

Prüfung 3

Algebra (Potenzen, Wurzeln, Logarithmen)

25. Februar 2021

- Die Prüfung wird in Teams per Auftrag an alle zugewiesen. Für die Prüfung habt ihr eine Stunde (60 Minuten) Zeit. Anschliessend bitte das Resultat scannen und als PDF in Teams dem Auftrag hinzufügen.
- *Bitte alleine arbeiten!*
- Eine Seite (A4) mit Notizen und Formeln ist erlaubt, weitere Unterlagen oder die Kommunikation mit anderen ist nicht erlaubt.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein.
- Kamera und Mikrofon einschalten. Den Lautsprecher bei euch könnt ihr ausmachen – ich werde während der Prüfung nichts sagen.
- Fragen bitte via Chat direkt an mich richten, damit die anderen nicht gestört werden.

1. (1 Punkt pro Teilaufgabe) Vereinfache folgende Ausdrücke so weit als möglich. Insbesondere sind negative Exponenten umzuwandeln.

a) $a^{x+1} \cdot a^{x-1}$

b) $\frac{5b^{n+x}}{15b^x}$

c) $\left(\frac{3}{7}a^3b^6\right)^0$

d) $\left(\frac{2b}{a}\right)^{-4} + \left(\frac{2a}{b}\right)^4$

e) $\left(-\frac{2a^2b^{-2}}{3x^{-3}}\right)^{-2}$

f) $(a^{-2} + b^{-3})^{-2}$

2. (1 Punkt pro Teilaufgabe) Vereinfache folgende Ausdrücke so weit als möglich. Insbesondere darf im Nenner eines Bruches kein Wurzelterm mehr vorhanden sein (Tipp: Erweitern).

a) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

b) $\sqrt[3]{\frac{24a^4}{3a}}$

c) $\frac{\sqrt{32n^5}}{\sqrt{2n^3}}$

d) $\frac{a^2}{\sqrt{a}}$

e) $(144x^2)^{\frac{1}{2}}$

f) $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$

3. (2 Punkte pro Teilaufgabe) Führe folgende Polynomdivisionen durch:

a) $(x^2 + 2x + 1) : (x + 1)$

b) $(p^2 - q^2) : (p - q)$

c) $(n^4 + 5n - 6) : (n + 2)$

d) $(1 - z^6) : (1 - z)$

4. (1 Punkt pro Teilaufgabe) Zerlege den Term mithilfe der Logarithmengesetze (a-d), resp. fasse den Term zu einem einzigen Logarithmus zusammen (e, h):

a) $\log\left(\frac{1}{k^6}\right)$

b) $\log\left(\frac{ab}{c}\right)$

c) $\log(\sqrt{n^3})$

d) $\log\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$

e) $3\log(a) - 2\log\left(\frac{1}{a}\right)$

f) $n\log(a) - n\log(b) + n\log(c)$

Viel Erfolg!

Lösungen

1. a) $a^{x+1} \cdot a^{x-1} = a^{x+1+x-1} = a^{2x}$
 b) $\frac{5b^{n+x}}{15b^x} = \frac{b^n}{3}$
 c) $\left(\frac{3}{7}a^3b^6\right)^0 = 1$ («Hoch Null» gibt immer 1!!! Ausser 0^0 natürlich.)
 d) $\left(\frac{2b}{a}\right)^{-4} + \left(\frac{2a}{b}\right)^4 = \frac{a^4}{16b^4} + \frac{16a^4}{b^4} = \frac{a^4 + 256a^4}{16b^4} = \frac{257a^4}{16b^4}$
 e) $\left(-\frac{2a^2b^{-2}}{3x^{-3}}\right)^{-2} = \left(-\frac{2a^2x^3}{3b^2}\right)^{-2} = \left(-\frac{3b^2}{2a^2x^3}\right)^2 = \frac{9b^4}{4a^4x^6}$
 f) $(a^{-2} + b^{-3})^{-2} = \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^3}\right)^{-2} = \left(\frac{b^3 + a^2}{a^2b^3}\right)^{-2} = \frac{a^4b^6}{(a^2 + b^3)^2}$
2. a) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x$
 b) $\sqrt[3]{\frac{24a^4}{3a}} = 2a$
 c) $\frac{\sqrt{32n^5}}{\sqrt{2n^3}} = \sqrt{\frac{32n^5}{2n^3}} = \sqrt{16n^2} = 4n$
 d) $\frac{a^2}{\sqrt{a}} = \frac{a^2}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a^2\sqrt{a}}{a} = a\sqrt{a}$
 e) $(144x^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{144x^2} = 12|x|$
 f) $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}} = x^{\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{18}{12}} = x^{\frac{4}{6} + \frac{5}{6} - \frac{9}{6}} = x^0 = 1$
3. a) $(x^2 + 2x + 1) : (x + 1) = x + 1$
 b) $(p^2 - q^2) : (p - q) = p + q$
 c) $(n^4 + 5n - 6) : (n + 2) = n^3 - 2n^2 + 4n - 3$
 d) $(1 - z^6) : (1 - z) = z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$
4. a) $\log\left(\frac{1}{k^6}\right) = -6\log(k)$
 b) $\log\left(\frac{ab}{c}\right) = \log(a) + \log(b) - \log(c)$
 c) $\log(\sqrt{n^3}) = \frac{3}{2}\log(n)$
 d) $\log\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = -\frac{1}{3}\log(n)$
 e) $3\log(a) - 2\log\left(\frac{1}{a}\right) = \log(a^3) - \log\left(\frac{1}{a^2}\right) = \log(a^5)$

$$\text{f) } n \log(a) - n \log(b) + n \log(c) = \log(a^n) - \log(b^n) + \log(c^n) = \log\left(\frac{a^n c^n}{b^n}\right)$$