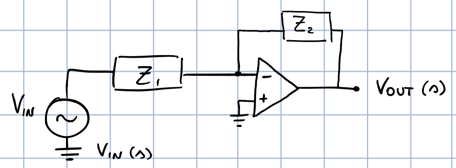
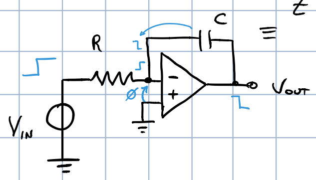
INTEGRALE DI UN SEGNALE



Es. Condensatore in feedback



$\equiv \quad Z = \frac{1}{sC}$ impedenza del condensatore

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}(s) = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1/sC}{R} = -\frac{1}{sCR}$$

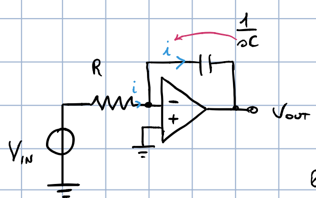
KVL:

$$\frac{V_{IN}}{R} = sC V_C \rightarrow V_C = \frac{1}{sC}\frac{V_{IN}}{R}$$

$$V_{OUT} + Z_C \frac{V_{IN}}{R} - \emptyset = 0$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{sRC}$$

$Z_1 = R \quad Z_2 = \frac{1}{sC} \longrightarrow V_{OUT}(s) = -\frac{1}{s}\frac{1}{CR} V_{IN}(s) \longrightarrow$ INTEGRATORE



$i = \frac{V_{IN}}{R}$

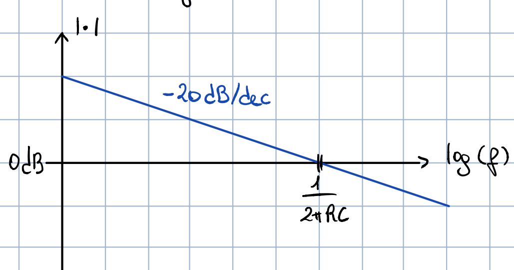
$$\underbrace{0 - i\frac{1}{sC}}_{\mathcal{L}} \rightarrow V_{OUT} = -\int \frac{i(t)}{C}dt = -\frac{1}{C}\int i(t)\,dt = -\frac{1}{C}\int \frac{V_{IN}}{R}(t)\,dt = -\frac{1}{CR}\int V_{IN}(t)\,dt$$

La tensione d'uscita è l'integrale di quella d'ingresso, a meno del segno

Diagramma di Bode di $T(s) = -\frac{1}{sCR}$

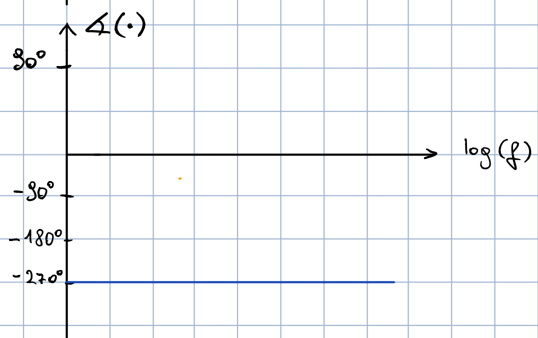
$s = j\omega = j2\pi f$

$|T(f)|$: 1 polo nell'origine (0 Hz)



$\hat{f}$ tc $\left|\frac{1}{2\pi \hat{f} CR}\right| = 1$?

$$\hat{f} = \frac{1}{2\pi RC}$$



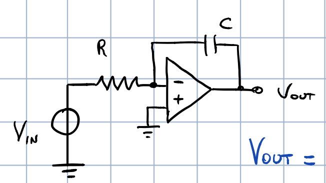
Segno $-$: parte da $-180°$

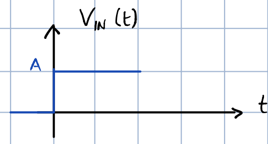
Polo nell'origine : sfasamento di $-90°$

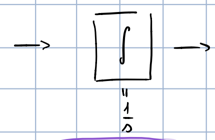
I due diagrammi mi permettono di ricavare la FdT

