MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Lenuța Andrei • Mădălina Călinescu
Ani Drăghici • Maria Popa

MATEMATICĂ

Manual pentru clasa a V-a

V

SIGMA

Acest proiect de manual școlar este realizat în conformitate cu Programa școlară aprobată prin O.M. nr. 3393/28.02.2017

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Lenuța Andrei • Mădălina Călinescu
Ani Drăghici • Maria Popa

MATEMATICĂ

Manual pentru clasa a V-a

SIGMA

Manualul școlar a fost aprobat prin O.M.E.N. nr. 5294/05.10.2017.

Manualul este distribuit elevilor în mod gratuit, atât în format tipărit, cât și în format digital, și este transmisibil timp de patru ani școlari, începând din anul școlar 2017–2018.

Inspectoratul Școlar ....
Școala / Colegiul / Liceul ....

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul școlar	Aspectul manualului*			
				Format tipărit		Format digital	
				la primire	la predare	la primire	la predare
1							
2							
3							
4							

* Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni: ***nou, bun, îngrijit, neîngrijit, deteriorat***.

Cadrele didactice vor verifica dacă informațiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.

Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.

Referenți: prof. univ. dr Carmen Rocsoreanu,
prof. gr. I Cristina Ungureanu,
prof. gr I Paula Copăcel
Redactor: Dana Năstase
Credite foto: Pixabay.com, Freepik.com
Ilustrații: Freepik.com, Dan Negruț
Copertă: Florin Paraschiv
Tehnoredactor: Ioana-Silvia Ceriu
Culegător text: Nicoleta Croitoru
Înregistrări și procesare sunet, animații, activități digitale interactive și platformă e-learning:
Website: www.infomediapro.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
Matematică : manual pentru clasa a V-a / Lenuţa Andrei, Mădălina Călinescu, Ani Drăghici, Maria Popa. - Bucureşti : Sigma, 2017
ISBN 978-606-727-232-1

I. Andrei, Lenuţa
II. Călinescu, Mădălina
III. Drăghici, Ani
IV. Popa, Maria

51

ISBN: 978-606-727-232-1

Editura SIGMA

Sediul central
Str. G-ral Berthelot nr. 38, sector 1, Bucureşti, cod 010169
Tel. / fax: 021-313.96.42; 021-315.39.43; 021-315.39.70
e-mail: office@editurasigma.ro; web: www.librariesigma.ro

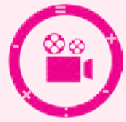
Distribuție:
Tel. / fax: 021-243.42.40; 021-243.40.52; 021-243.40.61; 021-243.40.14
e-mail: comenzi@librariesigma.ro

Descrierea manualului

VARIANTA DIGITALĂ

Faţă de varianta tipărită, varianta digitală cuprinde activităţi multimedia de învăţare.

Simboluri ce indică activitățile multimedia

 Activitate statică — Priveşte!	 Activitate interactivă — Rezolvă!	 Film sau animaţie — Vizionează!

 Accesare ajutor general manual	 Includere de notiţe

Activităţile multimedia interactive de învăţare sunt explicit semnalate în varianata digitală.

STRUCTURA MANUALULUI

Manual este structurat astfel încât să fie accesibil elevilor de clasa a V-a şi dezvoltă capacitatatea de a efectua operaţii logice în contextul celor şase competenţe diferite care intervin în procesul de învăţare: ***cunoaştere, înţelegere, aplicare, analiză, sinteză şi evaluare***.

La finalul fiecărui capitol, pentru stimularea şi menţinerea interesului elevilor pentru studiul matematicii am propus teme şi sarcini de lucru evidenţiate prin **MAGIA MATEMATICII!**

Pentru verificarea nivelului de pregătire al elevului, manualul propune:

- TESTE INIŢIALE
- TESTE DE EVALUARE (RECAPITULARE ŞI SISTEMATIZARE PRIN TESTE)
- TESTE DE EVALUARE FINALĂ
- PROIECT
- INVESTIGAŢIE

Fiecare dintre testele de evaluare, poate fi utilizat, la sugestia profesorului, ca test de autoevaluare.

Pentru recapitularea finală sunt propuse exerciţii şi probleme evidenţiate prin textul EXERCIŢII ŞI PROBLEME RECAPITULATIVE.

Metodele şi instrumentele de evaluare sunt distribuite echilibrat prin raportare la competenţele programei şcolare şi au un grad ridicat de relevanţă şi aplicabilitate în viaţa de zi cu zi.

STRUCTURA UNEI TEME

Fiecare temă cuprinde unităţi de conţinut de predare - învăţare - evaluare din programa şcolară.

Structura unităţii de conţinut

Vigneta **Ia aminte şi ţine minte!** şi îndemnul **Atenţie!**, evidenţiază informaţiile şi cunoştinţele teoretice pe care elevul trebuie să le asimileze şi să le înţeleagă.

Exerciţiile şi problemele propuse elevului spre rezolvare, ce respectă modelele şi metodele folosite în exemplele prezentate sunt marcate de vigneta **„Aplică ce ai învăţat!“**

Împărţiţi pe echipe, elevii rezolvă anumite cerinţe.

Ia aminte și ține minte!

- Fie a și n două numere naturale, cu $n \geq 2$. Produsul a n factori egali cu a reprezintă puterea a n-a a numărului natural a, se notează a^n și se citește *a la puterea n* sau *a la n*.

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$ În scrierea: a^n → n se numește **exponentul puterii** → a se numește **baza puterii**

- Ridicăm un număr natural nenul la o putere astfel: înmulțim baza cu ea însăși de atâtea ori de câte ori arată exponentul (înmulțire repetată).

Exemple: $5^2 = 5 \cdot 5$; $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$; $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.

! Atenție!
- Orice număr nenul la puterea zero este egal cu 1, adică $a^0 = 1, a \neq 0$.
- 0^0 nu are sens.
- Orice număr la puterea întâi este egal cu numărul însuși, adică $a^1 = a$.

Aplică ce ai învățat!

1. Calculează folosind factorul comun:
a) $7 \cdot 37 + 43 \cdot 7$; b) $23 + 9 \cdot 23$; c) $41 \cdot 32 - 41 \cdot 22$;
d) $10 + 20 + 30 + 40 + 50$; e) $14 + 21 + 28 + 35$; f) $4 \cdot 2017 + 2017 \cdot 2013 - 2017$.

2. Calculează, după model:
Model: $1004 \cdot 1003 + 2 \cdot 1004 - 1005 \cdot 1002 = 1004 \cdot (1003 + 2) - 1005 \cdot 1002 =$
$= 1004 \cdot 1005 - 1005 \cdot 1002 = 1005 \cdot (1004 - 1002) = 1005 \cdot 2 = 2010$;
a) $7 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 9 \cdot 10$; b) $37 \cdot 28 + 42 \cdot 37 - 42 \cdot 15$;
c) $207 \cdot 28 + 207 \cdot 180 - 208 \cdot 206$; d) $3009 \cdot 3008 - 3008 \cdot 3007 - 2 \cdot 3006$;
e) $5010 \cdot 5009 + 5009 - 5011 \cdot 5008$; f) $2016 \cdot 2015 + 2 \cdot 2016 - 2017 \cdot 2015$.

Lucrează în echipă!

Compuneți probleme care să se rezolve prin expresiile de la exercițiul anterior, subpunctele a), b) și f).

Structura Exerciţii şi probleme

Exerciţiile şi problemele ce sunt prezentate la sfârşitul fiecărei teme sunt grupate pe trei niveluri de dificultate şi sunt evidenţiate în text prin vignetele **„Exersează!“**, **„Poţi fi mai bun!“** şi **„Fii campion!“**

Criteriul de divizibilitate cu 3 și cu 9

Exersează!

1. Care dintre următoarele numere: 540; 642; 7323; 47 529 sunt divizibile cu 3? Dar cu 9?

2. Arată că numărul 36 + 621 este divizibil cu 9, prin două metode (factor comun sau criteriul de divizibilitate).

3. Stabilește, fără a face împărțirea, dacă 9 888 este multiplu al lui 3.

4. Află cele mai mici numere de trei cifre distincte care să fie:
a) divizibile cu 3; b) divizibile cu 9; c) divizibile cu 3, dar nu cu 9.

5. Află numerele de forma $\overline{25x}$ divizibile:
a) cu 3; b) cu 9.

Poți fi mai bun!

6. Scrie numerele de forma: a) $\overline{35x}$; b) $\overline{x3x}$; c) $\overline{2x7}$; d) $\overline{xxx}$, divizibile cu 3.

7. Demonstrează că, dacă cifrele unui număr natural de trei cifre sunt consecutive, atunci numărul este divizibil cu 3.

8. Un fermier are 624 de prepelițe pe care trebuie să le pună în cutii, fiecare cutie conținând 3 prepelițe. Sunt complete toate cutiile? Rezolvă fără a efectua împărțirea.

Fii campion!

9. Arată că:
a) $10^7 - 1$ este divizibil cu 9; b) $10^{50} - 1$ este divizibil cu 9; c) $10^{20} - 7$ este divizibil cu 3.

CUPRINS

Competenţe generale și specifice

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informaţiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date
6. Modelarea matematică a unei situaţii date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora
3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitate
4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări şi ale operaţiilor cu numere naturale
5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
6.1. Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situaţii date, rezolvarea problemei obţinute prin metode aritmetice şi interpretarea rezultatului.

Cap 2. FRACŢII ORDINARE. FRACŢII ZECIMALE

A. Fracţii ordinare

B. Fracţii zecimale

Competenţe generale și specifice

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date
6. Modelarea matematică a unei situaţii date, prin integrarea achiziţiilor din diferite domenii

1.2. Identificarea fracţiilor ordinare sau zecimale în contexte variate

2.2. Efectuarea de calcule cu fracţii folosind proprietăţi ale operaţiilor aritmetice

3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu fracţii ordinare sau zecimale

4.2. Utilizarea limbajului specific fracţiilor/procentelor în situaţii date

5.2. Analizarea unor situaţii date în care intervin fracţii pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracţiile, a unei situaţii date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

Cap. 3. ELEMENTE DE GEOMETRIE ŞI UNITĂŢI DE MĂSURĂ

Competenţe generale și specifice

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situaţie dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii date
6. Modelarea matematică a unei situaţii date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

1.3. Identificarea noţiunilor geometrice elementare şi a unităţilor de măsură în diferite contexte
2.3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice
3.3. Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) şi a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) şi exprimarea acestora în unităţi de măsură corespunzătoare
4.3. Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităţilor de măsură
5.3. Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configuraţii geometrice dintr-o problemă dată
6.3. Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unităţi de măsură şi la interpretarea rezultatelor.

TESTE INIȚIALE

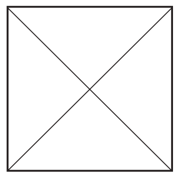
Testul 1

Partea I (45p)

La exercițiile 1 și 2 scrie numai rezultatele. La exercițiul 3 scrie (A) dacă propoziția este adevărată și (F) dacă propoziția este falsă.

20p **1.** Efectuează:
a) 543 + 3 078; b) 3 011 – 357; c) 409 · 78; d) 15 147 : 51.

5p **2.** Câte triunghiuri sunt desenate în figura de mai jos?



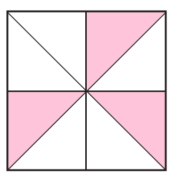
3. Precizează pentru fiecare propoziție dacă este adevărată sau falsă:
5p a) Între numerele 26 și 32 sunt trei numere impare.
5p b) Cel mai mare număr par care are trei cifre este 988.
5p c) Produsul 25 · 7 este mai mic decât produsul 26 · 6.
5p d) Numărul care împărțit la 6 dă câtul 48 și restul de două ori mai mic decât împărțitorul este 291.

Partea a II-a (45p)

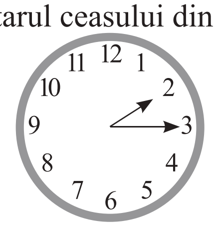
La problemele următoare se cer rezolvările complete.

15p **4.** Efectuează: 100 – [48 : (14 – 12 : 2) + 56 : 7 · 8].

5. Determină:
5p a) numărul *a* care este cu 5 mai mic decât sfertul numărului 2008;
5p b) fracția ce reprezintă partea hașurată din pătratul de mai jos;



5p c) ce fracție, dintr-o oră, arată minutarul ceasului din desenul de mai jos?



