



Inteligența Artificială

Universitatea Politehnica București
Anul universitar 2013-2014

Adina Magda Florea



Curs nr. 6

Reprezentarea cunostintelor incerte

- Teoria probabilitatilor
- Factori de certitudine
- Retele Bayesiene



1. Teoria probabilitatilor

1.1 Cunostinte incerte

$\forall p \text{ simpt}(p, \text{Dur_d}) \rightarrow \text{factor}(p, \text{carie})$

$\forall p \text{ simpt}(p, \text{Dur_d}) \rightarrow \text{factor}(p, \text{carie}) \vee \text{factor}(p, \text{infl_ging}) \vee \dots$

■ LP

- dificultate (« lene »)
- ignoranta teoretica
- ignoranta practica

■ Teoria probabilitatilor → un grad numeric de **incredere** sau **plauzibilitate** a afirmatiilor in $[0,1]$

■ Gradul de adevar (fuzzy logic) \neq gradul de incredere



1.2 Definitii TP

- *Probabilitatea unui eveniment incert A* este masura gradului de incredere sau plauzibilitatea produceri unui eveniment
- Camp de probabilitate, S
- *Probabilitate neconditionata* (apriori) - inaintea obtinerii de probe pt o ipoteza / eveniment
- *Probabilitate conditionata* (aposteriori) - dupa obtinerea de probe

Exemple

$$P(\text{Carie}) = 0.1$$

$$P(\text{Vreme} = \text{Soare}) = 0.7$$

$$P(\text{Vreme} = \text{Ploaie}) = 0.2 \quad P(\text{Vreme} = \text{Nor}) = 0.1$$

Vreme - **variabila aleatoare**

- *Distributie de probabilitate*



Definitii TP - cont

- *Probabilitate conditionata* (aposteriori) - $P(A|B)$

$$P(\text{Carie} \mid \text{Dur_d}) = 0.8$$

Măsura probabilității producerii unui eveniment A
este o funcție $P:S \rightarrow R$ care satisface **axiomele**:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(S) = 1$ (sau $P(\text{adev}) = 1$ și $P(\text{fals}) = 0$)
- $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

$$P(A \vee \sim A) = P(A) + P(\sim A) - P(\text{fals}) = P(\text{adev})$$

$$\Rightarrow P(\sim A) = 1 - P(A)$$



Definitii TP - cont

A si B **mutual exclusive** $\rightarrow P(A \vee B) = P(A) + P(B)$

$$P(e_1 \vee e_2 \vee e_3 \vee \dots e_n) = \\ P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \dots + P(e_n)$$

e(a) – multimea de evenimente atomice mutual exclusive si exhaustive in care apare **a**

$$P(a) = \sum_{e_i \in e(a)} P(e_i)$$



1.3 Regula produsului

Probabilitatea conditionata de producere a evenimentului A in conditiile producerii evenimentului B

- $P(A|B) = P(A \wedge B) / P(B)$

$$P(A \wedge B) = P(A|B) * P(B)$$



1.4 Teorema lui Bayes

$P(A|B) = P(A \wedge B) / P(B)$ – regula produsului

$$P(A|B) = P(A \wedge B) / P(B)$$

$$P(B|A) = P(A \wedge B) / P(A)$$

$$\mathbf{P(B|A) = P(A|B) * P(B) / P(A)}$$



Teorema lui Bayes

$$P(B|A) = P(A|B) * P(B) / P(A)$$

- Daca **B** si **~B** sunt mutual exclusive si exhaustive, probabilitatea de producere a lui A in conditiile producerii lui B se poate scrie

$$P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge \sim B) = P(A|B)*P(B) + P(A| \sim B)*P(\sim B)$$

$$P(B|A) =$$

$$P(A | B) * P(B) / [P(A|B)*P(B) + P(A| \sim B)*P(\sim B)]$$



Teorema lui Bayes

Generalizarea la mai multe ipoteze

B - h, A - e

$$P(h|e) = P(e | h) * P(h) / [P(e|h)*P(h) + P(e| \sim h)*P(\sim h)]$$

Daca h_i mutual exclusive si exhaustive

$$P(h_i|e) = \frac{P(e|h_i) \cdot P(h_i)}{\sum_{j=1}^k P(e|h_j) \cdot P(h_j)}, \quad i = 1, k$$



Teorema lui Bayes

Generalizarea la mai multe ipoteze si evenimente

h_i – evenimente / ipoteze probabile ($i=1,k$);

e_1, \dots, e_n - probe

$P(h_i)$

$P(h_i | e_1, \dots, e_n)$

$P(e_1, \dots, e_n | h_i)$

$$P(h_i | e_1, e_2, \dots, e_n) = \frac{P(e_1, e_2, \dots, e_n | h_i) \cdot P(h_i)}{\sum_{j=1}^k P(e_1, e_2, \dots, e_n | h_j) \cdot P(h_j)}, \quad i = 1, k$$



Teorema lui Bayes - cont

Daca e_1, \dots, e_n sunt ipoteze independente
atunci

$$P(e|h_j) = P(e_1, e_2, \dots, e_n|h_j) = P(e_1|h_j) \cdot P(e_2|h_j) \cdot \dots \cdot P(e_n|h_j), j = 1, k$$

PROSPECTOR



1.5 Inferente din DP si TB

Distributie de probabilitate

$P(\text{Carie}, \text{Dur_d})$

	Dur_d	$\sim\text{Dur_d}$
Carie	0.04	0.06
$\sim\text{Carie}$	0.01	0.89

$$P(\text{Carie}) = 0.04 + 0.06 = 0.1$$

$$P(\text{Carie} \vee \text{Dur_d}) = 0.04 + 0.01 + 0.06 = 0.11$$

$$P(\text{Carie}|\text{Dur_d}) = P(\text{Carie} \wedge \text{Dur_d}) / P(\text{Dur_d}) = 0.04 / 0.05$$



