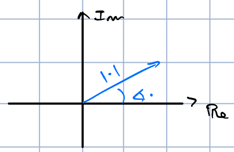
Es 1

$G(j\omega) = |G(j\omega)|\, e^{j\angle G(j\omega)}$



$\angle G(j\omega) \cong \text{cost}$

Con ω crescente, il modulo decresce

decrescente, il modulo cresce

$|G(j\omega)| \cong \text{cost}$

Con ω crescente, la fase decresce e il vettore descrive un arco di circonferenza

- Tracciare il diagramma polare (e Nyquist) di $G(s) = \dfrac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$ con $\omega_n = 1$ rad/s

ξ — 0,1 ; 0,8

$\xi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \cong 0{,}71$

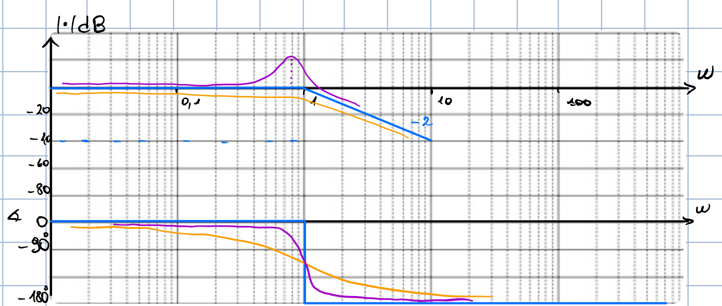
$\mu = 1$ — $|\mu| = 1 = 0\,dB$

$\mu > 0$ contributo di $0°$ sulla fase iniziale

$g = 0$ — Pendenza iniziale è $-g = 0$

— Contributo di $-90° g = 0°$ sulla fase iniziale

$\omega_n = 1$ rad/s   2 poli cc sx $\longrightarrow$ $\Delta p = -2$ $\Delta\varphi = -180°$

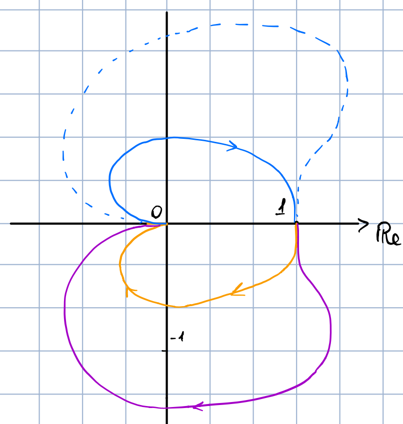


$\xi = 0{,}8$

$\xi = 0{,}1$

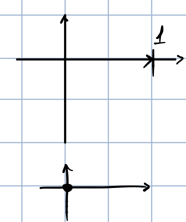
Diagramma polare:

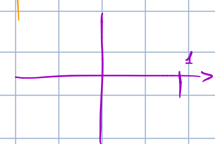
Nyquist: prendo diag. pol., ribalto e freccia come se continuasse



$G(j0) = 1\, e^{j0} = 1$

$G(j\infty) = 0 \cdot e^{j\ldots} = 0$





Es 2

Diag. Pol. e Ny. di $G(s) = \dfrac{1 + s/5}{(1+s)^2}$

$\mu = 1$ — $|\mu| = 1 = 0\,dB$

— $\mu > 0$ Contributo di $0°$ sulla fase iniziale

$g = 0$ — Pendenza iniziale è $-g = 0$

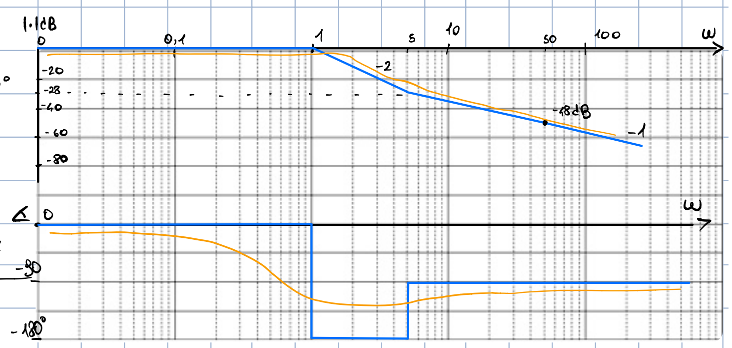
— Contributo di $-90° \cdot g = 0°$ sulla fase iniziale

