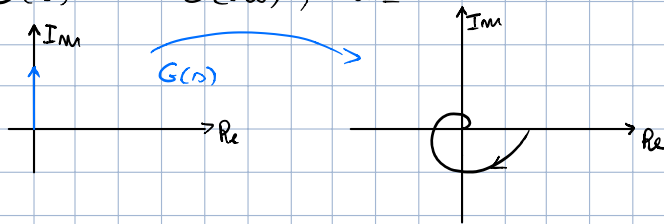


Data la fdt di  $S$  lineare, ad essa possiamo associare la risposta in frequenza  $G(s) \rightarrow G(i\omega)$ ,  $\omega \geq 0$



È il luogo dei punti del piano descritti da  $G(s)$  quando  $s$  assume valori su  $Im$  in  $[0, +\infty)$ .  
È parametrico in  $\omega$ .

es.

$$G(s) = \frac{2}{s+3} \quad g=0 \quad \mu=\frac{2}{3} \quad p=-3$$

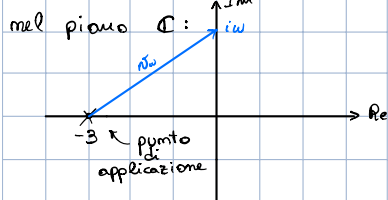
2 modi per disegnare:

- geometrico  $\rightarrow$  per trattare casi particolari
- rispetto ai diag. Bode  $\rightarrow$  conosco modulo e fase

$$G(i\omega) = \frac{2}{i\omega+3} \quad |G(i\omega)| = \frac{|2|}{|i\omega+3|}$$

$$\angle G(i\omega) = \angle 2 - \angle i\omega = -\angle i\omega$$

Colloco  $p$  e  $z$



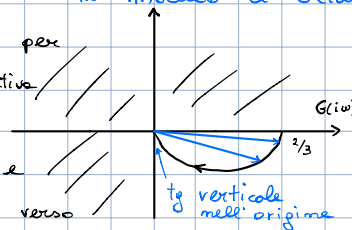
$$\vec{v}_w = -\vec{3} + i\vec{\omega}$$

$|v_w|$  è una funzione crescente di  $\omega$  da 3 a  $+\infty$ : in  $\omega=0$ ,  $\vec{v}_w = -3$ , quando  $\omega$  cresce,  $\vec{v}_w$  si allunga e di conseguenza anche il modulo.

$\angle v_w$  è una funzione crescente di  $\omega$  da  $0^\circ$  a  $90^\circ$ : quando  $\omega=0$  è  $0$  e al crescere di  $\omega$  tende a  $90^\circ$ .

Il modulo di  $G(i\omega)$  decresce al crescere di  $\omega$  da  $\frac{2}{3}$  a  $0$ , analogamente la fase decresce da  $0$  a  $-90^\circ$ .

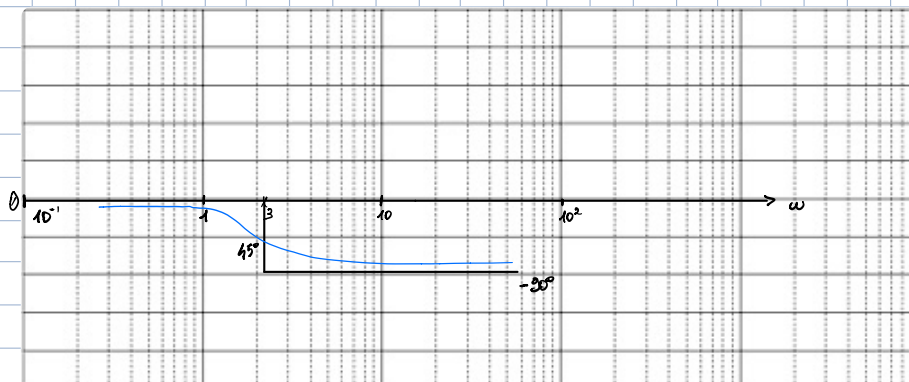
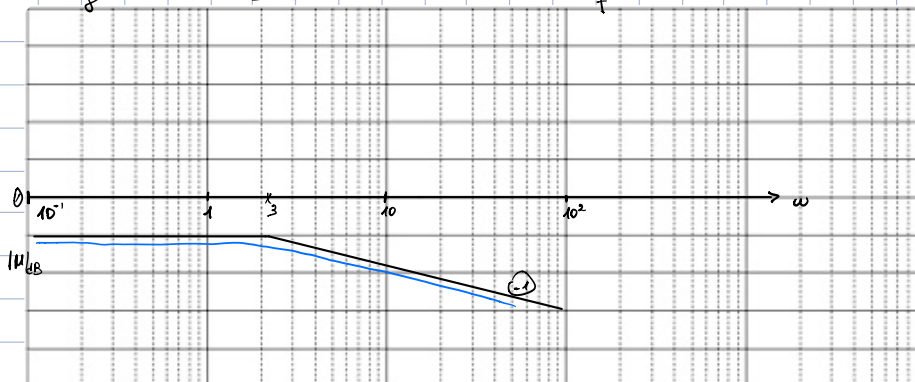
Usiamo queste informazioni per tracciare in maniera qualitativa il diagramma polare. Si parte da  $\omega=0$  con  $G(i0) = \frac{2}{3}$  e fase  $0^\circ$ , a  $\omega \uparrow$  mi sposto verso  $i -90^\circ$ .



fase monotona decrescente da  $0^\circ$  a  $-90^\circ$   
 $\Rightarrow$  ruota in senso antiorario

