

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Математичне моделювання процесів»

Лабораторна робота № 1
«Математичне моделювання фізичних явищ і процесів. Пряма
задача моделювання» на тему:
«Рух тіла, кинутого горизонтально та під кутом α до горизонту»

Виконав:	Ачкевич Олексій	Перевірила:	Ніколаєнко Анастасія Юріївна
Група	ІІЗ-33	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціаль ність	121		

Прискорення вільного падіння (g) - прискорення, яке отримує тіло, рухаючись під впливом сили тяжіння Землі. Воно однакове для всіх тіл, залежить від географічної широти місцезнаходження тіла, його висоти підняття над рівнем моря та інших факторів. Прискорення - векторна фізична величина, похідна швидкості за часом та за величиною дорівнює зміні швидкості тіла за одиницю часу.

Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіл, але сильно змінюється в залежності від маси самої планети (і навіть від положення на ній, від полюса до екватора).

Завдання для дослідження:

Тіло кидають під кутом 30° до горизонту з початковою швидкістю від 30 м/с. Визначити траєкторію польоту та інші параметри руху тіла.

Мета - дослідити явище, кидання тіла з певною швидкістю та певним кутом.

Предмет – траєкторія польоту каменя, максимальна висота, дальність польоту.

Об'єкт дослідження – в нашому випадку об'єктом дослідження є камінь.

Гіпотеза – слід очікувати, що від кута буде залежати - максимальна висота, а від швидкості - дальність польоту.

Математичний опис моделі:

Припустимо, що ми знаходимося на землі і кидаємо предмет, в нашому випадку – **камінь**, під кутом α до горизонту. Припустимо та ідеалізуємо нюанси та візьмемо що пол ідеально рівний, а опір повітря – 0 .

Також нехай ми робимо кидок зі швидкістю V_0 .

Наше завдання: визначити траєкторію та визначити час польоту каменя, визначити скільки пройде часу після того як камінь вилетить і поки не дотронеться до полу.

Тіло набирає висоту, поки вертикальна складова його швидкості не дорівнює нулю. Т.к. на тіло діє прискорення вільного падіння, яке зменшує його швидкість, закон зміни v_y виглядає таким чином:

$$V_y = V_{y0} - g * t$$

Формула

Прирівнявши v_y до нуля, ми можемо знайти час, за який тіло досягає максимальної висоти:

$$t_p = \frac{V_{y0}}{g} + \frac{V_0 * \sin a}{2g}$$

Формула

Оскільки ми не враховуватимемо опір повітря, то горизонтальна складова швидкості v_x не змінюється, а відстань, яка пролетіла тіло в горизонтальному напрямку, обчислюється за формулою:

$$L = V_x * t = V_{x0} * t = V_0 * \cos a * t$$

Формула

Далі логічно припустити, що тіло впаде на землю за час, що дорівнює подвійному часу підйому на максимальну висоту. Доведемо це. Максимальна висота підйому дорівнює:

$$h_{max} = \frac{(V_0 * \sin a)^2}{2g}$$

Формула

Подивимось, за яку кількість часу тіло спуститься з висоти, враховуючи що на нього діє тільки сила вільного падіння і супротиву вітру немає.