15p **6.** Într-un coș sunt mere, banane și portocale, în total 22 de fructe. Dacă numărul bananelor este cu 2 mai mare decât numărul merelor și de patru ori mai mic decât numărul portocalelor, află câte mere, câte banane și câte portocale sunt în coș.

(10p sunt din oficiu)

Testul 2

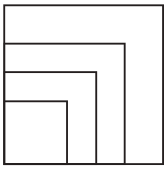
Partea I (45p)

La exercițiile 1 și 2 scrie numai rezultatele. La exercițiul 3 scrie (A) dacă propoziția este adevărată și (F) dacă propoziția este falsă.

15p **1.** Efectuează:

a) 1 351 – 257; b) 3 543 + 729; c) 305 · 87; d) 24 336 : 72.

10p **2.** Câte pătrate sunt desenate în figura de mai jos?



3. Precizează pentru fiecare propoziție dacă este adevărată sau falsă:

5p a) Între numerele naturale 2 · 35 și 15 · 5 sunt patru numere naturale.

5p b) Trei ore și jumătate reprezintă 230 de minute.

5p c) Numărul cu 23 mai mic decât produsul numerelor 10 și 13 este egal cu 107.

5p d) Trei kilograme de mere costă 9 lei. Cinci kilograme de mere costă 15 lei.

Partea a II-a (45p)

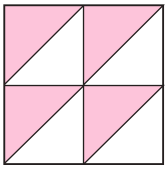
La problemele următoare se cer rezolvările complete.

15p **4.** Efectuează: [12 · 5 – (84 : 4 – 117 : 9) · 5] : 5.

5. Determină:

5p a) numărul *b* care este cu 145 mai mare decât dublul numărului 90;

5p b) fracția ce reprezintă partea hașurată din pătratul de mai jos;



5p c) perimetrul unui dreptunghi care are lățimea de 5 cm și lungimea de 3 ori mai mare.

15p **6.** Diana a citit o carte de 55 de pagini în trei zile. Știind că a doua zi a citit de 2 ori mai puține pagini decât în prima zi și încă 2 pagini, iar în ultima zi 14 pagini, află câte pagini a citit în prima zi și câte pagini a citit în a doua zi.

(10p sunt din oficiu)

Capitolul 1. **Numere naturale**

A. Operații cu numere naturale

Numerele sunt peste tot în jurul nostru și guvernează lumea în care trăim. Fără ele n-am putea ști ce oră este sau ce dată este sau câți ani avem ca vârstă și n-am putea inventa atâtea lucruri noi și minunate.

Numerele au o istorie fascinantă și ne-a luat mult timp să descoperim sistemul simplu pe care îl folosim acum.

Totul a început de la numere…

1. Scrierea, citirea, ordonarea numerelor naturale. Aproximări

Scrierea și citirea numerelor naturale

Ana și Mihai s-au întors la școală, după o vacanță plină de peripeții.

Discutând cu colegii despre ce au făcut în vacanță, ei află că 3 dintre colegi au citit câte 1 000 pagini fiecare, 6 colegi au citit câte 100 pagini fiecare, 7 colegi au citit câte 10 pagini fiecare, iar 2 colegi au citit câte o pagină fiecare. Care este numărul total de pagini citite de cei 18 colegi?

Ne propunem să scriem rezolvarea într-un singur exercițiu.

Obținem 3 672 de pagini.

$$3 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 1 = 3\,000 + 600 + 70 + 2$$

$$3672 \qquad\qquad 3672$$

$$3672 = 3 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 2 \cdot 1$$

3 este cifra miilor ● **6** este cifra sutelor ● **7** este cifra zecilor ● **2** este cifra unităților

Ia aminte și ține minte!

- Pentru scrierea unui număr natural se folosesc unul sau mai multe dintre următoarele 10 simboluri, numite **cifre arabe**:

  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- În scrierea unui număr, poziția ocupată de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin.

Pentru a citi un număr natural, grupăm cifrele câte trei începând de la sfârșitul numărului spre stânga. Aceste grupe se numesc **clase**. Fiecare clasă conține trei **ordine** (unități, zeci, sute).

- Denumirea primelor clase, de la dreapta la stânga, este: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor sau clasa bilioanelor, clasa trilioanelor, clasa cvadrilioanelor, clasa cvintilioanelor…

Tabel de numerație

Numărul Ordinului	**12**	**11**	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Ordinul	Sute de miliarde	Zeci de miliarde	Unități de miliarde	Sute de milioane	Zeci de milioane	Unități de milioane	Sute de mii	Zeci de mii	Unități de mii	Sute	Zeci	Unități
Clasa	Clasa miliardelor			Clasa milioanelor			Clasa miilor			Clasa unităților		

- Pentru scrierea și citirea numerelor procedăm astfel:
  – Se scriu una după alta cifrele care reprezintă numărul unităților din fiecare ordin.
  – Dacă nu sunt unități de un anumit ordin, în locul lor se scrie cifra zero.
  – Prima cifră a unui număr nu poate fi 0.
  – Se citește numărul format din cifrele fiecărei clase, pronunțând apoi numele clasei.

- Sistemul în care scriem numerele naturale este zecimal și pozițional pentru că:
  1) zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior;
  2) cifrele reprezintă valori diferite în raport cu poziția pe care o ocupă în scrierea numerelor.

  Exemple:

a) Scrie cu cifre arabe următorul număr:
  - două miliarde trei sute șapte milioane două sute de mii o sută douăzeci → 2 307 200 120.

b) Scrie cu litere următorul număr:
  - 906 500 230 000 → nouă sute șase miliarde cinci sute de milioane două sute treizeci de mii.

5+ Aplică ce ai învățat!

47 321
9 070 538
293 706 581

1. Enumeră cifrele folosite în scrierea numerelor din desenul alăturat, ca în model.
Model: Numărul 20 341 are cifrele 2, 0, 3, 4, 1.

2. Scrie cu cifre arabe următoarele numere:
a) o sută douăzeci de milioane trei sute patru mii douăzeci și unu;
b) două miliarde o sută douăzeci de milioane nouă sute șase mii o sută patruzeci și trei;
c) trei sute de miliarde două sute de milioane patru sute de mii cinci.

3. Scrie cu litere următoarele numere:
a) 24 308 123; b) 2 500 807 130; c) 609 060 501 209; d) 8 325 692.

4. Scrie numerele de mai jos, care reprezintă numărul diverselor produse realizate de o firmă, într-un tabel de numerație.

46 527 | 12 | 2 020 700 | 9 207 352 | 2 876 532 103 | 27 003 | 396 001

Ia aminte și ține minte!

- Un număr natural de trei cifre îl vom scrie sub forma $\overline{abc}$, unde a, b și c sunt cifre și a e diferit de 0.

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c, \quad a \neq 0$$

  Scrierea $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ reprezintă *scrierea desfășurată* a numărului $\overline{abc}$.

- Orice număr natural se poate descompune într-o sumă de produse de doi factori în care un factor este numărul care arată câte unități de un anumit ordin are numărul, iar cel de-al doilea factor este unul dintre numerele 1, 10, 100, 1000, …

  Exemple: a) $237 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$; b) $3\,005\,678 = 3 \cdot 1\,000\,000 + 5 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8$.

5+ Aplică ce ai învățat!

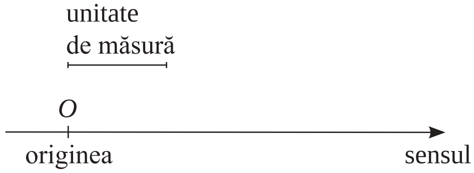
1. Scrie sub formă desfășurată numerele:
a) 2 507 856; b) 563 907 205; c) 899 506; d) 100 001; e) 4 374 562.

2. Scrie numerele care au forma desfășurată:
a) $6 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1$; b) $9 \cdot 1\,000\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 3$; c) $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 100 + 8$.

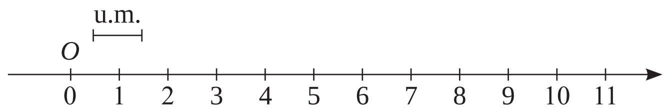
Reprezentarea pe axă

Ia aminte și ține minte!

- Axa numerelor este o dreaptă pe care:
  – Fixăm un punct numit **originea**, notat cu litera *O*;
  – Fixăm un segment numit **unitate de măsură**;
  – Fixăm un **sens** de parcurgere, de la stânga la dreapta, numit **sensul crescător** sau sensul pozitiv.



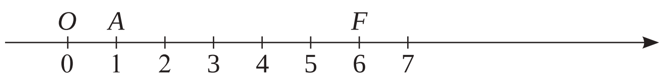
- Luăm unitatea de măsură, începând de la originea axei spre dreapta, și obținem următoarea reprezentare:



- Unui punct de pe axa numerelor îi corespunde numărul care arată distanţa de la acel punct la origine, astfel:
  – originii îi corespunde numărul 0 (cel mai mic număr natural);
  – punctului aflat la distanța de o unitate de măsură față de origine, în sensul considerat, îi corespunde numărul 1;
  – punctului aflat la distanța de 2 unități de măsură față de origine, în sensul considerat, îi corespunde numărul 2 și așa mai departe.

- Fiecare număr natural este **coordonata** unui punct situat pe axa numerelor, în sensul considerat, la o distanță față de origine egală cu acest număr.

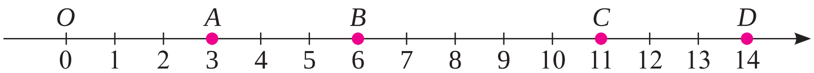
Exemple:



a) Punctul *O* are coordonata 0; scriem *O*(0) și citim *O* de coordonată zero.
b) Punctul *A* are coordonata 1; scriem *A*(1) și citim *A* de coordonată unu.
c) Punctul *F* are coordonata 6; scriem *F*(6) și citim *F* de coordonată șase.

Aplică ce ai învățat!

- Precizează coordonatele punctelor *A, B, C, D* reprezentate pe axa de mai jos.



- Reprezintă pe axa numerelor punctele *A*(2), *B*(5), *C*(1), *D*(7), *E*(4), *F*(10), *H*(3), *I*(8), *J*(9), luând ca unitate de măsură un segment de 1 cm.

Compararea și ordonarea

Ia aminte și ține minte!

Numerele naturale scrise în ordinea

0, 1, 2,…, 10, 11, …, 1000, 1001, …

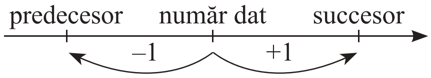
formează **șirul numerelor naturale**.

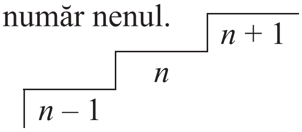
- Oricare două numere alăturate din șirul numerelor naturale se numesc **numere consecutive**.

Exemplu: 710 201 375 şi 710 201 376 sunt numere consecutive.

- În șirul numerelor naturale, **succesorul** unui număr natural n este numărul natural scris $n + 1$, iar **predecesorul** numărului natural este numărul natural $n - 1$, unde n este un număr nenul.

$$n - 1 < n < n + 1$$





Exemplu: Fie numărul 102 346. Succesorul lui este 102 347, iar predecesorul lui este 102 345.

5+ Aplică ce ai învățat!

Scrie succesorul și predecesorul numerelor: a) 21 311; b) 1 999; c) 300 400.

Ia aminte și ține minte!

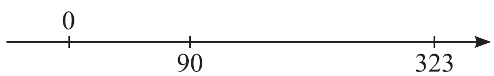
- Pentru oricare două numere naturale a și b, dacă a este înaintea lui b în șirul numerelor naturale, spunem că: a este mai mic decât b și scriem $a < b$ sau că b este mai mare decât a și scriem $b > a$.
- Dacă $a < b$ sau $a = b$, atunci notăm $a \leq b$ și citim „a mai mic sau egal b“.
- Dacă $a > b$ sau $a = b$, atunci notăm $a \geq b$ și citim „a mai mare sau egal b“.
- Oricare ar fi două numere naturale a și b, există numai una din relațiile următoare:

$$a < b \quad \text{sau} \quad a = b \quad \text{sau} \quad a > b$$

- Pentru a compara două numere naturale folosim una din următoarele situații:
  a) Dacă două numere naturale au un număr diferit de cifre, este mai mic numărul cu mai puține cifre.
  Exemplu: 23 < 103.
  b) Dacă două numere naturale au același număr de cifre, se compară primele cifre ale fiecărui număr, începând de la stânga spre dreapta.
  Dacă prima cifră este aceeași, se compară a doua cifră a fiecărui număr și așa mai departe până se ajunge la cifre diferite, corespunzătoare aceluiași ordin în fiecare număr.

