DIAGRAMMI DI BODE

FORMULARIO:

$$X|_{dB} = 20 \log_{10} x \longleftrightarrow x = 10^{x_{dB}/20}$$

Retta: $y = m(x - x_0) + y_0$

$$G(s) = \frac{\mu}{s^g} \cdot \frac{(1 + s/\omega_z)\dots}{(1 + s/\omega_p)\dots} \qquad |G(j\omega)|_{dB} \qquad \measuredangle G(j\omega)$$

Guadagno generalizzato:

μ
- $|\mu|$ Altezza del diag. del modulo
- sign(μ) → > 0 contributo alla fase iniziale è $0°$
  → < 0 " " " $-180°$

g
- pendenza iniziale normalizzata è $-g$
- contributo fase iniziale è $-90\,g$

		MODULO Δp	FASE $\Delta\varphi$
Polo	SX	-1	$-90°$
	DX	-1	$+90°$
Zero	SX	$+1$	$+90°$
	DX	$+1$	$-90°$

pulsazioni in ordine crescente

Es. 1

$$G(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{1 + 0{,}1\,s}{1 + 0{,}01\,s}$$ tracciare i diagrammi di Bode sia asintotici che reali

Diag. asintotici sono più precisi di quelli reali
quantitativi — qualitativi

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10}{s^1} \cdot \frac{1 + s/10}{1 + s/100}$$

$\mu = 10$
- $|\mu| = 10 = 20\,dB$
- $\mu > 0$ Contributo a fase iniziale $= 0°$

$g = 1$, pendenza iniziale $-g = -1$

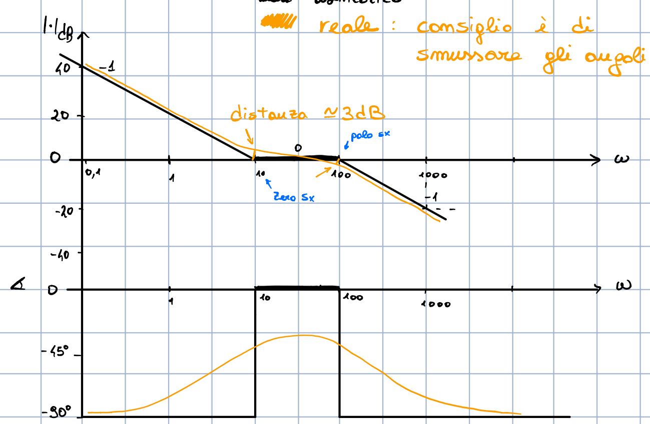
contributo fase iniziale è $-90° \cdot g = -90°$

Pulsazioni d'angolo in ordine: $\omega_1 = 10$ rad/s, $\omega_2 = 100$ rad/s
ZERO SX — POLO SX
nel semipiano sx

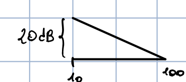
$\Rightarrow$ ω_1: $\Delta p = +1$, $\Delta\varphi = +90°$

ω_2: $\Delta p = -1$, $\Delta\varphi = -90°$

asintotico
reale: consiglio è di smussare gli angoli



-1 $\quad -20\,dB/decade$



$$\bar\omega = 1 \text{ rad/s} \qquad |G(j\bar\omega)| = \frac{10}{1} \cdot \frac{|1 + j\,1/10|}{|1 + j\,1/100|} \approx 10 = 20\,dB$$

Diag. reale della fase è combinazione di arcotangenti. Angoli molto + smussati

Es. 2

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\cancel{\omega_n^2}}{\cancel{\omega_n^2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$$

① Diag. di Bode

$\omega_n = 2$ rad/s

a) $\xi = 0{,}8$
b) $\xi = 0{,}1$

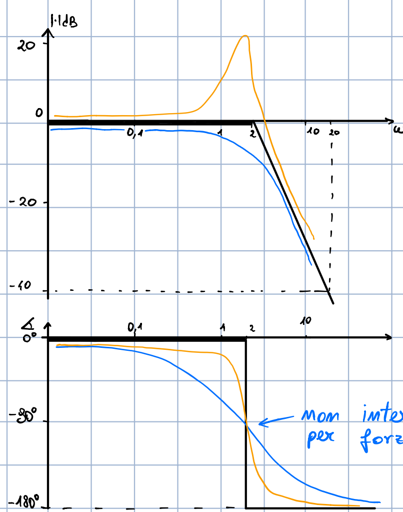
→ lo smorzamento entra in gioco solo nel diag. reale

$\mu = 1$ <
- $|\mu| = 1 = 0$dB
- fase iniziale 0°

$g = 0$ <
- pendenza iniz. normalizzata è 0
- fase iniziale 0°

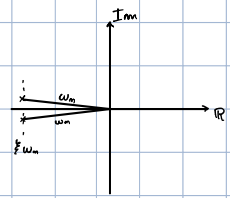
$\omega_n = 2$ rad/s

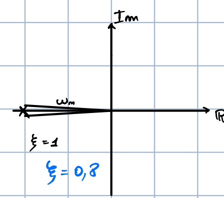
2 poli cc sx <
- $\Delta p = -2$
- $\Delta\varphi = -180°$

