

## TRANSFORMADA DE LAPLACE

La transformada de Laplace convierte una función de una variable real en el dominio del tiempo a una función de variable compleja en el dominio de la frecuencia (s).

Por definición, la transformada de Laplace de una función se representa de la siguiente manera:

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Laplace demostró cómo transformar las ecuaciones diferenciales que están en el dominio del tiempo a ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia, y de esta manera es mucho más fácil encontrar la solución de la ecuación diferencial.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



## PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.

- **LINEALIDAD.** En una ecuación con varias funciones, se puede calcular la transformada de Laplace de cada término y de cada una de las funciones por separado, cabe mencionar que las constantes salen de la transformada de Laplace.

$$L\{af(t) + bg(t)\} = aL\{f(t)\} + bL\{g(t)\}$$

## TEOREMA DE TRASLACIÓN

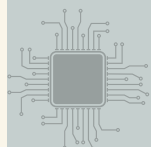
- Cuando se quiera realizar la transformada de Laplace de una función multiplicado por una exponencial, se puede usar el teorema de traslación.

$$L\{f(t)e^{at}\} = F(s - a)$$

## TEOREMA DE LA CONVOLUCIÓN

- Si  $f * g$  representa la convolución de las funciones  $f$  y  $g$ , entonces al calcular la transformada de Laplace se puede sacar la transformada de cada una de las funciones y multiplicarlas.

$$L\{f(t) * g(t)\} = L\{f(t)\}L\{g(t)\}$$



## TEOREMA DE LA TRANSFORMADA DE LA DERIVADA

- Donde  $F(s) = L\{f(t)\}$  y su finalidad es cancelar la derivada del orden que sea con tan solo multiplicar la variable  $s$  elevada al orden de la derivada por la función y le resta sus condiciones iniciales.

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \dot{f}(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

- La siguiente ecuación muestra la transformada de Laplace de la primera derivada, donde se ve que se multiplica por  $s$  la transformada de Laplace de la función menos su condición inicial, es importante señalar que si no se cuenta con las condiciones iniciales ese término es igual a cero.

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

- Aplicando este teorema para la segunda derivada se obtiene la ecuación, donde se ve que ahora se multiplica  $F(s)$  por  $s^2$  para así eliminar la segunda derivada y se le restan las condiciones iniciales, de la misma manera si no existen condiciones iniciales esos términos son igual a cero.

$$L\{f''(t)\} = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$$

## TEOREMA DE LA TRANSFORMADA DE LA INTEGRAL

- La ecuación muestra cómo se aplica este teorema cuando se calcula la transformada de Laplace a una integral, esto es, se multiplica por 1 entre  $s$  la transformada de la función.

$$L\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{s} L\{f(t)\}$$

## APLICACIONES MAS COMUNES

- Resolver ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Analizar circuitos eléctricos y electrónicos.
- Estudiar sistemas dinámicos en ingeniería, física y matemáticas.
- Modelar y analizar sistemas de control y procesos estocásticos.
- Resolver problemas de transferencia de calor, difusión y propagación de ondas.

