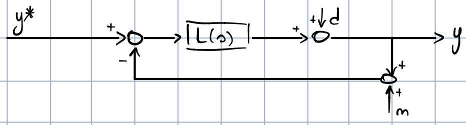
PRESTAZIONI STATICHE DI UN SISTEMA STATICO CON RETROAZIONE NEGATIVA UNITARIA

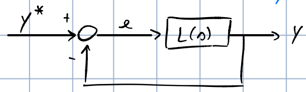


$e = y^* - y$ Errore di inseguimento

$y = Y_{y^*} + Y_d + Y_m$

$e = \underbrace{y^* - y_{y^*}}_{e_{y^*}} - \underbrace{y_d}_{e_d} - \underbrace{y_m}_{e_m}$

y^* segnale di riferimento

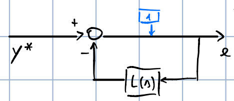


$y^*(t) = A\,sca(t)$

Ip: Sistema retroaz. A.S.

1) Calcolo FdT tra y^* ed e
2) Moltiplico per Fdt (sca(t))
3) Verifico se rispetta TVF
4) Calcolo l'errore a transitorio finito

FDT: $y^* \longrightarrow e$: $\dfrac{1}{1+L(s)}$



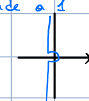
$H(s) = \dfrac{1}{1+L(s)}$ FUNZIONE DI SENSITIVITÀ,

FDT $y^* \longrightarrow y$ $F(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)}$ Funzione di sensitività complementare

$E(s) = H(s) \cdot \dfrac{A}{s}$

$\underset{\uparrow \text{TVF}}{e_\infty} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} A \dfrac{1}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0} \dfrac{A}{1+\dfrac{\mu_L}{s^{g_L}}}$

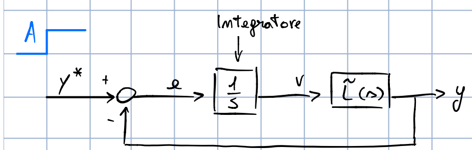
$L(s) = \dfrac{\mu_L}{s^{g_L}} \dfrac{\Upsilon(\,)}{\Pi(\,)}$ per $s \to 0$ tende a 1



$= \begin{cases} \dfrac{A}{1+\mu_L}, & g_L = 0 \\ 0, & g_L > 0 \\ A & g_L < 0 \end{cases}$

$\leftarrow$ scelgo guadagno sufficientemente elevato per rendere l'errore arbitrariamente piccolo

Se $g_L > 0$:



$L(s) = \underset{\nearrow g_L > 0}{\dfrac{1}{s}} \tilde{L}(s)$

$\int_0^{t_0} \dot{x}\, d\tau = \int_0^t e\, d\tau \longrightarrow x(t) = x_0 + \int_0^t e(\tau)\, d\tau$

$\dot{x} = e$ $\quad \dfrac{1}{s}$

$v = x$

$v = x = x(0) + \int_0^t e(\tau)\, d\tau$

INTEGRATORE NELL'ANELLO: se non c'è già nel sistema da controllare e voglio $e = 0$ lo inserisco nel regolatore e ne metto il minimo indispensabile perchè altrimenti degrada la fase $(-90\,g)$

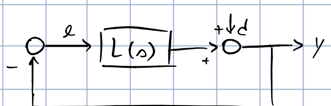
se $g_L < 0$ ho almeno uno zero in $s = 0$ e $y = 0$: quando moltiplico per s un segnale è la $\mathcal{L}$ del segnale, qui costante $\Rightarrow$ $y = 0$

INTEGRATORE: $1/s$
DERIVATORE: s

Caso $y^*(t) = A \cdot t \longrightarrow Y^*(s) = \dfrac{A}{s^2}$

$E(s) = \dfrac{1}{1+L(s)} \cdot \dfrac{A}{s^2} = H(s) \cdot \dfrac{A}{s^2}$, $\quad e_\infty = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \dfrac{A}{s} \dfrac{1}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0} \dfrac{A}{1+\dfrac{\mu_L}{s^{g_L}}} \dfrac{1}{s}$

Caso di disturbo in linea di andata

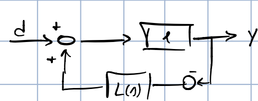


Ip: sistema retroaz. A.S.

