

Prüfung 03

Name: _____

Wurzeln, Logarithmen und lineare Gleichungen

29. Januar 2025

- Für die Prüfung habt ihr **60 Minuten** Zeit.
- *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
- Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate wenn möglich exakt angeben, $\sqrt{2}$ ist 1.41421 vorzuziehen.

1. (2 P) Schreibe folgende Terme unter ein Wurzelzeichen und vereinfache den Radikanden so weit wie möglich:

a) $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[3]{a^5b}$

b) $v^3w^2 \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{v}{w}\right)^3}$

2. (4 P) Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich. Die Aufgaben a) und b) sind durch teilweises Radizieren zu lösen. Bei c) und d) ist die Wahl der Technik frei.

a) $\sqrt[5]{g^{15} - g^{10}}$

c) $\sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}}$

b) $\sqrt{5u^2 - 20u + 20}$

d) $\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

3. (3 P) Welche Gleichungen zu Logarithmen sind *falsch*, d.h. *nicht allgemein* gültig und welche sind *richtig*? Pro Gleichung ist bloss *falsch*, bzw. *richtig* zu notieren – Erläuterungen oder Korrekturen sind nicht notwendig. Korrekte Antworten werden mit +0.5 Punkte, falsche dagegen mit –0.5 Punkte bewertet.

a) $\log(u + v) = \log(u) + \log(v)$

d) $\log(m^3) = m \cdot \log(3)$

b) $\log_{10}(10^a) = a$

e) $\log(\sqrt{x}) = \sqrt{\log(x)}$

c) $\log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log(x)$

f) $\log(a) + \log(2a) = \log(2a^2)$

4. (4 P) Zerlege folgende Terme mithilfe der Logarithmengesetze und vereinfache so weit wie möglich:

a) $\log\left(\frac{1}{p \cdot q}\right)$

c) $\log\left(\sqrt[4]{\frac{u}{v}}\right)$

b) $\log\left(\frac{3a^2}{5b^3}\right)$

d) $\log(x^{y+3} \cdot \sqrt{2})$

5. (4 P) Fasse mithilfe der Logarithmengesetze zu einem einzigen Logarithmus zusammen und vereinfache falls möglich den Numerus:

a) $\log(a) + \log(3)$

c) $\log\left(\frac{a}{b}\right) + \log\left(\frac{b}{a}\right)$

b) $1 + \lg(r) + 2 \lg(s)$

d) $(n+1)\log(x) - \frac{1}{3}\log(x^{6n})$

6. (4 P) Bestimme die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungen:

a) $8x = 3x$

c) $2x(x+1) + 9 = x(2x-3) - 10$

b) $\frac{2x-3}{5} = \frac{x+2}{4}$

d) $(x-5)^2 = x^2$

Viel Erfolg!

Lösungen

1. Wurzeln (unter ein Wurzelzeichen schreiben):
 - a) a^2b
 - b) $\sqrt[4]{v^{15}w^5}$
2. Wurzeln (partiell Radizieren, resp. Vereinfachen):
 - a) $g^2\sqrt[5]{g^5-1}$
 - b) $\sqrt{5}(u-2)$
 - c) $\sqrt[8]{a^7}$
 - d) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$
3. Logarithmen (Multiple Choice):

Falsch sind: a), d), e); die übrigen sind richtig.
4. Logarithmen (Zerlegungen):
 - a) $-\log(p)-\log(q)$
 - b) $\log(3)+2\log(a)-\log(5)-3\log(b)$
 - c) $\frac{1}{4}\log(u)-\frac{1}{4}\log(v)$
 - d) $(y+3)\log(x)+\frac{1}{2}\log(2)$
5. Logarithmen (Zusammenfassungen):
 - a) $\log(3a)$
 - b) $\lg(10rs^2)$
 - c) 0
 - d) $\log(x^{1-n})$
6. Gleichungen
 - a) $\mathbb{L} = \{0\}$
 - b) $\mathbb{L} = \{\frac{22}{3}\}$
 - c) $\mathbb{L} = \{-3.8\}$
 - d) $\mathbb{L} = \{2.5\}$