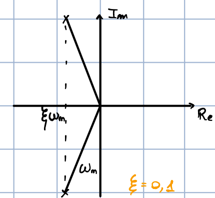


asintotico

non interseca per forza -90°







risonanza

$\omega_r = \omega_n\sqrt{1 - 2\xi^2}$

$\xi < \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0{,}71$

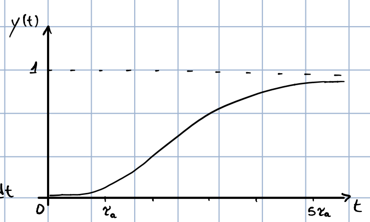
Se lo smorzamento è $> 0{,}71$ il picco non c'è

② Risposta a scalino unitario <
- $\xi = 0{,}8$
- $\xi = 0{,}1$

$\xi = 0{,}8$

$\tau_a = \frac{1}{\xi\omega_n} = 0{,}625$ udt

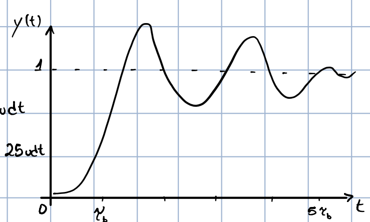
$T_a = 5\tau_a = 3{,}125$ udt



$\xi = 0{,}1$

$\tau_b = \frac{1}{\xi\omega_n} = 5$udt

$T_b = 5\tau_b = 25$udt



Risposta indesiderata con picco di risonanza

Es. 3

$$G(s) = 20\,\frac{(1+s/1)(1+s/100)}{(1+s/0{,}2)^2} \qquad \text{II ordine}$$

① Disegnare : diag. di Bode

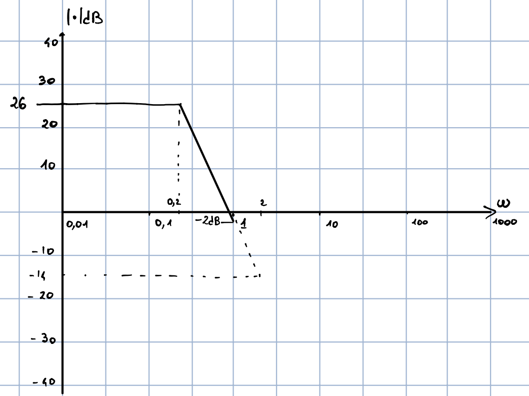
$\mu = 20$ < $|\mu| = 20 = 26\,dB$; $\mu > 0$ — Contr. fase iniziale $0°$

$g = 0$ < perdurza iniz. morm. è 0 ; contrib. fase iniz. è $0°$

$\omega_1 = 0{,}2$ rad/s — 2 POLI sx < $\Delta p = -2$, $\Delta\varphi = -180°$

$\omega_2 = 1$ rad/s — ZERO sx < $\Delta p = +1$, $\Delta\varphi = +90°$

$\omega_3 = 100$ rad/s — ZERO sx < $\Delta p = +1$, $\Delta\varphi = +90°$



$\omega_0 = 0{,}2$ rad/s $\qquad y = m(x - x_0) + y_0$

$|G(j\omega)| = 26$ dB

$$|G(j1)|_{dB} = -2\cdot 20\,\frac{dB}{\text{decade}}\,(\log\omega - \log\omega_0) + |G(j\omega_0)|_{dB}$$

$$= -40\,(\log 1 - \log 0{,}2) + 26\,dB \simeq -2\,dB$$

② Risposta a regime $y_\infty(t)$

$$u(t) = \underbrace{1}_{u_1(t)} + \underbrace{2\,\text{sen}(100t)}_{u_2(t)} + \underbrace{\cos(0{,}01t)}_{u_3(t)} \qquad t \geq 0$$

$y_{1,\infty}(t) = 20\cdot 1 = 20 \qquad t \geq 0$

$y_{2,\infty}(t) = 2\,|G(j100)|\,\text{sen}(100t + \angle G(j100)) =$

$= 2\cdot 0{,}008\sqrt{2}\,\text{sen}(100t - \pi/4) \qquad t \geq 0$

$y_{3,\infty}(t) = |G(j0{,}01)|\cdot\cos(0{,}01t + \angle G(j0{,}01)) =$

$\approx 20\cos(0{,}01t + 0°)$

$$|G(j100)| = 20\,\frac{|1+j\frac{100}{1}|\,|1+j\frac{100}{100}|}{|1+j\frac{100}{0{,}2}|^2} \approx 20\cdot\frac{100\cdot|1+j1|}{\frac{100}{0{,}2}\cdot\frac{100}{0{,}2}} =$$

