# Lineare Algebra: 2. Übungsblatt

WIntersemester 2016/17 Prof. Dr. Marzena Fügenschuh



# **Aussagenlogik**

Ausgabe: 6. Oktober 2016

# 1. Übung:

Welche der folgenden aussagenlogischen Formeln ist syntaktisch korrekt?

- 1.  $\rightarrow (x \land y) \neg x$
- 2.  $x \to 1 \land (y \lor \neg 0)$
- 3.  $(1 \leftarrow x) \land y \neg x$
- 4.  $0 \leftrightarrow 0 \land y \lor \neg 0$

Bei den syntaktisch korrekten Formeln: in welcher Reihenfolge werden die Verknüpfungen ausgewertet? Welchen Wahrheitswert haben diese Formeln?

# 2. Übung:

Stellen Sie die Wahrheitstafel für die folgenden Formeln. Was stellen Sie fest?

- 1.  $\neg x \lor y \land z$ ,
- 2.  $(x \wedge y) \wedge \neg (x \vee y)$ ,
- 3.  $x \vee \neg (x \wedge y)$

Bei b) und c): Verifizieren Sie das Ergebnis mittels logischer Identitäten.

#### 3. Übung:

Sei T eine Tautologie, K eine Kontradiktion und E eine erfüllbare Formel. Kreuzen Sie entsprechend an.

Formel	allgemeingültig	erfüllbar	unerfüllbar
$\neg T \lor \neg K$			
$T \to E \vee K$			
$E \wedge K \to T$			
$\neg E \leftrightarrow E$			

### 4. Übung:

Bringen Sie die folgenden Formeln auf eine möglichst einfache Gestalt mittels logischer Identitäten.

- a)  $\neg (x \lor y) \lor (\neg x \land y)$ ,
- b)  $x \wedge ((x \vee y) \wedge \neg x \rightarrow y)$ ,
- c)  $(x \to y) \land \neg (y \to x) \to \neg x$ ,
- d)  $\neg((x \to y) \land x \to y) \land z$ ,

e) 
$$((x \to y) \to (y \to x)) \land x$$
,

f) 
$$(x \lor y) \to ((x \land z) \lor y)$$
.

# 5. Übung:

- a) Walter plant einen Sporturlaub, in dem Rad fahren, Surfen und Gymnastik angeboten wird. Er tönt:
  - (1) "Wenn ich vormittags surfe, werde ich nachmittags Rad fahren.
  - (2) Wenn ich weder am Rad fahren noch am Surfen teilnehmen kann, werde ich auf jeden Fall Gymnastik machen.
  - (3) Wenn ich surfe, werde ich zusätzlich Gymnastik oder Rad fahren belegen.
  - (4) Wenn ich Gymnastik ohne Surfen belegen muss, möchte ich zusätzlich Rad fahren."

Was wird Walter in seinem Sporturlaub auf jeden Fall machen müssen, um alle diese Aussagen zu erfüllen?

- b) Auf die Frage, welche von den Obstsorten Äpfel, Birnen und Weintrauben zur Zeit angeboten werden, antwortet der Obsthändler:
  - (1) Wenn ich Äpfel anbiete, habe ich auch Weintrauben.
  - (2) Wenn ich aber weder Weintrauben noch Äpfel habe, sind bei mir jedenfalls Birnen im Angebot.
  - (3) Und wenn ich Weintrauben vorrätig habe, dann auch Äpfel oder Birnen.
  - (4) Falls ich aber keine Weintrauben habe, aber immerhin Birnen, dann habe ich auf jeden fall Äpfel."

Welche Obstsorten hat der Obsthändler in Angebot?

# 6. Übung:

Welche ist die einfachste Form einer aussagenlogischen Formel F(x,y,z), die die folgende Wahrheitstafel liefert?

	$\boldsymbol{x}$	y	z	F(x, y, z)		$\boldsymbol{x}$	y	z	F(x,y,z)
	0	0	0	1		0	0	0	0
	0	0	1	0		0	0	1	0
	0	1	0	1		0	1	0	0
a)	0	1	1	0	b)	0	1	1	0
	1	0	0	1		1	0	0	1
	1	0	1	0		1	0	1	1
	1	1	0	1		1	1	0	0
	1	1	1	1		1	1	1	1