Inferente din DP si TB

	Dur_d		~Dur_d	
	Evid	~Evid	Evid	~Evid
Carie	0.108	0.012	0.072	0.008
~Carie	0.016	0.064	0.144	0.576

Distributie de probabilitate

$P(\text{Carie}, \text{Dur_d}, \text{Evid})$

$$P(\text{Carie}) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 = 0.2$$

$$P(\text{Carie} \vee \text{Dur_d}) = 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 + 0.016 + 0.064 = 0.28$$

$P(\text{Carie}, \text{Dur_d}, \text{Vreme})$ – o tabela cu $2 \times 2 \times 3 = 12$ intrari
Distributie de probabilitate completa



Inferente din DP si TB

	Dur_d		~Dur_d	
	Evid	~Evid	Evid	~Evid
Carie	0.108	0.012	0.072	0.008
~Carie	0.016	0.064	0.144	0.576

$$P(\text{Carie} \mid \text{Dur_d}) = P(\text{Carie} \wedge \text{Dur_d}) / P(\text{Dur_d})$$

$$P(\sim\text{Carie} \mid \text{Dur_d}) = P(\sim\text{Carie} \wedge \text{Dur_d}) / P(\text{Dur_d})$$

$\alpha = 1 / P(\text{Dur_d})$ – constanta de normalizare a distributiei

$$P(\text{Carie} \mid \text{Dur_d}) = \alpha P(\text{Carie} \wedge \text{Dur_d}) =$$

$$\alpha [P(\text{Carie} \wedge \text{Dur_d} \wedge \text{Evid}) + P(\text{Carie} \wedge \text{Dur_d} \wedge \sim\text{Evid})] =$$

$$\alpha [<0.108, 0.016> + <0.012, 0.064>] = \alpha <0.12, 0.08> = <0.6, 0.4>$$

Chiar daca nu cunoastem α , adica $P(\text{Dur_d})$, putem calcula

$$\alpha = 0.12 + 0.08$$



Inferente din DP si TB

Generalizare – procedura generala de inferenta bazata pe DPC

Interogare asupra lui X

X – variabila de interogat (Carie)

E – lista de variabile probe (Dur_d)

e – lista valorilor observate pt aceste variabile E

Y – lista variabilelor neobservate (restul) (Evid)

$$\mathbf{P(Carie \mid Dur_d)} = \alpha [P(Carie \wedge Dur_d \wedge Evid) + P(Carie \wedge Dur_d \wedge \sim Evid)]$$

Insumarea se face peste toate combinatiile de valori ale variab. neobservate Y

$$\mathbf{P(X \mid e)} = \alpha \mathbf{P(X, e)} = \alpha \sum_y \mathbf{P(X, e, y)}$$



Inferente din DP si TB

$$\mathbf{P}(X \mid e) = \alpha \mathbf{P}(X, e) = \alpha \Sigma_y \mathbf{P}(X, e, y)$$

Avand DPC ecuatia poate da raspuns la
interogari cu variabile discrete

Complex computational

n var Bool – tabela $O(2^n)$

- timp $O(2^n)$



1.6 Independenta conditionala

$$P(\text{cauza} \mid \text{efect}) = P(\text{efect} \mid \text{cauza}) * P(\text{cauza}) / P(\text{efect})$$

$$P(Y \mid X) = P(X \mid Y) * P(Y) / P(X)$$

$$P(Y \mid X) = \alpha P(X \mid Y) * P(Y)$$

Dur_d, Evid – **variabile independente conditional in conditiile in care exista Carie**

$$P(\text{Cauza}, \text{Efect}_1, \text{Efect}_2, \dots) =$$

$$P(\text{Cauza}) * \prod_i P(\text{Efect}_i \mid \text{Cauza})$$

Model Bayesian naiv



1.7 Limitari ale TP

- Cantitate mare de date statistice
- Valoare numerica unica
- Ignoranta = incertitudine
- *Paradoxul lui Hempel*
 - $P(h|e)$
 - h_1 - toti corbii sunt negrii
 - h_2 - orice obiect care nu este negru nu este corb
 - e - vaza este verde
 - $P(h_2|e)$ h_1 logic echivalent cu h_2 $P(h_1|e)$



2. Factori de certitudine

- Modelul MYCIN - euristic
- Factori de certitudine / Coeficienti de incredere (CF)
- Model euristic al reprezentarii cunostintelor incerte
- In sistemul MYCIN se folosesc doua functii probabilistice pentru a modela increderea si neincrederea intr-o ipoteza:
 - *functia de masura a increderii*, notata MB
 - *functia de masura a neincrederii*, notata MD
- $MB[h,e]$ - reprezinta masura cresterii increderii in ipoteza h pe baza probei e
- $MD[h,e]$ - reprezinta masura cresterii neincrederii in ipoteza h pe baza probei e



2.1 Functii de incredere

$$MB[h, e] = \begin{cases} 1 & \text{daca } P(h) = 1 \\ \frac{\max(P(h | e), P(h)) - P(h)}{\max(0, 1) - P(h)} & \text{in caz contrar} \end{cases}$$

$$MD[h, e] = \begin{cases} 1 & \text{daca } P(h) = 0 \\ \frac{\min(P(h | e), P(h)) - P(h)}{\min(0, 1) - P(h)} & \text{in caz contrar} \end{cases}$$

