

Prüfung 4

Name: _____

Polynome, Logarithmen

16. März 2022

-
- Für die Prüfung habt ihr **90 Minuten** Zeit.
 - *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
 - Eine Seite (A4) mit Notizen und Formeln ist erlaubt, *nicht* aber der Taschenrechner!
 - Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
 - Resultate exakt angeben, d.h. $\sqrt{2}$ und nicht 1.41421.
-

1. **(6 Punkte, 1 Punkt pro Teilaufgabe)** Überführe folgende Ausdrücke in ein Polynom und bestimme dessen Grad:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| a) $(x^3 - x) + (x + x^3) - 2(x^3 - x)$ | d) $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(x + 1)$ |
| b) $(x^3 + 2x^2 - x) - (x^3 + x^2 + 24)$ | e) $x(x + 1)(x - 1)$ |
| c) $(2x^2 + 2)(x^3 + 1)$ | f) $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$ |

2. **(6 Punkte, 2 Punkte pro Teilaufgabe)** Führe folgende Polynomdivisionen durch. *Tipp*: zwei Aufgaben lassen sich ohne Rest lösen, bei einer Aufgabe bleibt ein Rest übrig.

- a) $(4x^3 - 2x^2 + 40) : (x + 2)$
b) $(x^4 - 1) : (x + 1)$
c) $(x^2 + x + 1) : (x - 1)$

3. **(6 Punkte, 1 Punkt pro Teilaufgabe)** Berechne folgende Ausdrücke. *Tipp*: diese Aufgaben lassen sich *ohne* Anwendung der Logarithmengesetze lösen!

- | | |
|-----------------------------|--|
| a) $\log_{10}(1\,000\,000)$ | e) $\log_b\left(\frac{b}{b^2}\right)$ |
| b) $\log_2(0.25)$ | |
| c) $\log_b(b^4)$ | |
| d) $\log_3(\sqrt[4]{3})$ | f) $\log_c\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{(x + 1)^2}\right)$ |

4. **(6 Punkte, 2 Punkte pro Teilaufgabe)** Schreibe folgende Terme als einen (1) Logarithmus, also in der Form « $\log(\dots)$ ». Die Basis des Logarithmus spielt dabei keine Rolle.

- a) $\log(ab) + \log(a^2) - \log(a^2b)$
b) $\frac{1}{2}\log(a) - 2\log(ab) + \log(\sqrt{a})$
c) $\frac{1}{2}\log(a^{2n}) - (n + 2)\log(a)$

Viel Erfolg!

Lösungen

1. a) $2x$, Grad: 1
b) $x^2 - x - 24$, Grad: 2
c) $2x^5 + 2x^2 + 2x^3 + 2$, Grad: 5
d) $x^5 + 1$, Grad: 5
e) $x^3 - x$, Grad: 3
f) $x^4 - 16$, Grad: 4
2. a) $4x^2 - 10x + 20$
b) $x^3 - x^2 + x - 1$
c) $x + 2 + \frac{3}{x-1}$
3. a) $\log_{10}(10^6) = \underline{\underline{6}}$
b) $\log_2(2^{-2}) = \underline{\underline{-2}}$
c) $\log_b(b^4) = \underline{\underline{4}}$
d) $\log_3(3^{1/4}) = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$
e) $\log_b(b^{-1}) = \underline{\underline{-1}}$
f) $\log_c(1) = \underline{\underline{0}}$
4. a) $\log\left(\frac{aba^2}{a^2b}\right) = \underline{\underline{\log(a)}}$
b) $\log\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt{a}}{a^2b^2}\right) = \underline{\underline{\log\left(\frac{1}{ab^2}\right)}}$
c) $\log(\sqrt{a^{2n}}) - \log(a^{n+2}) = \log\left(\frac{a^n}{a^{n+2}}\right) = \underline{\underline{\log\left(\frac{1}{a^2}\right)}}$