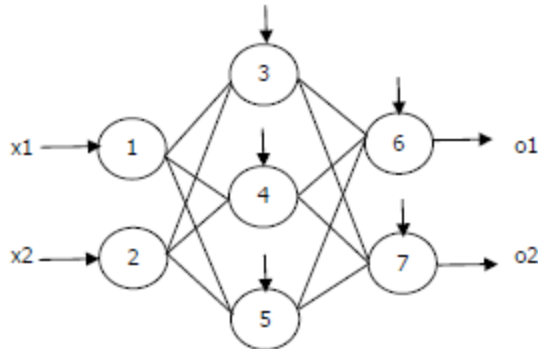


Θέμα 1: Backpropagation και Αισθητήρες [25 μονάδες]**Θέμα 1.1 Αλγόριθμος Οπισθοδιάδοσης Διάδοσης του Σφάλματος [15 μονάδες]**

Δίνεται ένα πολυεπίπεδο ΤΝΔ τοπολογίας 2-3-2 όπου οι νευρώνες ενός επιπέδου είναι διασυνδεδεμένοι με όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Για την εκπαίδευσή του χρησιμοποιείται η μέθοδος οπισθοδιάδοσης του σφάλματος με ρυθμό εκπαίδευσης $\eta=1$, χωρίς χρήση ορμής (momentum). Η συνάρτηση ενεργοποίησης σε όλους τους υπολογιστικούς νευρώνες (νευρώνες 3,4,5, 6 και

7) είναι η σιγμοειδής συνάρτηση S , όπου: $S(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$



Στην αρχική φάση εκπαίδευσης του ΤΝΔ για την εκμάθηση του προτύπου $[0.5, 0.5]$ με επιθυμητή έξοδο $[1.0, 0.0]$ τα βάρη των συνδέσεων και οι τιμές των καταφυγίων έχουν πάρει τις τιμές που δίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1

Βάρος	Τιμή	Βάρος	Τιμή
w_{13}	0,3	w_{36}	0,2
w_{14}	0,3	w_{37}	0,3
w_{15}	0,3	w_{46}	0,2
w_{23}	0,3	w_{47}	0,3
w_{24}	0,3	w_{56}	0,2
w_{25}	0,3	w_{57}	0,3
w_{30}	0,5	w_{60}	0,4
w_{40}	0,5	w_{70}	0,4
w_{50}	0,5		

Σημείωση για το θέμα 1.1: Να πραγματοποιήσετε τους υπολογισμούς με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων. Επίσης να θεωρήσετε ότι τα κατώφλια είναι συνάψεις με είσοδο (-1) και βάρος ίσο με την τιμή του κατωφλίου. Ζητούνται αναλυτικά:

Α. Υπολογισμός εξόδου δικτύου [3 μονάδες]

Να υπολογιστεί η έξοδος του ΤΝΔ για το πρότυπο $[0.5, 0.5]$ με τα αρχικά βάρη. Συμπληρώστε τον αντίστοιχο πίνακα.

Υπολογισμός εξόδου με αρχικά βάρη		
Έξοδος κόμβου 3	$u_3 = 0.5 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.3 + (-1) \cdot 0.5 = -0.2$	$y_3 = S(-0.2) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.2)}} = 0.450$
Έξοδος κόμβου 4	$u_4 = 0.5 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.3 + (-1) \cdot 0.5 = -0.2$	$y_4 = S(-0.2) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.2)}} = 0.450$
Έξοδος κόμβου 5	$u_5 = 0.5 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.3 + (-1) \cdot 0.5 = -0.2$	$y_5 = S(-0.2) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.2)}} = 0.450$
Έξοδος κόμβου 6	$u_6 = 0.45 \cdot 0.2 + 0.45 \cdot 0.2 + 0.45 \cdot 0.2 + (-1) \cdot 0.4 = -0.13$	$y_6 = S(-0.13) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.13)}} = 0.468$
Έξοδος κόμβου 7	$u_7 = 0.45 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.3 + 0.45 \cdot 0.3 + (-1) \cdot 0.4 = 0.005$	$y_7 = S(0.005) = \frac{1}{1 + e^{-0.005}} = 0.501$