$d(t) = A\,sca(t)$

FDT $d \longrightarrow e = -y$: $-H(s)$

FDT $d \longrightarrow y$: $\dfrac{1}{1-(-L(s))} = \dfrac{1}{1+L(s)} = H(s)$



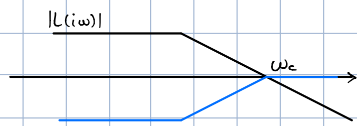
$E(s) = -H(s) \cdot \dfrac{A}{s}$

$e_\infty = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \dfrac{-A}{1+L(s)} = \begin{cases} \dfrac{-A}{1+\mu_L}, & g_L = 0 \\ 0 & g_L > 0 \\ \cancel{-A \quad g_L < 0} \end{cases}$

Se $d = A \sin(\omega t)$:

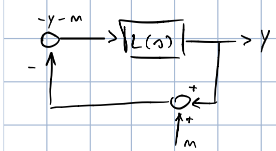
$e_\infty(t) = |-H(i\omega)| \, \text{sen}(\omega t + \measuredangle(-H(i\omega)))$

$$|H(i\omega)| = \left|\frac{1}{1+L(i\omega)}\right| \simeq \begin{cases} 1, & |L(i\omega)| < 1 \\ \dfrac{1}{|L(i\omega)|}, & |L(i\omega)| > 1 \end{cases}$$



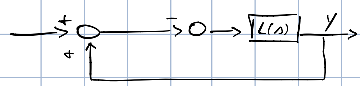
$\omega < \omega_c \iff |L(i\omega)| > 1$ $\qquad$ $|L(i\omega)| < 1 \iff \omega > \omega_c$

Disturbo in linea di retroazione $\qquad$ Attenuato per $\omega > \omega_c$



FDT $\quad n \to e = -y$

FDT $\quad n \to y$

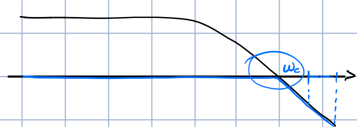


ip: sistema retroazionato a.s. $\quad \dfrac{-L(s)}{1-(-L(s))} = -\dfrac{L(s)}{1+L(s)} = -F(s)$

$n(t) = A\cos(\omega t)$

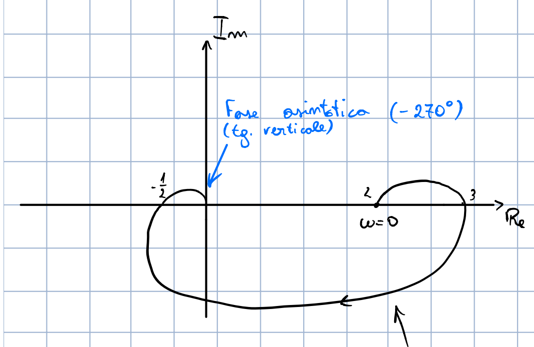
$e_\infty(t) = A|F(i\omega)|\cos(\omega t + \measuredangle F(i\omega))$

$$|F(i\omega)| = \left|\frac{L(i\omega)}{1+L(i\omega)}\right| \simeq \begin{cases} |L(i\omega)|, & |L(i\omega)| < 1 \\ 1, & |L(i\omega)| > 1 \end{cases}$$



Disturdo passa invariato per $\omega < \omega_c$ e attenuato per $\omega > \omega_c$ in linea di retroazione, in linea di andata è il contrario.

ESEMPIO



$G(i\omega)$, $\omega \geq 0$

$n = 4$, A.S.

FASE MINIMA

POLI REALI

$G(s) = \dfrac{N(s)}{D(s)}$

1) S è proprio, NON STRETTAMENTE ($\text{gr}\,D(s) = \text{gr}\,N(s)$)

Falso perchè il diagramma polare termina nell'origine del piano $\mathbb{C}$, il modulo va a $-\infty$ dB, cioè 0 in scala lineare.

