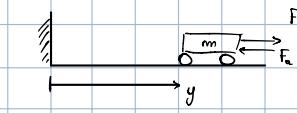


es. Sistema fisico modellizzato



$$F_m = u$$

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \dot{y}$$

$$m\ddot{y} = u - F_d$$

$$m\ddot{y} = u - d\dot{y}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u, \quad y = x_1 \end{cases}$$

DIN. LINEARE $m=2$

$$\ddot{y}(t) = -\ddot{y} + u$$

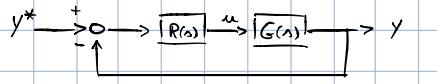
$$\mathcal{L}[\ddot{y}(t)](s) = \mathcal{L}[-\ddot{y} + u(t)](s) \rightarrow s^2 Y_F(s) = -s Y_F(s) + U(s) \rightarrow G(s) = \frac{1}{s^2 + 1} = \frac{1}{s(s+1)}$$

Semplicemente stabile

A velocità nulla il carrello ha infiniti equilibri

Sia y^* una posizione desiderata, det. una legge di controllo con u dipendente da $y^* - y$ in modo che:

- Il carrello si posiziona in y^*
- La costante di tempo dominante della dinamica di avvicinamento a y^* sia $\tau_i = 0,01$
- Il carrello si porta in y^* senza oscillazioni attorno a y^*



1) A.S. del sistema di controllo

Specifico di tipo statico: l'entità a transitorio finito è nullo

- $\omega_{ss} = 0$ quando $y^*(t) = A \sin(\omega t)$ X Automaticamente soddisfatto se impiego A.S. (un polo = 0)
- Senza oscillazioni $\Rightarrow \varphi_m > 70^\circ \rightarrow F(s) \approx \frac{K_F}{1 + \frac{s}{\omega_c}}$ (integratore nella $G(s)$)
- $\omega_c \approx 100, \mu_i = \mu_o \cdot \mu_R > 0$

Scelgo $R(s)$ in modo che ω_c sia ben definita, $\varphi_m > 70^\circ$ e $\mu > 0$

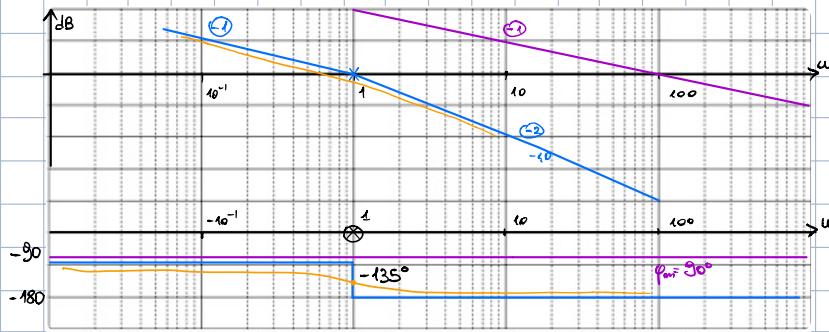
Procediamo per tentativi: da una struttura più semplice

$$1) R(s) = K_p \quad G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad \mu_o = 1 > 0 \Rightarrow K_p > 0 \text{ per avere } \mu > 0$$

Guadagno, $R(s)$ statico, \boxed{P}

$$K_p = 1 \rightarrow L(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$g_G = 1$$



$$\text{II tentativo: } R(s) = K_p (1+s) \quad G(s) = \frac{1}{s(s+1)}, \mu_i = 1 > 0$$

$$g_G = 1$$

$$\text{Con } K_p = 1, L(s) = \frac{1}{s} \text{ NO } \Rightarrow K_p = 100 \rightarrow L(s) = \frac{100}{s}$$

Con $K_p = 100$ ω_c passa a 100 e soddisfa la richiesta di $\tau_i = 0,01$ e $\varphi_m = 90^\circ$

Aggiungo un polo per avere almeno $gr(\Delta) \geq gr(N)$: $+2s$, altera il modello e forse... una/due decade dopo ω_c va bene: $\omega_c = 10^4$

$$R(s) = \frac{100(1+s)}{1+2s}$$

\boxed{P} nel profilo sopra

$$III \quad R(s) = 100 \frac{1+s}{1+\frac{s}{10^3}}$$

Regolatore PID ad azione proporzionale derivativa (PD)

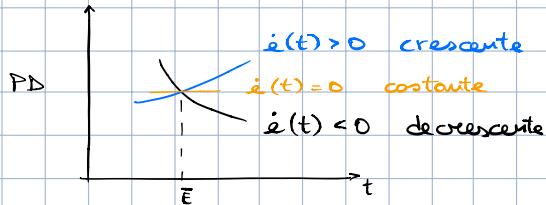
Eliminiamo il polo in -1 con una zero in -1 in modo che $\varphi_m > 70^\circ$

