Ci restringiamo alla statistica parametrica, ovvero supponiamo di conoscere F a meno di parametri $\theta \in \mathbb{R}^K$ $(K=1,2)$

X — $f_\theta(x)$ se ass. continua
— $p_\theta(x)$ se discreta

ESEMPIO: (1) $X \sim Be(\theta)$ $\quad \theta \in (0,1) \subset \mathbb{R} \quad K=1$

$$p_\theta(x) = \begin{cases} \theta^x (1-\theta)^{1-x} & x = 0,1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

(2) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad \theta = (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}^2 \quad K=2$

$$f_\theta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right\} \quad x \in \mathbb{R}$$

D_θ = DOMINIO IN CUI VARIA IL PARAMETRO θ

Se $(X_1 \dots X_n)$ c.c. estratto da f_θ nota a meno di $\theta \in D_\theta \subset \mathbb{R}^K$ allora

$$f_{(X_1 \dots X_n)}(x_1 \dots x_n | \theta) = f_\theta(x_1) \dots f_\theta(x_n) \quad \text{ASS. CONT.}$$

$$P(X_1 = x_1 \dots X_n = x_n | \theta) = p_\theta(x_1) \dots p_\theta(x_n) \quad \text{Discreto}$$

OSS Se D_n è una statistica del campione casuale $X_1 \dots X_n$ estratto da f_θ o p_θ
$D_n = d_n(X_1 \dots X_n)$, se $d_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^K$ è regolare posso risalire alla distribuzione di D_n
C^1 e invertibile (iniettiva)

OSS. La distribuzione di una statistica D_n dipende dal parametro solo attraverso il campione.

ES. $X_1 \dots X_n$ estratto da $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ entrambi incogniti

$$S_{0,n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{K=1}^{n}(X_K - \mu)^2 \neq \underbrace{S_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{K=1}^{n}(X_K - \bar{X}_n)^2}_{\text{Si! È una statistica}}$$

incognito

Non è una statistica perchè non dipende da $\theta = (\mu, \sigma^2)$ SOLO attraverso $X_1 \dots X_n$

ora $X_1 \dots X_n$ c.c. estratto da $X \sim N(3, \sigma^2)$
$N(\mu_0, \sigma^2)$ con $\mu_0 = 3$

$$S_{0,n}^2 = \frac{1}{n}\sum_{K=1}^{n}(X_K - \mu_0)^2$$

Adesso è una statistica, $(n-1)\frac{S_n^2}{\sigma^2}$ NON È UNA STATISTICA