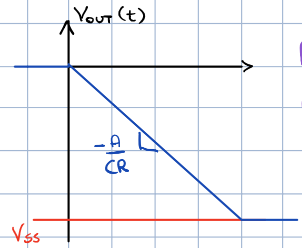
Quindi quest'integratore genera una tensione d'uscita che è l'integrale di quella d'entrata, ma per ogni sinusoide effettua uno sfasamento di $-270°$

· Con un segnale costante in ingresso:





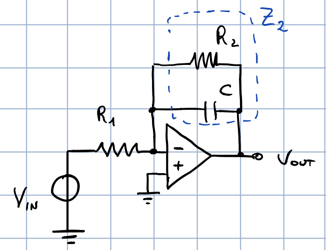




Rampa di pendenza $-\frac{A}{CR}$

$$V_{OUT} = -\frac{1}{CR}\int V_{IN}(t)\,dt$$

È un INTEGRATORE IDEALE



Per non portare l'uscita in SAT aggiungo una R_2 grande, per scaricare lentamente il condensatore (ciò rappresenta anche un modello realistico di condensatore che nei tempi lunghi perde carica)

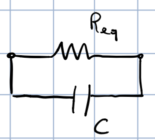
$$Z_2 = \frac{1}{sC} // R_2 \quad \text{parallelo come se fossero due resistenze}$$

$$= \frac{R_2/sC}{\frac{sCR_2+1}{sC}} = \frac{R_2}{sCR_2+1}$$

in $\hat{f} = 0$ $Z_2 = R_2$ perchè in DC il condensatore è un CA

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1(sCR_2+1)} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{sCR_2+1} \qquad f_p = \frac{1}{2\pi CR_2}$$

Verifico che anche nel Dominio del tempo la τ del condensatore sia uguale a quella trovata nel Dominio di Laplace: spegnendo il generatore di segnali e dimenticando la presenza della retroazione potrebbe sembrare $R_{eq} = R_1 // R_2$, ma non è così perchè l'OPAMP è ancora acceso ⇒ R_1 sta tra massa e massa virtuale imposta dalla retroazione quindi C vede solo R_2 e questo è confermato anche dal polo.

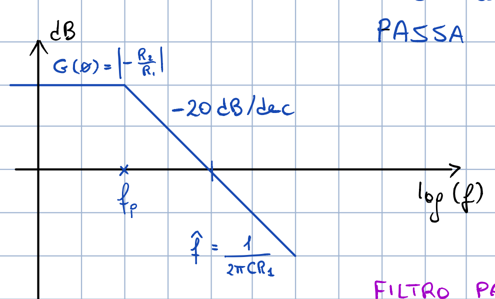


$\tau = C \cdot R_{eq}$

ATTENZIONE: nei circuiti retroazionati l'ispezione "a occhio" è pericolosa.

In continua il guadagno è $G(0) = -\frac{R_2}{R_1}$

Diagramma di Bode



Andamento PASSA BASSO, o INTEGRATORE NON IDEALE

Oltre il polo, quando domina la τ, il modulo sarà $\frac{G(0)}{s\tau}$ poichè $\tau \gg 1$, cioè $-\frac{\cancel{R_2}}{R_1}\cdot\frac{1}{s\cancel{R_2}C}$, frequenza di taglio all'asse a 0 dB.

Quindi, a basse frequenze l'integratore ideale e reale coincidono, oltre f_p si discostano.

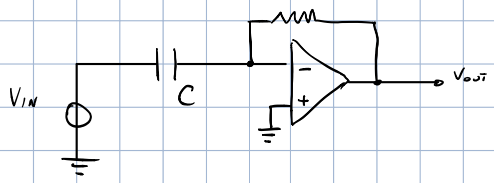
FILTRO PASSA BASSO DEL PRIMO ORDINE (1 polo)

Aggiungendo altri poli ottengo un passa-basso migliore. Dal punto di vista delle alte frequenze è un integratore per le basse frequenze, che vedono un guadagno altissimo (coerente con l'integrale anche nel tempo, che dà poco peso alle variazioni impulsive e a frequenze elevate).

Con R_2, a frequenze molto basse (dinamiche molto lente), questa scarica la C e all'aumentare della frequenza τ diventa più veloce.