Β. Ανανέωση των βαρών με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης του σφάλματος [10 μονάδες]

Να βρεθούν οι παράγοντες κλίσης και οι νέες τιμές των βαρών και των καταφυγίων w για το πρότυπο $[0.5, 0.5]$ βάσει της μεθόδου οπισθοδιάδοσης του σφάλματος. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Έχουμε:

Παράγοντες κλίσης και βάρη μεταξύ κρυφού επιπέδου και εξόδου

$e_6 = d_6 - o_6 = 1 - 0.468 = 0.532$
$e_7 = d_7 - o_7 = 0 - 0.501 = -0.501$
$\delta_6 = e_6 \cdot S'(u_6) = e_6 \cdot S(u_6) \cdot [1 - S(u_6)] = 0.532 \cdot 0.468 \cdot [1 - 0.468] = 0.132$
$\delta_7 = e_7 \cdot S'(u_7) = e_7 \cdot S(u_7) \cdot [1 - S(u_7)] = (-0.501) \cdot 0.501 \cdot [1 - 0.501] = -0.125$

$\Delta w_{36} = n \cdot \delta_6 \cdot y_3 = 1 \cdot 0.132 \cdot 0.450 = 0.059$	$w_{36new} = w_{36old} + \Delta w_{36} = 0.2 + 0.059 = 0.259$
$\Delta w_{37} = n \cdot \delta_7 \cdot y_3 = 1 \cdot (-0.125) \cdot 0.450 = -0.056$	$w_{37new} = w_{37old} + \Delta w_{37} = 0.3 - 0.056 = 0.244$
$\Delta w_{46} = n \cdot \delta_6 \cdot y_4 = 1 \cdot 0.132 \cdot 0.450 = 0.059$	$w_{46new} = w_{46old} + \Delta w_{46} = 0.2 + 0.059 = 0.259$
$\Delta w_{47} = n \cdot \delta_7 \cdot y_4 = 1 \cdot (-0.125) \cdot 0.450 = -0.056$	$w_{47new} = w_{47old} + \Delta w_{47} = 0.3 - 0.056 = 0.244$
$\Delta w_{56} = n \cdot \delta_6 \cdot y_5 = 1 \cdot 0.132 \cdot 0.450 = 0.059$	$w_{56new} = w_{56old} + \Delta w_{56} = 0.2 + 0.059 = 0.259$
$\Delta w_{57} = n \cdot \delta_7 \cdot y_5 = 1 \cdot (-0.125) \cdot 0.450 = -0.056$	$w_{57new} = w_{57old} + \Delta w_{57} = 0.3 - 0.056 = 0.244$
$\Delta w_{60} = n \cdot \delta_6 \cdot (-1) = 1 \cdot 0.132 \cdot (-1) = -0.132$	$w_{60new} = w_{60old} + \Delta w_{60} = 0.4 - 0.132 = 0.268$
$\Delta w_{70} = n \cdot \delta_7 \cdot (-1) = 1 \cdot (-0.125) \cdot (-1) = 0.125$	$w_{70new} = w_{70old} + \Delta w_{70} = 0.4 + 0.125 = 0.525$

Παράγοντες κλίσης και βάρη μεταξύ κρυφού επιπέδου και εισόδου

$\delta_3 = S'(u_3) \cdot (\delta_6 \cdot w_{36} + \delta_7 \cdot w_{37}) = S(u_3) \cdot [1 - S(u_3)] \cdot (\delta_6 \cdot w_{36} + \delta_7 \cdot w_{37}) = 0.450 \cdot [1 - 0.450] \cdot (0.132 \cdot 0.2 - 0.125 \cdot 0.3) = -0.003$
$\delta_4 = S'(u_4) \cdot (\delta_6 \cdot w_{46} + \delta_7 \cdot w_{47}) = S(u_4) \cdot [1 - S(u_4)] \cdot (\delta_6 \cdot w_{46} + \delta_7 \cdot w_{47}) = 0.450 \cdot [1 - 0.450] \cdot (0.132 \cdot 0.2 - 0.125 \cdot 0.3) = -0.003$
$\delta_5 = S'(u_5) \cdot (\delta_6 \cdot w_{56} + \delta_7 \cdot w_{57}) = S(u_5) \cdot [1 - S(u_5)] \cdot (\delta_6 \cdot w_{56} + \delta_7 \cdot w_{57}) = 0.450 \cdot [1 - 0.450] \cdot (0.132 \cdot 0.2 - 0.125 \cdot 0.3) = -0.003$

