

# 2017 学年秋明州期末教学质量调研

## 九年级数学

### 试题卷

满分 250 分

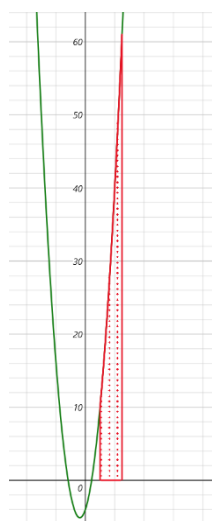
考试时间 210 分钟

注意事项:

1. 考试结束后, 上交答题卷。
2. 不允许使用计算器计算。
3. **该试卷并非真实试卷。**

参考公式:

$y = ax^2 + bx + c$  ( $m \leq x \leq n$ ) 图像曲线与  $x$  轴在上方围成的面积减去与  $x$  轴下方围成的面积为  $\frac{1}{3}a(n^3 - m^3) + \frac{1}{2}b(n^2 - m^2) + c(n - m)$ 。例如:  $y = 2x^2 + 3x - 4, m = 2, n = 5$  时该值为  $\frac{195}{2}$ , 如下图红色部分所示。

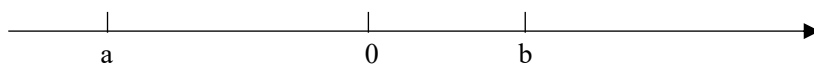


一、选择题 (本大题有 20 小题, 每题 3 分, 共 60 分。不选、多选、错选均不给分)

1. 下列表达式中, 结果一定是有意义实数的是 ( )

A.  $0^0$       B.  $\frac{1}{0}$       C.  $\sqrt{0}$       D.  $\sqrt{-1}$

2. 实数  $a, b$  在数轴上的位置如下图所示。则下列表达式正确的是 ( )



- A.  $a < b, |a| < |b|$   
B.  $a < b, |a| > |b|$   
C.  $a > b, |a| < |b|$   
D.  $a > b, |a| > |b|$

3. 已知 $a < 0 < b$ ，则下列不等式正确的是 ( )

- A.  $b + a > b$
- B.  $ab > b$
- C.  $b - a > b$
- D.  $\frac{a}{b} > b$

4. 下列命题一定是真命题的是 ( )

- A. 平分圆内弦的直径垂直于弦，并垂直于这条弦所对的弧
- B. 对角线互相垂直且相等的四边形是菱形
- C. 三角形斜边上的中线等于斜边的一半
- D. 两条平行线间的所有垂线长度相等

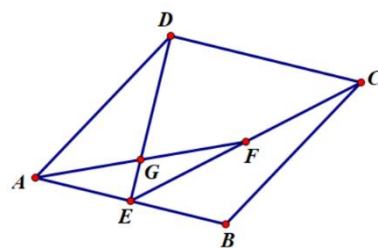
5. 实数 $a, b$ 满足 $a^2 + 6a + 9 + \sqrt{b - \frac{1}{3}} = 0$ ，则

$$a^{2021}b^{2020} = ( )$$

- A. -3
- B. 3
- C.  $-\frac{1}{3}$
- D.  $\frac{1}{3}$

6. 如图，菱形 $ABCD$ 边长为2， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $E$ 为 $AB$ 中点， $F$ 为 $CE$ 中点， $AF$ 、 $DE$ 交于点 $G$ ，则 $GF =$  ( )。

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- B.  $\sqrt{3}$
- C.  $\frac{\sqrt{19}}{4}$
- D.  $\sqrt{19}$

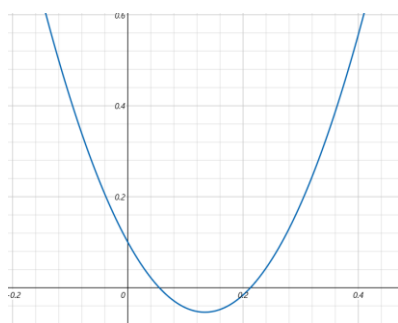


第6题图

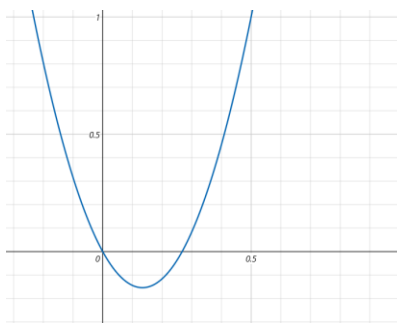
7. 已知 $y = x^2 + 3$ 上有两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 。若 $y_1 < y_2$ ，则 ( )。