$$\frac{g * t^2}{2} = \frac{(V_0 * \sin a)^2}{2g}$$

Формула

$$t^2 = \frac{(V_0 * \sin a)^2}{g^2}$$

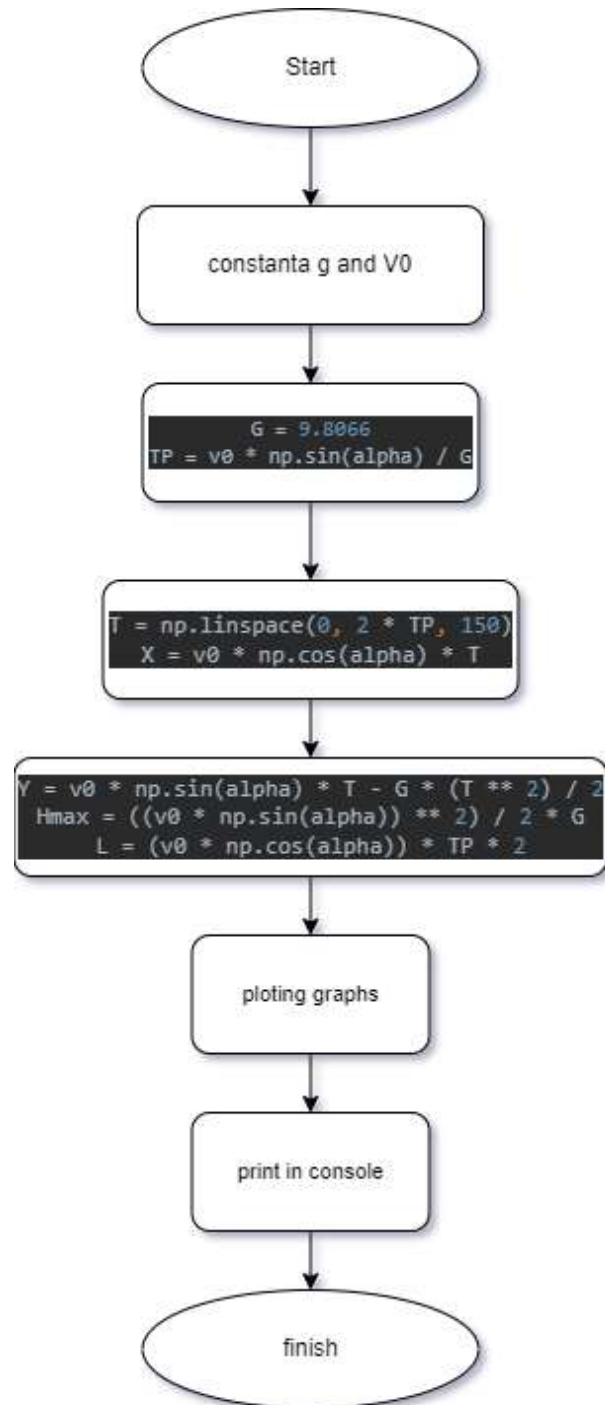
Формула

$$t = \frac{(V_0 * \sin a)^2}{g} = t_p$$

Формула

Таким чином, час польоту дорівнює подвійному часу підйому, а точка досягнення максимальної висоти знаходиться по центру траєкторії руху.

Блок-схема алгоритму:



Код програми:

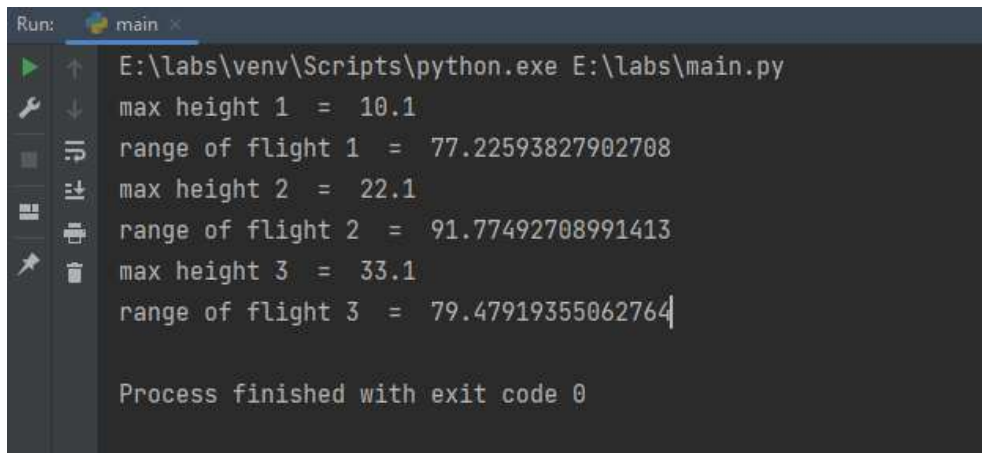
```
import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab

def calc(v0, alpha, a):
    #DATA#          #RESULTS#
    G = 9.8066
    TP = v0 * np.sin(alpha) / G
    T = np.linspace(0, 2 * TP, 150)
    X = v0 * np.cos(alpha) * T
    Y = v0 * np.sin(alpha) * T - G * (T ** 2) / 2
    Hmax = ((v0 * np.sin(alpha)) ** 2) / 2 * G
    L = (v0 * np.cos(alpha)) * TP * 2
    #=====#

    #GRAPHS#
    # pylab.subplot(2, 2, a)
    plt.plot(X, Y, linestyle='solid', linewidth = 1)
    pylab.title("graph")
    print("max height", a, " = ", np.around(Hmax / 100, decimals=1))
    print("range of flight", a, " = ", L)

calc(30, 0.5, 1)
calc(30, 0.785398, 2)
calc(30, 1.0472, 3)
plt.show()
```