  Este mai mare numărul în care cifra ordinului respectiv reprezintă un număr mai mare.
  Exemplu: 569 730 > 568 913, deoarece 5 = 5, 6 = 6, 9 > 8.

- Dintre două numere naturale reprezentate pe axa numerelor, mai mic este cel reprezentat la stânga celuilalt.
  Exemplu:



90 < 323

- A ordona *crescător (descrescător)* un șir de numere naturale înseamnă a scrie numerele de la cel mai mic la cel mai mare (de la cel mai mare la cel mai mic).

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Compară numerele:
a) 7 524 și 7 593; b) 699 821 și 32 999; c) 7 342 și 6 237; d) 836 952 și 836 952;
e) 

; f) 

2. Copiază pe caiet și completează căsuțele cu semnul corespunzător (<, = , >):
a) 345 $\square$ 325; b) 503 $\square$ 513; c) 437 $\square$ 4 375; d) 2 456 $\square$ 2 456;
e) 1 321 $\square$ 756; f) 10 101 $\square$ 10 099; g) 22 420 $\square$ 22 420; h) 98 005 $\square$ 97 999.

3. Ordonează crescător numerele: 23, 1, 326, 103, 1 026.

4. Ordonează descrescător numerele: 1 001, 1 101, 1 010, 1 110, 1 111.

Aproximări. Estimări

Uneori ca să cunoaștem valoarea exactă a unui număr folosim aproximarea și estimarea lui.

Nu putem ști cu precizie câți ani a durat procesul de evoluție a omului. Cercetătorii au dedus că acest proces a început **aproximativ** cu peste 600 000 de ani în urmă. Începutul procesului de evoluție al omului îl estimăm ca fiind acum sute de mii de ani. Estimarea este o evaluare cu aproximație a unui număr.

Ia aminte și ține minte!

- *Aproximarea prin lipsă* până la zeci (sute, mii,...) a unui număr natural este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii,...), mai mic decât numărul dat.
  Exemple: 27 835 aproximat prin lipsă la zeci este 27 830; la sute este 27 800; la mii este 27 000.
- *Aproximarea prin adaos* până la zeci (sute, mii,...) a unui număr natural este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii,...), mai mare decât numărul dat.
  Exemple: 27 835 aproximat prin adaos la zeci este 27 840; la sute este 27 900; la mii este 28 000.
- *Rotunjirea* până la zeci (sute, mii,...) a unui număr natural este aproximarea (prin lipsă sau adaos) cea mai apropiată de numărul dat (dacă este egal depărtat de numărul dat se alege aproximarea prin adaos).
  Exemple: 27 835 rotunjit la zeci este 27 840; la sute este 27 800; la mii este 28 000.

Aplică ce ai învățat!

1. Copiază în caiet și completează tabelul următor:

Numărul	**APROXIMARE**							
	Prin lipsă la:				**Prin adaos la:**			
	Mii	**Sute**	**Zeci**	**Unități**	**Mii**	**Sute**	**Zeci**	**Unități**
5 629								
13 408								
29 035								
9 543								

2. Mihai dorește să cumpere o tabletă care costă 4 253 lei. Dispune doar de bancnote de 100 lei. Care este numărul minim de bancnote de 100 lei necesar cumpărării tabletei?

3. În depozitul fabricii se ambalează 936 console cu jocuri în cutii. Dacă în fiecare cutie sunt exact 10 console, care este numărul de cutii necesar?

4. Un angrosist vinde DVD-uri cu jocuri ambalate numai în cutii de 100 de bucăți. De câte cutii are nevoie pentru a vinde 1 232 DVD-uri?

Lucrează în echipă!

Matematica şi literatura

În cadrul proiectului „Lecturi suplimentare“, Maria a găsit în biblioteca şcolii următoarea listă de cărţi:

Ajutaţi-o voi să ordoneze lista:
a) după anul editării;
b) după numărul de pagini.
Mai poate face şi alte ordonări?
Dacă da, realizează-le.

Autorul	**Titlul cărți**	**Ediția**	**Nr. pag.**
Victor Eftimiu	Înșir-te, mărgărite	1967	192
Ion Creangă	Opere	1939	392
Mihail Sadoveanu	Neamul Șoimăreștilor	1915	264
Marin Sorescu	La Lilieci	1973	832
Mihai Eminescu	Poezii	2008	152
Alexandru Vlahuță	România pitorească	1965	464
Vasile Alecsandri	Vasile Porojan	2011	24
***	Basme populare	1966	144

Exerciții și probleme

Scrierea și citirea numerelor naturale

Exersează!

1. Completează pe caiet spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Cifrele folosite pentru scrierea numărului 263 759 sunt…
b) Pentru numărul 263 759, cifra miilor este…, cifra zecilor este…, cifra sutelor de mii este…

2. Scrie cu ajutorul cifrelor următoarele numere:
a) două sute treizeci și șapte; b) opt sute de mii patruzeci și doi;
c) trei miliarde opt; d) două sute cincizeci și șase de mii opt sute șaptezeci și nouă;
e) nouă sute cincizeci și patru; f) două milioane opt sute trei;
g) cinci miliarde șapte sute treizeci și trei de milioane nouăzeci și opt.

3. Maria are pe un cartonaș scrise următoarele numere: 3 550, 32 358, 3 568, 43 589, 9 352, 3 073 592. Ea a subliniat numerele care conțin 35 sute. Care sunt numerele subliniate de Maria?

4. Se dau numerele: 108, 3 582, 82 643, 233 989, 1 008, 78 305, 128 714, 18 305 075.
a) Scrie cu litere fiecare dintre numerele de mai sus.
b) Precizează clasa și ordinul cifrei 8 din fiecare număr.
c) Specifică numărul de mii, sute și zeci din fiecare număr.
d) Scrie fiecare număr sub formă desfășurată.

5. a) Scrie toate numerele naturale de două cifre distincte și apoi de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 5, 8 și 9.
b) Scrie toate numerele naturale de două cifre distincte și apoi de trei cifre distincte care se pot forma cu cifrele 2, 0, 7.

6. Scrie numerele naturale care au scrierea desfășurată de mai jos:
a) $2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 10 + 8$; b) $5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 6$; c) $9 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3$.

Poți fi mai bun!

7. Scrie toate numerele de forma:
a) $\overline{3x0}$; b) $\overline{5aa}$; c) $\overline{637x}$; d) $\overline{xx4}$; e) $\overline{x33}$; f) $\overline{2xx5}$; g) $\overline{7xy}$, unde a, x și y sunt cifre.

8. Câte numere distincte de forma $\overline{3ab}$ există?

9. a) Determină numerele naturale de forma $\overline{2a14}$ care au produsul cifrelor egal cu 36.
b) Determină numerele naturale de forma $\overline{5a13}$ care au produsul cifrelor egal cu 90.
c) Determină numerele naturale de forma $\overline{2ab5}$ cu $a + b = 5$.
d) Determină numerele naturale de forma $\overline{ab6}$ care au suma cifrelor egală cu 22.

Fii campion!

10. Determină numerele naturale de forma $\overline{abcd}$, cu a, b, c, d cifre distincte, $b + c + d = a$ și $a < 5$.

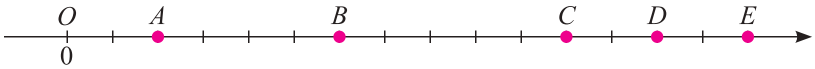
11. Determină numerele naturale de forma $\overline{abc}$ care verifică relația $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$.

Reprezentarea pe axă

Exersează!

1. Desenează o axă a numerelor și reprezintă pe ea punctele care au coordonatele:
a) 6, 8, 9, 12; b) numerele pare cuprinse între 2 și 8; c) numerele impare cuprinse între 3 și 13.

2. Scrie numărul natural corespunzător fiecărui punct marcat pe axa numerelor din figura de mai jos.

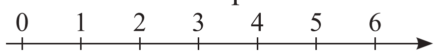
a) 

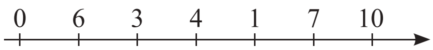
b) Desenează pe caiet axa numerelor și fixează punctele $M(4)$, $N(9)$ și $P(12)$.

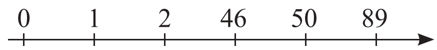
3. Desenează o axă a numerelor și reprezintă pe ea punctele: $O(0)$, $A(3)$, $B(6)$, $C(1)$, $D(8)$. Se ia ca unitate de măsură 1 cm.

4. George a reprezentat numerele naturale pe axe. Care dintre reprezentările sale este corectă?

A) 

B) 

C) 

D) 

Compararea și ordonarea numerelor naturale

Exersează!

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Dintre numerele 632 și 636 mai mic este …
b) Numerele de forma $\overline{3x}$ mai mici decât 35 sunt …
c) Cel mai mare număr de 3 cifre este …
d) Numerele naturale pare cuprinse între 33 și 40 sunt …

2. Scrie toate numerele naturale n de trei cifre, astfel încât:
a) $n \leq 105$; b) $660 \leq n < 664$; c) $n \leq 307$ și $n \geq 303$.

3. Compară următoarele numere. Scrie semnul corespunzător (>, =, <):
a) 23 ☐ 2; b) 87 ☐ 99; c) 503 ☐ 503; d) 256 ☐ 260;
e) 324 ☐ 32; f) 308 ☐ 3 008; g) 14 385 ☐ 14 356; h) 15 780 ☐ 15 870.

4. Compară numerele naturale:
a) 30 222 ☐ 33 033; b) 7 083 256 ☐ 7 083 208; c) 123 521 ☐ 123 512.

5. Determină cifra x pentru care sunt adevărate relațiile:
a) $\overline{4x} < 45$; b) $\overline{7x} \leq 78$; c) $\overline{x8} > 68$; d) $\overline{4x3} \geq 463$; e) $\overline{43x5} < 4375$.

6. Folosind o singură dată toate cifrele 1, 4, 6, 8, 2, 0 și 3, formează:
a) cel mai mic număr natural; b) cel mai mare număr natural.

7. Ordonează crescător numerele:
a) 352, 52, 253, 235, 532, 523;
b) 1 234, 3 214, 2 132, 3 124, 4 213, 3 412;
c) 33, 3 333, 333 333, 303, 330, 30 003, 33 003;
d) 135 135, 153 153, 513 513, 135, 351 351, 351.

8. Care grup de numere este ordonat de la cel mai mare număr la cel mai mic număr?
A) 20 022, 20 220, 22 002, 22 200;
B) 20 220, 20 022, 22 200, 22 002;
C) 22 002, 22 200, 20 220, 20 022;
D) 22 200, 22 002, 20 220, 20 022.

9. Scrie în ordine crescătoare, apoi descrescătoare numerele naturale de două cifre care au suma cifrelor 7.

10. Tabelul alăturat indică numărul de băieți și fete din patru clase. Care clasă are cei mai mulți elevi?

Clasa	Numărul de băieți	Numărul de fete
a V-a A	12	13
a V-a B	16	12
a V-a C	14	18
a V-a D	18	15

Poți fi mai bun!

11. Andrei aruncă cinci zaruri.
a) Care este cel mai mic număr de cinci cifre care se poate obține astfel? Dar cel mai mare?
b) Care este cel mai mic număr natural de cinci cifre distincte care se poate obține astfel? Dar cel mai mare?

12. Ana a șters din greșeală două cifre ale numărului $\overline{5ab793}$. Scrie cel mai mare și cel mai mic număr de acest fel.

13. Scrie cel mai mic număr natural care are suma cifrelor egală cu 2017? Câte cifre are acest număr?

Fii campion!

14. Scrie cel mai mare și cel mai mic număr natural de forma $\overline{x2y5}$ cu produsul tuturor cifrelor egal cu 180.

15. Determină numerele naturale de forma $\overline{x5y}$ care verifică simultan condițiile:
a) $x = y + 3$; b) $400 < \overline{x5y} < 770$.

Aproximări. Estimări

Exersează!

