Michał Kazanowski, 160512
grupa 4

Metody numeryczne – Projekt II

$rozwiązywanie\ układów\ równań$

Wstęp

Do rozwiązania zadań, skorzystano z trzech metod obliczania układów równań: iteracyjnych - Gaussa-Seidela, Jacobiego i bezpośredniej eliminacji Gauusa.

Zadanie A

W kodzie źródłowym został zaimplementowany układ równań z danych w treści zadania.

Utworzona macierz spełnia warunek ścisłej dominacji przekątniowej w kolumnach:

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1\ j\neq i}^{n} |a_{ij}| \quad dla\ wszystkich\ i = 1,2,\dots,n$$

Zadanie B

W celu otrzymania normy z wektora residuum równą 10^{-9} dla macierzy, wektora wyrazów wolnych i dodatkowych informacji z zadania **A**, liczba iteracji zaimplementowanego algorytmu Jacobiego musi wynosić 26, natomiast liczba iteracji metody Gaussa-Seidla 18. Czas trwania pierwszego z wyżej wymienionych algorytmów wynosi 0.132**s**, natomiast drugiej 0.086**s**.

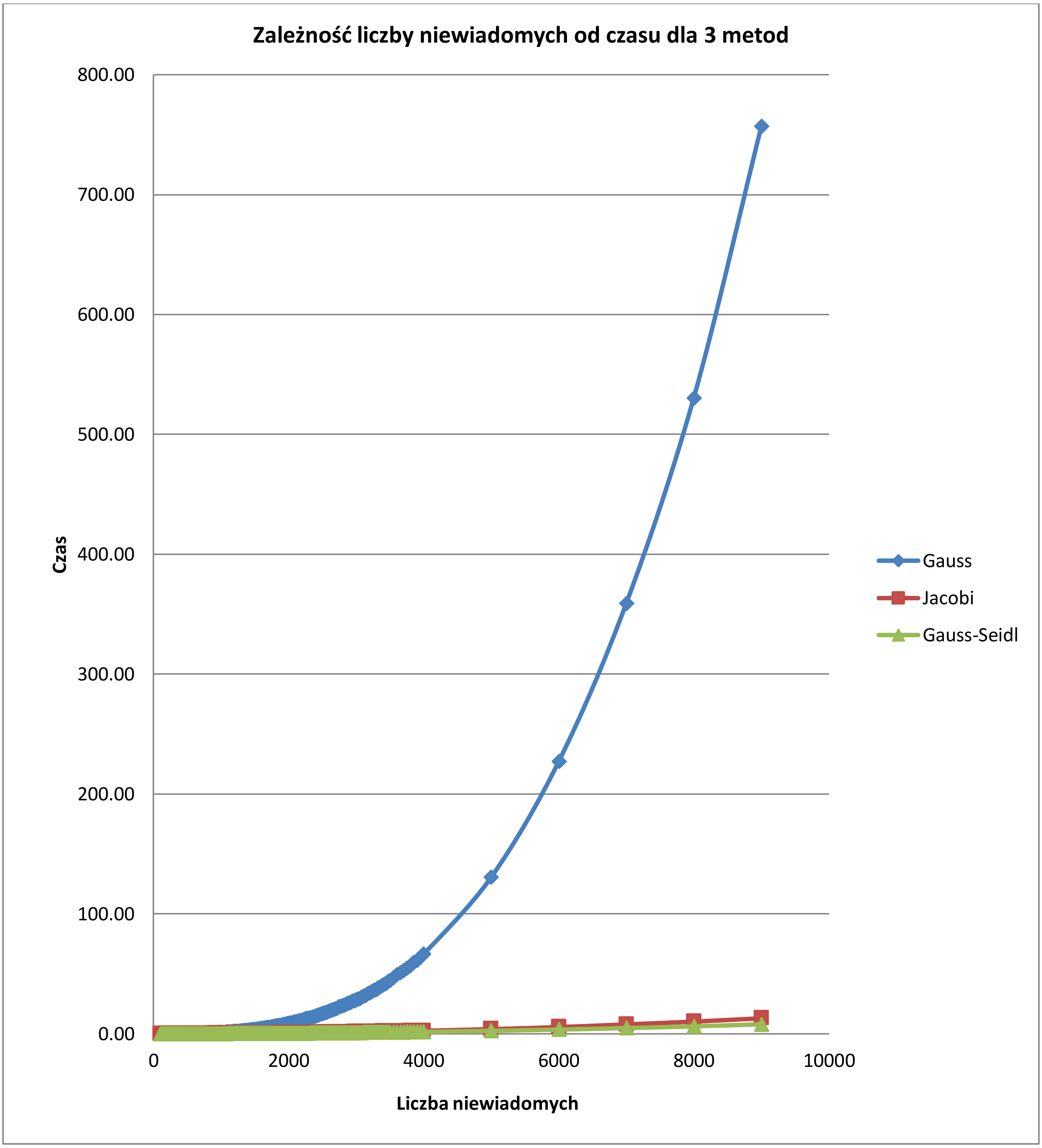
Zadanie C

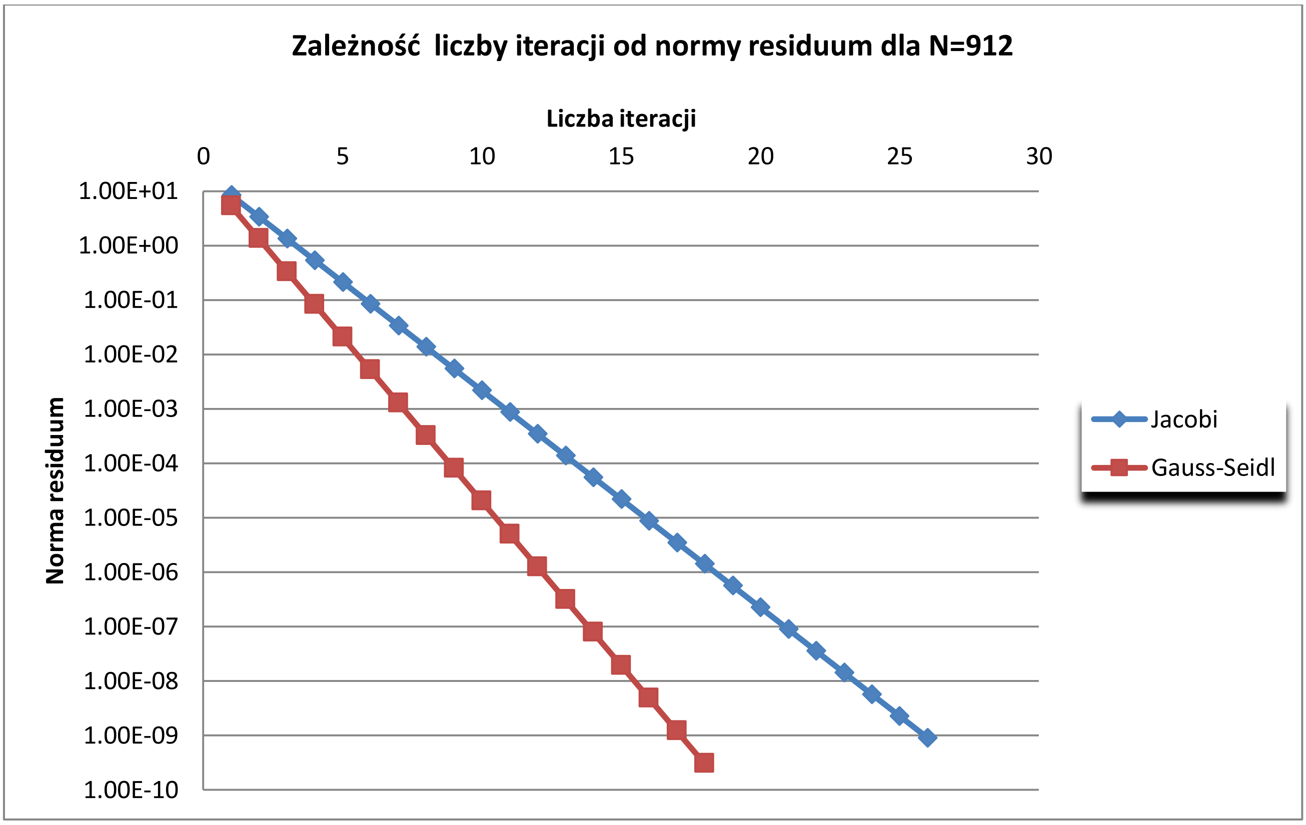
Po zmianie liczb leżących na przekątnej w macierzy wejściowej, metody iteracyjne nie zbiegają się. Aby rozwiązać taki układ równań, skorzystano z metody eliminacji Gaussa w następnym zadaniu.

Zadanie D

Norma z residuum dla metody Gaussa wynosi $5.823832 * 10^{-14}$. Czas tego algorytmu wynosi 0.869**s**.