- *Factorul (coeficientul) de certitudine*

$$CF[h, e] = MB[h, e] - MD[h, e]$$



Functii de incredere - caracteristici

- *Domeniul de valori*

$$0 \leq MB[h,e] \leq 1 \qquad 0 \leq MD[h,e] \leq 1 \qquad -1 \leq CF[h,e] \leq 1$$

- *Ipotezele sustinute de probe sunt independente*

- Daca se stie ca h este o ipoteza sigura, i.e. $P(h|e) = 1$, atunci

$$MB[h,e] = \frac{1 - P(h)}{1 - P(h)} = 1 \qquad MD[h,e] = 0 \qquad CF[h,e] = 1$$

- Daca se stie ca negatia lui h este sigura, i.e. , $P(h|e) = 0$ atunci

$$MB[h,e] = 0 \qquad MD[h,e] = \frac{0 - P(h)}{0 - P(h)} = 1 \qquad CF[h,e] = -1$$



MYCIN - Exemplu de utilizare CF

- Regula in sistemul MYCIN
daca tipul organismului este gram-pozitiv, si
morfologia organismului este coc, si
conformatia cresterii organismului este lant
atunci exista o incredere puternica (0.7)
ca identitatea organismului este streptococ.
- Exemple de fapte in sistemul MYCIN :
(identitate organism-1 pseudomonas 0.8)
(identitate organism-2 e.coli 0.15)
(loc cultura-2 git 1.0)



2.2 Functii de combinare a incertitudinii

(1) Probe adunate incremental

- Aceeasi valoare de atribut, h , este obtinuta pe doua cai de deductie distincte, cu doua perechi diferite de valori pentru CF, $CF[h,s1]$ si $CF[h,s2]$
- Cele doua cai de deductie distincte, corespunzatoare probelor sau ipotezelor $s1$ si $s2$ pot fi ramuri diferite ale arborelui de cautare generat prin aplicarea regulilor sau probe indicate explicit sistemului de medic.
- $CF[h, s1\&s2] = CF[h,s1] + CF[h,s2] - CF[h,s1]*CF[h,s2]$
- (identitate organism-1 pseudomonas 0.8)
- (identitate organism-1 pseudomonas 0.7)



Functii de combinare a incertitudinii

(2) Conjunctie de ipoteze

- Se aplica pentru calculul CF asociat unei premise de regula care contine mai multe conditii

daca $A = a1$ si $B = b1$ **atunci** ...

ML: $(A \ a1 \ s1 \ cf1) \ (B \ b1 \ s2 \ cf2)$

- $CF[h1\&h2, s] = \min(CF[h1,s], CF[h2,s])$
- Se generalizeaza pt mai multe conditii



Functii de combinare a incertitudinii

(3) Combinarea increderii

- O valoare incerta este dedusa pe baza unei reguli care are drept conditie de intrare alte valori incerte (deduse eventual prin aplicarea altor reguli).
- Permite calculul factorului de certitudine asociat valorii deduse pe baza aplicarii unei reguli care refera valoarea in concluzie, tinind cont de CF-ul asociat premisei regulii.
- $CF[s,e]$ - increderea intr-o ipoteza s pe baza unor probe anterioare e
- $CF[h,s]$ - CF in h in cazul in care s este sigura
- $CF'[h,s] = CF[h,s] * CF[s,e]$



Functii de combinare a incertitudinii

(3) Combinarea increderii – cont

daca $A = a1$ **si** $B = b1$ **atunci** $C = c1$ 0.7

ML: $(A \ a1 \ 0.9)$ $(B \ b1 \ 0.6)$

$$CF(\text{premisa}) = \min(0.9, 0.6) = 0.6$$

$$CF(\text{concluzie}) = CF(\text{premisa}) * CF(\text{regula}) = 0.6 * 0.7$$

ML: $(C \ c1 \ 0.42)$



2.3 Limitari ale modelului CF

- Modelul coeficientilor de certitudine din MYCIN presupune ca ipotezele sustinute de probe sunt independente.
- Un exemplu care arata ce se intimpla in cazul in care aceasta conditie este violata.

Fie urmatoarele fapte:

A: Aspersorul a functionat noaptea trecuta.

U: Iarba este uda dimineata.

P: Noaptea trecuta a plouat.



Limitari ale modelului CF - cont

A: Aspersorul a functionat noaptea trecuta.

U: Iarba este uda dimineata.

P: Noaptea trecuta a plouat.

si urmatoarele doua reguli care leaga intre ele aceste fapte:

R1: **daca** aspersorul a functionat noaptea trecuta
 atunci exista o incredere puternica (0.9) ca iarba este
 uda dimineata

R2: **daca** iarba este uda dimineata
 atunci exista o incredere puternica (0.8) ca noaptea
 trecuta a plouat



Limitari ale modelului CF - cont

- $CF[U,A] = 0.9$
- deci proba aspersor sustine iarba uda cu 0.9

- $CF[P,U] = 0.8$
- deci iarba uda sustine ploaie cu 0.8

- $CF[P,A] = 0.8 * 0.9 = 0.72$
- deci aspersorul sustine ploaia cu 0.72
- **Solutii**



3 Retele Bayesiene

- Reprezinta dependente intre variabile aleatoare
- Specificarea distributiei de probabilitate
- Simplifica calculele
- Au asociata o reprezentare grafica convenabila
- DAG care reprezinta relatiile cauzale intre variabile
- Pe baza structurii retelei se pot realiza diverse tipuri de inferente
- Calcule complexe in general dar se pot simplifica pentru structuri particulare