< $0{,}008\cdot 1 \approx -42\,dB$ → Nel grafico ; $0{,}008\sqrt{2} \approx -39\,dB$ → Nel grafico

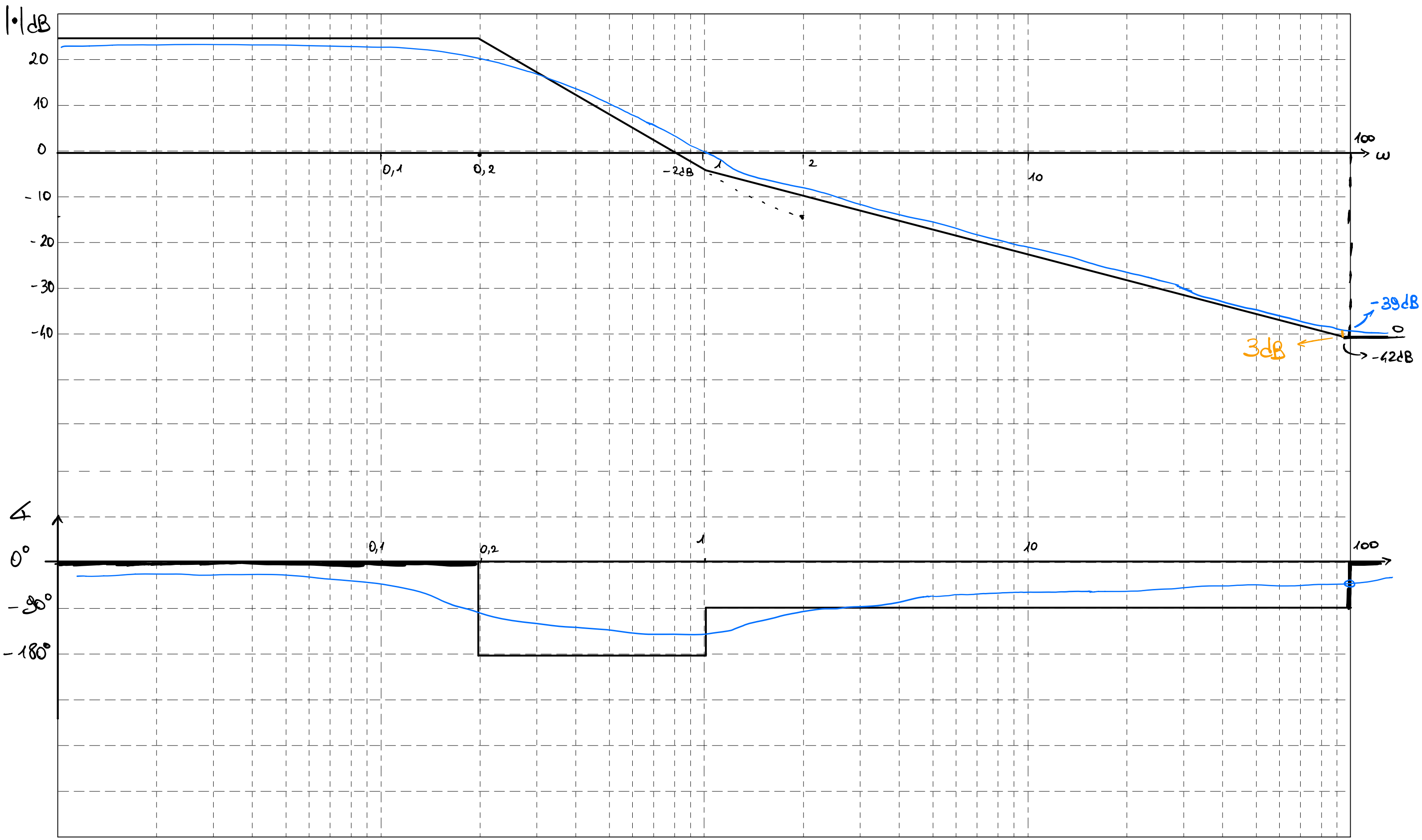
Fase :

$$\angle G(j100) = \angle(20) + \angle\left(1+j\frac{100}{1}\right) + \angle(1+j1) - 2\angle\left(1+j\frac{100}{0{,}2}\right) =$$

$$= 0° + 90° + \underbrace{\tan^{-1}(1)}_{45°} - 2\cdot 90° =$$

$= -45°$ ← Nel grafico

Politecnico di Milano
Dipartimento di Elettronica e Informazione



X CASA

$$G(s) = \frac{5}{s} \frac{(1-s)^3}{(1+s/0{,}2)(1+s/8)(1-s/8)}$$

① Diag. Bode asint. e reali con le rette