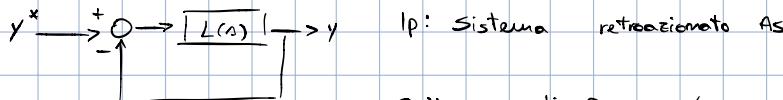


PRESTAZIONI DINAMICHE

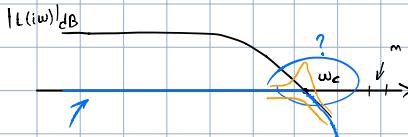
Comportamento \neq retroazionato a fronte del solo segnale di riferimento



Criterio di Bode \checkmark soddisfatto

$$\underline{F.D.T.} \quad y^* \rightarrow y : F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

$$|F(i\omega)| = \frac{|L(i\omega)|}{|1 + L(i\omega)|} \approx \begin{cases} 1, & |L(i\omega)| > 1 \Leftrightarrow \omega < \omega_c \\ \frac{1}{|L(i\omega)|}, & |L(i\omega)| < 1 \Leftrightarrow \omega > \omega_c \end{cases}$$



$|F(i\omega)|_dB$ sistema ad anello chiuso \Rightarrow filtro passa

barro, lascia passare invariate le pulsazioni inferiori a ω_c e attenua quelle maggiori di ω_c
 \rightarrow Banda passante $[0, \omega_c]$

Controindicazione: ad allargare la banda passante ci possono essere disturbi di misura,

più è alto ω_c più aumenta disturbo di misura ed energia del controllo, aumenta la banda passante

Zona $|L(i\omega)| \approx 1$: il diag potrebbe avere diversi andamenti rispetto all'approssimato. Picchi sono caratteristici di poli cc, oppure simile all'approssimato \Rightarrow polo reale. Calcoliamo $|F(i\omega)|$, se > 1 poli cc, se < 1 non ci sono.

Distinzione importante per l'approssimazione a poli cc o reale, la distinzione dipende da φ_m

$$|F(i\omega_c)| \geq 1 ?$$

$$|F(i\omega_c)| = \frac{|L(i\omega_c)|}{|1 + L(i\omega_c)|}$$

$$|L(i\omega_c)| = 1 \quad \angle L(i\omega_c) = \varphi_c$$

$$L(i\omega_c) = |L(i\omega_c)| e^{i\varphi_c}$$

$$\begin{aligned} \varphi_m &= 180^\circ - |\varphi_c| \quad \text{negativo perché pendenza negativa + Bode implica poli Re} < 0 \Rightarrow \text{contributo fase negativa} \\ &= 180^\circ + \varphi_c \quad \longrightarrow \varphi_c = \varphi_m - 180^\circ \quad \text{e } 0 < \varphi_m < 180^\circ \quad \text{per C. di Bode} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |F(i\omega_c)| &= \frac{|L(i\omega_c)|}{|1 + L(i\omega_c)|} = \frac{1}{|1 + e^{i(\varphi_m - \pi)}|} = \frac{1}{|1 - e^{i\varphi_m}|} = \frac{1}{|1 - \cos \varphi_m - i \sin \varphi_m|} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \cos \varphi_m)^2 + \sin^2 \varphi_m}} \\ &\quad \hookrightarrow e^{i(\varphi_m - \pi)} = e^{i\varphi_m} \cdot e^{-i\pi} = -e^{i\varphi_m} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2 - 2 \cos \varphi_m}} \quad \text{oss: } \cos \varphi_m = \cos(2 \frac{\varphi_m}{2}) = \cos^2 \frac{\varphi_m}{2} - \sin^2 \frac{\varphi_m}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\varphi_m}{2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{4 \sin^2 \frac{\varphi_m}{2}}} = \frac{1}{2 \left| \sin \frac{\varphi_m}{2} \right|} = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi_m}{2}} \end{aligned}$$

$$|F(i\omega_c)| = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi_m}{2}} \quad |F(i\omega_c)| < 1 \Leftrightarrow 2 \sin \frac{\varphi_m}{2} > 1 \rightarrow \sin \frac{\varphi_m}{2} > \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{\varphi_m}{2} > 30^\circ \Rightarrow \frac{\varphi_m}{2} > 60^\circ \quad \text{e non può eccedere } 180^\circ$$

Margine di sicurezza $\varphi_m > 70^\circ \rightarrow$ POLO REALE
 $0 < \varphi_m < 70^\circ \rightarrow$ POLI CC.

$$F(s) \approx \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}, & \varphi_m > 70^\circ \\ \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2 \zeta s \omega_n + \omega_m^2}, & \varphi_m < 70^\circ \end{cases}$$