$\omega_1 = 1$ rad/s   2 poli sx $\Delta p = -2$ $\Delta\varphi = -180°$

$\omega_2 = 5$ rad/s   1 zero sx $\Delta p = +1$ $\Delta\varphi = +90°$

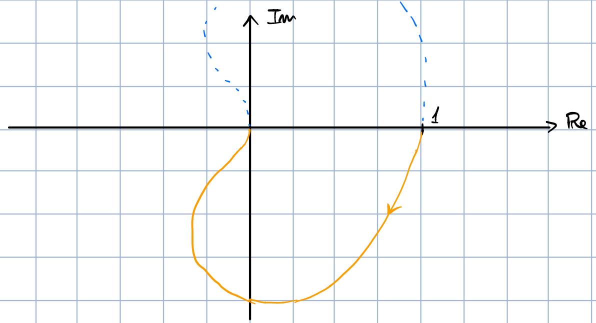
$|G(j5)| \cong |G(j1)| - 40\,dB\,(\log 5 - \log 1)$

$\cong -28\,dB$



IV quadrante

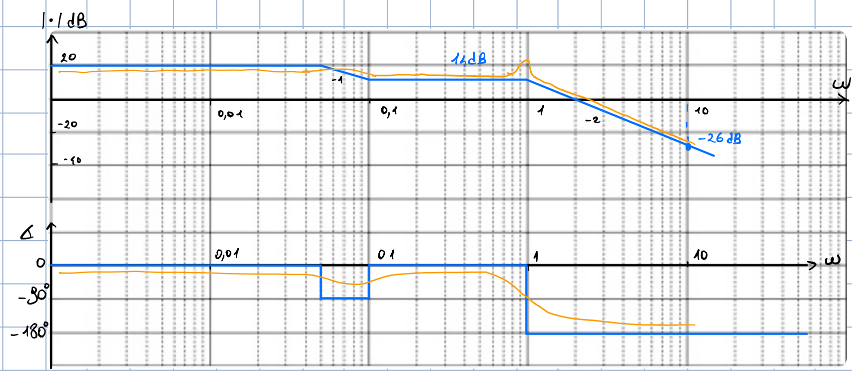
tenderà al IV dal III $\longrightarrow$ III quad



$G(j0) = 1 \qquad G(j\infty) = 0$

Es 3

Dal diagramma scrivere la $G(s)$



$|\mu| = 20\,dB = 10$

$g = 0 \qquad \mu > 0$

$\omega_1 = 0{,}05$ rad/s $\qquad \Delta p = -1,\ \Delta\varphi = -90°$ } Polo sx

$\omega_2 = 0{,}1$ rad/s

$\omega_3 = 1$ rad/s

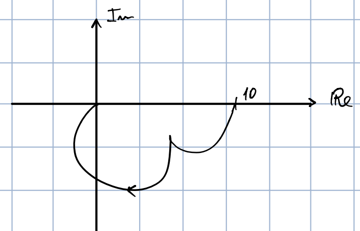
$\Delta p = +1 \qquad \Delta\varphi = +90°$ } ZERO sx

$\Delta p = -2 \qquad \Delta\varphi = -180°$ } 2 poli cc sx

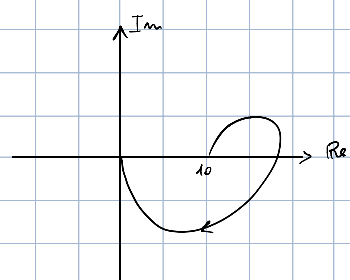
$$G(s) = \frac{10}{s^0}\,\frac{\left(1+\frac{s}{0{,}1}\right)}{\left(1+\frac{s}{0{,}05}\right)\left(1+\frac{2\xi}{1}s+\frac{s^2}{1}\right)} \qquad \xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

→ Quale dei seguenti è il diagramma polare?