3.1 Structura retelelor Bayesiene

O RB este un DAG in care:

- Nodurile reprezinta variabilele aleatoare
- Legaturile orientate $X \rightarrow Y$: X are o influenta directa asupra lui Y , $\mathbf{X=Parinte(X)}$
- Fiecare nod are asociata o tabela de probabilitati conditionate care cuantifica efectul parintilor asupra nodului
 - $\mathbf{P(X_i | Parinti(X_i))}$

Structura retelelor Bayesiene - cont

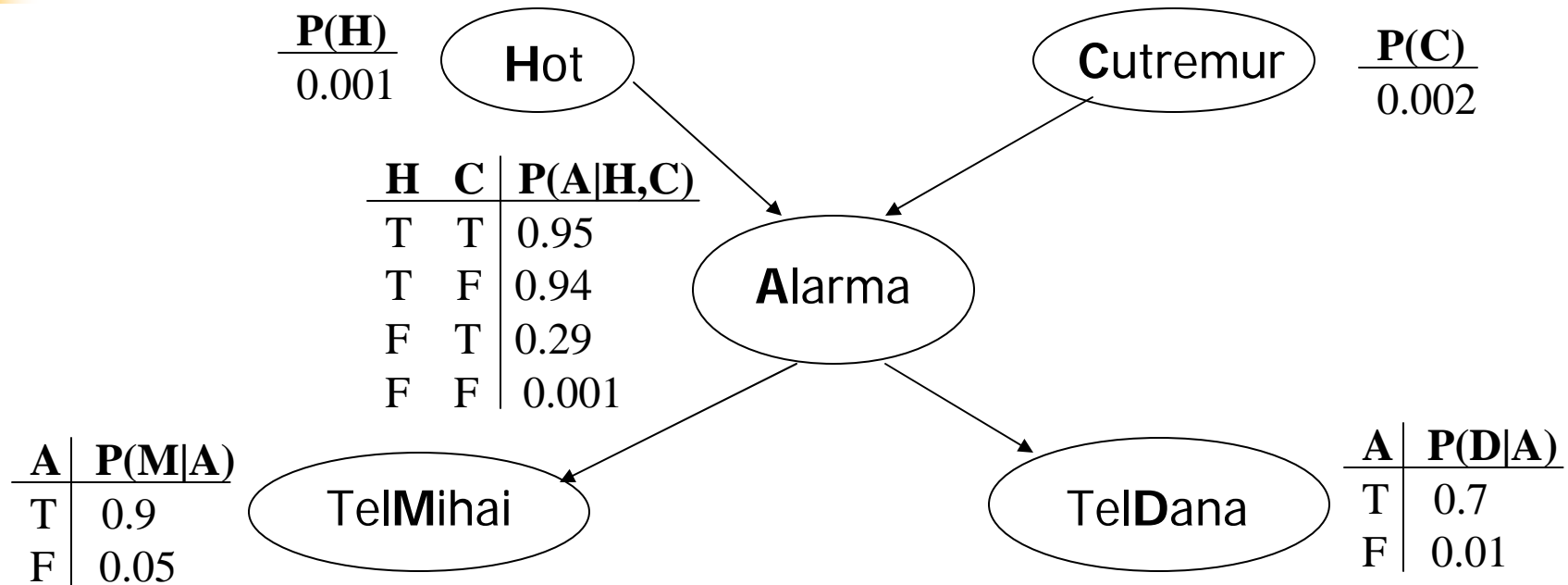


Tabela de probabilitati conditionate

H	C	P(A H, C)	
		T	F
T	T	0.95	0.05
T	F	0.94	0.06
F	T	0.29	0.71
F	F	0.001	0.999



Structura retelelor Bayesiene

In general X (Cauza) \rightarrow Y (Efect)

- Stabilesc topologia
- Specifica distributia de probabilitati conditionate
- Combinarea topologiei si distributia de probabilitati conditionate este suficienta pentru a specifica (implicit) intreaga DPC
- DPC poate raspunde la interogari
- Si RB la fel, mai eficient



3.2 Semantica retelelor Bayesiene

- Reprezentare a distributiei de probabilitate
- Specificare a independentei conditionale – constructia retelei
- Fiecare valoare din distributia de probabilitate poate fi calculata ca:

$$P(X_1=x_1 \wedge \dots X_n=x_n) = P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1,n} P(x_i \mid \text{parinti}(x_i))$$

unde $\text{parinti}(x_i)$ reprezinta valorile specifice ale variabilelor $\text{Parinti}(X_i)$



3.3 Construirea rețelei

Cum sa construim o retea a.i. RB/DPC sa fie o buna reprezentare?

Ecuatia $P(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) = \prod_{i=1, n} P(\mathbf{x}_i \mid \text{parinti}(\mathbf{x}_i))$ implica anumite relatii de independenta conditionala care pot ghida construirea rețelei

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}_1=\mathbf{x}_1 \wedge \dots \mathbf{X}_n=\mathbf{x}_n) &= P(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) = \\ P(\mathbf{x}_n \mid \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_1) * P(\mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_1) &= \dots = \\ P(\mathbf{x}_n \mid \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_1) * P(\mathbf{x}_{n-1} \mid \mathbf{x}_{n-2}, \dots, \mathbf{x}_1) * \dots &* P(\mathbf{x}_2 \mid \mathbf{x}_1) * P(\mathbf{x}_1) = \\ \prod_{i=1, n} P(\mathbf{x}_i \mid \mathbf{x}_{i-1}, \dots, \mathbf{x}_1) &- \text{valabila in general} \end{aligned}$$