$R(s) \approx 100(1+s)$ in bassa frequenza per $\omega < 10^3$ (contributo 10^3 trascurabile circa una decade prima)

$R(s)$ agisce su $e = y^* - y$ e produce in uscita $u(t) \approx 100e(t) + 100\dot{e}(t)$

Questo contributo anticipa un comportamento del sistema:

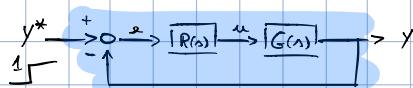
Supponiamo che a un certo $t = \bar{t}$ l'errore abbia un valore positivo: crescente, costante o decrescente.



Questo termine rafforza il contributo dell'azione P
aggiungendosi se l'errore sta crescendo, man agisce se costante e decrese se l'errore sta diminuendo.

Oss: Se è già presente un integratore nella $G(s)$ ho già il requisito $e_{\infty} = 0$ soddisfatto

- Tracciare la risposta allo scalino del sistema di controllo progettato: uso l'approssimazione a simpolo polo della FdT $y^* \rightarrow y$



Dalle specifiche: sistema strettamente proprio, parte da 0 e A.S. a regime con $e \rightarrow 0$, l'uscita tenderà a 1 ($= y^*$) senza oscillazioni e $\zeta_d = 0.01$.



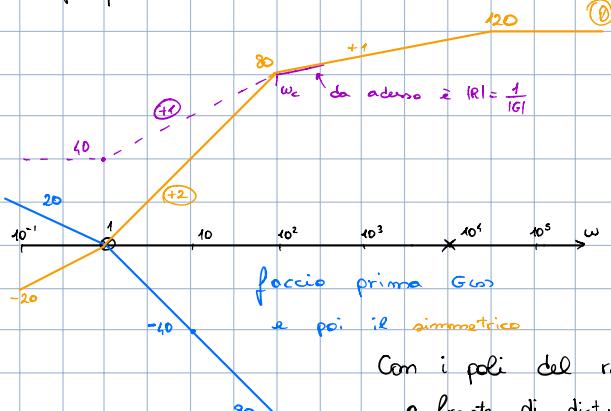
- Energia per il controllo alle varie frequenze, effetto di posizionare un polo più o meno in alta frequenza (valuto FdT $y^* \rightarrow u$)
Le considerazioni si applicano anche nel caso di disturbo m che si aggiunge in retroazione (disturbo di misura), a meno del segno

Calcolo la FdT $y^* \rightarrow u$: $V(s) = \frac{R(s)}{1 + R(s)G(s)}$ funzione di sensitività del controllo

$$|V(i\omega)| = \frac{|R(i\omega)|}{|1 + R(i\omega)G(i\omega)|} \approx \begin{cases} \frac{1}{|G(i\omega)|}, & |R(i\omega)G(i\omega)| > 1 \\ |R(i\omega)|, & |R(i\omega)G(i\omega)| < 1 \end{cases} \quad \omega < \omega_c$$

Oss: $|R(i\omega)G(i\omega)| > 1 \Leftrightarrow |R(i\omega)| > \frac{1}{|G(i\omega)|}$

Si vede che oltre ω_c l'energia di controllo è legata a $R(s)$: se faccio diminuire $|R(j\omega)|$ anticipando il polo in alta frequenza diminuisce l'energia di controllo. Più è elevato $|R(j\omega)|$ più $u(t)$ sarà elevato ad alta frequenza



poiché y^* verrebbe amplificato. Ma y^* non dovrebbe contenere $\omega > \omega_c$ perché il filtro è pass-basso.

Disturbi in linea di retroazione vengono trattati come y^* , ecco a cosa serve progettare un $R(s)$ con modulo non troppo alto, perché a meno del segno la FdT è uguale a $m(t) \rightarrow u(t)$.

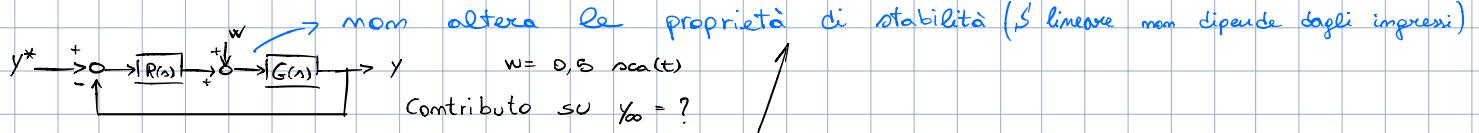
$$\left| \frac{1}{G(i\omega)} \right| = 20 \log \frac{1}{|G(i\omega)|} = -|G(i\omega)|_{dB} \quad \leftarrow \text{simmetrico di } |G(i\omega)|$$

Con i poli del regolatore in alta frequenza ci sono controindicazioni:

a fronte di disturbi di misurazione in alta frequenza l'azione di controllo richiesta è più elevata e il regolatore potrebbe man farcela.