- A. 一定有 $x_2 < x_1 \leq 0$
- B. 一定有 $0 \leq x_1 < x_2$
- C. 一定有 $x_2 < x_1 \leq 0$  或  $0 \leq x_1 < x_2$
- D. A、B、C都不正确

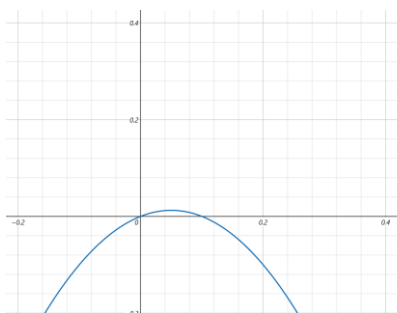
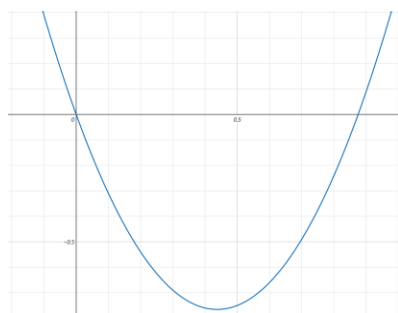
8. Calcium用Windows计算器画出4个二次函数的图像。则二次函数 $y = 2mx^2 + (2 - m)x$  ( $m$ 为常数)的图像可能是 ( )



A



B



9. 半径为 2 的圆  $O$  上有一点  $P$ 。在同一平面内任意作直线  $l$ ，从  $P$  向  $l$  作  $PR$  垂直于  $l$  交圆  $O$  于点  $R$ ，则  $PR$  的最大值为 ( )

A. 2 B.  $2\sqrt{3}$  C. 4 D.  $4\sqrt{3}$

10. 如图，点  $P$  在圆  $O$  的弦  $AB$  上，连接  $OP$ ，作  $PC \perp OP$ ， $PC$  交圆  $O$  于点  $C$ ，若  $AP=8$ ， $PB=2$ ，则  $PC=$  ( )

A. 2 B.  $2\sqrt{3}$  C. 4 D.  $4\sqrt{3}$

11. 如图， $AB$  是圆  $O$  的直径，四边形  $ACFE$  是平行四边形， $E$ 、 $F$  在圆上， $C$  是  $OB$  上一点， $OC=CF$ ，则  $\angle FOC=$  ( )

A.  $30^\circ$  B.  $36^\circ$  C.  $60^\circ$  D.  $72^\circ$

12. 若一个圆锥的底面积为  $36\pi \text{ cm}^2$ ，高为  $8 \text{ cm}$ ，则其全面积为 ( )  $\text{cm}^2$ 。

A.  $96\pi$  B.  $84\pi$  C.  $72\pi$  D.  $60\pi$

13. 如图所示的三角形旋转一周后所成立体图形的表面积为 ( )  $\text{cm}^2$ 。

A.  $\frac{3\sqrt{58}}{2}\pi$  B.  $(\frac{18+3\sqrt{58}}{2})\pi$

C.  $(12+3\sqrt{2})\pi$  D.  $(15+9\sqrt{2})\pi$

14. 在任意凸四边形  $ABCD$  中取  $AB$  的中点  $E$ 、 $BC$  的中点  $F$ 、 $CD$  的中点  $G$ 、 $AD$  的中点  $H$ ，连接  $EFGH$ ，则该四边形 ( )

A. 一定是平行四边形

B. 一定是菱形

C. 一定是矩形

D. A、B、C 都不正确

15. 若实数  $x, y, z$  满足  $\begin{cases} x+y+z=5 \\ xy+yz+xz=3 \end{cases}$ ，则  $z$  的最大值为 ( )。

