Prüfung 09

Name: ____________________

Lineare Gleichungssysteme II

23. November 2023

- Für die Prüfung habt ihr 45 Minuten Zeit.
- *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
- Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate wenn möglich exakt angeben, $\sqrt{2}$ ist 1.41421 vorzuziehen.

Lineare Gleichungssysteme

Die folgenden Gleichungssysteme sind nach den angegebenen Verfahren zu lösen. Für die Verifikation eurer Lösungen stehen euch selbstverständlich alle bekannten Verfahren zur Verfügung.

Zu jedem der beiden Verfahren (Gauss-Elimination und Determinanten) gibt es drei Aufgaben. Jede Aufgabe gibt 3 Punkte für die Note 6 braucht ihr 16 Punkte.

Eines der gezeigten Gleichungssysteme lässt sich nicht exakt lösen. Für die volle Punktzahl ist die Lösung in Form einer Menge anzugeben.

Gauss-Eliminationsverfahren (9 P)

1. $\left\{ \begin{aligned} 8x - 7y + 10z &= 9 \\ 5y - 4z &= 16 \\ 6z &= 21 \end{aligned} \right.$

2. $\left\{ \begin{aligned} 2x - 3y + 4z &= 6 \\ 3x + 8y - 5z &= 10 \\ 6z &= 54 \end{aligned} \right.$

3. $\left\{ \begin{aligned} 7x - 6y + 5z &= 18 \\ 5x + 3y - 4z &= 28 \\ 8x + 2y + 3z &= 26 \end{aligned} \right.$

Determinantenverfahren (9 P)

1. $\left\{ \begin{aligned} y - 1 &= x \\ x + z - 6 &= 0 \\ 7 - z &= y \end{aligned} \right.$

2. $\left\{ \begin{aligned} x_1 + x_2 &= 5 - 2x_3 \\ x_1 + x_3 &= 8 - 2x_2 \\ 11 - x_3 &= 2x_1 + x_2 \end{aligned} \right.$

3. $\left\{ \begin{aligned} 3a + 3c &= 2b + 16 \\ a + b + c &= 7 \\ 2c - 3b &= 13 - 4a \end{aligned} \right.$

Viel Erfolg!

Lösungen

Da es viele verschiedene Wege zu den Lösungen gibt, schreibe ich nur die Lösung an und kommentiere euren Lösungsweg individuell.

Gauss-Eliminationsverfahren

1. $(x, y, z) = (2, 6, \frac{7}{2})$
2. $(x, y, z) = (-3, 8, 9)$
3. $(x, y, z) = (4, 0, -2)$

Determinantenverfahren

1. $(x, y, z) = (6 - \lambda, 7 - \lambda, \lambda) \qquad \text{mit } \lambda \in \mathbb{R}$
   Dieses Gleichungssystem lässt sich nicht exakt lösen, hat aber eine Lösung in Form einer Menge.
2. $(x_1, x_2, x_3) = (5, 2, -1)$
3. $(a, b, c) = (2, 1, 4)$
   Lösung der Originalaufgabe mit 1. Gleichung «$3a + 3c = 2b - 16$»

   $(a, b, c) = (\frac{23}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{4})$
   Lösung der Aufgabe, welche durch mein Abtippfehler neu entstanden ist.