In w_c chi determina l'entità dell'energia dell'azione di controllo è $G(s)$: finché il sistema ha un modulo elevato più è ridotto l'energia richiesta più allarga w_c , $|G(i\omega)|$ è basso e il reciproco più alto, così $R(s)$ spenderebbe più energia. Non velocizzare troppo il sistema! Scelto di w_c compromesso tra tempi scambi e frequenze sugli errori di misura.

- Contributo dei disturbi: si supponga che sul sistema agisca un disturbo di carico, cioè additivo sull'azione di controllo.



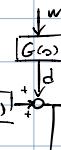
Idealmente vorrei y_{∞} con w totalmente compensato

$$\text{FDT } w \rightarrow y : \frac{G(s)}{1 + R(s)G(s)}$$

così scrivo

$$y^* \xrightarrow{+} \text{R}(s) \xrightarrow{+} G(s) \xrightarrow{+} y$$

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + R(s)G(s)} \cdot \frac{0,5}{s}$$



mom è A.S.
G(s) fuori dall'anello
è semplicemente stabile

d ha un andamento lineare: è l'uscita di un impegno a scalino per una $G(s)$ con un integratore

$$D(s) = G(s) \cdot W(s) = \frac{1}{s(s+1)} \cdot \frac{0,5}{s}$$

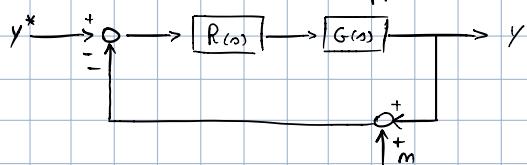
$$\text{TVF: } y_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot G(s)}{1 + R(s)G(s)} \cdot 0,5 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{s}}{1 + 100 \frac{1}{s}} \cdot 0,5 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Now va a } 0 !$$

\hookrightarrow forzante è Polinomi(t) e asintoticamente stabile

\hookrightarrow strettamente propria

OSS: w agisce a monte di $G(s)$, viene integrato. Errore molto
solo se additivo in l.d'andata sull'uscita.

- Errore di misura: supponiamo il trasduttore mom sia ideale



$$m(t) = A \sin(\bar{\omega}t) \quad \bar{\omega} \in [10^3, 10^5]$$

ATTENUATO SULL'USCITA? AMPLIFICA? INVARIATO?

FDT

$$m \rightarrow y$$

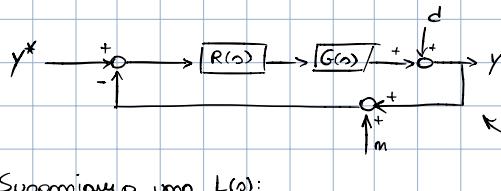
$$\frac{-R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} = -F(s)$$

funzione di sensibilità complementare

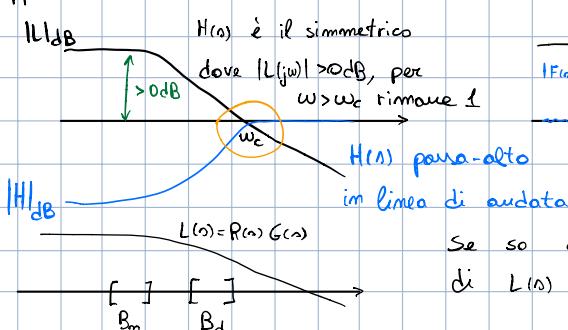
quindi passa invariato nella banda passante e viene attenuato fuori

NOTA: i disturbi di linea di retroazione fuori dalla banda passante del sistema vengono attenuati

i disturbi in linea d'andata si attenuano se sono dentro la banda passante



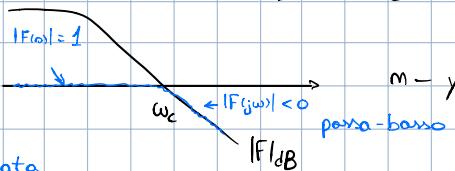
Supponiamo una $L(s)$:



FDT: $d \rightarrow y$

$$H(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$$

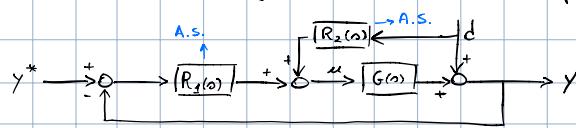
$$-F(s) = \frac{-L(s)}{1 + L(s)}$$



Se so dove è la banda dei disturbi, progetterò $R(s)$ in modo che w_c di $L(s)$ sia in mezzo.

