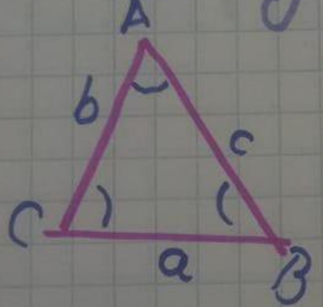
Funciones, Identidad y Ecuaciones Trigonométricas



$\text{Sen}\,x = \frac{co}{h}$

$\text{Cos}\,x = \frac{ca}{h}$

$\text{Tan}\,x = \frac{co}{ca}$

Sec — Cos

Cot — Tan

Csc — Sen

Identidades y ecuaciones trigonométricas.

Una identidad es una ecuación que es valida para todos los valores de las variables. Por lo que será una igualdad verdadera. Sin importar si el Valor es negativo o decimal.

Identidad trigonométrica. Es una identidad que contiene funciones trigonométricas las cuales son ($\text{Sen}\,x$, $\text{Cos}\,A$, $\tan B$, $\text{Cot}\,\theta$, $\text{Sec}\,C$, $\text{Csc}\,x$).

Por esemplo:

$$\tan A = \frac{\text{Sen}\,A}{\text{Cos}\,A}$$

Debido a que es una igualdad que contiene una incognita "A", pero todos los ángulos deben ser iguales.

- Sen x
- Cos x
- tan x
- Cot x
- Sec x
- Csc x

$$\text{Sen}\,x = \frac{1}{\text{Csc}\,x}$$

$$\text{Cos}\,x = \frac{1}{\text{Sec}\,x}$$

$$\tan x = \frac{1}{\text{Cot}\,x}$$

$$\text{Cot}\,x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\text{Sec}\,x = \frac{1}{\text{Cos}\,x}$$

$$\text{Csc} = \frac{1}{\text{Sen}\,x}$$

1. Identidad trigonométrica.

$$\frac{1+\operatorname{Sen}x}{1-\operatorname{Sen}x} - \frac{1-\operatorname{Sen}x}{1+\operatorname{Sen}x} = 4\operatorname{Tan}x\operatorname{Sec}x.$$

1. Empezamos resolviendo la resta de fracciones en cruz.

$$\frac{(1+\operatorname{Sen}x)^2-(1-\operatorname{Sen}x)^2}{(1-\operatorname{Sen}x)(1+\operatorname{Sen}x)} \qquad \frac{1+\operatorname{Sen}x}{1-\operatorname{Sen}x} - \frac{1-\operatorname{Sen}x}{1+\operatorname{Sen}x}$$

2. Desarrollamos las operaciones.

Arriba se tiene un binomio al cuadrado por lo que se desarrolla. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$$\frac{(1+2\operatorname{Sen}x+\operatorname{Sen}^2x)-(1-2\operatorname{Sen}x+\operatorname{Sen}^2x)}{1-\operatorname{Sen}^2x}$$

3. En el denominador tenemos otro producto notable llamado suma por diferencia. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

4. Continuamos eliminando paréntesis.

$$\frac{1+2\operatorname{sen}x+\operatorname{Sen}^2x-1+2\operatorname{Sen}x-\operatorname{Sen}^2x}{\operatorname{Cos}^2x}$$

Unidad fundamental de la trigonometría.

5. Cancelación de terminos diferentes y sumar términos iguales.

$$\frac{\cancel{1}+2Sen x+\cancel{Sen^2 x}-\cancel{1}+2Sen x-\cancel{Sen^2 x}}{Cos^2 x}=$$

$$\frac{4Sen x}{Cos^2 x}=4\,Tan x\,Sec x$$

6. Reordenar los términos.

$$4\cdot\frac{Sen x}{Cos x}\cdot\frac{1}{Cos x}=4\,Tan x\,Sec x=4\,Tan x\,Sec x$$

2. $\frac{1}{Cos x}-\frac{Cos x}{1+Sen x}=Tan x$

1. Realizar las operaciones resolviendo la resta de fracciones de distinto denominador

$$\frac{1+Sen x-Cos^2 x}{Cos x\cdot(1+Sen x)}$$

2. Utilizamos la identidad fundamental de la trigonometría $Sen^2 x+Cos^2 x=1$

3. Despejamos. $Cos^2 x=1-Sen^2 x$

$$\frac{1+Sen x-(1-Sen^2 x)}{Cos x\cdot(1+Sen x)}=$$

$$\frac{\cancel{1}+Sen x-\cancel{1}+Sen^2 x)}{Cos x\cdot(1+Sen x)}=$$

4. Se eliminan terminos diferentes e iguales se suman.

$$\frac{Sen x+Sen^2 x}{Cos x(1+Sen x)}$$

5. Extraer factor común del numerador.

$$\frac{\text{Sen}\,x \cdot \cancel{(1+\text{Sen}\,x)}}{\text{Cos}\,x \cdot \cancel{(1+\text{Sen}\,x)}} =$$