\uparrow
 $\omega_m = \omega_c$

$$\left| \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2 \zeta s \omega_c + \omega_c^2} \right|_{s=i\omega_c} = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi_m}{2}}$$

$$\left| \frac{\omega_c^2}{2 \zeta s \omega_c^2} \right| = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi_m}{2}} \rightarrow \frac{1}{2 \zeta} = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi_m}{2}} \Rightarrow \zeta = \sin \frac{\varphi_m}{2}, \quad \text{più il margine di fase è piccolo più } \varphi_m \text{ viene piccolo}$$

$$F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad \mu_F = F(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{\mu}{s^2}}{1 + \frac{\mu}{s^2}} = \begin{cases} \frac{\mu}{1 + \mu}, & \vartheta_L = 0 \\ 1, & \vartheta_L > 0 \end{cases} \quad s \rightarrow \infty = y_\infty^* - y_\infty$$

F.D.T. $y^* \rightarrow y$

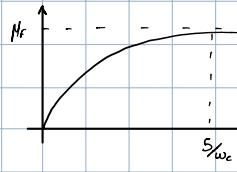
$$1) \varphi_m = 180^\circ - |\angle L(i\omega_c)| > 70^\circ$$

$$F(s) \approx \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}} \quad \text{polo dominante ad assiello chiuso}$$

$$\mu_F = \begin{cases} \frac{\mu_1}{1 + \mu_1}, & g_1 = 0 \\ 1, & g_1 > 0 \end{cases}$$

$$2) \varphi_m \leq 70^\circ$$

$$F(s) \approx \frac{\mu_F \omega_c^2}{s^2 + 2\xi \omega_c s + \omega_c^2}, \quad \xi = \tan\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)$$

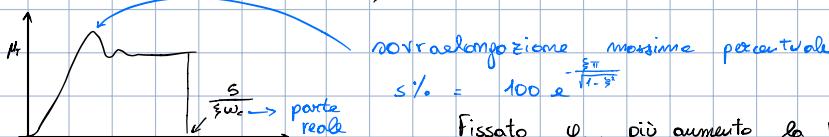


RISP. SCALINO: $T_a \approx 5/\omega_c$

Più ω_c cresce più la risposta è rapida.

Controindicazioni: disturbi di minima

Non ci sono oscillazioni e la vel. di risposta è più elevata più è grande la banda passante



sovraccarico massima percentuale

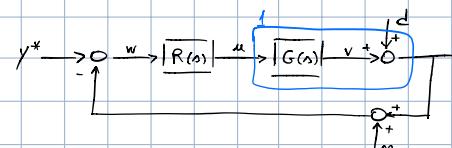
$$s\% = 100 e^{-\frac{\xi\pi}{1-\xi^2}}$$

Fissato φ_m , più aumenta la banda passante più velocizza il sistema, fissato ω_c al crescere di ξ , diminuendo φ_m , la durata dei transitori diventa più lunga.

es. Dato il sistema del II ordine:

$$m_s = 2$$

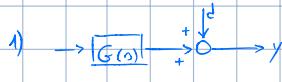
$$G(s) = \frac{1}{(1+0,1s)^2}$$



PID:

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad \text{REGOLATORE}$$

AD AZIONE INTEGRALE



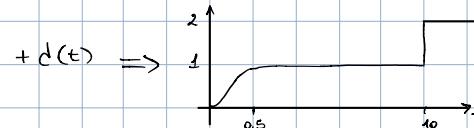
$$u(t) = sca(t)$$

$$d(t) = sca(t-10)$$



Tracciare l'andamento della risposta a fronte di un impulso $u(t)$ e $d(t)$:

$G(s)$ è fdt a 2 poli coincidenti con costante di tempo = 0,1 e $p_1 = p_2 = -10$, $g_0 = 0$, $\mu_0 = 1$



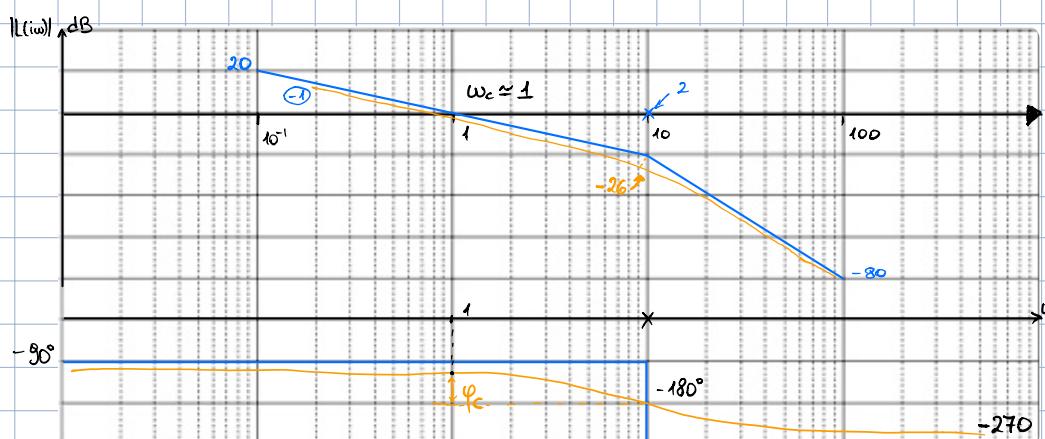
Verifica dell'A.S. del sistema retroazionato: utilizziamo, se applicabile, il criterio di Bode

