

# Prüfung 02

Name: \_\_\_\_\_

Rechenoperationen erster, zweiter und dritter Stufe

15. Februar 2024

- Für die Prüfung habt ihr **90 Minuten** Zeit.
- *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
- Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate wenn möglich exakt angeben,  $\sqrt{2}$  ist 1.41421 vorzuziehen.

Diese Prüfung besteht aus 12 Aufgaben und einem Quiz. Jede Aufgabe hat einen leichten Teil (linke Aufgabe), welcher 1 Punkt gibt und einen anspruchsvollen Teil (rechte Aufgabe), welcher 3 Punkte gibt. Wer nur die anspruchsvollen Aufgaben und das Quiz korrekt löst, erhält 39 Punkte und damit die Note 6. Für 6 korrekt gelöste leichte und 6 korrekt gelöste anspruchsvolle Aufgaben plus korrektes Quiz gibt es 27 Punkte und damit die Note 4.5.

1. Multipliziere aus und fasse zusammen:

a)  $(4x + 2b)(6x^2 - b^2)$

b)  $(a - 1)(4a^2 + 3a - 1)$

2. Zerlege in möglichst viele Faktoren:

a)  $v^2 - 12v + 36$

b)  $r(a - 2) - r^2(2 - a) + r^3(2 - a)$

3. Addiere folgende Brüche:

a)  $\frac{u}{u+v} - \frac{u-v}{2(u+v)}$

b)  $\frac{n+1}{2n-2} + \frac{2n^2-3n}{n^2+n} + \frac{n^2+3}{2-2n^2}$

4. Multipliziere folgende Brüche:

a)  $\frac{x}{x^2+y^2} \left( \frac{2x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right)$

b)  $\left( \frac{1}{x-1} \right) \left( \frac{x^2-1}{1-x^2} \right) \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^2 \left( \frac{x^3-x^2-x+1}{x^2-2x+1} \right)$

5. Löse die Doppelbrüche auf:

a)  $\frac{\frac{a}{a-1}}{a+1}$

b)  $\frac{\frac{1}{a-1} + 1}{\frac{a}{a-1} - 1}$

6. Vereinfache folgende Potenzen:

a)  $\left( \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{3}b^3 \right)^2$

b)  $\left( \frac{2a^{-1}b^2}{3ac^{-2}} \right)^{-3}$

7. Zerlege in möglichst viele Faktoren:

a)  $a^{n+2} - a^n$

b)  $x^{2n} - y^{2m}$

8. Vereinfache:

a)  $\sqrt[n]{a^{n-2}} \cdot \sqrt[n]{a^{n+2}}$

b)  $(\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{y}) (\sqrt[n]{x^k} - \sqrt[n]{y^k})$

9. Bringe den Faktor unter das Wurzelzeichen, resp. schreibe mit einem (1) Wurzelzeichen:

a)  $x \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}}$

b)  $\sqrt[a]{b} : \sqrt[b]{a}$

10. Zerlege mit Hilfe der Logarithmengesetze:

a)  $\log\left(\frac{1}{k^6}\right)$

b)  $\log\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$

11. Berechne die Summe, resp. schreibe mit dem Summenzeichen die gestellte Aufgabe:

a)  $\sum_{i=5}^{10} (i^2 - 1)$

b) Die Summe der geraden Zahlen von 2 bis und mit 100.

12. Berechne folgende Terme, die mit Hilfe des Binomialkoeffizienten gebildet werden:

a)  $\binom{100}{5} : \binom{100}{4}$

b)  $\binom{n}{3} : \binom{n-1}{3}$

13. Welche der folgenden Gleichungen sind falsch, resp. nicht allgemein gültig? Bitte nur *falsch* oder *richtig* notieren, eine Begründung ist nicht notwendig. Korrekte Antworten geben +0.5, falsche dagegen -0.5 Punkte – das Total kann nicht unter Null Punkte sinken.

a)  $\log_b(2x) = 2 \cdot \log_b(x)$

d)  $\log_b\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_b(x)$

b)  $\log_b(u+v) = \log_b(u) + \log_b(v)$

e)  $\log_{10}(10a) = 1 + \log_{10}(a)$

c)  $\log_{10}(10^a) = a$

f)  $\frac{\log_c(a)}{\log_c(b)} = \log_c\left(\frac{a}{b}\right)$

**Viel Erfolg!**

## Lösungen

1. a)  $24x^3 - 4b^2x + 12bx^2 - 2b^2$  b)  $4a^3 - a^2 - 4a + 1$
2. a)  $(v - 6)^2$  b)  $r(a - 2)(1 + r - r^2)$
3. a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{2(n - 1)}{n + 1}$
4. a)  $\frac{1}{x + y}$  b)  $\frac{1 - x}{1 + x}$
5. a)  $\frac{a}{a^2 - 1}$  b)  $a$
6. a)  $\frac{1}{36}a^4b^6$  b)  $\frac{27a^6}{8b^6c^6}$
7. a)  $a^n(a - 1)(a + 1)$  b)  $(x^n + y^m)(x^n - y^m)$
8. a)  $a^2$  b)  $\sqrt[n]{x^{k+1}} - \sqrt[n]{xy^k} - \sqrt[n]{x^ky} + \sqrt[n]{y^{k+1}}$
9. a)  $\sqrt[3]{x^2y}$  b)  $\sqrt[ab]{\frac{b^b}{a^a}}$
10. a)  $-6 \log(k)$  b)  $\frac{1}{2}(\log(1 + x) - \log(1 - x))$
11. a)  $24 + 35 + 48 + 63 + 80 + 99 = 349$  b)  $\sum_{k=1}^{50} 2k$
12. a)  $\frac{96}{5}$  b)  $\frac{n}{n - 3}$
13. a) *falsch* d) *richtig*  
b) *falsch* e) *richtig*  
c) *richtig* f) *falsch*