Prüfung 3

Name: ____________________

Summen, Zahlen im Rechner, Wurzeln

23. Februar 2022

- Für die Prüfung habt ihr 90 Minuten Zeit.
- *Bitte alleine arbeiten, d.h. keine Kommunikationsmittel benutzen!*
- Eine Seite (A4) mit Notizen und Formeln ist erlaubt, ebenso der Taschenrechner.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich sein, sonst gibts keine Punkte.
- Resultate exakt angeben, d.h. $\sqrt{2}$ und nicht 1.41421.

---

1. **(3 Punkte, 1 Punkt pro Teilaufgabe)** Berechne folgende Summen:

   a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{10} k$ b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 2i$ c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} \frac{k}{4}$

2. **(6 Punkte, 1 Punkt pro Teilaufgabe)** Schreibe folgende Zahlen in das geforderte Zahlensystem um:

   a) 123_{10} im Zweiersystem

   b) 10010_2 im Zehnersystem

   c) -1 im Zweierkomplement mit 4 Bit Wortbreite

   d) -16 im Zweierkomplement mit 8 Bit Wortbreite

   e) 0.625_{10} im Zweiersystem

   f) 11.1011_2 im Zehnersystem

3. **(6 Punkte, 1 Punkt pro Teilaufgabe)** Vereinfache folgende Ausdrücke so weit als möglich. Ihr könnt davon ausgehen, dass alle Variablen positive Werte enthalten und nicht gleich Null sind.

   a) $\sqrt{\dfrac{1a^2}{4b^4}}$

   b) $\dfrac{\sqrt{32n^5}}{\sqrt{2n^3}}$

   c) $(\sqrt[an]{x})^n$

   d) $a\sqrt[3]{b}$ Als einen (1) Wurzelterm schreiben.

   e) $\sqrt{x^2\sqrt{x^3}}$

   f) $\sqrt[a]{\sqrt[x]{b}} \cdot \sqrt[ax]{b^2}$

Viel Erfolg!

Lösungen

1. Die Aufgaben sind alle mit der Gauss'schen Summenformel und den Regeln für die Umformung von Summen zu lösen.

   a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{10} k = \frac{10\cdot(10+1)}{2} = \underline{\underline{55}}$

   b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 2i = 2\sum_{i=1} ni = 2\frac{n(n+1)}{2} = \underline{\underline{n(n+1)}}$

   c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} \frac{k}{4} = \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{100} k = \frac{1}{4}\cdot\frac{100(100+1)}{2} = \underline{\underline{1\,262.5}}$

2. a) $123_{10} = \underline{\underline{111\,1011_2}}$

   b) $10010_2 = 2^4 + 2^1 = 16 + 2 = \underline{\underline{18}}$

   c) -1: stellen zuerst die 1 dar mit 4 Bits: 0001_2, dann invertieren wir alle Bits: 1110_2 und rechnen noch $+1$: $\underline{\underline{1111_2}}$

   d) -16: stellen zuerst 16 dar mit 8 Bits: $0001\,0000_2$, invertieren dann alle Bits: $1110\,1111_2$ und rechnen $+1$: $\underline{\underline{1111\,0000_2}}$

   e) $0.625_{10} = 0.5 + 0.125 = 2^{-1} + 2^{-3}$. Also ist das Resultat: $\underline{\underline{0.101_2}}$

   f) $11.1011_2 = 2 + 1 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 = \underline{\underline{3.6875}}$

3. a) $\displaystyle\sqrt{\frac{1a^2}{4b^4}} = \underline{\underline{\frac{a}{2b^2}}}$

   b) $\displaystyle\frac{\sqrt{32n^5}}{\sqrt{2n^3}} = \sqrt{\frac{32n^5}{2n^3}} = \sqrt{16n^2} = \underline{\underline{4n}}$

   c) $(\sqrt[an]{x})^n = \underline{\underline{\sqrt[a]{x}}}$

   d) $a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3}\sqrt[3]{b} = \underline{\underline{\sqrt[3]{a^3 b}}}$

   e) $\sqrt{x^2\sqrt{x^3}} = \sqrt{x^2}\sqrt{\sqrt{x^3}} = \underline{\underline{x\sqrt[4]{x^3}}}$

   f) $\sqrt[a]{\sqrt[x]{b}}\cdot\sqrt[ax]{b^2} = \sqrt[ax]{b}\,\sqrt[ax]{b^2} = \underline{\underline{\sqrt[ax]{b^3}}}$