A. 5 B.  $\sqrt{19}$  C.  $\frac{13}{3}$  D.  $\frac{\sqrt{39}}{3}$

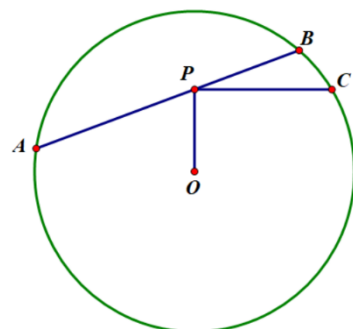
16. 若  $a, b, c$  为实数，且  $\begin{cases} a+2b-c=18 \\ a-b+2c=6 \end{cases}$ ，则  $a^2+2b^2+c^2$  的最小值为 ( )。

A. 131 B. 131.5 C. 132 D. 132.5

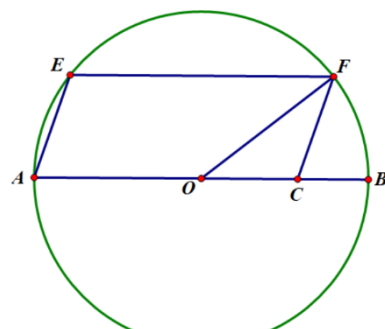
17. 如图，正方形  $ABCD$  内接于圆  $O$ ， $E$  为弧  $CD$  上任意一点，连接  $DE$ ， $AE$ 。过点  $B$  作  $BF \parallel DE$  交圆  $O$  于点  $F$ ，连接  $AF$ ， $AF=1$ ， $AE=4$ ，则  $DE$  的长度为 ( )。

A. 2 B.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  C. 4 D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  或  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

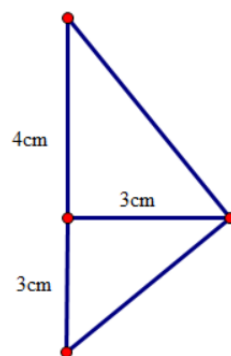
18. 将边长为 4 的正方形  $ABCD$  沿  $EF$  折叠，点  $C$  落在



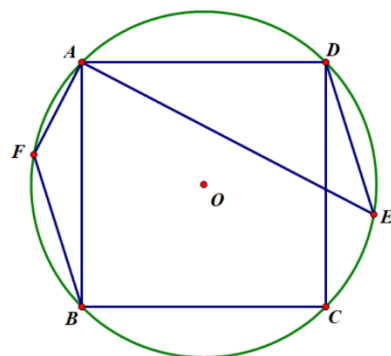
第 10 题图



第 11 题图



第 13 题图



第 17 题图

AB 边上的点 G 处，点 D 折叠到点 H，CG 与 EF 交于点 P，取 GH 的中点 Q 连接 PQ，则  $\triangle GPQ$  的周长最小值为 ( )。

- A.  $2\sqrt{5}$     B.  $2\sqrt{5} + 2$     C.  $4\sqrt{5}$     D.  $4\sqrt{5} + 4$

19. 黑白交错泛涟漪。矩形 ACEH、矩形 DCBM 满足

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{1}{2}, \text{ 点 B 在直线 AE 上, 连接 BC、}$$

AD、DE、BD，分别作 AD、BD 的中点 G、F，连接 GE、GF，则三角形 GEF 的面积为

( )。

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{4}$  或  $\frac{3}{4}$     C.  $\frac{9}{4}$     D.  $\frac{1}{4}$  或  $\frac{9}{4}$

20. 在平面直角坐标系中有两点 A(-2,4)、B(2,4)，若二次函数  $y = ax^2 - 2ax - 3a$  的图像与线段 AB 只有一个交点，则 ( )

- A. a 的值可以是  $-\frac{4}{3}$

- B. a 的值可以是  $\frac{3}{5}$

- C. a 的值不可能是  $-\frac{6}{5}$

- D. a 的值不可能是 1

## 二、填空题（本大题有 12 小题，每题 4 分，共 48 分）

21. 写出一个比  $\sqrt{2}$  小的正整数：\_\_\_\_\_

22. 一组数据：1, 1, 4, 5, 1, 4, 1, 9, 1, 9, 8, 1, 0，众数是\_\_\_\_\_，方差是\_\_\_\_\_。（保留 2 位小数）