- 1) Sistema ben posto: $R(s)$ e $G(s)$ strett. propria ✓
- 2) No λ mai costanti con $\Re s > 0$ ✓

$$L(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s(1+0,1s)^2} \quad \text{3 poli} \quad m_s = 3 \quad 2 coincidenti (-10) e \rho = 0$$

3) ω_c ben definito: tracciamo il Diap. di Bode di $|L(s)|$

parte $-20dB/\text{dec}$ e im $\omega = 10^\circ$ posso per $10/\text{dB}$



ϕ_c è sopra $-180^\circ \Rightarrow$ margine di fase positivo

Se il S avesse avuto un solo polo im $\omega = 10$ sarebbe stato automaticamente AS

$$\phi_c = 1$$

$$\mu_0 = 1 (= \mu_R \cdot \mu_G)$$

$$p_1 = p_2 = -10$$

Ci interessa la pulsazione 1

Concludo che ω_c è ben definito

CR. DI BODE APPLICABILE

→ CNS PER A.S.

$$\begin{cases} M_L > 0 \\ \varphi_m = 180^\circ - \phi_c > 0 \end{cases}$$

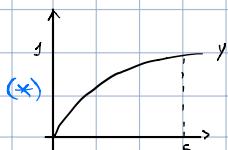
Rappresentare l'andamento qualitativo con:

$$y^*(t) = \text{sca}(t) \rightarrow \text{TRACCIARE}$$

$$d(t) = m(t) = 0, t \geq 0 \quad \text{RISPOSTA} \quad y(t)$$

F.D.T. $y^* \rightarrow y$

$$F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \approx \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_c}}$$



$$\varphi_m > 80^\circ \quad F(s) \approx \frac{1}{1+s}$$

$$\varphi_p = \angle L(i\omega_c) \\ = -80^\circ - 2\angle(1+0, i\omega_c) \text{ con } \omega_c \approx 1 \Rightarrow \approx -86^\circ \text{ e } \varphi_m > 80^\circ$$

Il sistema era più veloce ad anello aperto

Tracciare l'andamento qualitativo del sistema di controllo con disturbo additivo

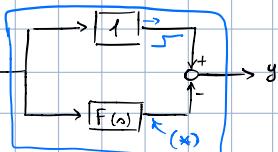
$$d(t) = \text{sca}(t)$$

$$y^*(t) = m(t) = 0, t \geq 0$$

Vediamo FDT per risposte a scalino:

FDT $d \rightarrow y$ $H(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$ traccio la risp. sca(t) di questa $H(s)$, che posso scrivere come

$$H(s) = 1 - F(s) \quad \text{perché } H(s) + F(s) = 1 \quad (\text{parallelo tra sistemi})$$



arriva a 0 con andamento esponenziale in circa 5 v.d.t

Quando entra il disturbo, instantaneamente non avviene niente, a regime lo manda a 0 (con retroazione)

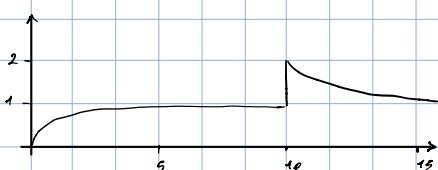
Il regolatore automaticamente applica $u(t)$ per cancellare $d(t)$.

Supponiamo:

$$y^*(t) = \text{sca}(t)$$

$$d(t) = \text{sca}(t-10)$$

$$m(t) = 0, t \geq 0$$



L'errore a transitorio finito a fronte di un disturbo additivo a scalino in uscita sarà 0 se c'è un integratore nell'anello.

Lo schema di controllo rallegra il sistema, però annulla il disturbo.

Com $d(t) = \text{sen}(0,1t) \leftarrow \text{ATTENUATO, AMPLIFICATO} \rightarrow \text{PASSA INVARIATO IN AMPIZZA SU } y$?

$$y^*(t) = m(t) = 0, t \geq 0$$

Dobbiamo vedere se il fattore di scalatura è $<1, >1$ o $=1$

$$y_\infty(t) = |H(i0,1)| \text{ sen}(0,1t + \angle H(i0,1))$$

$$|H(i0,1)| = \frac{1}{1 + |L(i0,1)|} \approx \frac{1}{|L(i0,1)|} \approx 0,1$$

NOTA: i disturbi nella banda passante del sistema vengono attenuati

Com $d(t) = \text{sen}(0,1t)$, $m(t) = \text{sen}(100t)$ quale dei disturbi danneggia maggiormente le prestazioni del sistema di controllo?

1) $d(t)$ dà contributo su $y(t)$ attenuato di un fattore 10

$$y_\infty(t) \approx 0,1 \text{ sen}(0,1t + \varphi)$$

2) $m(t)$ FDT: $m \rightarrow y: -F(s)$

$$y_\infty(t) = | -F(i100) | \text{ sen}(100t + \angle(-F(i100))) \\ \approx |L(i100)| \approx 10^4$$

Il filtro su $d(t)$ è passa-alto, mentre su $m(t)$ è passa-basso.