$\Delta w_{13} = n \cdot \delta_3 \cdot y_1 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{13new} = w_{13old} + \Delta w_{13} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{14} = n \cdot \delta_4 \cdot y_1 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{14new} = w_{14old} + \Delta w_{14} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{15} = n \cdot \delta_5 \cdot y_1 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{15new} = w_{15old} + \Delta w_{15} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{23} = n \cdot \delta_3 \cdot y_2 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{23new} = w_{23old} + \Delta w_{23} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{24} = n \cdot \delta_4 \cdot y_2 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{24new} = w_{24old} + \Delta w_{24} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{25} = n \cdot \delta_5 \cdot y_2 = 1 \cdot (-0.003) \cdot 0.5 = -0.002$	$w_{25new} = w_{25old} + \Delta w_{25} = 0.3 - 0.002 = 0.298$
$\Delta w_{30} = n \cdot \delta_3 \cdot (-1) = 1 \cdot (-0.003) \cdot (-1) = 0.003$	$w_{30new} = w_{30old} + \Delta w_{30} = 0.5 + 0.003 = 0.503$
$\Delta w_{40} = n \cdot \delta_4 \cdot (-1) = 1 \cdot (-0.003) \cdot (-1) = 0.003$	$w_{40new} = w_{40old} + \Delta w_{40} = 0.5 + 0.003 = 0.503$
$\Delta w_{50} = n \cdot \delta_5 \cdot (-1) = 1 \cdot (-0.003) \cdot (-1) = 0.003$	$w_{50new} = w_{50old} + \Delta w_{50} = 0.5 + 0.003 = 0.503$

Γ. Υπολογισμός της νέας εξόδου του δικτύου [2 μονάδες]

Αποδείξτε ότι με τις νέες τιμές των βαρών των συνδέσεων, το ΤΝΔ είναι πιο κοντά στη μάθηση της επιθυμητής εξόδου για το πρότυπο $[0.5, 0.5]$. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Υπολογισμός εξόδου με ανανεωμένα βάρη		
Εξόδος κόμβου 3	$u_3 = 0.5 \cdot 0.298 + 0.5 \cdot 0.298 + (-1) \cdot 0.503 = -0.205$	$y_3 = S(-0.205) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.205)}} = 0.449$
Εξόδος κόμβου 4	$u_4 = 0.5 \cdot 0.298 + 0.5 \cdot 0.298 + (-1) \cdot 0.503 = -0.205$	$y_4 = S(-0.205) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.205)}} = 0.449$
Εξόδος κόμβου 5	$u_5 = 0.5 \cdot 0.298 + 0.5 \cdot 0.298 + (-1) \cdot 0.503 = -0.205$	$y_5 = S(-0.205) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.205)}} = 0.449$
Εξόδος κόμβου 6	$u_6 = 0.449 \cdot 0.259 + 0.449 \cdot 0.259 + 0.449 \cdot 0.259 + (-1) \cdot 0.268 = 0.081$	$y_6 = S(0.081) = \frac{1}{1 + e^{-0.081}} = 0.520$
Εξόδος κόμβου 7	$u_7 = 0.449 \cdot 0.244 + 0.449 \cdot 0.244 + 0.449 \cdot 0.244 + (-1) \cdot 0.525 = -0.196$	$y_7 = S(-0.196) = \frac{1}{1 + e^{-(-0.196)}} = 0.451$

Οι νέες τιμές εξόδου $y_6 = 0.520$ και $y_7 = 0.451$ είναι πιο κοντά στην επιθυμητή έξοδο $y_6 = 1$ και $y_7 = 0$ σε σχέση με τις προηγούμενες τιμές εξόδου $y_6 = 0.468$ και $y_7 = 0.501$.