LA DERIVATA

Scambio la posizione di R e C:



$i = \frac{V_{IN}}{1/sC} = sCV_{IN}$ scorre nel ramo di feedback

$0 - Ri = -RsCV_{IN}$

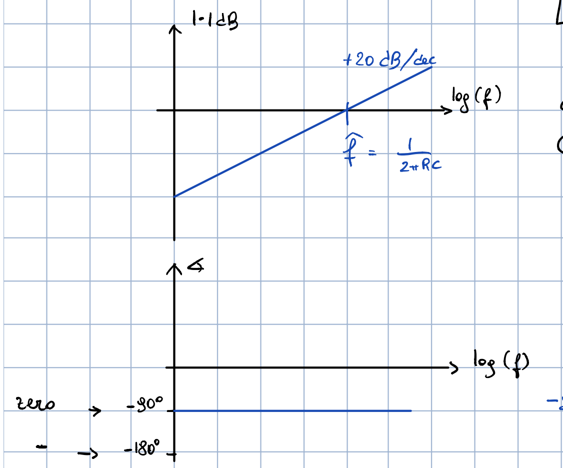
$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}(s) = -sCR$

↳ Derivatore

Il condensatore deriva la tensione e genera una corrente che è la derivata della tensione d'ingresso, che verrà trasformata in tensione tramite la R del lettore a transresistenza.

È un **DERIVATORE IDEALE**

Diagramma di Bode

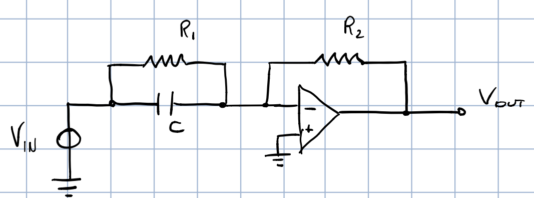


La FdT ha uno zero nell'origine ma non ha poli; in realtà il polo c'è ma è all'infinito (CASO DEGENERE). Il condensatore in DC è CA e il segnale non può passare. Calcolo la τ_{eq} del polo: spengo il generatore e C vede una $R_{eq} = 0 \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi\tau} \longrightarrow \infty$ È UN CASO ESTREMAMENTE PARTICOLARE DELLA RETROAZIONE

-90° fase del condensatore

Derivatore reale

Condensatore modellizzato con una resistenza di perdita in parallelo

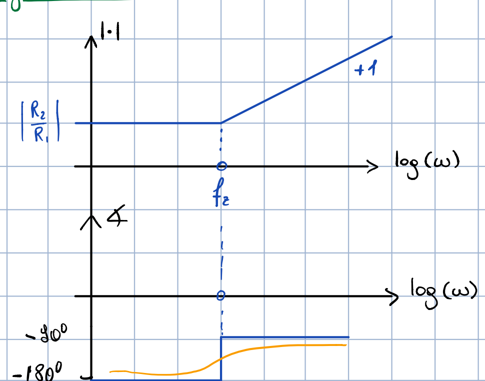


$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{con } Z_1 = R_1 // C = \frac{R_1}{1+sCR_1}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot (1+sCR_1)$$

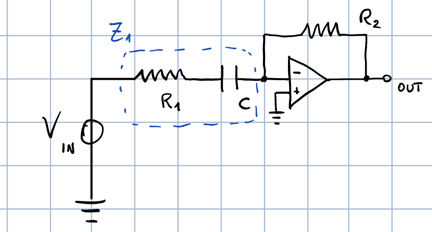
In DC la FdT è $-\frac{R_2}{R_1}$ e $f_z = \frac{1}{2\pi CR_1}$

Diagramma di Bode



Un altro tipo di non idealità è la R in serie a C che modellizza la resistenza ai morsetti.

ES Provare a studiare FdT (troverò uno scostamento dalla FdT ideale in HF)



$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC} = \frac{sRC + 1}{sC}$$

$$0 - R_2 I_{IN} = V_{OUT}$$

$$-R_2 \frac{V_{IN} \cdot sC}{sR_1C + 1} = V_{OUT} \rightarrow \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -R_2C \cdot \frac{s}{1 + sR_1C}$$