

1. Formale Sprachen

1.1. Sei $\Sigma = \{a, b, c, \epsilon\}$ ein Alphabet.

- (a) Listen Sie alle Wörter über Σ mit $|w| \leq 2$ auf.
 $\{\epsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$
- (b) Wie viele Sprachen $L \subseteq \{w | w \in \Sigma^*, |w| = 2\}$ gibt es? Spezifizieren Sie drei davon.
 512 Sprachen (2^9),
 $\{\epsilon, a, b, c\}$,
 $\{\epsilon, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$,
 $\{\epsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$
- (c) Definieren Sie drei unendliche Sprachen über Σ .
 $L = \{w | w \in \Sigma^*\}$
 $L = \{w | w \in \Sigma^+\}$
 $L = \{w | |w| \geq 2\}$

1.2. $L_1 = \{0^i | i \in \mathbb{N}\}$ und $L_2 = \{1^i | i \in \mathbb{N}_0\}$ seien formale Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Berechnen Sie:

- (a) $L_1 \cup L_2$
 $\{\epsilon, 0, 1, 00, 11, \dots\}$
- (b) $L_1 \cap L_2$
 $\{\epsilon\}$
- (c) $L_1 \setminus L_2$
 $\{0, 1, 00, 11, \dots\}$
- (d) $L_1 \cap \Sigma^*$
 L_1
- (e) $(L_1 \cup L_2) \cap \Sigma^3$
 $\{000, 111\}$

1.3. Sei $\Sigma = \{\$, \%, \&\}$ ein Alphabet.

- (a) Definieren Sie eine lineare Ordnung auf Σ .
 $\$ \prec \% \prec \&$
- (b) Listen sie alle Wörter w über Σ mit $|w| \leq 2$ in lexikographischer Ordnung bzgl. der unter (a) definierten linearen Ordnung auf.
 $\{\$ \prec \% \prec \& \prec \$\$ \prec \$\% \prec \$\& \prec \%\$ \prec \% \% \prec \% \& \prec \&\$ \prec \&\% \prec \&\&\}$
- (c) Welche Wörter gehören zur Sprache $L = \{w | w \in \bigcup_{i=0}^2 \Sigma^i, w = w^R\}$?
 $\{\epsilon, \$, \%, \&, \$\$, \% \%, \&\&\}$

1.4. Sei Σ ein Alphabet aus n Zeichen, $n \in \mathbb{N}$.

(a) Wie viele Wörter enthält $\Sigma^m, m \in \mathbb{N}_0$?
unendlich

(b) Wie viele Wörter enthält $\bigcup_{i=0}^m \Sigma^i, m \in \mathbb{N}_0$?
unendlich

(c) Wie viele Wörter enthält Σ^* ?
unendlich

1. (a) Sei $\Sigma = \{+, \&, \#\}$ ein Alphabet, auf dem eine lineare Ordnung wie folgt definiert ist:
 $\# \preceq_{\Sigma} \& \preceq_{\Sigma} +$
 Bestimmen Sie die Sprache $\Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2$ und listen Sie die darin enthaltenen Wörter in Wortordnung auf.
- (b) Es sei $L = \{0^{2i+1} | i \in \mathbb{N}_0\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{0\}$.
 Bestimmen Sie $\Sigma^+ \setminus L$
- (c) Es seien Σ ein Alphabet mit $|\Sigma| = 5$ und $k \in \mathbb{N}_0$. Bestimmen Sie $|\Sigma^k|$.

Lösung:

- (a) $L = \{\epsilon \preceq_{\Sigma} \# \preceq_{\Sigma} \& \preceq_{\Sigma} + \preceq_{\Sigma} \#\# \preceq_{\Sigma} \#\& \preceq_{\Sigma} \#+ \preceq_{\Sigma} \&\# \preceq_{\Sigma} \&\& \preceq_{\Sigma} \&+ \preceq_{\Sigma} +\# \preceq_{\Sigma} +\& \preceq_{\Sigma} ++\}$
- (b) $L = \{0^{2i} | i \in \mathbb{N}_0\}$
- (c) 5^k