- DPC daca, pt fiecare variabila X_i din RB

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X}_i \mid \mathbf{X}_{i-1}, \dots, \mathbf{X}_1) &= P(\mathbf{x}_i \mid \text{Parinti}(\mathbf{X}_i)) \text{ cu conditia ca} \\ \text{Parinti}(\mathbf{X}_i) &\subseteq \{ \mathbf{X}_{i-1}, \dots, \mathbf{X}_1 \} \end{aligned}$$



Construirea rețelei

Pt fiecare variabila X_i din RB

$P(X_i \mid X_{i-1}, \dots, X_1) = P(x_i \mid \text{Parinti}(X_i))$ cu
conditia ca

$$\text{Parinti}(X_i) \subseteq \{ X_{i-1}, \dots, X_1 \}$$

- O RB este o reprezentare corecta a domeniului cu conditia ca fiecare nod sa fie independent conditional de predecesori, fiind dati parintii lui



Construirea rețelei

- Condiția poate fi satisfăcută prin etichetarea nodurilor într-o ordine consistentă cu DAG
- Intuitiv, părinții unui nod X_i trebuie să fie toate acele noduri X_{i-1}, \dots, X_1 care influențează direct X_i .

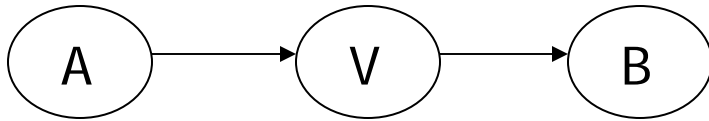


Construirea rețelei - cont

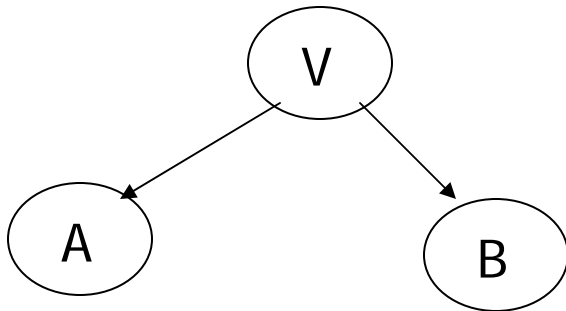
- Alege o multime de variabile aleatoare relevante care descriu problema
- Alege o ordonare a acestor variabile
- **cat timp** mai sunt variabile **repeta**
 - (a) alege o variabila X_i si adauga un nod corespunzator lui X_i
 - (b) atribuie $\text{Parinti}(X_i) \leftarrow$ un set minim de noduri deja existente in retea a.i. proprietatea de independenta conditionala este satisfacuta
 - (c) defineste tabela de probabilitati conditionate pentru X_i