1. Fie numerele: 256 783, 1 730 201, 156 237, 59 305 436, 98 765 432.
a) Aproximează prin lipsă și adaos la zeci, sute, mii și sute de mii.
b) Rotunjește numerele date la zeci, sute, mii și sute de mii.

2. Transcrie tabelul alăturat și completează.

Numărul	Rotunjire la ordinul:			
	zecilor	sutelor	miilor	zecilor de mii
36 632	36 630	36 600	37 000	40 000
64 606				
495 702				
446 893				
523 782				

3. O fabrică vinde obiectele care vin ambalate numai în cutii de câte 100 bucăți. Câte cutii trebuie cumpărate pentru a vinde 603 obiecte? Dar pentru 2 690 de obiecte?

4. a) Aproximează prin adaos până la mii numărul 6 479.
b) Rotunjește până la zeci numărul 156.
c) Aproximează prin lipsă până la mii numărul 7 542.
d) Rotunjește până la sute numărul 628.
e) Aproximează prin adaos până la zeci numărul 192.
f) Rotunjește până la mii numărul 6 375.

Poți fi mai bun!

5. Ana are 468 de timbre. Dacă aranjează câte 10 timbre pe o pagină a unui album, câte pagini de album ar fi necesare? Dar dacă pune câte 100 de timbre într-un album, de câte albume ar avea nevoie?

6. La un mall s-au adus 25 590 de ciocolate. Transportul se face în baxuri. Fiecare bax conține 100 de cutii, fiecare cutie conține 10 ciocolate.
a) De câte baxuri a fost nevoie pentru transportul ciocolatei?
b) Care a fost numărul de cutii necesare?

Fii campion!

7. Transcrie tabelul alăturat și completează la fiecare râu estimarea la ordinul sutelor a lungimii acestuia:

Râul	Lungime	Estimare
Dunărea	1 075 km	
Mureș	761 km	
Prut	742 km	
Olt	615 km	
Jiu	339 km	

2. Adunarea și scăderea numerelor naturale

Adunarea numerelor naturale

Mihai pleacă de acasă spre Grădina Botanică. În drumul său trece pe la Ana pentru a-i lăsa o carte.

Știind că de la casa lui Mihai până la casa Anei sunt 795 m, iar de la casa Anei până la Grădina Botanică sunt 320 m, care este lungimea drumului parcurs de Mihai?

Lungimea drumului parcurs de Mihai este: 795 m + 320 m = 1 115 m.

Ia aminte și ține minte!

- Numerele care se adună se numesc **termeni**. Rezultatul adunării se numește **sumă** (**total**).

$$\boxed{\text{termen}_1 + \text{termen}_2 = \text{sumă}}$$

- Pentru a calcula suma a două sau a mai multor numere naturale, adunăm numerele reprezentate de cifrele din același ordin, începând cu cele de ordinul unităților. Dacă suma obținută la un anumit ordin este 10 sau trece peste 10, ținem seama că 10 unități de un ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Exemple:

a) $\begin{array}{r} {\scriptstyle +1\ +1+1} \\ 12\ 586\ + \\ \underline{20\ 937} \\ 33\ 523 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} {\scriptstyle +1\ +1\ +1\quad +1\quad +1} \\ 571\ 029\ 246\ + \\ \underline{649\ 357\ 380} \\ 1\ 220\ 386\ 626 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} {\scriptstyle +1\quad +1+1} \\ 9\ 678\ 932\ + \\ \underline{502\ 143} \\ 10\ 181\ 075 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} {\scriptstyle +1\quad +1+1} \\ 3\ 572\ 169\ + \\ \underline{296\ 283} \\ 3\ 868\ 452 \end{array}$

5+ Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) 208 + 5 983; b) 35 678 + 5 270; c) 12 735 + 12 699; d) 507 953 + 87 956; e) 323 476 + 23 475; f) 2 321 + 9 998 882.

Proprietăți ale adunării numerelor naturale

Ia aminte și ține minte!

- Suma mai multor numere nu se schimbă dacă:

– se schimbă locul termenilor (comutativitate): $\boldsymbol{a + b = b + a}$, oricare ar fi a și b numere naturale;

– se grupează termenii în mod diferit (asociativitate): $\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}$, oricare ar fi a, b și c numere naturale;

– se adaugă termeni nuli (egali cu zero) (0 este element neutru): $\boldsymbol{0 + a = a + 0 = a}$, oricare ar fi a număr natural.

Exemplu:

Un copil isteț!

Într-o zi, un copil a fost pus de dascălul său să calculeze mintal suma numerelor naturale de la 1 la 100, inclusiv. Spre uimirea dascălului, copilul îi dă răspunsul 5 050 doar după câteva minute. Dascălul l-a întrebat cum a calculat așa de repede, iar el a răspuns:

— Am procedat astfel:

1 + 2 + ... + 49 + **50** + 51 + ... + 98 + 99 + **100**

100
⋮
100
100

Lăsând la o parte ultimul număr, care este 100, numerele rămase, mai puțin 50, se grupează astfel: 1 + 99 = 100; 98 + 2 = 100; ... 49 + 51 = 100, deci în total de 49 de ori 100, la care se adaugă numărul 100, lăsat inițial deoparte, și 50, termenul rămas izolat după grupare. Așadar, suma este $100 + 49 \cdot 100 + 50 = 5\,050$.

Acest copil a devenit unul dintre marii matematicieni ai lumii și se numea *Karl Friedrich Gauss*.

- Suma se modifică:
  – dacă un termen al sumei se mărește cu un număr, atunci și suma se mărește cu acel număr;
  – dacă un termen se micșorează cu un număr, atunci și suma se micșorează cu acel număr.

Exemplu: La o florărie s-au vândut în prima zi 25 de buchete de lalele și 28 de buchete de trandafiri.

a) Câte buchete s-au vândut în total?
$25 + 28 = 53$ (buchete)

b) A doua zi s-au vândut același număr de buchete de lalele și trandafiri, cu 12 buchete mai mult. Câte buchete s-au vândut a doua zi?
$25 + (28 + 12) = 25 + 40 = 65$ (buchete)

Observăm că, *dacă un termen al sumei se mărește cu un număr, atunci și suma se mărește cu acel număr*.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Calculează:
a) $56 + 103$; b) $1\,325 + 3\,526$; c) $756\,326 + 1\,230$; d) $362\,423 + 213\,245$.

2. În biblioteca școlii noastre sunt 3 726 de volume de proză și 2 176 de volume de poezie. Câte volume de proză și poezie sunt în biblioteca școlii?

3. Calculează următoarele sume: a) $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 50$; b) $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 200$.

Scăderea numerelor naturale

Ana are 352 lei din care îi dă lui Mihai 215 lei, iar restul îl păstrează pentru sora ei, Maria. Câți lei îi revin Mariei?

352 lei – 215 lei = 137 lei (îi revin Mariei)

Ia aminte și ține minte!

- Scăderea este operația inversă a adunării.
- A scădea un număr, numit **scăzător**, dintr-un alt număr, numit **descăzut**, înseamnă a găsi un număr, numit **rest** sau **diferență**, care adunat cu scăzătorul să ne dea descăzutul.

descăzut – scăzător = diferență (rest)   descăzutul > scăzătorul

- Pentru a scădea un număr din altul, scădem pe rând unitățile scăzătorului (începând cu ordinul unităților, apoi al zecilor…) din unitățile de același fel ale descăzutului. Dacă la descăzut nu sunt destule unități de un anumit ordin, luăm o unitate de la ordinul imediat superior și o transformăm în 10 unități de ordin mai mic.

Dacă ordinul imediat superior nu are nicio unitate, mergem la ordinul și mai mare, luăm o unitate, o transformăm în 10 și una dintre acestea, de asemenea în 10.

Exemple:

a) $$\begin{array}{r} 5\,673\ - \\ 210 \\ \hline 5\,463 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 2\overset{-1}{3}6\,\overset{-1}{7}\overset{-1}{0}1\,3\overset{-1}{2}5\ - \\ 28\,693\,106 \\ \hline 208\,008\,219 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{r} \overset{-1}{9}\,\overset{-1}{3}\overset{-1}{2}1\,7\overset{-1}{6}3\,265\ - \\ 456\,321\,754 \\ \hline 8\,865\,441\,511 \end{array}$$

d) $$\begin{array}{r} \overset{-1}{3}\,567\,\overset{-1}{8}93\ - \\ 923\,456 \\ \hline 2\,644\,437 \end{array}$$

Proba scăderii se face prin adunare sau scădere:

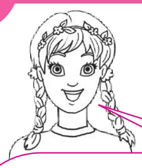
- prin adunare: scăzătorul + diferența = descăzutul;
- prin scădere: descăzutul – diferența = scăzătorul.

Aplică ce ai învățat!

1. Află diferența dintre următoarele numere, apoi efectuează proba.
a) 135 și 22; b) 5 104 și 2 036; c) 22 002 și 341; d) 32 675 692 și 123 699.

2. Dintr-o sârmă de 112 m s-a tăiat o bucată de 25 m.
a) Câți metri au mai rămas?
b) Dacă din aceeași sârmă de 112 m am fi tăiat cu 13 m mai mult, câți metri ar fi rămas?
c) Dacă din aceeași sârmă de 112 m am fi tăiat cu 13 m mai puțin, câți metri ar fi rămas?

Lucrează în echipă!



Descifrează mesajele calculând și înlocuind numerele cu literele corespunzătoare.

+	308	96	103	52	2000
582	M	C	I	E	M
3523	T	A	Ă	A	T

–	13	999	529	333	751
2405	D	S	Ț	C	I
1002	T	E	I	R	A

890	3619	3831	634	2582	3575	5523	685	678	3626

2392	1654	1406	989	669	251	2072	1876	473	3

Exerciții și probleme

Adunarea numerelor naturale

Exersează!

1. Calculează: a) 23 + 32; 57 + 42 b) 326 + 562; 305 + 128 c) 1 345 + 6 328; 4 363 + 2 349 d) 7 803 + 327; 5 362 + 102

2. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

A	B
a) 36 + 42	1) 1303
b) 104 + 13	2) 78
c) 1027 + 8278	3) 117
d) 1006 + 297	4) 1403
	5) 9305

3. Efectuează grupând convenabil termenii:
a) 11 + 123 + 89; b) 25 + 35 + 40 + 55 + 65;
c) 23 + 78 + 27 + 22; d) 296 + 25 + 4 + 75;
e) 50 + 75 + 100 + 125 + 150; f) 3 500 + 892 + 4 500 + 108.

4. La un spectacol au participat 132 de băieți, fete cu 92 mai multe decât băieți, iar adulți cu 236 mai mulți decât fete. Câte persoane au participat la spectacol?

5. Dacă un calculator costă 1 535 lei și prețul său se majorează cu 235 lei, află noul preț al calculatorului.

6. Părinții și bunicii lui Radu îi cumpără o tabletă de ziua lui. Bunicii contribuie cu 3 230 lei, iar părinții cu 50 lei mai mult decât bunicii. Află prețul tabletei primite de Radu.

7. Într-o livadă sunt 5 639 meri, iar peri cu 3 267 mai mulți decât meri. Câți meri și peri sunt în livadă (în total)?

Poți fi mai bun!

8. Estimează rezultatele operațiilor și alege din tabel răspunsurile corespunzătoare. Ce cuvânt s-a format?

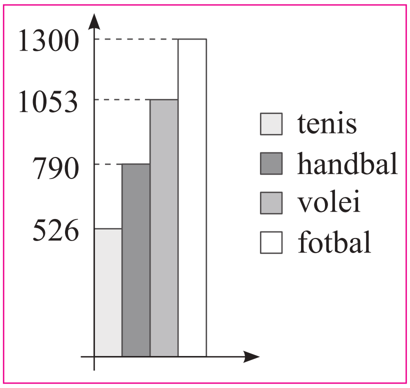
29 937 + 50 375 = __________

214 850 + 765 148 = __________

41 387 + 23 978 = __________

212 745 + 79 835 = __________

E	65 365
B	80 312
N	979 998
I	292 580



9. Datele referitoare la numărul de sportivi legitimați la un club sportiv la diferite sporturi sunt redate în graficul alăturat. Câți sportivi sunt legitimați la club?