23. 如图，圆 O 的半径为 6，MN 为直径，AB、CD 为弦且  $MN \parallel AB \parallel CD$ ， $\widehat{AB} + \widehat{CD} = 150^\circ$ ，则图中阴影部分的面积和为\_\_\_\_\_。

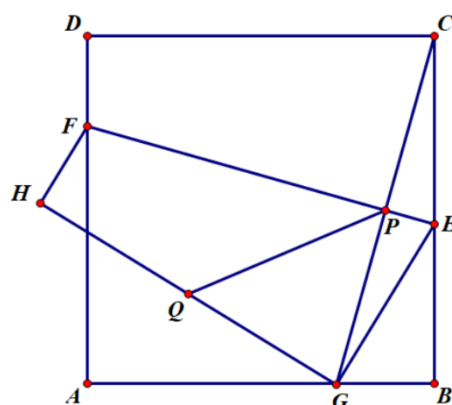
24. 因式分解： $a^3 - a =$ \_\_\_\_\_。

25. 如图，折叠  $\widehat{AB}$  后其中点 C 恰好与其所在的半径为  $2\sqrt{3}$  的圆的圆心 O 重合。则阴影部分的面积是\_\_\_\_\_。

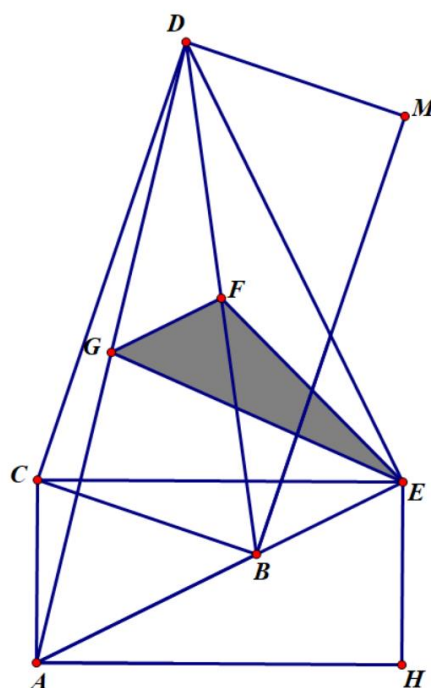
26. 如图， $AB \perp CD$ ， $BD = CE$ ，E 是 AC 的中点，连接 DE，若  $\angle BAC = 2\angle EDC$ ， $AD = a$ ，则  $CD =$ \_\_\_\_\_（用含 a 的代数式表示）。

27. 若在  $x > 1$  时一定有不等式  $2x^3 + 3x^2 + cx > 4$  成立，则 c 的取值范围是\_\_\_\_\_。

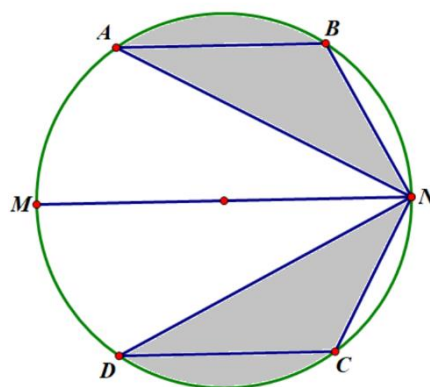
28. 如图，AB 为圆 O 的直径，E、F 为 AB 的三等分点，M、N 为弧 AB 上两点，且  $\angle MEB = \angle NFB = 60^\circ$ ， $EM + FN = \sqrt{33}$ ，则直径 AB 的长为\_\_\_\_\_。



第 18 题图

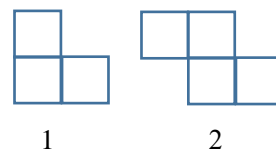


第 19 题图



第 23 题图

29. 如图,所有的小正方形都全等,则属于中心对称的有图形\_\_\_\_,属于轴对称的有图形\_\_\_\_(若没有,则填“无”).



