

Здесь собраны задачи, которые попадались различным людям на собеседовании в ШАД в 2020 году.

## Математика

1. Верно ли, что если  $f(x+h) - f(x-h) \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$ , то  $f$  - непрерывна.
2. Пусть известно, что  $P(A|B) > P(A|\bar{B})$ . Доказать, что  $P(B|A) > P(B|\bar{A})$ .
3. Исследовать на сходимость ряд  $\sum \frac{\sin(n)}{\ln(n)}$ .
4. Пусть  $A, B \in \text{Mat}(\mathbb{R}, 100 \times 100)$ . Пусть  $\text{rk}(A+B) = 23$ ,  $\text{rk}(A-B) = 31$ . Оценить сверху и снизу  $\text{rk}(A)$  и  $\text{rk}(B)$ .
5. За круглым столом сидят  $n$  мужчин и  $m$  женщин. Требуется найти мат. ожидание количества разнополых пар.
6. Построить доверительный интервал уровня 0.8 для числа задач, которое сможет решить студент, если всего  $n$  задач и каждую студент решает с вероятностью  $p$ .
7. Верно ли, что если функция выпуклая, то она непрерывная?
8. Показать, что плотность распределения Пуассона  $\text{Pois}(\lambda)$  в окрестности своего мат. ожидания  $\lambda$  к плотности нормального распределения  $N(\lambda, \lambda)$  при  $\lambda \rightarrow \infty$ .
9. 17 учёных работают над статьями по 3 темам. Доказать, что найдутся 6 ученых, обсуждающих одну тему.
10. Есть набор независимых экспоненциально распределённых случайных величин  $X_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Пусть  $Y$  равна индексу минимума  $X_1, \dots, X_n$ . Найти  $\text{Law}(Y)$ .
11. Пусть  $X, Y$  - независимые пуассоновские величины с параметрами  $\lambda_1, \lambda_2$ . Доказать, что  $X+Y$  - тоже пуассоновская случайная величина с параметром  $\lambda_1 + \lambda_2$ .
12. Пусть  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\varphi: V \rightarrow W$ ,  $\varphi(f) = f + f'$ . Пусть также  $\varphi$  - линейна. Требуется найти  $\dim(\text{Ker}(\varphi))$ .
13. По кругу расположены 100 чисел (каждое число от 1 до 100). Требуется найти максимальное число чисел, которые больше своих соседей.
14. У числа  $n$  53 делителя. Найти количество делителей числа  $2n$ ,

## Код

1. Дан массив из нулей и единиц. Нужно определить, какой максимальный по длине подинтервал единиц можно получить, удалив ровно один элемент.
2. Дан массив. Надо построить новый массив, что на  $i$ -ом месте стоит первый наибольший справа элемент.
3. Дан массив. Найти первый индекс элемента, что сумма элементов справа от него и слева от него равны.
4. Дан отсортированный массив  $A$ . Хотим найти пару индексов  $i, j$ , на которых достигается  $\min |S - A[i] - A[j]|$ .
5. Найти в большой строке  $S$  подстроку  $t$ , которая равна  $t$  с точностью до перестановки.
6. Есть набор точек в  $\mathbb{R}^2$ . Требуется определить, есть ли ось симметрии.
7. Бегун бежит по прямой, стартую из 0. Известно его положение в каждую секунду (т.е. дана неубывающая последовательность). Требуется найти 5 км, которые он пробежал с максимальной средней скоростью.