10. Reconstituie adunările:

a) $\begin{array}{r} 3{*}45\ + \\ \underline{{*}73{*}} \\ 92{*}4 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} {*}3{*}3\ + \\ \underline{5{*}4{*}} \\ 6432 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 1{*}{*}9\ + \\ \underline{792{*}} \\ 9753 \end{array}$

11. *Alege răspunsul corect!* Suma dintre cel mai mare și cel mai mic număr de patru cifre distincte este:
A) 10 890; B) 10 899; C) 10 898; D) 10 900.

Fii campion!

12. Determină numărul de forma $\overline{ab}$ pentru care $\overline{2ab} + \overline{ab3} = 830$.

Scăderea numerelor naturale

Exersează!

1. Calculează:
a) 46 – 25; 88 – 39
b) 596 – 423; 939 – 102
c) 8 004 – 4 008; 8 205 – 3 168
d) 456 – 32; 6 392 – 150

2. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

A	B
a) 52 – 21	1) 1 930
b) 313 – 45	2) 268
c) 2 129 – 199	3) 1 967
d) 2 006 – 29	4) 31
	5) 1 977

3. Un produs costă 5 245 lei și se ieftinește cu 29 lei. Calculează noul preț al produsului.

4. Un produs costă 6 100 lei și prețul său se reduce cu 162 lei. Determină noul preț al produsului.

5. Într-o școală sunt înscriși la ciclul primar 936 de elevi, iar la ciclul gimnazial cu 123 mai puțini. Luni au lipsit 9 elevi de la ciclul primar și 13 elevi de la ciclul gimnazial. Câți elevi au fost la școală luni?

Poți fi mai bun!

6. Diferența a două numere naturale este 2 356. Unul dintre numere este 4 643. Calculează suma celor două numere. Câte soluții are problema?

7. Reconstituie scăderile:

a) $\begin{array}{r} 5054\ - \\ \underline{{*}{*}{*}{*}} \\ 1342 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} {*}75{*}\ - \\ \underline{878{*}} \\ {*}78 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 8{*}5\ - \\ \underline{352} \\ {*}1{*} \end{array}$

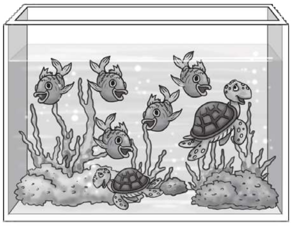
8. Dan are 657 de lei. Din aceștia își cumpără un caiet care costă 12 lei și un stilou care costă 36 de lei. Ce sumă i-a mai rămas lui Dan?

Fii campion!

9. Determină toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ care verifică relația: $\overline{abc} - \overline{ab} - c = 414$.

3. Înmulțirea numerelor naturale

Ana cumpără 5 peşti pentru acvariul său, a câte 3 lei fiecare. Câţi lei a plătit Ana pe cei 5 peşti?



$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15;$ $5 \times 3 = 15;$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3.$

Aşadar, Ana a plătit 15 lei pe cei cinci peşti.

Ia aminte și ține minte!

- A înmulţi un număr, numit **deînmulţit**, cu un număr numit **înmulţitor**, înseamnă a aduna deînmulţitul cu el însuşi de atâtea ori cât arată înmulţitorul (adunare repetată).
- Rezultatul înmulţirii se numeşte **produs**.
- Deînmulţitul şi înmulţitorul se numesc **factorii produsului**.
- Pentru înmulţire se foloseşte semnul „×“ sau „·“ care se citeşte **ori** (înmulţit).

$$\boxed{\text{factor}_1 \cdot \text{factor}_2 = \text{produs}}$$

O firmă de prelucrare foto are de realizat 9 724 de albume a câte 386 de fotografii. Câte fotografii sunt necesare pentru cele 9 724 de albume?

Pentru a afla numărul de fotografii vom efectua produsul 9 724 · 386, dar 386 = 300 + 80 + 6.

$$\begin{array}{r} 9724 \cdot \\ \underline{6} \\ 58344 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9724 \cdot \\ \underline{80} \\ 777920 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9724 \cdot \\ \underline{300} \\ 2917200 \end{array}$$

(primul produs parţial) (al doilea produs parţial) (al treilea produs parţial)

Aşadar avem $9\,724 \cdot (300 + 80 + 6) = 9\,724 \cdot 300 + 9\,724 \cdot 80 + 9\,724 \cdot 6 = 3\,753\,464.$

În scris avem:

$$\begin{array}{r} 9724 \cdot \\ \underline{386} \\ 58344 \\ 777920 \\ \underline{2917200} \\ 3753464 \end{array} \qquad \text{sau} \qquad \begin{array}{r} 9724 \cdot \\ \underline{386} \\ 58344 \\ 77792 \\ \underline{29172} \\ 3753464 \end{array}$$

Firma prelucrează 3 753 464 fotografii.

În partea dreaptă nu s-au mai scris zerourile de la înmulţirea cu 10 şi cu 100, dar s-a avut grijă ca cifrele să fie scrise mai la stânga, ca şi când am fi scris şi zerourile.

Proprietăți ale înmulțirii numerelor naturale

Ia aminte și ține minte!

- Produsul mai multor numere naturale nu se schimbă dacă:
  - se schimbă locul factorilor (comutativitate): $\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$, oricare ar fi a şi b numere naturale;
  - se grupează factorii în mod diferit (asociativitate): $\boldsymbol{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$, oricare ar fi a, b, c numere naturale;
  - unul din factori este egal cu 1 (1 element neutru): $\boldsymbol{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}$, oricare ar fi a număr natural.

Exemple: a) $5 \cdot 9 = 9 \cdot 5$; b) $(5 \cdot 9) \cdot 10 = 5 \cdot (9 \cdot 10)$; c) $12 \cdot 1 = 1 \cdot 12 = 12$.

- Pentru a înmulți un număr cu o sumă (diferență) neefectuată, procedăm astfel: înmulțim acel număr cu fiecare termen al sumei (diferenței) neefectuate și adunăm (scădem) produsele (distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere): $\boldsymbol{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$; $\boldsymbol{a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c}$, oricare ar fi a, b, c numere naturale.

  Exemple: a) $3 \cdot (5 + 2) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 15 + 6 = 21$; b) $7 \cdot (5 - 3) = 7 \cdot 5 - 7 \cdot 3 = 35 - 21 = 14$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Efectuează: a) $936 \cdot 25$; b) $5676 \cdot 241$; c) $4317 \cdot 23$; d) $1092 \cdot 493$; e) $8995 \cdot 125$.

2. Efectuează calculele și apoi compară rezultatele obținute:
a) $56 \cdot 23$ și $23 \cdot 56$; b) $(56 \cdot 23) \cdot 7$ și $56 \cdot (23 \cdot 7)$; c) $42 \cdot (6 + 9)$ și $42 \cdot 15$.

3. O fabrică realizează într-o zi 15 367 de pixuri. Câte pixuri realizează fabrica în 256 de zile?

Factor comun

Mihai cumpără 3 albume şi 3 cărţi. Un album costă 85 lei şi o carte costă 15 lei. Câţi lei a cheltuit Mihai pe albumele şi cărţile cumpărate?

Putem rezolva problema în două moduri, astfel:

$$3 \cdot 85 + 3 \cdot 15 = 255 + 45 = 300 \text{ (lei a cheltuit Mihai)}$$

sau $$3 \cdot (85 + 15) = 3 \cdot 100 = 300 \text{ (lei a cheltuit Mihai)}$$

Se observă că s-a obţinut acelaşi rezultat, deci $3 \cdot 85 + 3 \cdot 15 = 3 \cdot (85 + 15)$.

În acest caz spunem că am *scos factor comun* pe 3.

Ia aminte și ține minte!

- Dacă fiecare termen al unei sume date se împarte exact la un acelaşi număr natural nenul, spunem că acel număr este **factor comun** pentru suma dată.

  Exemplu: $5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 1$, 5 este factor comun.

- Dăm (scoatem) factor comun dintr-o sumă (diferență) astfel: scriem factorul comun ales şi îl înmulţim cu paranteza formată din tot atâţia termeni câţi termeni are suma (diferența) dată. Fiecare termen al parantezei este egal cu câtul dintre termenul sumei date şi factorul comun.

  Aşadar, $\boldsymbol{a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)}$, $\boldsymbol{a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)}$, unde a, b, c sunt numere naturale oarecare.

  Exemple: a) $5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5 = 5 \cdot (3 + 4 - 6)$; b) $10 + 20 + 40 - 50 = 10 \cdot (1 + 2 + 4 - 5)$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Calculează folosind factorul comun:
a) $7 \cdot 37 + 43 \cdot 7$; b) $23 + 9 \cdot 23$; c) $41 \cdot 32 - 41 \cdot 22$;
d) $10 + 20 + 30 + 40 + 50$; e) $14 + 21 + 28 + 35$; f) $4 \cdot 2017 + 2017 \cdot 2013 - 2017$.

2. Calculează, după model:

Model: $1004 \cdot 1003 + 2 \cdot 1004 - 1005 \cdot 1002 = 1004 \cdot (1003 + 2) - 1005 \cdot 1002 =$
$= 1004 \cdot 1005 - 1005 \cdot 1002 = 1005 \cdot (1004 - 1002) = 1005 \cdot 2 = 2010$;

a) $7 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 9 \cdot 10$; b) $37 \cdot 28 + 42 \cdot 37 - 42 \cdot 15$;
c) $207 \cdot 28 + 207 \cdot 180 - 208 \cdot 206$; d) $3009 \cdot 3008 - 3008 \cdot 3007 - 2 \cdot 3006$;
e) $5010 \cdot 5009 + 5009 - 5011 \cdot 5008$; f) $2016 \cdot 2015 + 2 \cdot 2016 - 2017 \cdot 2015$.

Lucrează în echipă!

Compuneți probleme care să se rezolve prin expresiile de la exercițiul anterior, subpunctele a), b) și f).

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Calculează:
a) $23 \cdot 3$; $46 \cdot 9$; $59 \cdot 7$
b) $96 \cdot 18$; $32 \cdot 10$; $64 \cdot 92$
c) $216 \cdot 37$; $493 \cdot 59$; $877 \cdot 15$
d) $2\,017 \cdot 123$; $4\,029 \cdot 433$; $5136 \cdot 710$

2. Efectuează: a) $32 \cdot 2 \cdot 5$ b) $46 \cdot 13 \cdot 10$; c) $543 \cdot 3 \cdot 7$; d) $45 \cdot 6 \cdot 14$; e) $376 \cdot 15 \cdot 6$; f) $402 \cdot 25 \cdot 0$; g) $15 \cdot 250 \cdot 2$; h) $86 \cdot 9 \cdot 1$.

3. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Dacă înmulţim numărul 352 cu 36, atunci obţinem numărul …
b) Produsul numerelor 25 şi 732 este egal cu …
c) Dacă mărim numărul 514 de 18 ori, atunci obţinem numărul …

4. Scrie asocierile corecte dintre litera din coloana A şi cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) $13 \cdot 2$	1) 346 000
b) $25 \cdot 16$	2) 26
c) $346 \cdot 1\,000$	3) 309 510
d) $905 \cdot 342$	4) 400
	5) 34 600

5. Un pulover costă 56 de lei. Preţul său se măreşte de 2 ori. Determină noul preţ al puloverului.

6. Scoate factorul comun, apoi calculează:
a) $5 \cdot 13 - 5 \cdot 3$; b) $19 + 19 \cdot 9$; c) $23 \cdot 11 - 23$; d) $7 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 10 \cdot 7$.
e) $41 \cdot 132 - 41 \cdot 32$; f) $37 \cdot 28 + 42 \cdot 37 - 37 \cdot 15$; g) $27 \cdot 8 + 2 \cdot 27 + 27 \cdot 10$;
h) $8 \cdot 49 + 8 \cdot 31 - 8 \cdot 50$; i) $15 \cdot 99 + 15 \cdot 13 - 15 \cdot 112$; j) $25 \cdot 13 + 25 \cdot 8 - 25 \cdot 11$.

7. Scrie numerele 36, 24, 56 ca produse de doi factori. Găseşte toate posibilitățile.

8. Marius are 15 cutii cu câte 900 de piese de jucărie. Câte piese de jucărie sunt în total în cele 15 cutii?

9. Într-o livadă sunt 37 de rânduri, iar pe fiecare rând sunt plantaţi 23 de cireşi. Determină numărul total de cireşi din acea livadă.

Poţi fi mai bun!

