+b}{2}, \quad D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

In [12]:

```
a = 200
b = 800
M_x = (a + b) / 2
D_x = (b - a)**2 / 12
print(f'Среднее значение равно: {int(M_x)}')
print(f'Дисперсия равно: {int(D_x)}')
```

Среднее значение равно: 500

Дисперсия равно: 30000

Задача 2

О случайной непрерывной равномерно распределенной величине В известно, что ее дисперсия равна 0.2. Можно ли найти правую границу величины В и ее среднее значение зная, что левая граница равна 0.5? Если да, найдите ее.

Решение:

Формула дисперсии равномерно распределенной величины X

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

In [10]:

```
D_x = 0.2
a = 12
b = (D_x * 12) ** 0.5 + a
print(f'Правая граница величины В равно: {int(b)}')
```

Правая граница величины В равно: 13

Задача 3

Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения

$$f(x) = (1 / (4 \sqrt{2\pi})) \cdot (\exp(-(x+2)^2 / 32)).$$

Найдите:

- а). $M(X)$
 - б). $D(X)$
 - в). $\text{std}(X)$ (среднее квадратичное отклонение)
-

Решение:

Плотность распределения непрерывной случайной величины X задана формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Параметры μ и σ задают, соответственно, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины:

$$M(X) = \mu, \quad D(X) = \sigma^2$$

Просто переписываем значения из формулы ($f(x) = (1 / (4 \sqrt{2\pi})) \cdot (\exp(-(x+2)^2 / 32))$) по условию:

$$M(X) = -2$$

$$D(X) = 16$$

$$\sigma = 4$$

Задача 4

Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Причем, средний рост равен 174 см, а среднее квадратичное отклонение равно 8 см.

Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:

- а). больше 182 см
- б). больше 190 см
- в). от 166 см до 190 см
- г). от 166 см до 182 см
- д). от 158 см до 190 см
- е). не выше 150 см или не ниже 190 см
- ё). не выше 150 см или не ниже 198 см
- ж). ниже 166 см.

Решение:

Сначала сделаю "вручную" - по таблицам, а потом проверю средствами scipy.,

Параметры $\mu = 174$ (аргумент `mu`), $\sigma = 8$ (аргумент `sigm`). По центральной предельной теореме:

ТЕОРЕМА : если $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, тогда $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

In [54]:

```
# Нормируем:  
# Za = (182 - 174) / 8 = 1  
# По таблицам получаем P(Za) = 0.84134 (вероятность, что человек ниже 182)  
# P(x > 182) = 1 - P(Za) = 1 - 0.84134 = 0,15866  
print('Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост бо  
льше 182 равна 0,15866')
```

Вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост больше 182 равна 0,15866

In [40]:

```
import numpy as np  
from scipy import stats
```

In [84]:

```
def get_height(height_):  
    '''вероятность, что рост менее величины "height_"'''  
    p = stats.norm.cdf(height_, loc=174, scale=8)  
    return p
```

In [85]:

```
Za = 182
print('Для случая (а): больше 182')
pa = round(((1 - get_height(Za))*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше {Za} равна {pa}%')
```

Для случая (а): больше 182

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше 182 равна 15.87%

In [86]:

```
Zb = 190
print(f'Для случая (б):')
pb = round(((1 - get_height(Zb))*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше {Zb} равна {pb}%')
```

Для случая (б):

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше 190 равна 2.28%

In [87]:

```
Zcl = 166
Zcr = 190
print(f'Для случая (в): от 166 см до 190 см')
pcl = get_height(Zcl)
pcr = get_height(Zcr)
pc = pcr - pcl
pc = round((pc*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 166 см до 190 см равна {pc}%')
```

Для случая (в): от 166 см до 190 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 166 см до 190 см равна 81.86%

In [96]:

```
Zdl = 166
Zdr = 182
print(f'Для случая (г): от 166 см до 182 см')
pdl = get_height(Zdl)
pdr = get_height(Zdr)
pd = pdr - pdl
pd = round((pd*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 166 см до 182 см равна {pd}%')
```

Для случая (г): от 166 см до 182 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 166 см до 182 см равна 68.27%

In [97]:

```
Zel = 158
Zer = 190
print(f'Для случая (д): от 158 см до 190 см')
pel = get_height(Zel)
per = get_height(Zer)
pe = per - pel
pe = round((pe*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 158 см до 190 см равна {pe}%')
```

Для случая (д): от 158 см до 190 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше от 158 см до 190 см равна 95.45%

In [98]:

```
Zf1 = 150
Zfr = 190
print(f'Для случая (е): не выше 150 см или не ниже 190 см')
pfl = get_height(Zf1)
pfr = get_height(Zfr)
pf = pfr - pfl
pf = 1 - pf
pf = round((pf*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост не выше 150 см или не ниже 190 см равна {pf}%')
```

Для случая (е): не выше 150 см или не ниже 190 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост не выше 150 см или не ниже 190 см равна 2.41%

In [99]:

```
Zgl = 150
Zgr = 198
print(f'Для случая (е): не выше 150 см или не ниже 198 см')
pgl = get_height(Zgl)
pgr = get_height(Zgr)
pg = pgr - pgl
pg = 1 - pg
pg = round((pg*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше не выше 150 см или не ниже 198 см равна {pg}%')
```

Для случая (е): не выше 150 см или не ниже 198 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше не выше 150 см или не ниже 198 см равна 0.27%

In []:

In [102]:

```
Zj = 166
print('Для случая (а): ниже 166 см')
pj = round(((get_height(Zj))*100),2)
print(f'Вероятность, что случайный чел имеет рост больше {Zj} равна {pj}%')
```

Для случая (а): ниже 166 см

Вероятность, что случайный чел имеет рост больше 166 равна 15.87%

In []:

Задача 5

На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(X) = 178$ см и $D(X) = 25$ кв.см?

Решение:

$$Z = (190 - 178) / 25^{**0.5}$$

In [104]:

```
Z = (190 - 178) / 25**0.5
Z
```

Out[104]:

2.4

In []: