TRANSFORMADA DE LAPLACE

La transformada de Laplace convierte una función de una variable real en el dominio del tiempo a una función de variable compleja en el dominio de la frecuencia (s).

Por definición, la transformada de Laplace de una función se representa de la siguiente manera:

$$L\{f(t)\} = \int_{0}^{\infty} e^{-st} f(t)dt$$

Laplace demostró cómo transformar las ecuaciones diferenciales que están en el dominio del tiempo a ecuaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia, y de esta manera es mucho más fácil encontrar la solución de la ecuación diferencial.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.

- ***LINEALIDAD.*** En una ecuación con varias funciones, se puede calcular la transformada de Laplace de cada término y de cada una de las funciones por separado, cabe mencionar que las constantes salen de la transformada de Laplace.

$$L\{af(t) + bg(t)\} = a\,L\{f(t)\} + bL\{g(t)\}$$

TEOREMA DE TRANSLACIÓN

- Cuando se quiera realizar la transformada de Laplace de una función multiplicado por una exponencial, se puede usar el teorema de traslación.

$$L\{f(t)e^{at}\} = F(s - a)$$

TEOREMA DE LA CONVOLUCIÓN

- Si f * g representa la convolución de las funciones f y g, entonces al calcular la transformada de Laplace se puede sacar la transformada de cada una de las funciones y multiplicarlas.

$$L\{f(t) * g(t)\} = L\{f(t)\}L\{g(t)\}$$

TEOREMA DE LA TRANSFORMADA DE LA DERIVADA

- Donde *F(s) = L{f(t)}* y su finalidad es cancelar la derivada del orden que sea con tan solo multiplicar la variable *s* elevada al orden de la derivada por la función y le resta sus condiciones iniciales.

$$L\{f^{n}(t)\} = s^{n}F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \ldots - f^{n-1}(0)$$

- La siguiente ecuación muestra la transformada de Laplace de la primera derivada, donde se ve que se multiplica por s la transformada de Laplace de la función menos su condición inicial, es importante señalar que si no se cuenta con las condiciones iniciales ese término es igual a cero.

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

- Aplicando este teorema para la segunda derivada se obtiene la ecuación, donde se ve que ahora se multiplica F(s) por s2 para así eliminar la segunda derivada y se le restan las condiciones iniciales, de la misma manera si no existen condiciones iniciales esos términos son igual a cero.

$$L\{f''(t)\} = s^{2}F(s) - sf(0) - f'(0)$$

TEOREMA DE LA TRANSFORMADA DE LA INTEGRAL ∫

- La ecuación muestra cómo se aplica este teorema cuando se calcula la transformada de Laplace a una integral, esto es, se multiplica por 1 entre s la transformada de la función.

$$L\left\{\int_{0}^{t} f(t)dt\right\} = \frac{1}{s}L\{f(t)\}$$

APLICACIONES MAS COMUNES

- Resolver ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Analizar circuitos eléctricos y electrónicos.
- Estudiar sistemas dinámicos en ingeniería, física y matemáticas.
- Modelar y analizar sistemas de control y procesos estocásticos.
- Resolver problemas de transferencia de calor, difusión y propagación de ondas.