10. Mircea are 5 cutii. În fiecare cutie sunt 25 de urne. Fiecare urnă conţine 30 de bile. Determină numărul urnelor, dar şi numărul bilelor.

11. Un autoturism străbate distanţa dintre două localităţi în 5 ore, mergând cu viteza de 70 km/h. Determină lungimea drumului dintre cele două localități.

12. Efectuează, utilizând factorul comun:
a) $110 + 220 + 330 + 440 + 550$; b) $11\,001 + 22\,002 + 33\,003 + 44\,004 + 55\,005$;
c) $5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35$; d) $6 + 12 + 18 + 24 + 30 + 36 + 42$.
e) $123 \cdot 389 + 123 \cdot 11 - 100 \cdot 123$; f) $719 \cdot 2017 - 2017 + 282 \cdot 2017$;
g) $739 \cdot 2016 - 2016 + 262 \cdot 2016$; h) $1999 \cdot 2000 - 1998 \cdot 1999 - 2 \cdot 1998$.

Fii campion!

13. Reconstituie înmulţirile:

a) $\begin{array}{r} 3{*}5\ \cdot \\ \underline{{*}2} \\ 730 \\ \underline{2190} \\ 22630 \end{array}$
b) $\begin{array}{r} 274\ \cdot \\ \underline{{*}{*}} \\ 548 \\ \underline{2466} \\ 25208 \end{array}$
c) $\begin{array}{r} 2{*}6\ \cdot \\ \underline{4{*}} \\ 2124 \\ \underline{944} \\ 11564 \end{array}$
d) $\begin{array}{r} {*}52\ \cdot \\ \underline{6{*}} \\ 7616 \\ \underline{5712} \\ 64736 \end{array}$

4. Împărțirea numerelor naturale

Împărțirea exactă (cu rest zero) a numerelor naturale

Ana are un abonament de 175 lei pentru vizionarea a 5 filme 4D. Câți lei a plătit Ana pentru vizionarea unui film 4D, știind că prețul este același la toate filmele?

Rezolvare: 175 : 5 = 35 lei (a plătit Ana).

Proba: 35 lei · 5 = 175 lei.

175 | 5
15 | 35
=25
25
==

Ia aminte și ține minte!

- A împărți exact un număr natural, numit **deîmpărțit**, la un alt număr natural nenul, numit **împărțitor**, înseamnă a găsi un număr natural, numit **cât**, care înmulțit cu împărțitorul să dea deîmpărțitul.

deîmpărțitul : împărțitor = cât (D : Î = C, Î ≠ 0)

- Proba împărțirii se face prin înmulțire sau împărțire.

  • prin înmulțire: cât · împărțitor = deîmpărțit

  • prin împărțire: deîmpărțit : cât = împărțitor

ATENȚIE! Împărțirea la zero nu are sens.

Un întreprinzător a cumpărat 65 268 de mărgele pentru 111 ii. Câte mărgele s-au folosit pentru o ie?
Pentru a afla câte mărgele s-au folosit pentru o ie efectuăm împărțirea: 65 268 : 111.
Să urmărim efectuarea împărțirii.

65268 | 111
555 | 5
=97

Pasul 1

Spunem că 111 se cuprinde în 652 de 5 ori.
Scriem **5** la cât.
Înmulțim pe 5 cu împărțitorul 111.
5 · 111 = 555
Efectuăm scăderea 652 – 555 = 97.
Scriem **97.**

65268 | 111
555 | 58
=976
888
=88

Pasul 2

Coborâm cifra următoare, 6, aceasta fiind cifra zecilor de la deîmpărțit.
111 se cuprinde în 976 de 8 ori.
Scriem **8** la cât, după cifra 5 aflată la pasul 1.
Înmulțim pe 8 cu 111.
8 · 111 = 888
Efectuăm scăderea 976 – 888 = 88.
Scriem **88**.

```
65268|111
555  |588
=976
 888
 =888
  888
  ===
```

Pasul 3

Coborâm cifra următoare, 8, acesta fiind cifra unităților de la deîmpărțit. 111 se cuprinde în 888 de 8 ori.

Scriem cifra **8** la cât, după cifra 8 aflată la pasul 2.

Înmulțim pe 8 cu 111.

$8 \cdot 111 = 888$

Efectuăm scăderea $888 - 888 = 0$.

Așadar, obținem câtul 588 și restul zero.

Deci pentru o ie s-au folosit 588 de mărgele.

Proba: • prin înmulțire:

$588 \cdot 111 = 65268$

• prin împărțire:

```
65268|588
588  |111
=646
 588
 =588
  588
  ===
```

- Dacă deîmpărțitul se mărește (se micșorează) de un număr de ori și împărțitorul nu se schimbă, câtul se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Exemplu: $72 : 8 = 9$; mărim deîmpărțitul $72 \cdot 2 = 144$; $144 : 8 = 18$. Observăm că 18 este mai mare decât 9 de 2 ori.

- Dacă împărțitorul se mărește (se micșorează) de un număr de ori și deîmpărțitul nu se schimbă, atunci câtul se micșorează (se mărește) de același număr de ori.

  Exemplu: $72 : 8 = 9$; $8 \cdot 3 = 24$; $72 : 24 = 3$.

  Câtul 3 este mai mic decât 9 de 3 ori.

- Dacă și deîmpărțitul și împărțitorul se măresc (se micșorează) de același număr de ori, atunci câtul rămâne neschimbat.

  Exemple: a) $6 : 3 = 2$; $6 \cdot 10 = 60$; $3 \cdot 10 = 30$. Observăm că $60 : 30 = 2$.

  b) $24 : 8 = 3$; $24 : 2 = 12$; $8 : 2 = 4$. Observăm că $12 : 4 = 3$.

5+ Aplică ce ai învățat!

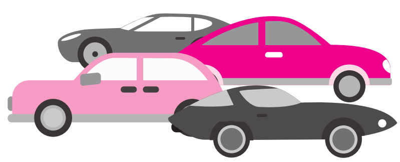
1. Efectuează: a) 4 176 : 348; b) 10 396 : 452; c) 16 443 : 783; d) 1 562 303 : 257.

2. Cei 288 de elevi care participă la „Crosul Sănătății" se așază câte 16 pe rând. Câte rânduri se formează? Dar dacă se așază câte 36 pe rând, atunci câte rânduri se formează?

Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Mihai a vrut să așeze cele 73 de mașinuțe pe 5 rafturi, în mod egal. Câte mașinuțe nu au avut loc pe rafturi? Calculăm numărul mașinuțelor rămase, care este dat de restul împărțirii lui 73 la 5.

```
73|5
5 |14
23
20
=3  →  numărul mașinuțelor rămase este 3
```



Ia aminte și ține minte!

- La împărțirea a două numere naturale, numite **deîmpărțit** și **împărțitor**, obținem două numere naturale, numite **cât** și **rest**, astfel încât:

deîmpărțitul = câtul · împărțitorul + restul ($D = C \cdot Î + R$, $Î \neq 0$)
și restul < împărțitorul ($R < Î$).

Exemplu: La o florărie, din 79 de lalele s-au făcut buchete de câte 5 lalele. Determină numărul buchetelor obținute și numărul lalelelor rămase.

$$\begin{array}{l|l} 79 & 5 \\ \hline \underline{5} & 15 \\ 29 & \\ \underline{25} & \\ =4 & \end{array}$$

S-au obținut 15 buchete.
Au rămas 4 lalele.

Proba: $15 \cdot 5 + 4 = 79$
$(79 - 4) : 15 = 5$
$75 : 15 = 5$

Aplică ce ai învățat!

1. Rudolf are 293 de jucării pe care le dăruiește, în mod egal, celor 141 de prieteni. Câte jucării primește fiecare prieten? Câte jucării îi mai rămân lui Rudolf?

2. Determină câtul și restul următoarelor împărțiri:
a) 578 932 : 6 937; b) 869 251 : 10 011; c) 3 923 004 : 8 235; d) 8 005 002 : 1 932.

3. Determină toate numerele naturale care împărțite la 9 dau câtul 13.

Lucrează în echipă!

Alege răspunsul corect!

4. Într-o săptămână, o fabrică de confecții a vândut 3 426 produse. În săptămâna următoare a vândut de 2 ori mai puține produse. Estimarea numărului de produse care s-au vândut în a doua săptămână este:
A) 1 600 B) 177 C) 200 D) 1 700.

5. Numărul numerelor naturale de 3 cifre cu proprietatea că împărțite la un număr natural de 2 cifre dau restul 97, este:
A) 97 B) 100 C) 13 D) 18.

6. Împărțind un număr natural la 84 obținem restul 56. Restul împărțirii acestui număr la 12 este:
A) 9 B) 8 C) 13 D) 56.

Exerciții și probleme

Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale

Exersează!

1. Efectuează:
a) 84 : 4; 63 : 3
b) 816 : 2; 540 : 5
c) 1 012 : 4; 3 535 : 7
d) 53 640 : 4; 89 525 : 5

2. Efectuează:
a) 360 : 12; b) 143 : 11; c) 6 496 : 112; d) 10 396 : 452;
e) 280 : 56; f) 5 457 : 17; g) 6 441 : 113; h) 16 443 : 783.

3. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Dacă împărțim numărul 125 la 5, atunci obținem numărul … .
b) Câtul numerelor 1 001 și 7 este numărul … .
c) Dacă deîmpărțitul este 198 960 și împărțitorul este 6, atunci câtul este egal cu … .

4. Mihai are 3 588 lei și cheltuie a treia parte din ei. Calculează suma cheltuită de Mihai.

5. După ce s-a dublat, prețul unui obiect a devenit 56 432 lei. Află prețul inițial al produsului.

6. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) 56 : 8	1) 7
b) 242 : 121	2) 45
c) 1 440 : 32	3) 2
d) 11 983 : 521	4) 3
	5) 23

7. a) Determină numărul de 10 ori mai mic decât cel mai mic număr natural de trei cifre.
b) Determină numărul de 15 ori mai mic decât numărul 675.

8. Află cel mai mic și cel mai mare număr de trei cifre care se împart exact la 36.

Poți fi mai bun!

9. La ce număr trebuie să-l împărțim pe 563 184 pentru a obține câtul 72 și restul zero?

10. Determină numărul: a) de 7 ori mai mic decât suma numerelor 1 351 și 2 569;
b) de 14 ori mai mic decât produsul numerelor 63 și 32.

11. Află cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre care se împart exact la 23. Câte numere de 3 cifre se împart exact la 23?

Fii campion!

12. Efectuează: a) $\overline{ababab} : \overline{ab}$; b) $\overline{abcabc} : \overline{abc}$, unde a, b, c sunt cifre, $a \neq 0$.

Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Exersează!

1. Determină câtul și restul împărțirilor, apoi efectuează proba:

a) 723 : 18	b) 7 216 : 13	c) 16 259 : 35	d) 24 587 : 901
536 : 19	1 035 : 12	47 161 : 72	22 022 : 202
901 : 32	3 958 : 67	12 017 : 24	25 006 : 203

2. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Împărțind numărul natural 5 632 la 13 obținem câtul egal cu … și restul egal cu … .
b) Numărul natural care împărțit la 6 dă câtul 15 și restul 3 este … .
c) Cel mai mic număr natural care împărțit la 45 dă restul 12 este … .

3. a) Determină numărul natural care împărțit la 19 dă câtul 6 și restul 8.
b) Determină numărul natural care împărțit la 573 dă câtul 326 și restul 59.

4. 1 000 de sticle de suc se așază în cutii. Într-o cutie încap 24 sticle. Câte cutii pline se obțin? Câte sticle rămân în ultima cutie?

Poți fi mai bun!

5. Care este cel mai mare număr natural de forma $\overline{2ab}$ care împărțit la 32 dă restul 5?

6. Află cel mai mare și cel mai mic număr natural de 3 cifre care împărțit la 23 dă restul 13.

7. Câte numere mai mici decât 500 împărțite la 35 dau restul 13?

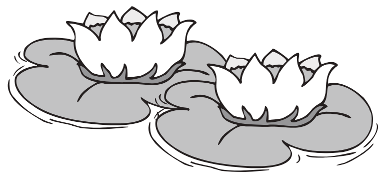
Fii campion!

8. *Alege răspunsul corect!* Numerele naturale cuprinse între 3 000 și 7 000 care împărțite pe rând la 11, 13 și 23 dau restul 9, sunt:
A) 3 298; 6 596 B) 3 280; 6 587 C) 3 280; 6 569 D) 3 298; 6 587.