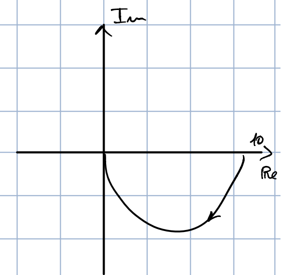
a)



b)



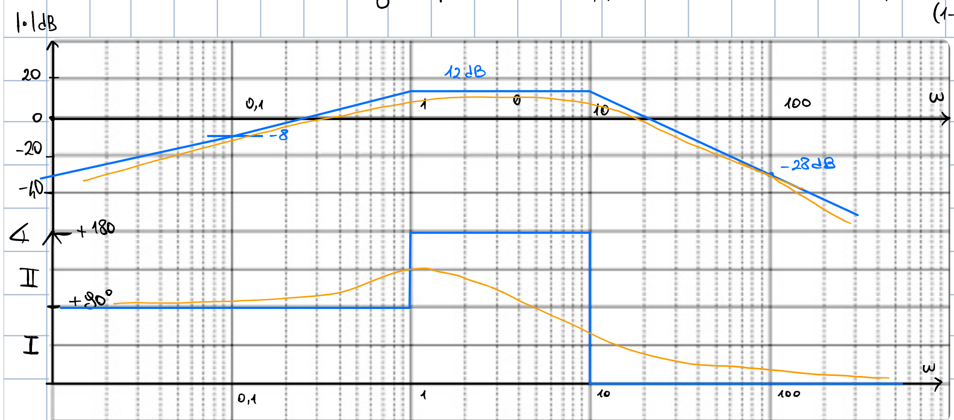
c)



Guardo il diag. fase e vedo che deve passare per il III quadrante ⇒ c) non è
la fase asintotica è $-180°$ ⇒ c) non è

Es. 4

Tracciare il diag. polare (di Nyquist) di $G(s) = 4s \cdot \dfrac{1}{(1-s)\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$



$|\mu| = 4$

$\mu = 4$, $\mu > 0$ Contrib. fase iniz. $= 0°$

$g = -1$: PENDENZA INIZ. $-g = +1$; CONTRIB. FASE INIZ. $-90° \cdot g = +90°$

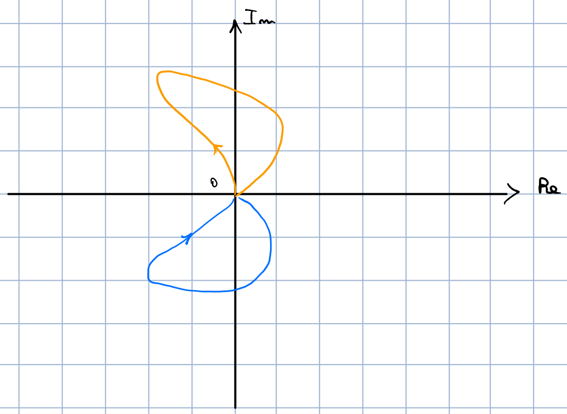
$\omega_1 = 1$ rad/s POLO DX $\Delta p = -1 \qquad \Delta\varphi = +90°$

$\omega_2 = 10$ rad/s 2 POLI SX $\Delta p = -2 \qquad \Delta\varphi = -180°$

Ci mettiamo una decade prima della pulsazione ω_1, $\bar\omega = 0{,}1$ e valuto modulo

$$|G(j\bar\omega)| = \frac{|4j\,0{,}1|}{\left|1-j\frac{0{,}1}{1}\right|\cdot\left|1+j\frac{0{,}1}{1}\right|^2} \approx \frac{0{,}4}{1\cdot 1^2} \approx 0{,}4 \approx -8\,dB$$

