



Lineare Gleichungssysteme

Ausgabe: 11. November 2016

1. Übung:

Ermitteln Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungssysteme mittels Gauß-Algorithmus:

a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 8 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 &= 11 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 &= 2, \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= 6 \end{aligned}$$

2. Übung:

Für welchen Wert von a hat das folgende homogene Gleichungssystem nichttriviale Lösungen?
Wie lauten diese Lösungen?

1.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + ax_3 &= 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 0 \\ (-2a)x_1 + 6x_2 - ax_3 &= 0 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - ax_3 &= 0 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 &= 0 \\ -x_1 + x_2 + ax_3 &= 0 \end{aligned}$$

3. Übung:

Für welchen Wert von a hat das folgende Gleichungssystem genau eine Lösung?

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 3 \\ -x_1 & + & ax_2 & - & 4x_3 & = & 4 \\ -3x_1 & - & 4x_2 & + & ax_3 & = & -1 \end{array}$$

4. Übung:

Für welchen Wert von a hat das homogene Gleichungssystem

$$Ax = 0, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},$$

nichttriviale Lösungen? Wie lauten diese Lösungen?

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & a \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix},$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & -1 & 3 \end{pmatrix}.$