1

2

第 29 题图

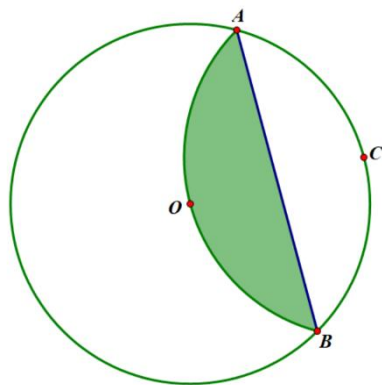
30. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=30^\circ$ , $BC=6$ , $D$ 为 $BC$ 的中点, $E$ 是边 $AB$ 上一点(不与端点重合),将 $\triangle BED$ 沿着 $DE$ 折叠得到 $\triangle BEF$ ( $F$ 为 $B$ 的对应点),若 $DF$ 在 $\triangle ABC$ 的角平分线上,则 $AE=$ \_\_\_\_\_。

31. 若一次数学考试的年级成绩如下表所示:

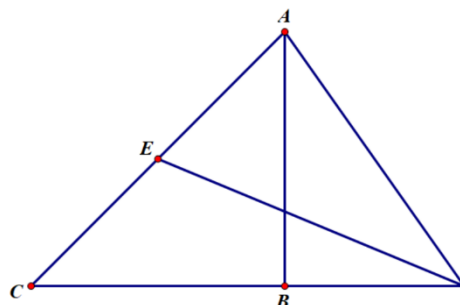
组别	频数
$0 \leq x < 50$	6
$50 \leq x < 100$	45
$100 \leq x < 150$	132
$150 \leq x < 200$	202
$200 \leq x < 250$	113
$x = 250$	2

则下列说法正确的有\_\_\_\_\_。

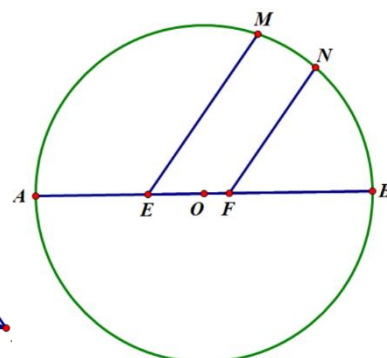
- (1) 成绩的平均值的取值范围为 $137.7 \leq x < 187.5$
  - (2) 成绩的中位数的取值范围为 $150 \leq x < 200$
  - (3) 成绩的众数的取值范围为 $150 \leq x < 200$
  - (4) 样本容量为 500
32. 在锐角三角形 $ABC$ 中, $CA=CB=10$ , $AB=8$ , $CF$ 是 $AB$ 边上的高线,将三角形 $ABC$ 以点 $B$ 为旋转中心旋转至三角形 $BED$ ,若点 $E$ 在线段 $CF$ 上,则 $\cos \angle DCE=$ \_\_\_\_\_。



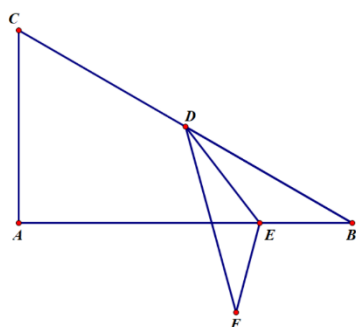
第 25 题图



第 26 题图



第 28 题图



第 30 题图

三、解答题（共 142 分）

若无特殊要求，解答题应写出文字说明、演算过程或证明步骤。

33. （5 分）先化简，再从-2、-1、0、1 中带入一个数字求值：

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + x} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{x} + x$$

34. （7 分）三角函数在我们的生活中有十分重要的应用。

(1) 当  $a$  是锐角时，求证： $\tan \frac{1}{2}a = \frac{\sin a}{1 + \cos a}$ 。

(2) 利用 (1) 中的结论求  $\sin 22.5^\circ$  的值。

35. （9 分）某商店以 7 元每个的单价购进一批货物，准备以 10 元每个的价格售出。但是，该商店的市场调查表明，该种产品在这一价格内预计将会有 1 000 人购买。价格每上升 1 元，购买人数将会下降 20 人，反之则上升 20 人。现在，该商店计划将价格提高  $x$  元（若  $x < 0$ ，则为降低  $-x$  元， $x$  为整数）。