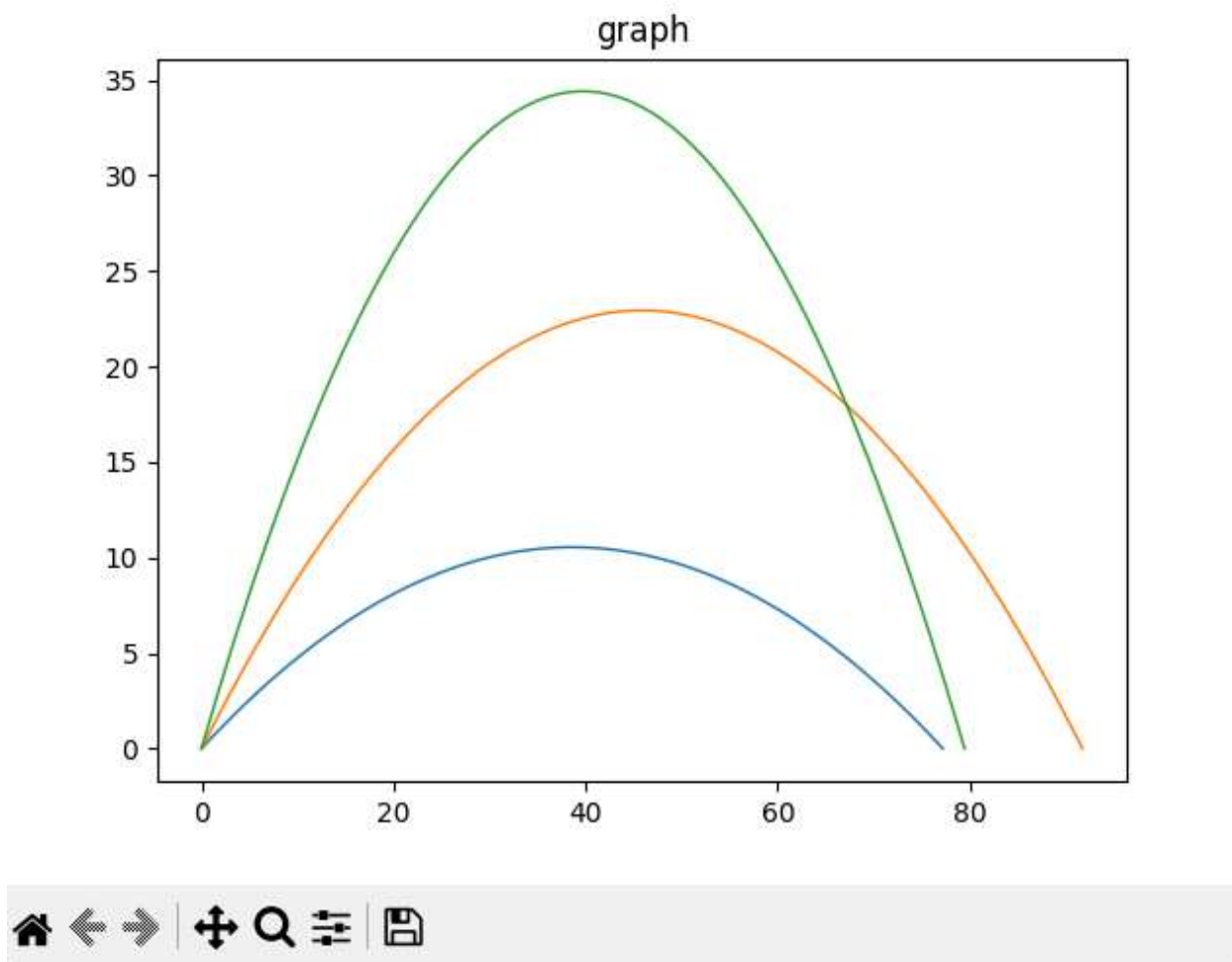
Результат:



```
Run: main ×
E:\labs\venv\Scripts\python.exe E:\labs\main.py
max height 1 = 10.1
range of flight 1 = 77.22593827902708
max height 2 = 22.1
range of flight 2 = 91.77492708991413
max height 3 = 33.1
range of flight 3 = 79.47919355062764

Process finished with exit code 0
```

Figure 1



Аналіз:

Після проведення аналізу було досліджено що:

- **45 градусів** – найкраще підходить для того щоб кинути чим далі
- **90 градусів** – для того щоб досягнути найбільшу висоту

Аналіз адекватності моделі:

Отриманні результати було перевірено на практичному та теоретичному рівні. У першому випадку, результати перевірялися спеціалістом з кидань. У другому сторонніми програмами для розрахування траєкторії та інших даних. Обидва тести було успішно пройдено. Отже модель є адекватною. Якщо ж показники оказались зовсім різними то модель такою б не була

Висновок:

Під час виконання лабораторної роботи було проаналізовано рух тіла, кинутого горизонтально та під кутом α до горизонту. Ознайомилися з основами математичного моделювання та його етапами. Дослідили явище та перевірили нашу модель на адекватність.