Deoarece fiecare nod este legat numai la noduri anterioare \rightarrow
DAG

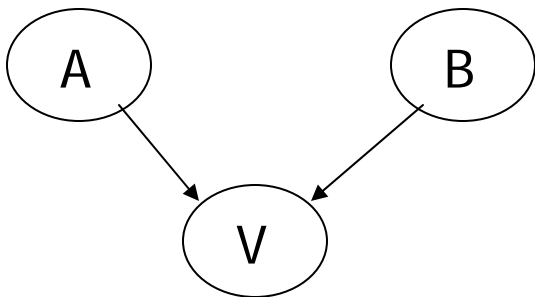
3.4 Inferente probabilistiche



$$P(A \wedge V \wedge B) = P(A) * P(V|A) * P(B|V)$$

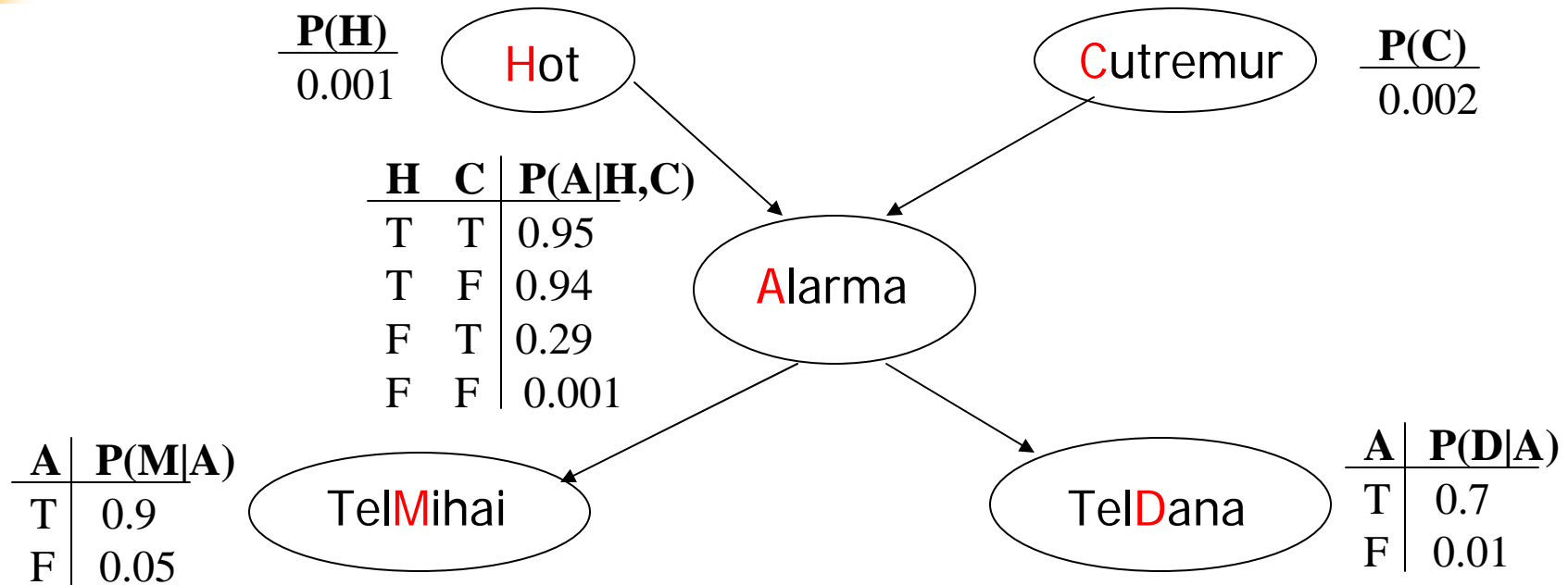


$$P(A \wedge V \wedge B) = P(V) * P(A|V) * P(B|V)$$



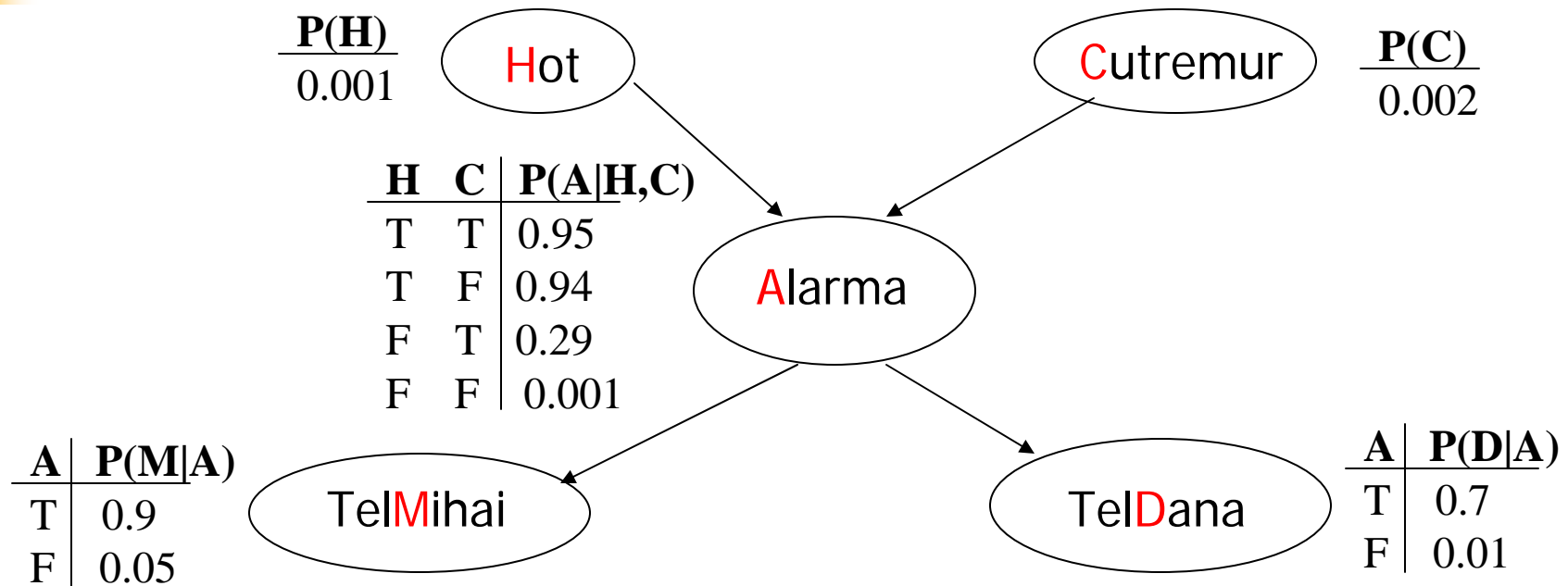
$$P(A \wedge V \wedge B) = P(A) * P(B) * P(V|A,B)$$

Inferente probabilistică



$$\begin{aligned}
 &P(M \wedge D \wedge A \wedge \sim H \wedge \sim C) = \\
 &P(M|A) * P(D|A) * P(A|\sim H \wedge \sim C) * P(\sim H) \wedge P(\sim C) = \\
 &0.9 * 0.7 * 0.001 * 0.999 * 0.998 = 0.00062
 \end{aligned}$$

Inferente probabilistică



$$\begin{aligned}
 P(A|H) &= P(A|H,C) * P(C|H) + P(A|H,\sim C) * P(\sim C|H) \\
 &= P(A|H,C) * P(C) + P(A|H,\sim C) * P(\sim C) \\
 &= 0.95 * 0.002 + 0.94 * 0.998 = 0.94002
 \end{aligned}$$



3.5 Inferenta prin enumerare

X – variabila de interogare (Carie)