SCHEMA DI CONTROLLO CON COMPENSAZIONE DIRETTA DEL DISTURBO IN LINEA DI ANDATA

Se le bande dei disturbi non sono separate: schema di controllo "a due gradi di libertà"



FDT $d \rightarrow y$

$$\frac{1}{1 + R_1(s)G(s)} + R_2(s) \frac{G(s)}{1 + R_1(s)G(s)}$$

Penso uguagliare $1 + R_2(s)G(s) = 0$

$$\Rightarrow R_2(s) = -\frac{1}{G(s)}$$

soluz se G non ha zeri $\text{Re} > 0$ ed è propria, altrimenti la rende strettamente propria aggiungendo

poli almeno una decade dopo la pulsazione massima del disturbo, in modo che non alterino le caratteristiche di $R_2(\omega)$ nella banda di interesse.

Posizioniamo ω_c prima, in modo da lasciare B_m fuori dalla banda passante.

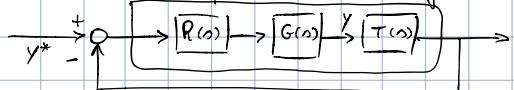
CASO IN CUI IL TRASDUTTORE SIA UNA T(s): supponiamo sia un pass-basso con $\bar{\omega} = 10^4$

in bassa frequenza: $\omega < \omega_{max}$,

$$Y^* \xrightarrow{+} \textcircled{0} \xrightarrow{R(s)} \xrightarrow{G(s)} Y \quad G(s) = \frac{1}{\omega(s+1)}, \quad R(s) = 100 \frac{s+1}{1 + \frac{s}{10^4}}, \quad T(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\bar{\omega}}} \quad \bar{\omega} = 10^4$$

Il S è ancora A.S.?

Lo schema è equivalente ad uno fatto così:

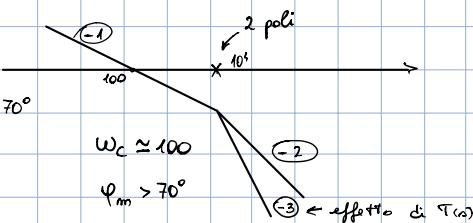


$$R(s)G(s) = \frac{100}{s(1 + \frac{s}{10^4})}$$

$T(s)$ aggiunge un polo, altera il modulo in bassa frequenza?

ω_c è ancora ben definita e φ_m rimane ancora maggiore di 70°
→ se $\bar{\omega} = 10$ avrebbe alterato il S

$$T(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\bar{\omega}}}, \quad m_T = 1 \quad \bar{\omega} = 10^4$$



La stessa osservazione la si potrebbe fare per $G(s)$ se mi fossi dimenticato delle dinamiche ad alta frequenza.

Prestazioni statiche: FDT

$$y^* \rightarrow y : \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)T(s)}$$

$$y^*(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow y_\infty = ? \text{ Senza } T(s) \quad y_\infty = A$$

$$\text{TDF: } y_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)T(s)} \cdot A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R(s)G(s)}{1 + R(s)G(s)} A = A$$

Prestazioni statiche invariate
($\lim_{s \rightarrow 0} T(s) = 1$)

Prestazioni dinamiche? $Z(s) = \dots$

$$|Z(i\omega)| \approx \begin{cases} \frac{1}{T(i\omega)} & , \quad \omega < \omega_c = 10^2 \\ |R(i\omega)G(i\omega)| & \omega > \omega_c \end{cases}$$

foto . . . ~ ~ ~

SISTEMA RITARDO

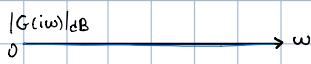
$$u(t) = A \sin(\omega t + \alpha)$$

$$y(t) = A \sin(\omega t + \alpha - \omega \tau)$$

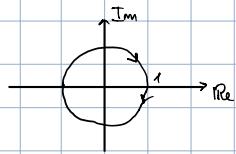
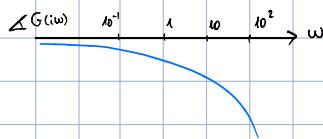
$$G(i\omega) = e^{i\omega\tau}$$

$$|G(i\omega)| = 1, \forall \omega$$

$$\angle(G(i\omega)) = -\omega\tau$$



$$\angle G(i\omega) = -\omega\tau = -10^{\log_{10}\omega} \cdot \tau \quad (\omega > 0)$$



$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\underbrace{u(t-\tau)}_{r(t)}$$

$$y(t) = Cx(t) + D\underbrace{u(t-\tau)}_{r(t)}$$

$$r(t) = u(t-\tau)$$

$$G(s) = e^{-s\tau} (C(sI-A)^{-1}B + D)$$