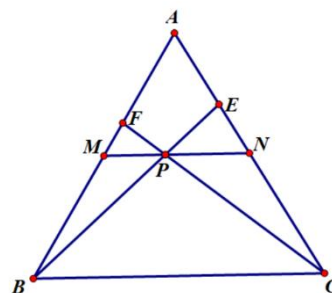
- (1) 求购买人数  $w$  关于  $x$  的函数表达式。
- (2) 在题目条件下，求盈利  $y$  关于  $x$  的函数表达式，并说明当  $x$  为多少时，商店的盈利最大且能给消费者最大的实惠。
- (3) 有人认为：营业额最大的情况和盈利最大的情况下，销售策略一致，即  $x$  的值一致。通过计算说明，在该例子下，这种观点是否正确。



40. (8分) 已知 $\triangle ABC$ ,  $AB = AC = a$ ,  $BC = b$ ,  $MN \parallel BD$ , 点  $M$  是  $AB$  中点,  $BP$ 、 $CP$  的延长线分别交  $AC$ ,  $AB$  于  $E$ ,  $F$ 。

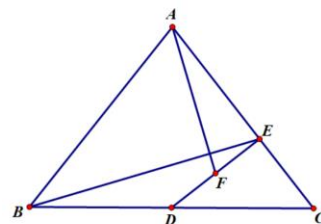
(1) 求证:  $MN = \frac{1}{2}BC$ 。

(2)  $\frac{1}{BF} + \frac{1}{CE}$  是否有定值? 若有, 用含  $a$ 、 $b$  的代数式表示这个定值; 若没有, 请说明理由。



第 40 题图

41. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ ,  $D$  是  $BC$  中点, 从  $D$  作  $DE \perp AC$  于点  $E$ ,  $F$  是  $DE$  中点, 连接  $BE$ 、 $AF$ , 求证:  $BE \perp AF$ 。



第 41 题图

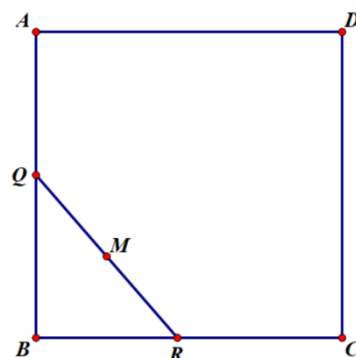
42. (12分) Rhodium 试着用一块圆形纸片进行各种各样的游戏。

- (1) 首先, Rhodium 试着用一块最小的圆形纸片覆盖一块三角形纸片。这时, Calcium 对他说: “这还不简单? 覆盖任何三角形的最小圆形纸片都是这个三角形的外接圆纸片。” 划线命题正确吗? 请证明或证伪。
- (2) 运用 (1) 中的知识解决问题: 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=15$ ,  $AC=13$ , 高  $AD=12$ , 则能包围该三角形的最小圆的半径是?
- (3) Rhodium 和 Hydrogen 还试着用足量半径为  $r$  的圆形纸片覆盖长为  $a$ 、宽为  $b$  的长方形, 要求纸片不能重叠。若 Hydrogen 先放置, 满足  $a \geq b > 2r$ , 则 Rhodium 是否有必胜策略? 请说明理由。



43. (8分) 如图, 正方形  $ABCD$  边长为 2, 长为 2 的线段  $QR$  两端在正方形的相邻两边同时滑动,  $Q$  从  $A$  点出发,  $R$  从  $B$  点出发, 分别沿正方形的边滑动一周后停止滑动,  $M$  为  $QR$  的中点。

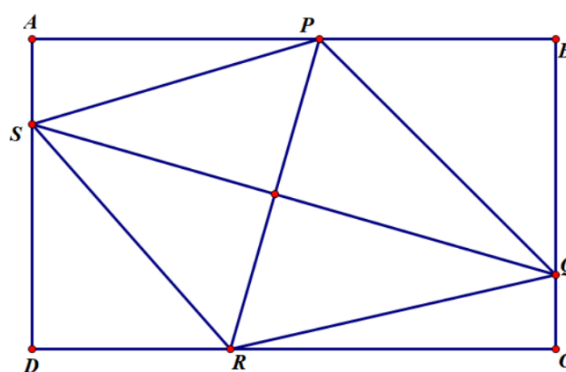
- (1)  $M$  的运动轨迹是否围成封闭图形? 如是, 请求出该图形的面积; 如不是, 请说明理由。
- (2) 连接  $AC$ ,  $BD$ , 两线段交于点  $O$ 。在点  $M$  运动过程中, 求  $OM$  长度的最小值。



