Prüfung 02

Potenzen, Stellenwertsysteme, Wurzeln

18. Dezember 2024

- Für die Prüfung habt ihr 90 Minuten Zeit.
- Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!
- Eine persönliche, selbst geschriebene Formelsammlung ist erlaubt, ebenso ein Taschenrechner ohne CAS-Funktion!
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate wenn möglich exakt angeben, $\sqrt{2}$ ist 1.41421 vorzuziehen.
- 1. (2 P) Berechne den Wert der folgenden Terme:

a)
$$T(x) = \frac{x-1}{-x^2+2x+1}$$
 für $T(0), T(1), T(-1)$

b)
$$T(b) = 3b^3 - b^2 + (-2)^{1-2b}$$
 fúr $T(-1), T(-2), T(-3)$

2. (4 p) Kürze durch Faktorisieren:

a)
$$\frac{a^2 + 5a - 24}{a^2 - 5a + 6}$$

b)
$$\frac{x^2 + 3xy - 10y^2}{x^2 + xy - 6y^2}$$

3. (6 P) Führe folgende Polynomdivisionen durch:

a)
$$(a^6 - b^6) : (a - b)$$

b)
$$(7z^2 + 2z^4 + 1 - 3z - z^3) : (z^2 + 3)$$

4. (4 P) Stelle folgende Zahlen das jeweilige System um:

b)
$$15_{10}$$
 ins 5er System

5. (4 P) Schreibe die folgenden Zahlen so um, dass vor dem Dezimalpunkt nur eine Ziffer steht:

c)
$$0.00012 \cdot 10^8$$

b)
$$10 \cdot 10^{-4}$$

d)
$$1234 \cdot 10^{-3}$$

6. (4 P) Schreibe mit positivem Exponenten und vereinfache:

a)
$$3b^{-3}$$

c)
$$\left(-\frac{2v}{w}\right)^{-4}$$

b)
$$\frac{1}{x^{-1}}$$

d)
$$\left(\frac{m+n}{m-n}\right)^{-3}$$

7. (4 P) Schreibe ohne Bruchstrich und vereinfache:

a)
$$\frac{e}{g^{n-2}} - \frac{f}{g^{2-2n}}$$

$$b) \frac{3x}{x^2(y-z)^3}$$

8. (4 P) Mache den Nenner wurzelfrei und vereinfache so weit als möglich:

a)
$$\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

b)
$$\frac{r\sqrt{s} - s\sqrt{r}}{\sqrt{rs}}$$

9. (6 P) Schreibe als Potenz:

a)
$$\sqrt[3]{cd^2e^4}$$

b)
$$\sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{r}$$

b)
$$\sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{n}$$

c) $\sqrt[3]{(x-2)^{-2}}$

d)
$$\sqrt[3]{v^3} - \sqrt[4]{\frac{1}{w^{-3}}}$$

Viel Erfolg!

Lösungen

1. Werte ausrechnen

b)
$$\frac{\text{Term}}{\text{Wert}} \begin{vmatrix} T(-1) & T(-2) & T(-3) \\ -12 & -60 & -218 \end{vmatrix}$$

2. Kürzen durch Faktorisieren

a)
$$\frac{(a+8)(a-3)}{(a-2)(a-3)} = \frac{a+8}{a-2}$$

b)
$$\frac{(x+5y)(x-2y)}{(x+3y)(x-2y)} = \frac{x+5y}{x+3y}$$

3. Polynomdivision

b)
$$\frac{(x+5y)(x-2y)}{(x+3y)(x-2y)} = \frac{x+5y}{x+3y}$$
3. Polynomdivision
a)
$$(a^{6} - a^{6} + ba^{5} - ba^{5} + b^{2}a^{4} - ba^{2} + b^{3}a^{3} - b^{3}a^{3} + b^{4}a^{2} - b^{3}a + b^{6} - b^{5}a + b^{6} - b^{6}a + b^{6}a +$$

b)
$$\left(\begin{array}{c} 2z^4 - z^3 + 7z^2 - 3z + 1\right) : \left(z^2 + 3\right) = 2z^2 - z + 1 + \frac{-2}{z^2 + 3} \\ \underline{-2z^4 - 6z^2} \\ -z^3 + z^2 - 3z \\ \underline{z^3 + 3z} \\ 2z + 1 \\ \underline{-z^2 - 3} \\ -2 \end{array}\right)$$

4. Stellenwertsysteme

a)
$$24_{10} = 11000_2$$

b)
$$15_{10} = 30_5$$

d)
$$13_{13} = 16_{10} = 51_3$$

- 5. Wissenschaftliche Notation von Zahlen
 - a) $1.0 \cdot 10^4$

c) $1.2 \cdot 10^4$

b) $1.0 \cdot 10^{-3}$

d) 1.234

- 6. Positive Exponenten
 - a) $\frac{3}{b^3}$

c) $\frac{w^4}{16v^4}$

b) x

 $d) \left(\frac{m-n}{m+n}\right)^3$

- 7. Bruchstriche eliminieren
 - a) $e \cdot g^{2-n} f \cdot g^{2n-2}$

b) $3x^{-1}(y-z)^{-3}$

- 8. Nenner wurzelfrei
 - a) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

b) $\sqrt{r} - \sqrt{s}$

- 9. Als Potenz schreiben
 - a) $c^{\frac{1}{3}}d^{\frac{2}{3}}e^{\frac{4}{3}}$ oder $(cd^2e^4)^{\frac{1}{3}}$
- c) $(x-2)^{-\frac{2}{3}}$

b) $m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{2}}$

d) $\left(v - w^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$