6. Eliminar Sen$x$ y se hace simplificación.

$$\frac{\text{Sen}\,x}{\text{Cos}\,x} = \text{Tan}\,x.$$

3. Identidad trigonométrica.

$$\text{Sen}^4 x = \frac{1-\text{Cos}^2 x}{\text{Csc}^2 x}$$

1. Se busca la inversa de Cosecante que es: $\frac{1}{\text{Sen}^2 x}$

$$\frac{\text{Sen}^2 x}{\frac{1}{\text{Sen}^2 x}}$$

2. Se usa el inverso de Cos x que es: Sen x

3. Se hace una igualación a fracciones para poder dividir.

$$\frac{\frac{\text{Sen}^2 x}{1}}{\frac{1}{\text{Sen}^2 x}} = \frac{\text{Sen}^4 x}{1} = \text{Sen}^4 x$$

Ecuaciones Trigonométricas.

1. $2\,\text{Sen}\theta - 1 = 0$

Encontrar los valores de θ teniendo en cuenta la sig condición. $0 \leq \theta < 2\pi$

1. Despejar.

$$2\,sen\,\theta = 1 \quad sen^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \theta$$
$$sen\,\theta = \frac{1}{2} \quad \text{función inversa}$$

2. Utilizamos el círculo unitario para ver que valores hacen contacto con el círculo. Gráfico de la función seno.

$$R/\ \theta = \left\{\frac{\pi}{6};\ \frac{5\pi}{6}\right\} = 30°;\ 150°$$

2. $2\cos\alpha + \sqrt{3} = 0$

Hay que encontrar alfa con ayuda de la condición.

$$0 \leq \alpha < 2\pi$$

1. Despejar.

$$2\cos\alpha = -\sqrt{3}$$
$$\cos\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

2. Buscar entre 0 y 2π radianes todos los ángulos de α

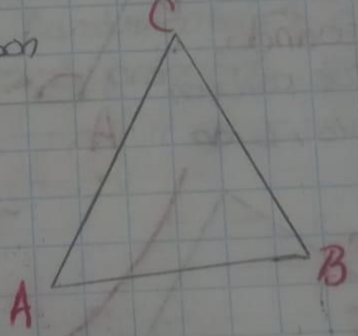
$$R/\ \alpha = \left\{\frac{5\pi}{6};\ \frac{7\pi}{6}\right\}$$

Aplicaciones.

Ley de Senos.

Se utiliza en cualquier tipo de triángulos, especialmente en los oblicuos, mientras no sean triángulos rectángulos ya que se trabajan con teorema de Pitágoras

Las letras en mayúsculas son la representación de los ángulos.



Se trabaja con el ángulo y su lado opuesto y se escribe de la sig manera.

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

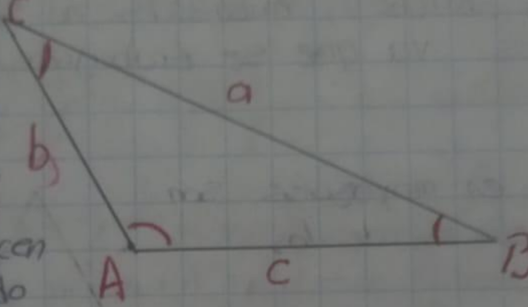
Se utiliza cuando conocemos una pareja y cualquier otro dato.

La ecuación no se usa completa, solo se usan 2 letras dependiendo de los datos que se conozcan.

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}$$

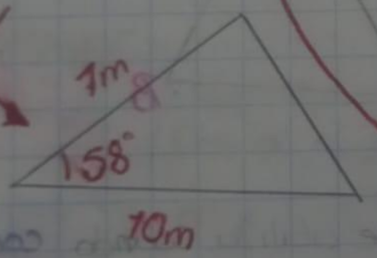
Ley de Cosenos.

Se utiliza en triángulos que no sean rectangulos.
Los angulos se representan con letras mayusúlas (A, B, C, D, etc), los lados con letras minúsculas (a, b, c, d).

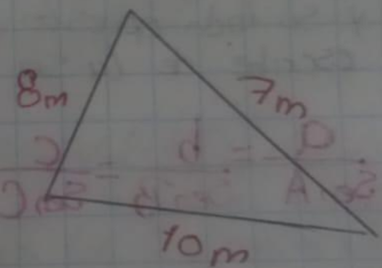


Teorema de Cosenos se utiliza cuándo:

- LAL. Se conocen lado, ángulo, lado



- LLL. Se conocen los 3 lados.



"El cuadrado de ese lado es igual a la suma de los otros 2 cuadrados."

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Conclusión.

Las ecuaciones e identidades trigonométricas utilizan las funciones trigonométricas en distintos ejercicios y aplicaciones utilizando la teoría de la ley de seno, coseno y el teorema de coseno que es muy parecido al teorema de Pitágoras. Es importante saber utilizar las funciones trigonométricas pues son fundamentales para estos temas y para las materias próximas ya que estas son básicas.