5. Puterea cu exponent natural a unui număr natural

Ana și Mihai au avut de realizat, la biologie, proiectul „Nuferi în Grădina Botanică”.

Timp de o săptămână, ei au mers zilnic în Grădina Botanică. Au observat că în prima zi au apărut 2 nuferi, a doua zi numărul lor s-a dublat față de prima zi, a treia zi numărul lor s-a dublat față de a doua zi și așa mai departe.



Ei au înregistrat datele în tabelul de mai jos:

Ziua	1	2	3	4	5	6	7
Numărul nuferilor	2	4	8	16	32	64	128

Scriem ca produs neefectuat, cu factori egali cu 2, numărul 8 și obținem: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Produsul neefectuat $2 \cdot 2 \cdot 2$ se scrie 2^3 și citim *doi la puterea a treia*. Produsul neefectuat $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ se scrie 2^4 și citim *doi la puterea a patra* etc.

Cu această scriere, tabelul de mai sus devine:

Ziua	1	2	3	4	5	6	7
Numărul nuferilor	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7

Ia aminte și ține minte!

- Fie a și n două numere naturale, cu $n \geq 2$. Produsul a n factori egali cu a reprezintă puterea a n-a a numărului natural a, se notează a^n și se citește *a la puterea n* sau *a la n*.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$$

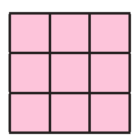
În scrierea: a^n → n se numește **exponentul puterii**
→ a se numește **baza puterii**

- Ridicăm un număr natural nenul la o putere astfel: înmulțim baza cu ea însăși de atâtea ori de câte ori arată exponentul (înmulțire repetată).

Exemple: $5^2 = 5 \cdot 5$; $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$; $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.

! Atenție!
- Orice număr nenul la puterea zero este egal cu 1, adică $a^0 = 1, a \neq 0$.
- 0^0 nu are sens.
- Orice număr la puterea întâi este egal cu numărul însuși, adică $a^1 = a$.

- Ridicarea la putere este operație de ordinul III.
- Puterea a doua a unui număr natural se numește și **pătratul acelui număr**.



Exemplu: 3^2 se citește *trei la puterea a doua* sau *trei la pătrat*.

- Un număr natural egal cu pătratul unui număr natural se mai numește și **pătrat perfect**.

Exemplu: 16 este pătrat perfect, deoarece $16 = 4^2$.

- Pătratul oricărui număr natural are ultima cifră 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.
- Un număr natural care are ultima cifră 2, 3, 7 sau 8 nu este pătrat al unui număr natural.
- Între două pătrate a două numere naturale consecutive nu mai există niciun alt pătrat al unui număr natural.

Exemple: a) 1217 nu este pătratul unui număr natural, deoarece are ultima cifră 7.

b) 20 nu este pătratul unui număr natural, deoarece este cuprins între două pătrate a două numere naturale consecutive, adică $4^2 < 20 < 5^2$.

Aplică ce ai învățat!

1. Scrie sub formă de putere cu exponent număr natural produsele următoare:
a) $2 \cdot 2$; b) $3 \cdot 3 \cdot 3$; c) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$; d) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; e) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$.

2. Completează, pe caiet, tabelul de mai jos cu baza şi exponentul corespunzător fiecărei puteri:

Puterea este:	56^{23}	7^2	19^{456}	34^0	1^{1234}	39^6	93^7	100^{236}	1023^8
Baza este:									
Exponentul este:									

3. Completează, pe caiet, tabelul:

Numărul	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pătratul numărului										

4. Arată că următoarele numere nu sunt pătratele niciunui număr natural: a) 59; b) 2011^{2011}; c) 8^{13}.

5. Calculează 21^2 şi 22^2, iar apoi arată că 456 nu este pătratul unui număr natural.

6. Arată că numărul $2018 \cdot 2017 + 2018$ este pătratul unui număr natural.

Reguli de calcul cu puteri

Ia aminte și ține minte!

Reguli de calcul cu puteri cu aceeași bază

- Produsul a două puteri cu aceeași bază este o putere cu aceeași bază, iar exponentul este suma exponenților celor două puteri.

$\boldsymbol{a^m \cdot a^n = a^{m+n}, a \neq 0}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale

Exemplu: $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$

- Câtul a două puteri cu aceeași bază nenulă este o putere cu aceeași bază, iar exponentul este diferența exponenților celor două puteri.

$\boldsymbol{a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0, m \geq n}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale

Exemplu: $2^8 : 2^3 = 2^{8-3} = 2^5$

- Puterea unei puteri este o putere cu aceeași bază, iar exponentul este produsul exponenților.

$\boldsymbol{(a^m)^n = a^{m \cdot n}, a \neq 0}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale

Exemplu: $(2^7)^9 = 2^{7 \cdot 9} = 2^{63}$

- $\boldsymbol{a^{m+n} = a^m \cdot a^n; a^{m-n} = a^m : a^n; a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m, a \neq 0, m \geq n}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale

Reguli de calcul cu puteri cu același exponent

- Produsul a două puteri cu același exponent și baze diferite este o putere cu baza egală cu produsul bazelor celor două puteri, iar exponentul este cel dat.

$\boldsymbol{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n, a \neq 0, b \neq 0}$, oricare ar fi a, b, n numere naturale

Exemplu: $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

- Câtul a două puteri nenule cu același exponent și baze diferite este o putere cu baza egală cu câtul bazelor celor două puteri, iar exponentul este cel dat.

$\boldsymbol{a^n : b^n = (a : b)^n, a \neq 0, b \neq 0}$, oricare ar fi a, b, n numere naturale

Exemplu: $9^7 : 3^7 = (9 : 3)^7 = 3^7$

- $\boldsymbol{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; (a : b)^n = a^n : b^n, a \neq 0, b \neq 0}$, oricare ar fi a, b, n numere naturale

Compararea puterilor

O veche legendă indiană ne povestește cum inventatorului jocului de șah, Sissa ben Dahir, i-a fost oferită o recompensă la alegere, de către regele indian.

„Maiestate, nu vreau cine știe ce bogății lumești, dați-mi doar un bob de grâu pentru prima pătrățică a tablei de șah, două boabe pentru a doua, 4 boabe pentru a treia, 8 boabe pentru a patra pătrățică... și tot așa, până ce toate cele 64 de pătrate ale tablei de șah vor fi acoperite de grâu“ – fragment din *Legenda șahului*.

Scriem într-un tabel numărul de boabe până la a noua pătrățică:

Pătrățica	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Număr boabe	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Comparăm numărul de boabe din a treia și a patra pătrățică și observăm că $4 < 8$.

Dar $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, așadar $2^2 < 2^3$.

Comparăm numărul de boabe de grâu din a treia și a cincea pătrățică și observăm că $4 < 16$.

Dar $4 = 2^2$, $16 = 4^2$, așadar $2^2 < 4^2$.

Ia aminte și ține minte!

- Dintre două puteri care au aceeași bază este mai mică puterea care are exponentul mai mic.
  dacă $\boldsymbol{n < m}$, atunci $\boldsymbol{a^n < a^m}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale, $\boldsymbol{a \neq 0}$ și $\boldsymbol{a \neq 1}$.
- Două puteri care au aceeași bază sunt egale dacă au exponenți egali.
  dacă $\boldsymbol{n = m}$, atunci $\boldsymbol{a^n = a^m}$, oricare ar fi a, m, n numere naturale, $\boldsymbol{a \neq 0}$.
- Dintre două puteri cu același exponent, dar baze diferite, mai mică este puterea care are baza mai mică.
  dacă $\boldsymbol{a < b}$, atunci $\boldsymbol{a^n < b^n}$, oricare ar fi a, b, n numere naturale nenule.
- Două puteri care au același exponent sunt egale dacă au bazele egale.
  dacă $\boldsymbol{a = b}$, atunci $\boldsymbol{a^n = b^n}$, oricare ar fi a, b, n numere naturale nenule, $n \geq 1$.
- Dacă două puteri au exponenţi diferiţi şi baze diferite, atunci le aducem fie la acelaşi exponent, fie la aceeaşi bază şi le comparăm.

Exemple: Comparăm:

a) 10^3 cu 10^8. Pentru că au aceeași bază, dar $3 < 8$, rezultă $10^3 < 10^8$.

b) 5^8 cu 9^8. Pentru că au același exponent, dar $5 < 9$, rezultă $5^8 < 9^8$.

c) 3^{20} cu 2^{30}. Puterile au baze diferite și exponenți diferiți.

Observăm că $20 = 2 \cdot 10$ și $30 = 3 \cdot 10$. Scriem $3^{20} = (3^{2 \cdot 10}) = (3^2)^{10} = 9^{10}$; $2^{30} = 2^{3 \cdot 10} = (2^3)^{10} = 8^{10}$. Comparăm 9^{10} cu 8^{10}, puteri cu același exponent. Cum $9 > 8$, atunci $9^{10} > 8^{10}$, adică $3^{20} > 2^{30}$.

d) 5^{30} cu 125^9. Puterile au baze diferite și exponenți diferiți.

Cum $125 = 5^3$, scriem $125^9 = (5^3)^9 = 5^{27}$. Comparăm 5^{30} cu 5^{27}, puteri cu aceeași bază. Cum $30 > 27$, atunci $5^{30} > 5^{27}$, adică $5^{30} > 125^9$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Compară și scrie, pe caiet, semnul corespunzător ($<$, $=$, $>$):

a) $2^{34} \square 2^{56}$; b) $3^{314} \square 3^{556}$; c) $7^{34} \square 7^{56}$; d) $2^{34} \square 5^{34}$; e) $25^{42} \square 5^{8}$;
f) $24^{345} \square 22^{345}$; g) $68^{194} \square 123^{194}$; h) $2^{34} \square 3^{51}$; i) $5^{24} \square 9^{16}$; j) $4^{102} \square 2^{200}$.

Sisteme de numerație

Milioane de ani i-au trebuit omului să fie capabil să gândească la număr. Când cineva dorea să se spună câte animale deține, nu folosea sistem de numerație, ci punea câte o piatră sau un cremene într-un sac pentru fiecare animal.

Termenul de calcul vine din latinescul *calculus* care înseamnă *piatră*.

De-a lungul timpului, diferite popoare au inventat și dezvoltat mai multe sisteme de numerație.

Sistemul de numerație zecimal

Sistemul de numeraţie folosit cu precădere în practică este **sistemul zecimal**, adică sistemul cu baza 10. *Baza de numeraţie* este numărul care arată câte unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Acest sistem utilizează pentru scrierea numerelor cele zece cifre arabe, de unde îi vine şi denumirea.

- Orice număr natural se poate scrie ca o sumă de produse în care un factor este o putere a lui 10.

  Exemplu: $2017 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 7$.
- În general: $\overline{ab} = a \cdot 10 + b$; $\quad \overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$;

  $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$, unde a, b, c, d sunt cifre, $a \neq 0$.

Sistemul de numerație binar

Sistemul de numerație în baza 2 se numește *sistem de numerație binar*. Pentru scrierea numerelor în baza 2 utilizăm doar cifrele **0** și **1**, care se numesc *cifre binare*.

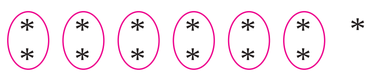
- În general: $\overline{ab}_{(2)} = a \cdot 2^1 + b \cdot 2^0$; $\overline{abc}_{(2)} = a \cdot 2^2 + b \cdot 2^1 + c \cdot 2^0$, a, b, c cifre binare, $a \neq 0$.

  Exemplu: Să trecem numărul 13 din baza 10 în baza 2.

  $13 = 10 \cdot 1 + 3$;

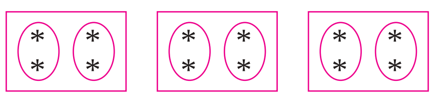
  13 are 13 unități de ordinul 1.

- ■ Grupăm cele 13 unități de ordin 1 în grupe de câte 2, obținem 6 unități de ordinul 2 și rămâne o unitate de ordinul 1.