2) $G(s)$ non ha zeri **FALSO**

Fase minima ⇒ le singolarità stanno nel semipiano $\text{Re} < 0$

POLI → $-90°$

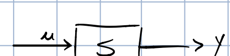
ZERI → $+90°$

Se il S non avesse zeri il modulo sarebbe decrescente ⇒ NON è POSSIBILE CHE NON CI SIANO ZERI

3) 4 poli in $G(s)$ **VERO**: $-270° = 4 \cdot (-90°) + 90°$ ← modulo crescente poi c'è uno zero

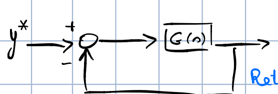
Dal diag. polare, asintoticamente, $\lim_{\omega \to +\infty} |G(i\omega)| = 0$, la fase asintoticamente → $-270°$ ed S è a fase minima

4) La risposta allo scalino del sistema tende a 2: $y_\infty = 2$



VERO: è A.S. e tende al guadagno $(G(0) = G(j\omega|_{\omega=0})) = \mu$ per il TVF.

5)



Retr. neg. unitaria

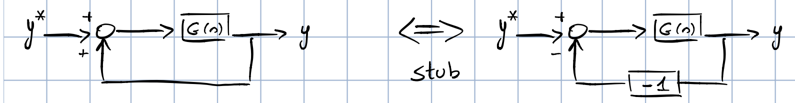
$y^*(t) = \text{sca}(t) \to y_\infty = \frac{2}{3}$? Verificato che il sistema è AS, y_∞ è il guadagno

Criterio di Nyquist applicabile perchè non ci sono autovalori nascosti $\text{Re} > 0$, inoltre # giri attorno a -1 è ben posto (= #poli di $G(s)$ a parte reale positiva) cioè $= 0$.

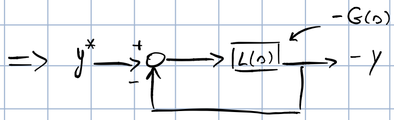
⇒ A.S. del sistema retroazionato

F.D.T. $y^* \to y$ $F(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)}$, qual è il suo guadagno? Il sistema è AS, $\mu_F = F(0) = \dfrac{G(0)}{1+G(0)} = \dfrac{2}{1+2}$

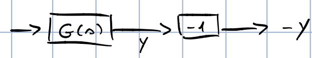
6) Retroazione positiva unitaria: la risposta allo scalino tende a $-\frac{2}{3}$?
Le radici cambiano rispetto alla retroazione negativa, potrebbero cambiare le proprietà di stabilità



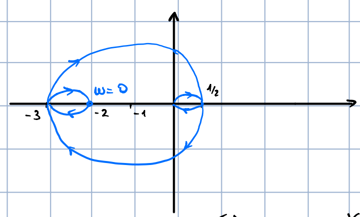
$L(s) = G(s) \cdot (-1)$



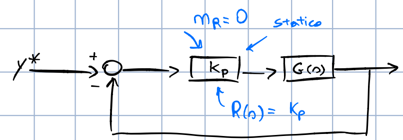
perché



Col diagramma polare di $G(s)$ posso calcolare il diag. pol. di $-G(s)$: è il simmetrico rispetto a $(0,0)$
La condizione di Nyquist diventa che il diagramma di G non abbracci $+1$ ⇒ Non è AS con retroaz. pos.



7)



$\exists\, K_p > 0$ t.c.
Sistema retroaz. NON AS?

Sì, per $K_p \geq 2 \leftarrow \dfrac{1}{|L(i\bar{\omega})|}$ $\bar{\omega}$ t.c. $\angle L(i\bar{\omega}) = -180°$
MARGINE DI GUADAGNO

8) Non ci sono autovalori nascosti del sistema retroazionato: VERO perché il regolatore è statico, non avvengono semplificazioni e quindi non ci sono av. nascosti
Ordine del regolatore = # poli, per definizione $G(s)$ non ha parti nascoste