

## Matrizen und Determinanten

Ausgabe: 2. November 2016

### 1. Übung: Rechnen mit Matrizen

Gegeben seien Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrizen

$$C = \frac{1}{2}(A + B), \quad D = 2A^T - B^T, \quad E = A^T \cdot B, \quad F = B \cdot A^T.$$

### 2. Übung: Determinante

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -5 & -6 \end{pmatrix}.$$

### 3. Übung: Matrixaufgaben

1. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie alle Matrizen  $X$  mit  $AX = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Bestimmen Sie zur Matrix  $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  alle Matrizen  $X$  mit  $XA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Für welche dieser Matrizen gilt auch  $AX = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ?
3. Bestimmen Sie zur Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  alle Matrizen  $X$  mit  $XA = AX$ . Welche dieser Matrizen sind singulär?
4. Gegeben seien die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$ . Für welche Werte  $x$  und  $y$  gilt  $AB = BA$ ?
5. Bestimmen Sie zur Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  alle Matrizen  $X$  mit der Eigenschaft

$$AX + XA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

#### 4. Übung: Der Rang einer Matrix

Finden Sie den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 \\ 4 & 1 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}.$$

