Diplomprüfung 2024

Name:	

Trigonometrie, Funktionen

26. September 2024

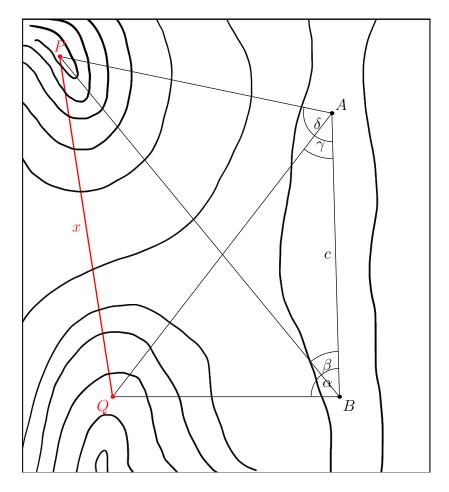
- Bitte auf allen Blättern oben rechts Vorname und Name anschreiben.
- Für die Prüfung habt ihr 180 Minuten Zeit.
- Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!
- Erlaubte Hilfsmittel sind: die selbstgeschriebene Zusammenfassung, Taschenrechner sowie Laptop mit GeoGebra.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- $\bullet\,$ Für die Note 6 müssen 90% der Aufgaben korrekt gelöst werden.
- Wenn du fertig bist, Arbeit einscannen (z.B. mit Microsoft Lens) und als eine (1) PDF-Datei in Teams der zugewiesenen Aufgabe anhängen.
- Während der Prüfung ist der WLAN-Anschluss zu deaktivieren! Im Anschluss müssen alle mit folgendem Befehl einen WLAN-Report erstellen:

netsh wlan show wlanreport.

Die dabei erstellten Dateien sind zu ZIPen und ebenfalls via Teams abzugeben.

1 Trigonometrie (10 P)

Zur Bestimmung der Entfernung von zwei unzugänglichen Punkten P und Q wählt man eine Standlinie AB. Man misst ihre Länge und ermittelt mit einem Theodolit¹ die in der Abbildung eingetragenen Winkel $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.



Es sei: c=4 km, $\alpha=115^\circ$, $\beta=40^\circ$, $\gamma=35^\circ$, $\delta=120^\circ$. Berechne die Länge x=PQ. Achtung: Die Zeichnung ist nicht massstäblich!

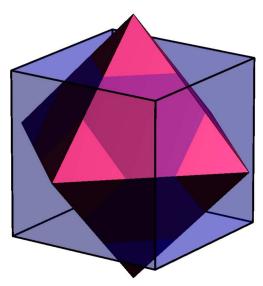
¹Dies ist ein Gerät aus der Vermessungstechnik.

2 Trigonometrie (7 P)

Betrachte die folgende Figur. Es ist ein durchsichtiger Würfel, in den ein weiterer Körper eingebunden ist – ein sog. Oktaeder. Ein Oktaeder wird von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt.

Angenommen, die Kantenlänge des Würfels sei 1 m und der Oktaeder so eingbunden, dass eine Dreieckskante durch die Würfeloberfläche in 3 Teile geteilt wird: das erste und dritte Teil ist ausserhalb, das mittlere innerhalb des Würfels.

Bestimme die Länge der Dreiecksseiten und die Höhe des Dodekaeders.



Achtung: von den folgenden zwei Aufgaben aus dem Gebiet «Funktionen» ist *nur eine* auszuwählen und zu lösen!

3 Funktionen (10 P) - A

Gegeben sei die folgende gebrochenrationale Funktion:

$$f(x) = \frac{6x^2 - 4x - 28}{3x - 5}$$

- 1. (2 P) Bestimme den Definitionsbereich von f
- 2. (4 P) Bestimme die Nullstellen, den y-Achsenabschnitt und die Polstellen von f.
- 3. (4 P) Bestimme die Asymptote von f und gib diese als Funktion an.
- 4. (2 P) Welche Eigenschaften hat diese Funktion sonst noch? Ist sie gerade/ungerade, monoton wachsend/fallend, etc?

4 Funktionen (10 P) - B

Der Luftdruck der Erdatmosphäre nimmt mit zunehmender Höhe um ca. 12.5~% je $1000~\mathrm{m}$ Höhenunterschied ab. In Meereshöhe beträgt der Luftdruck durchschnittlich $1013~\mathrm{hPa}$.

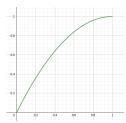
- 1. (4 P) Wie lautet die zugehörige Funktionsgleichung? Schreibe die Funktionsgleichung um zu einer Exp.funktion mit Basis e.
- 2. (3 P) Welchen Wert hat der Luftdruck in 8000 m Höhe?
- 3. (3 P) In welcher Höhe beträgt der Luftdruck nur noch 150 hPa?

5 Vermischte Aufgaben (20 P)

1. (4 P) Wie gross muss der Parameter p sein, damit sich die folgenden quadratischen Funktionen genau in einem Punkt berühren?

$$f(x) = x^2 - 3x - 1$$
 $g(x) = -x^2 - px - 2$

- 2. (4 P) Bestimme die Polynomfunktion mit dem kleinsten Grad, welche durch die folgenden Punkte verläuft: A(-2,-1), B(0,5) und C(2,-1). Welchen Grad hat dieses Polynom? Welche Eigenschaften hat diese Funktion (Fachwörter)?
- 3. (4 P) Wie gross muss eine Struktur auf dem Mond sein (Durchmesser in Meter), damit man sie von der Erde aus mit dem Hubble-Teleskop erkennen könnte? Mittlerer Abstand Erde Mond: 384 400 km. Auflösung beim Teleskop beträgt 0.027 Winkelsekunden pro Pixel.
- 4. (4 P) Um wie viel % nimmt der Energieverbrauch einer Stadt jährlich zu, wenn...
 - a) sich der Energieverbrauch in 20 Jahren verdoppelt.
 - b) sich der Energieverbrauch in 30 Jahren verdreifacht.
- 5. (4 P) Die Standardparabel einer quadratischen Funktion ist so in ein Koordinatensystem einzupassen, dass sie a) nach unten geöffnet ist, b) ihr Scheitel bei (1,1) liegt und sie c) ausserdem durch den Punkt (0,0) verläuft (siehe Abbildung diese zeigt jedoch nur den relevanten Teil für $x \in [0,1]$).



Die Funktionsgleichung bitte in der Grundform angeben.