Lösungen

AKAD.CH

Zwischenklausur AP Berufsmaturität

Fach	**Mathematik**
Zeit	**45 Min.** Die Zeitangaben in den einzelnen Aufgaben sind als Richtwerte zu verstehen.
Punkte max.	**50**
Hilfsmittel	**gemäss Hilfsmittelliste**
Klasse / Lehrperson	**BM-WDGKGS-18M-S3-BE-Fr-0124 / Stefan Mühlebach**
Serie	**1**

Name, Vorname ______________________________

Klasse ____________ **Datum** ____________

Punkte erreicht ________ **Note:** ________

AKAD.CH

Aufgabe 1: Biquadratische Gleichung (9 Min.) 10 Punkte

Punkte

Bestimme die Lösungen folgender biquadratischen Gleichung mit Hilfe einer geeigneten Substitution:

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

Erreichte Punktzahl

Aufgabe 2: Nullstellen und Scheitelpunkt (9 Min.) **10 Punkte**

Punkte

Bestimme die Nullstellen und die Koordinaten des Scheitelpunktes der folgenden Parabel:

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

Lösung:

Nullstellen:

$$y = -(x^2 - 2x - 3)$$
$$y = -(x - 3)(x + 1)$$

$$y_1 = 3, y_2 = -1$$

Scheitelpunkt:

$$y = -(x^2 - 2x - 3)$$
$$y = -((x - 1)^2 - 1 - 4)$$
$$y = -(x - 1)^2 + 4$$

$$S(1; 4)$$

Erreichte Punktzahl

Aufgabe 3: Schnittpunkte Gerade und Parabel (9 Min.) 10 Punkte

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen der folgenden Funktionen:

$$f(x) = 4x^2 - 3x - 1$$
$$g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

Lösung:

Schnittpunkt bei:

$$f(x) = g(x)$$
$$4x^2 - 3x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$$
$$4x^2 - \frac{7}{2}x - 3 = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4}$$
$$x_1 \approx 1.408$$
$$x_2 \approx -0.533$$

$$S_1(1.408; 2.704)$$
$$S_2(-0.533; 1.7335)$$

Erreichte Punktzahl

AKAD.CH

Aufgabe 4: Zwei Parabeln treffen sich in einem Punkt (9 Min.) 10 Punkte

Punkte

Für welchen Wert für q treffen sich die Graphen der zwei quadratischen Funktionen genau *in einem* Punkt?

$$f_1(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$$
$$f_2(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + q$$

Lösung:

Die Bedingung für den Schnitt zweier Funktionen lautet:

$$f_1(x) = f_2(x)$$
$$-\frac{1}{4}x^2 + 2 = \frac{1}{3}x^2 - 2x + q$$
$$\frac{7}{12}x^2 - 2x + q - 2 = 0$$

Die einzelnen Koeffizienten der quadratischen Gleichung lauten:

$$a = \frac{7}{12}; b = -2; c = (q-2)$$

Damit sie sich nur in einem Punkt schneiden, darf diese quadratische Gleichung nur eine Lösung haben. Nur eine Lösung hat eine quadratische Gleichung, wenn ihre Diskriminante den Wert Null hat. Also muss gelten:

$$D: b^2 - 4ac = 0$$
$$D: (-2)^2 - 4 \cdot \frac{7}{12} \cdot (q-2) = 0$$
$$4 - \frac{28}{12}q + \frac{56}{12} = 0$$
$$q = 3\frac{5}{7} \approx 3.714$$

Erreichte Punktzahl

AKAD.CH

Aufgabe 5: Wurzelgleichung (9 Min.) 10 Punkte

Punkte

Bestimme den Definitionsbereich[1] und die Lösungsmenge folgender Wurzelgleichung. Die Grundmenge sei $\mathbb{R}$.

$$\sqrt{x+2} = \frac{1-x}{\sqrt{x-3}}$$

Lösung:

Die einzelnen Definitionsbereiche sind:

$$\sqrt{x+2}: \mathbb{D}_1 = [-2, \infty)$$
$$\sqrt{x-3}: \mathbb{D}_2 = [3, \infty)$$

Bei $\mathbb{D}_2$ gilt zu beachten, dass für $x = 3$ der Wert der Wurzel gleich Null ist (das ist noch ok), die Wurzel jedoch im Nenner eines Bruchs vorkommt, daher $x = 3$ ausgeschlossen werden muss. Also:

$$\mathbb{D}_2 = (3, \infty)$$

Der Definitionsbereich der gesamten Gleichung lautet:

$$\mathbb{D} = \mathbb{D}_1 \cap \mathbb{D}_2$$
$$\mathbb{D} = [-2, \infty) \cap (3, \infty) = (3, \infty)$$

Aaaaaber…!

Für $x > 3$ wird der Zähler $1 - x$ garantiert negativ und somit auch die rechte Seite der Gleichung. Die linke Seite der Gleichung ist aber garantiert grösser oder gleich Null (da das Resultat einer Wurzel). Das bedeutet, dass wir *keine* Zahl finden werden, welche diese Gleichung löst. Und somit erhalten wir:

$$\mathbb{L} = \{\}$$

Erreichte Punktzahl

[1] Der Definitionsbereich ist die Menge aller Zahlen, die in die Gleichung *einsetzbar* sind.

AKAD.CH

Ihre Notizen:

Punkte

Erreichte Punktzahl