E – lista de variabile probe (Dur_d)

e – lista valorilor observate pt aceste variabile E

Y – lista variabilelor neobservate (restul) (Evid)

$$\mathbf{P}(X \mid e) = \alpha \mathbf{P}(X, e) = \alpha \sum_y \mathbf{P}(X, e, y)$$

$$P(H|M,D) = \alpha P(H,M,D) =$$

$$\alpha \sum_C \sum_A P(H)P(C)P(A|H,C)P(M|A)P(D|A)$$

n var bool $\rightarrow O(2^n)$



Inferenta prin enumerare

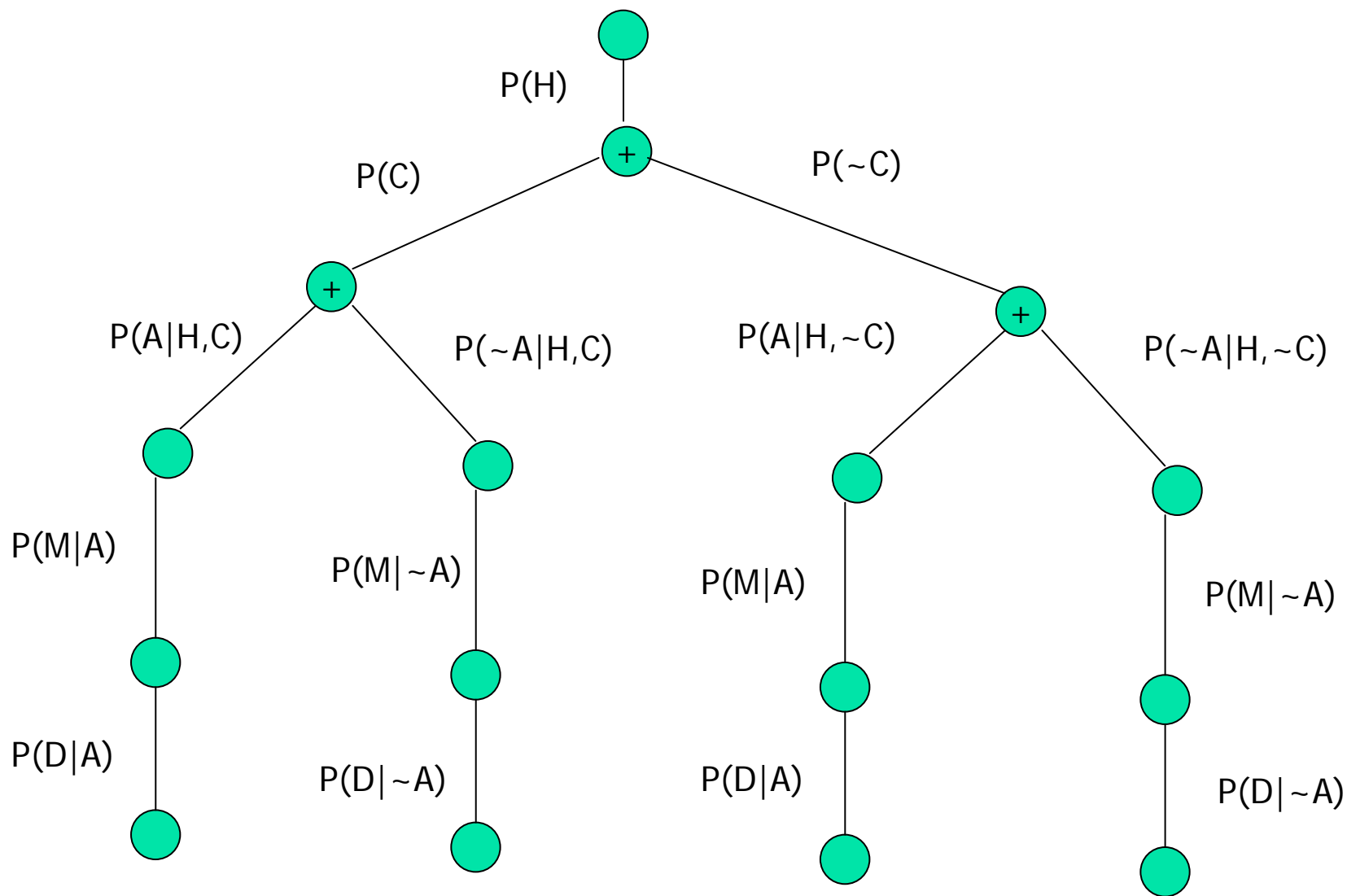
$$P(H|M,D) = \alpha \sum_C \sum_A P(H)P(C)P(A|H,C)P(M|A)P(D|A)$$

$$\begin{aligned} P(H|M,D) &= \alpha P(H) \sum_C P(C) \sum_A P(A|H,C)P(M|A)P(D|A) \\ &= \alpha \langle 0.00059224, 0.0014919 \rangle =_{\text{aprox}} \langle 0.284, 0.716 \rangle \end{aligned}$$

Complexitate spatiu – $O(n)$

Complexitate timp $O(2^n)$

$P(M|A)P(D|A)$ si $P(M|\sim A)P(D|\sim A)$ se calculeaza de 2 ori



Inferenta prin enumerare - algoritm

algoritm Enumerare(X, e, rb) intoarce distributie X

X – var de interogare

e – valori observate pt E

rb – Retea Bayesiană cu var $\{X\} \cup E \cup Y$

1. $Q(X) \leftarrow$ o distributie X , initial vida
 2. **pentru** fiecare valoare x_i a lui X **repeta**
 $Q(x_i) \leftarrow$ **EnumToate**($rb.Vars, e_{xi}$)
unde e_{xi} este e extins cu $X=x_i$
 3. **intoarce** Normalizare($Q(x)$)
- sfarsit**

Inferenta prin enumerare - algoritm

algoritm EnumToate(Vars,e) intoarce un numar real

1. **daca** Vars = [] **atunci** intoarce 1.0

2. $Y \leftarrow \text{first}(\text{Vars})$

3. **daca** Y are valoare y in e

atunci intoarce $P(y|\text{parinti}(Y)) * \text{EnumToate}(\text{Rest}(\text{Vars}),e)$