Modulo monotona decrescente da  $\frac{2}{3}$  a  $0$

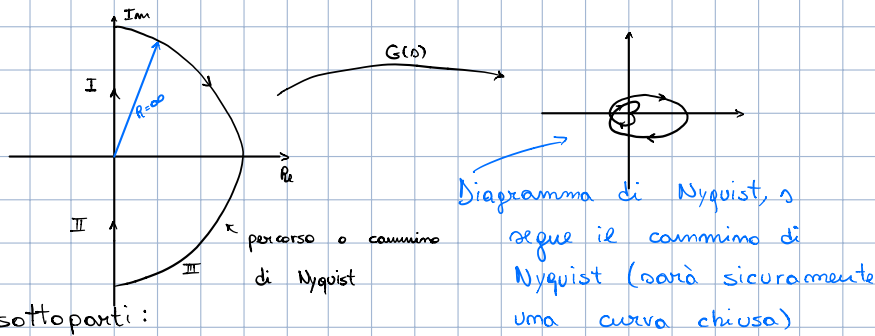
Modo dei Diagrammi di Bode di modulo e fase



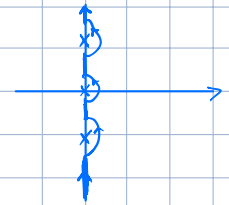
$\leftarrow$  qui noto che dovrò considerare solo il quarto quadrante

Il diagramma polare serve per valutare la stabilità in anello chiuso tramite il criterio di Nyquist

**Diagramma di Nyquist di  $G(s)$ :** è l'immagine tramite  $G(s)$  di un percorso chiuso nel piano  $\mathbb{C}$  (percorso di Nyquist) in cui si considera sempre l'asse  $\text{Im}$  e una semicirconferenza di raggio infinito, che va da  $\text{Im} \rightarrow +\infty$  a  $-\infty$  (linea chiusa).



Se la  $G(s)$  presenta dei poli su  $\text{Im}$ , il percorso di Nyquist si salta con circonferenze di raggio infinitesimo



3 sottoparti:

- 1) l'immagine attraverso  $G(s)$  di  $\text{Im} > 0$  (diag. polare)
- 2) l'immagine attraverso  $G(s)$  di  $\text{Im} < 0$
- 3) " " " della semicirconferenza di  $R = \infty$

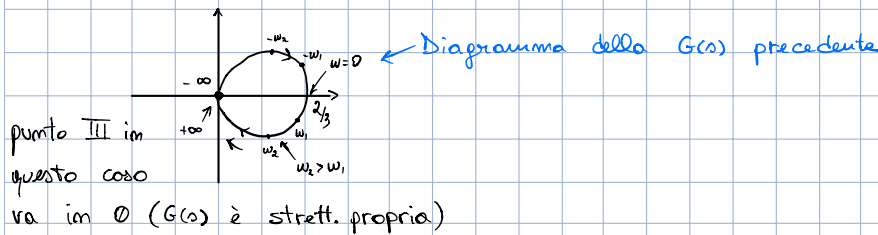
I  $\rightarrow$  Diagr. polare di  $G(s)$

Poichè:

$$G(-i\omega) = G^*(i\omega)$$

$\Rightarrow$  II  $\rightarrow$  Simmetrico rispetto asse  $\text{Re}$  del diagramma polare

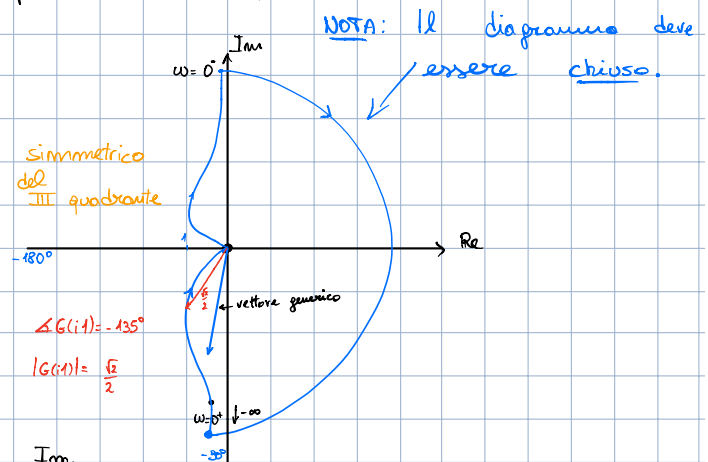
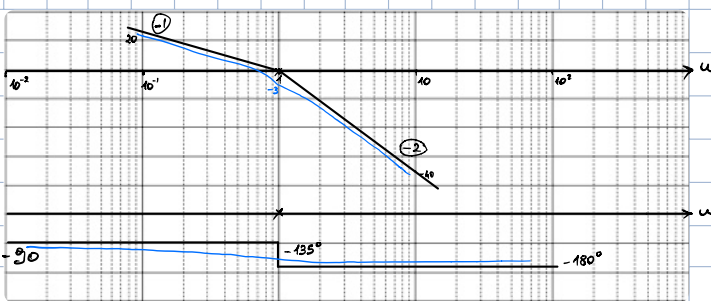
III  $\rightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} G(s)$  che se è strett. propria va in 0 altrimenti  $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{N}{D}$



es. Diagrammi che vanno all'infinito

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad g=1 \quad p=1 \quad p_1=0 \quad p_2=-1$$

fase  $-180^\circ \leq \varphi \leq -90^\circ \Rightarrow$  III quadrante



In realtà il cammino di Nyquist, se ci sono poli sull'asse  $\text{Im}$ , li salta con circonferenze a destra di raggio infinitesimo. Devo considerare anche questo quando disegno il D. di Nyquist.