第 43 题图

44. (8分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $BQ=DS=20$ ,  $PB=DR=15$ ,  $PR=30$ ,  $QS=40$ 。

- (1) 判断四边形  $PSRQ$  的形状, 并证明。
- (2) 求矩形  $ABCD$  的周长。



第 44 题图

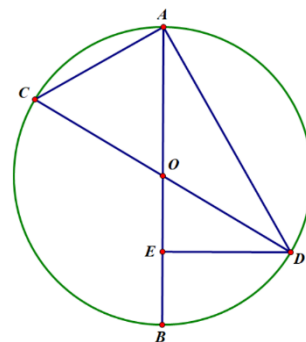
45. (8分) 概率和面积息息相关。

- (1) 若在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB=6$ ,  $BC=8$ , 选到直角三角形  $ABC$  中每一个点的概率相等, 则选中的点位于该三角形的内切圆的概率为多少?
- (2) 若  $0 \leq b \leq 114$ ,  $0 \leq c \leq 114^2$ , 实数  $b, c$  取到范围内每一实数的概率相同, 则  $x^2 + bx + c = 0$  有解的概率为多少?

46. (10 分) 如图, AB、CD 是圆 O 的直径, 作  $DE \perp AB$  于点 E,  $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle ADE} = 4 : 7$ 。

(1) 求  $\tan \angle BAD$  的值。

(2) 若点 F 在圆 O 上运动, 则当三角形 ADF 是等腰三角形、 $AD=7$  时, 求该三角形的周长。



第 46 题图

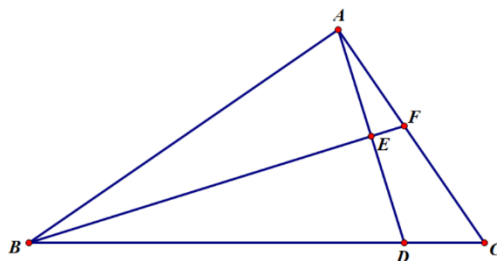
47. (14 分) 已知二次函数  $y = mx^2 - 4mx + 3m$ 。

(1) 求该二次函数的顶点坐标;

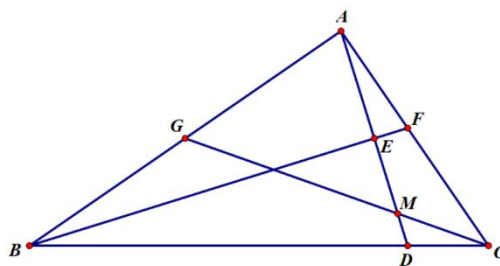
(2) 若  $m > 0$ ,  $A(a, y_1)$ ,  $B\left(\frac{3}{a+2}, y_2\right)$  ( $a \neq -2$ ) 在该二次函数上, 且  $y_1 < y_2$ , 求 a 的取值范围。

(3) 若  $C\left(2, \frac{m+4}{2}\right)$ ,  $D\left(4, \frac{m+4}{2}\right)$  所成的线段 CD 与该二次函数有且只有一个交点, 求 m 的取值范围。

48. (12 分) 如图, 在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $D$  在  $BC$  上, 连接  $AD$ , 作  $BF \perp AD$  分别交  $AD$ 、 $AC$  于点  $E$ 、 $F$ 。
- (1) 若  $BD=BA$ , 求证:  $\angle BAD=\angle C+\angle CAD$ ;
  - (2) 若  $BD=4DC$ ,  $G$  为  $AB$  中点, 连接  $CG$  交  $AD$  于点  $M$ , 求证:  $GM=2MC$ 。
  - (3) 在 (2) 的条件下, 探究  $AG$ 、 $AF$ 、 $AC$  三者间的数量关系, 并证明。



第 48 (1) 题图



第 48 (2) 题图