

Prüfung 05

Name: _____

Lineare-, Wurzel-, Bruch- und quadratische Gleichungen

1. Juni 2023

- Für die Prüfung habt ihr **90 Minuten** Zeit.
- *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
- Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate wenn möglich exakt angeben, $\sqrt{2}$ ist 1.41421 vorzuziehen.

1. (1 Punkt pro Teilaufgabe) Gib wo notwendig den Definitionsbereich folgender Gleichungen an und bestimme die Lösungen.

a) $\frac{3}{4}x = 5 - \frac{1}{2}x$

d) $\frac{v+1}{v-1} - \frac{v-1}{v+1} - \frac{1}{v^2-1} = 0$

b) $3x + 30 - (x + 28) = 3x - (2x + 4)$

e) $2n - nx = mx - 2m$ ★

c) $\frac{2(x-2)}{x-5} = \frac{2x-4}{x-5}$

2. (2 Punkte pro Teilaufgabe) Gib den Definitionsbereich folgender Gleichungen an und bestimme die Lösungen.

a) $10\sqrt{40-x} = 40\sqrt{10-x}$

d) $\sqrt{x+2} = \frac{1-x}{\sqrt{x-3}}$

b) $2\sqrt{x^2-x} = 2x+1$

e) $\sqrt{7-x} \cdot \sqrt{\frac{1-x}{x+2}} = 0$ ★

c) $\sqrt{x+9} - \sqrt{x} = 1$

3. (3 Punkte pro Teilaufgabe) Gib (wo notwendig) die Definitionsmenge folgender Gleichungen an, überführe sie in die Grundform und bestimme die Lösungsmengen.

a) $2x^2 - 6x - 20 = 0$

c) $(2x + 2\sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 4$

b) $\frac{2-x}{2+x} = \frac{x-8}{x+8}$

d) $(x+1)^2 + (x+3)^2 = (3x-5)^2$

e) $(x-1)^2 = (2-x)^2$ ★

4. (2 Punkte pro Teilaufgabe) Aus den drei gezeigten Textaufgaben sind **zwei** auszuwählen und zu lösen.

- a) «Meine Tante», sagt Simone, «ist jetzt 5-mal so alt wie ich. In 7 Jahren wird sie nur noch 3-mal so alt sein. Wie alt bin ich heute?»
- b) Eine Treppe hat 22 Stufen. Würde jede Stufe um 1.6 m höher gebaut, so könnten zwei Stufen eingespart werden. Wie hoch ist eine Stufe?
- c) Subtrahiert man 2 von der Wurzel einer Zahl, so ergibt sich gleich viel, wie wenn man aus der um 2 verminderten Ausgangszahl die Wurzel zieht.

Viel Erfolg!

Lösungen

1.
 - a) $\mathbb{L} = \{4\}$
 - b) $\mathbb{L} = \{-6\}$
 - c) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
 $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
 - d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
 $\mathbb{L} = \{1/4\}$
 - e) $\mathbb{L} = \{2\}$
2.
 - a) $\mathbb{D} = (-\infty, 10]$
 $\mathbb{L} = \{8\}$
 - b) $\mathbb{D} = (-\infty, 0] \cup [1, \infty)$
 $\mathbb{L} = \{-1/8\}$
 - c) $\mathbb{D} = [0, \infty)$
 $\mathbb{L} = \{16\}$
 - d) $\mathbb{D} = (3, \infty)$
 $\mathbb{L} = \{\}$ Hier muss unbedingt die Probe gemacht werden!
 - e) $\mathbb{D} = (-2, 1]$
 $\mathbb{L} = \{1\}$
3.
 - a) $\mathbb{L} = \{-2, 5\}$
 - b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, -8\}$
 $\mathbb{L} = \{-4, 4\}$
 - c) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$
 $\mathbb{L} = \{-2, 2\}$
 - d) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$
 $\mathbb{L} = \{3/7, 5\}$
 - e) $\mathbb{D} = \mathbb{R}$
 $\mathbb{L} = \{3/2\}$
4.
 - a) Das Alter von Simone heute ist 7 Jahre
 - b) Die ursprüngliche Höhe einer Treppenstufe beträgt 16 cm