Zadanie E





Wnioski

1. Adnotacja do zad. B

Lepsze wyniki algorytmu Gaussa-Seidla skutkowały tym, iż ta metoda opiera się na obserwacji, że w metodzie Jacobiego podczas obliczania ${x_i}^{k+1}$, wartości ${x_i}^{k+1}, \dots, {x_{i-1}}^{k+1}$ są już znane, co zaoszczędza trochę czasu.

2. Adnotacja do zad. C

W zadaniu C nie można było stosować metod iteracyjnych. Metodę Gaussa-Seidla stosuje się niemal wyłącznie do układów z macierzą przekątniowo dominującą, gdyż w wielu praktycznych zastosowaniach jest to łatwy do spełnienia warunek gwarantujący zbieżność metody. Podobną własność może mieć algorytm Jacobiego, ponieważ to z niego wywodzi się metoda GS.

Metoda Gaussa-Seidla jest zbieżna dla każdej macierzy spełniającej warunek ścisłej dominacji przekątniowej w kolumnach oraz rzędach.

3. Adnotacja do zad. D i wykresu z punktu E

Metoda eliminacji Gaussa wymaga więcej obliczeń na samej macierzy (zerowania elementów w kolumnie, wyszukiwania maximum w kolumnie itp.), dlatego też czasy jej wykonania są o wiele większe niż czasy metod iteracyjnych, ale używając tego algorytmu mamy pewność, że dostaniemy za każdym razem rozwiązanie układu. Z wykresu normy residuum od liczby iteracji widać, że metoda Gaussa-Seidla potrzebuje mniej iteracji do tego, by zbiec do ustalonej normy – w tym przypadku 10^{-9}.