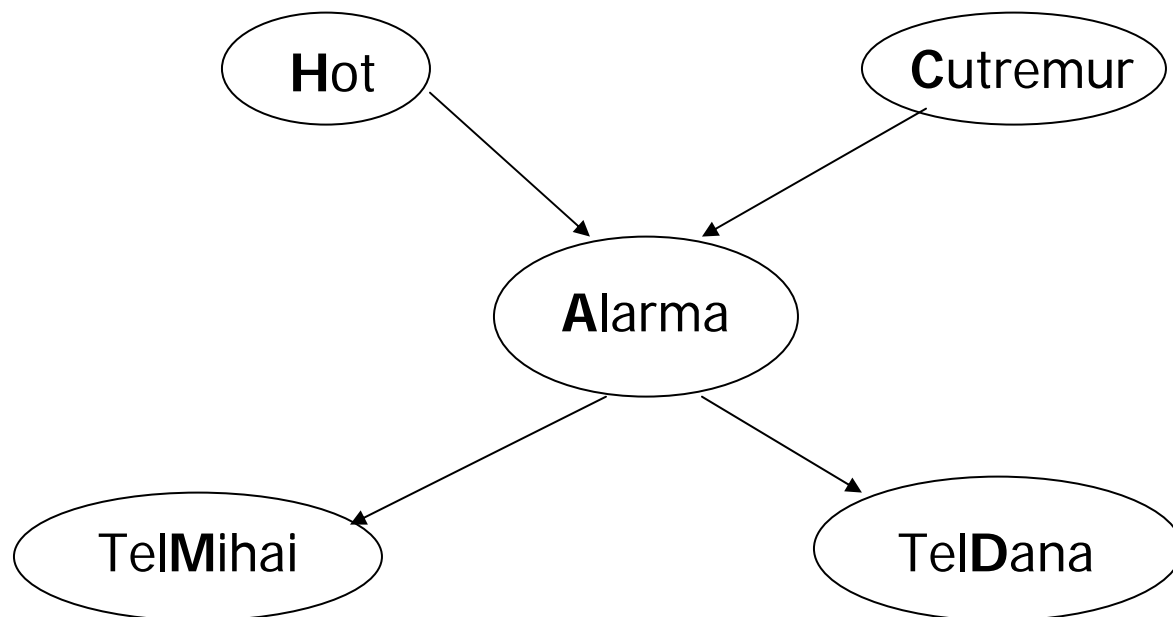
altfel intoarce

$$\sum_y P(y|\text{parinti}(Y)) * \text{EnumToate}(\text{Rest}(\text{Vars}),e_y)$$

unde e_y este e extins cu $Y=y$

sfarsit

3.6 Tipuri de inferenta



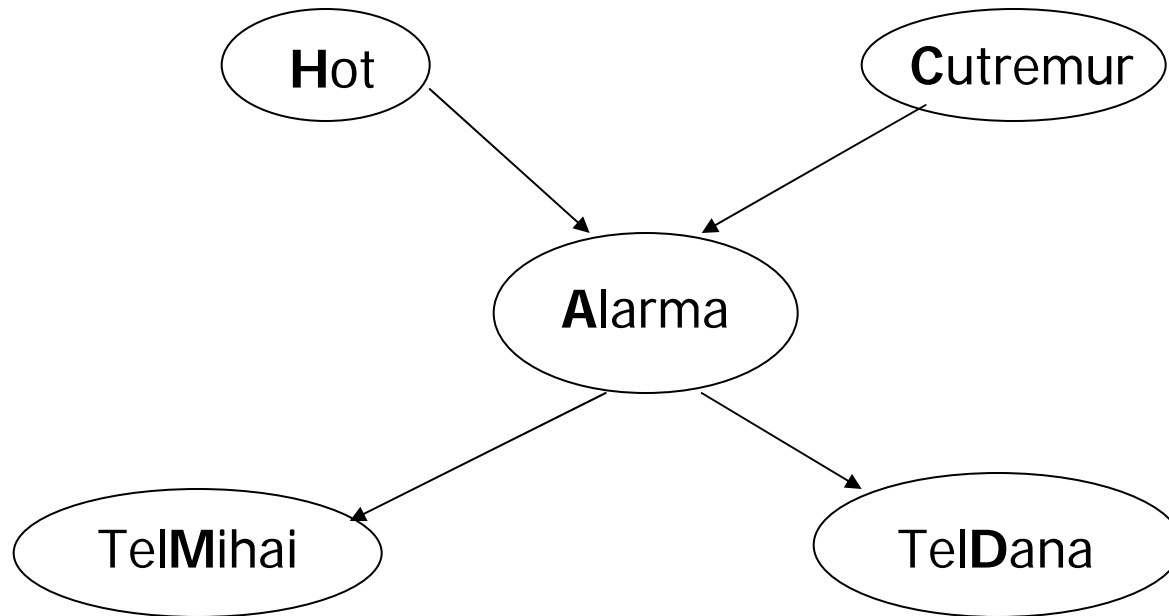
Inferente de diagnosticare (efect \rightarrow cauza)

$P(\text{Hot} \mid \text{TelMihai})$

Inferente cauzale (cauza \rightarrow efect)

$P(\text{TelMihai} \mid \text{Hot}), P(\text{TelDana} \mid \text{Hot})$

Tipuri de inferenta



Inferente intercauzale (intre cauza si efecte comune)

$$P(\text{Hot} \mid \text{Alarma} \wedge \text{Cutremur})$$

Inferente mixte

$$P(\text{Alarma} \mid \text{TelMihai} \wedge \sim \text{Cutremur}) \rightarrow \text{diag} + \text{cauzal}$$

$$P(\text{Hot} \mid \text{TelMihai} \wedge \sim \text{Cutremur}) \rightarrow \text{diag} + \text{intercauzal}$$