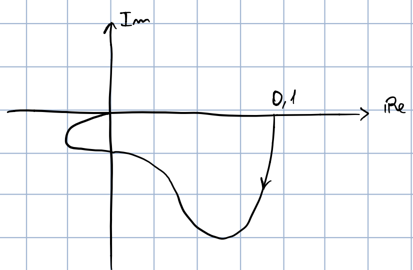
$G(j0) = 0 \qquad G(j\infty) = 0$



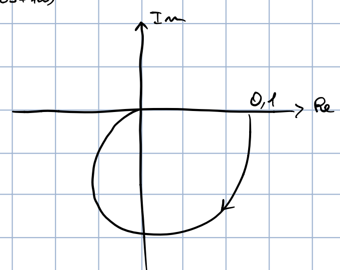
Es X CASA

Scegliere il diagramma polare di $G(s) = \dfrac{s+1}{(s+0,1)(s^2+20s+100)}$

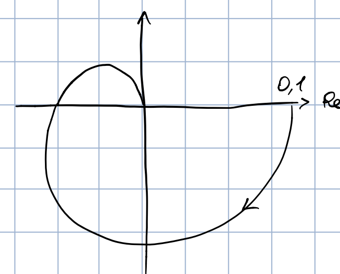
a)



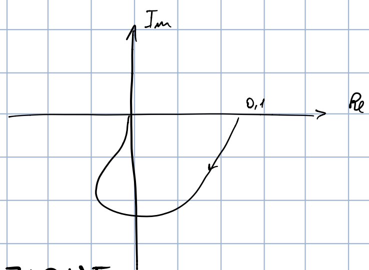
b)



d)



c)



SOLUZIONE:

Riscrivo $G(s)$ come $G(s) = \dfrac{1+s/1}{0,1\left(1+\frac{s}{0,1}\right)(s+10)^2} = \dfrac{1}{10}\,\dfrac{1+s/1}{\left(1+\frac{s}{0,1}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$

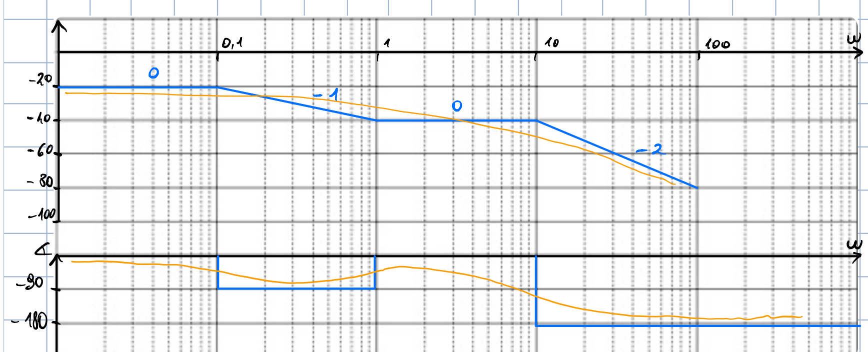
$\mu = \dfrac{1}{10}$ — $|\mu| = \dfrac{1}{10} = -20\,dB$; $\mu > 0 \Rightarrow +0°$ sulla fase iniziale

$g = 0$ — Pendenza iniz $-g = 0$; $-90° g = 0°$ sulla fase iniziale

$\omega_1 = 0,1$ rad/s POLO SX $\Delta p = -1$ $\Delta\varphi = -90°$

$\omega_2 = 1$ rad/s ZERO SX $\Delta p = +1$ $\Delta\varphi = +90°$

$\omega_3 = 10$ rad/s 2 POLI SX $\Delta p = -2$ $\Delta\varphi = -180°$



b) e d) No! Perchè sono grafici monotòni, mentre nel diag. della fase ricresce.

Non è c) perchè la fase asintotica è sbagliata (90°)

È quindi il grafico a) da cui si nota anche la tangente a 180°