

# Prüfung 02

Name: \_\_\_\_\_

Potenzen, Stellenwertsysteme, Wurzeln

18. Dezember 2024

- 
- Für die Prüfung habt ihr **90 Minuten** Zeit.
  - *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
  - Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
  - Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
  - Resultate wenn möglich exakt angeben,  $\sqrt{2}$  ist 1.41421 vorzuziehen.
- 

1. (2 P) Berechne den Wert der folgenden Terme:

a)  $T(x) = \frac{x-1}{-x^2+2x+1}$  für  $T(0), T(1), T(-1)$

b)  $T(b) = 3b^3 - b^2 + (-2)^{1-2b}$  für  $T(-1), T(-2), T(-3)$

2. (4 p) Kürze durch Faktorisieren:

a)  $\frac{a^2 + 5a - 24}{a^2 - 5a + 6}$

b)  $\frac{x^2 + 3xy - 10y^2}{x^2 + xy - 6y^2}$

3. (6 P) Führe folgende Polynomdivisionen durch:

a)  $(a^6 - b^6) : (a - b)$

b)  $(7z^2 + 2z^4 + 1 - 3z - z^3) : (z^2 + 3)$

4. (4 P) Stelle folgende Zahlen das jeweilige System um:

a)  $24_{10}$  ins 2er System

c)  $11_7$  ins 10er System

b)  $15_{10}$  ins 5er System

d)  $13_{13}$  ins 3er System

5. (4 P) Schreibe die folgenden Zahlen so um, dass vor dem Dezimalpunkt nur eine Ziffer steht:

a) 10000

c)  $0.00012 \cdot 10^8$

b)  $10 \cdot 10^{-4}$

d)  $1234 \cdot 10^{-3}$

6. (4 P) Schreibe mit positivem Exponenten und vereinfache:

a)  $3b^{-3}$

c)  $\left(-\frac{2v}{w}\right)^{-4}$

b)  $\frac{1}{x^{-1}}$

d)  $\left(\frac{m+n}{m-n}\right)^{-3}$

7. (4 P) Schreibe ohne Bruchstrich und vereinfache:

a)  $\frac{e}{g^{n-2}} - \frac{f}{g^{2-2n}}$

b)  $\frac{3x}{x^2(y-z)^3}$

8. (4 P) Mache den Nenner wurzelfrei und vereinfache so weit als möglich:

a)  $\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

b)  $\frac{r\sqrt{s} - s\sqrt{r}}{\sqrt{rs}}$

9. (6 P) Schreibe als Potenz:

a)  $\sqrt[3]{cd^2e^4}$

b)  $\sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{n}$

c)  $\sqrt[3]{(x-2)^{-2}}$

d)  $\sqrt{\sqrt[3]{v^3} - \sqrt[4]{\frac{1}{w^{-3}}}}$

**Viel Erfolg!**

## Lösungen

1. Werte ausrechnen

$$\text{a) } \begin{array}{c|c|c|c} \text{Term} & T(0) & T(1) & T(-1) \\ \hline \text{Wert} & -1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{c|c|c|c} \text{Term} & T(-1) & T(-2) & T(-3) \\ \hline \text{Wert} & -12 & -60 & -218 \end{array}$$

2. Kürzen durch Faktorisieren

$$\text{a) } \frac{(a+8)(\cancel{a-3})}{(a-2)(\cancel{a-3})} = \frac{a+8}{a-2}$$

$$\text{b) } \frac{(x+5y)(\cancel{x-2y})}{(x+3y)(\cancel{x-2y})} = \frac{x+5y}{x+3y}$$

3. Polynomdivision

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} a^6 \\ - a^6 + ba^5 \\ \hline ba^5 \\ - ba^5 + b^2a^4 \\ \hline b^2a^4 \\ - b^2a^4 + b^3a^3 \\ \hline b^3a^3 \\ - b^3a^3 + b^4a^2 \\ \hline b^4a^2 \\ - b^4a^2 + b^5a \\ \hline b^5a - b^6 \\ - b^5a + b^6 \\ \hline 0 \end{array} \end{array} \quad -b^6) : (a-b) = a^5 + ba^4 + b^2a^3 + b^3a^2 + b^4a + b^5$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{r} 2z^4 - z^3 + 7z^2 - 3z + 1 \\ - 2z^4 \phantom{+ 7z^2 - 3z + 1} \\ \hline - z^3 + z^2 - 3z + 1 \\ z^3 \phantom{+ z^2 - 3z + 1} + 3z \\ \hline z^2 \phantom{+ 1} + 1 \\ - z^2 \phantom{+ 1} - 3 \\ \hline - 2 \end{array} \end{array} \quad (2z^4 - z^3 + 7z^2 - 3z + 1) : (z^2 + 3) = 2z^2 - z + 1 + \frac{-2}{z^2 + 3}$$

4. Stellenwertsysteme

$$\text{a) } 24_{10} = 11000_2$$

$$\text{c) } (—)$$

$$\text{b) } 15_{10} = 30_5$$

$$\text{d) } 13_{13} = 16_{10} = 121_3$$

5. Wissenschaftliche Notation von Zahlen

a)  $1.0 \cdot 10^4$

c)  $1.2 \cdot 10^4$

b)  $1.0 \cdot 10^{-3}$

d)  $1.234$

6. Positive Exponenten

a)  $\frac{3}{b^3}$

c)  $\frac{w^4}{16v^4}$

b)  $x$

d)  $\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^3$

7. Bruchstriche eliminieren

a)  $e \cdot g^{2-n} - f \cdot g^{2n-2}$

b)  $3x^{-1}(y-z)^{-3}$

8. Nenner wurzelfrei

a)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

b) 
$$\begin{aligned} \frac{r\sqrt{s} - s\sqrt{r}}{\sqrt{rs}} &= \frac{\sqrt{rs} \cdot r\sqrt{s} - \sqrt{rs} \cdot s\sqrt{r}}{rs} \\ &= \frac{rs \cdot \sqrt{r} - rs \cdot \sqrt{s}}{rs} = \frac{\cancel{rs}(\sqrt{r} - \sqrt{s})}{\cancel{rs}} \\ &= \sqrt{r} - \sqrt{s} \end{aligned}$$

9. Als Potenz schreiben

a)  $c^{\frac{1}{3}}d^{\frac{2}{3}}e^{\frac{4}{3}}$  oder  $(cd^2e^4)^{\frac{1}{3}}$

c)  $(x-2)^{-\frac{2}{3}}$

b)  $m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{2}}$

d)  $\left(v - w^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$