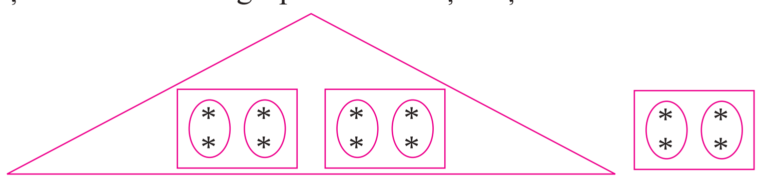
$13 = 6 \cdot 2 + 1$, așadar cifra de ordin 1 este **1**.

- ■ Grupăm cele 6 unități de ordinul 2 în grupe de câte 2 și obținem 3 unități de ordin 3 și zero unități de ordin 2.



$6 = 3 \cdot 2 + 0$, așadar cifra de ordin 2 este **0**.

- ■ Grupăm cele 3 unități de ordinul 3 în grupe de câte 2 și obținem o unitate de ordinul 4 și o unitate de ordinul 3.

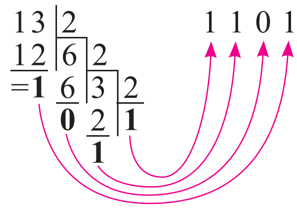


$3 = 1 \cdot 2 + 1$, așadar cifra de ordinul 3 este **1** și cifra de ordin 4 este **1**.

Obținem $\mathbf{1} \cdot 2^3 + \mathbf{1} \cdot 2^2 + \mathbf{0} \cdot 2 + \mathbf{1} = 1101_{(2)}$

unități de ordin 4 — unități de ordin 3 — unități de ordin 2 — unități de ordin 1 — baza

Raționamentele de mai sus pot fi cuprinse într-o succesiune de împărțiri la 2.
Trecem $1101_{(2)}$ în baza 10 astfel:
$1101_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13.$



Aplică ce ai învățat!

1. Descompune următoarele numere naturale în baza 10:
a) 267; b) 3 456; c) 2 005; d) 560 003; e) 8 008 765; f) 3 000 070; g) 100 300 020; h) 210 011.

2. Scrie numerele naturale care au următoarele descompuneri în baza 10 :
a) $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 2$; b) $4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 9$; c) $2 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^4 + 1$.

3. Scrie în baza 10 numerele: a) $1111_{(2)}$; b) $10001_{(2)}$; c) $101011_{(2)}$; d) $11111101_{(2)}$.

4. Trece în baza 2 următoarele numere: 12, 18, 35, 44, 55, 11, 8, 7, 9, 23, 32, 35, 41, 43.

Exerciții și probleme

Puterea unui număr natural cu exponent natural

Exersează!

1. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Baza numărului 45^{234} este ... , iar exponentul este ....
b) Pătratul numărului 25 este ...

2. Precizează baza și exponentul următoarelor puteri: 5^2, 6^3, 8^{10}, 13, 21^{303}, 83^{93}, 10^{36}, 18^{29}, 56^0, 29^3.

3. Copiază, calculează și completează:
a) $2^2 = 2 \cdot 2 = ...$; b) $15^2 = 15 \cdot 15 = ...$; c) $24^2 = 24 \cdot 24 = ...$; d) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = ...$

4. Calculează: a) $2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}$; b) $3^1, 27^2, 3^3, 3^4, 4^5, 8^2$; c) $5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 10^3, 10^5$.

5. Calculează:
a) $2^5 - 3$; b) $5^2 + 2^2$; c) $7^3 + 6^2$; d) $2^3 \cdot 2^3$; e) $32^1 + 32^0$; f) $1^{36} + 0^{42} + 2\,016^1$;
g) $2^6 + 2$; h) $3^4 - 2^4$; i) $3^3 - 2^3$; j) $3^2 : 3$; k) $10^4 - 5^5$; l) $4 + 10^1 + 35^2$.

6. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) pătratul lui 25 este	1) 1024
b) pătratul lui 32 este	2) 625
c) 81 este pătratul numărului	3) 9
d) 400 este pătratul numărului	4) 35
	5) 20

Poți fi mai bun!

7. Scrie sub formă de puteri ale lui 2 următoarele numere: 32; 64; 128; 256; 512; 1 024.

8. Scrie sub formă de puteri ale lui 3 următoarele numere: 9; 27; 81; 243; 729; 2 187.

9. Arată că următoarele numere sunt pătratele unor numere naturale:
a) $1 + 3 + 5$; b) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$; c) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$; d) $1 + 3 + 5 + \ldots + 99$.

Fii campion!

10. Arată că următoarele numere nu sunt pătratele unor numere naturale:
a) $2^{402} + 2\,154$; b) $36^{345} - 2^{23}$; c) $25^{2017} + 2$; d) $6^{302} + 7$; e) $3^{64} + 1$.

Reguli de calcul cu puteri

Exersează!

1. Scrie sub forma unei singure puteri cu exponent număr natural:
a) $2^5 \cdot 2^{32}$; b) $3^{18} \cdot 3^{46}$; c) $8^{42} \cdot 8^{36}$; d) $15^{1003} \cdot 15^{203}$; e) $3^{48} \cdot 3^{13} \cdot 3^{41}$; f) $4^{63} \cdot 4^2$;
g) $7^{45} \cdot 7^{57}$; h) $6^{49} \cdot 6^{98}$; i) $27^{453} \cdot 27^{527}$; j) $2^{2005} \cdot 2^1 \cdot 2^0$; k) $11^3 \cdot 11^{10}$; l) $17^0 \cdot 17^{49}$.

2. Scrie sub forma unei singure puteri cu exponent număr natural:

a) $2^{49} : 2^{13}$; b) $3^{103} : 3^{91}$; c) $5^{96} : 5^{96}$; d) $3^{42} : 3^{12} : 3$; e) $7^{49} : 7^{15} : 7^{9}$;
f) $7^{32} : 7^{5}$; g) $5^{312} : 5^{56}$; h) $71^{32} : 71^{5}$; i) $6^{112} : 6^{12} : 6^{43}$; j) $8^{91} : 8^{75} : 8^{10}$;
k) $(5^3)^{23}$; l) $(3^7)^{21}$; m) $(25^1)^{14}$; n) $[(2^5)^4]^6$; o) $[(32^{14})^5]^0$.

3. Scrie sub forma unei singure puteri cu exponent număr natural:

a) $2^8 \cdot 3^8$; b) $5^{32} \cdot 6^{32}$; c) $4^{103} \cdot 5^{103}$; d) $7^{56} \cdot 2^{56}$; e) $14^{33} \cdot 15^{33}$; f) $9^{213} \cdot 10^{213}$;
g) $4^5 : 2^5$; h) $6^{11} : 3^{11}$; i) $8^{201} : 4^{201}$; j) $6^{13} : 2^{13}$; k) $10^{11} : 25^{11}$; l) $100^{100} : 25^{100}$.

Poți fi mai bun!

4. Efectuează, utilizând factorul comun:

a) $2^{2017} + 2^{2016} + 2^{2015}$; b) $2 \cdot 3^{2017} + 5 \cdot 3^{2016} - 6 \cdot 3^{2017}$; c) $5^{3018} - 20 \cdot 5^{3016} - 24 \cdot 5^{3015}$.

Fii campion!

5. Calculează: a) $(3^{1+2+3+...+100} + 2 \cdot 3^{5050}) : 3^{5051}$; b) $(5^{2+4+6+...+200} + 4 \cdot 5^{10100}) : 5^{10100}$.

Compararea puterilor

Exersează!

1. Compară următoarele numere:

a) 3^4 și 4^3; b) 2^5 și 5^2; c) 1^{49} și 2^1; d) 9^2 și 10^{10}; e) 2^{51} și 0^{2017}; f) 1^{32} și 2^7;
g) 2^{56} și 2^{81}; h) 5^{303} și 5^{203}; i) 7^{1403} și 7^{235}; j) 9^{4362} și 9^{4361}; k) 1^{23} și 1^{1003}; l) 2^{560} și 2^{561}.

2. Compară numerele:

a) 2^{79} și 3^{79}; b) 5^{203} și 4^{203}; c) 8^{1007} și 18^{1007}; d) 97^{4017} și 89^{4017}; e) 7^{300} și 5^{300};
f) 6^{2007} și 9^{2007}; g) 23^{2017} și 25^{2017}; h) 17^{2407} și 19^{2407}; i) 8^{23} și 16^{19}; j) 4^{32} și 8^{25};
k) 2^{36} și 16^{20}; l) 3^{18} și 9^{15}; m) 27^{41} și 9^{62}; n) 32^{70} și 64^{60}; o) 5^{47} și 25^{19}.

3. Ordonează crescător numerele:

a) 2^{203}; 2^{102}; 2^{567}; 2^5; 2^0; b) 3^{26}; 3^{402}; 3^{1023}; 3^4; 3^{22}; c) 4^{28}; 5^{28}; 7^{28}; 11^{28}.

Poți fi mai bun!

4. Compară numerele: a) 3^{33} și 2^{44}; b) 4^{33} și 5^{22}; c) 7^{22} și 8^{11}; d) 9^{30} și 5^{45}; e) 3^{27} și 4^{36}; f) 10^{90} și 6^{135}.

5. Ordonează descrescător numerele: a) 9^{25}, 3^{18}, 27^{5}; b) 2^{81}, 4^{32}, 5^{54}; c) 4^{28}, 9^{14}, 7^{28}.

Fii campion!

6. Compară numerele: a) $(2 + 3)^2$ cu $2^2 + 3^2$; b) 2^{2^3} cu $(2^3)^2$; c) 3^{2^5} cu $(3^5)^2$; d) 2^{69} și 3^{46}.

Sistem zecimal, sistem binar

Exersează!

1. Descompune următoarele numere naturale în baza 10: 256, 5 679, 2 304, 70 009, 102 305.

2. Scrie mai simplu următoarele numere:

a) $6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 2$; b) $7 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10 + 1$;
c) $2 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^4$; d) $8 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 6$.

3. Scrie în baza 2 următoarele numere: 37, 19, 103, 45, 126, 113, 354, 42, 25, 49, 255, 21, 16, 29.

4. Scrie în baza 10 următoarele numere:

a) $10111_{(2)}$; b) $10001_{(2)}$; c) $100_{(2)}$; d) $1001101_{(2)}$; e) $11011_{(2)}$;
f) $100000001_{(2)}$; g) $110011_{(2)}$; h) $101101_{(2)}$; i) $111110_{(2)}$; j) $1110111_{(2)}$.

6. Ordinea efectuării operațiilor

Operațiile cu numere sunt grupate astfel: operații **de ordinul I** (adunarea și scăderea), operații **de ordinul II** (înmulțirea și împărțirea) și operații **de ordinul III** (ridicarea la putere).

Ia aminte și ține minte!

- Într-un exercițiu de calcul cu mai multe operații de același ordin se efectuează operațiile în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta.

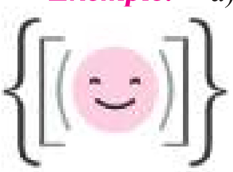
  Exemple: a) $56 - 12 - 7 + 10 = 44 - 7 + 10 = 37 + 10 = 47$; b) $144 : 6 : 3 \cdot 2 = 24 : 3 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$.

- Într-un exercițiu de calcul cu mai multe operații de ordine diferite se efectuează:
  - mai întâi operațiile **de ordinul III** (ridicarea la putere),
  - apoi operațiile **de ordinul II** (înmulțirile și împărțirile) în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta,
  - apoi operațiile **de ordinul I** (adunările și scăderile) în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta.

  Exemple: $17 \cdot 2^3 - 63 : 9 + 2 \cdot 5 = 17 \cdot 8 - 63 : 9 + 2 \cdot 5 = 136 - 7 + 10 = 129 + 10 = 139$.

- Într-un exercițiu cu paranteze, se efectuează: mai întâi calculele din parantezele rotunde, apoi calculele din parantezele pătrate, apoi calculele din acolade.

Exemple: a)



$\{[(7 \cdot 3 - 5) + 2 \cdot 6] : 4 + 5\} \cdot 10 =$
$= \{[(21 - 5) + 2 \cdot 6] : 4 + 5\} \cdot 10 =$
$= [(16 + 12) : 4 + 5] \cdot 10 =$
$= (28 : 4 + 5) \cdot 10 =$
$= (7 + 5) \cdot 10 =$
$= 12 \cdot 10 = 120$;

b) $3 \cdot [3 + 3 \cdot (3^3 - 3^5 : 3^3)] + 5 \cdot 3^2 =$
$= 3 \cdot [3 + 3 \cdot (3^3 - 3^2)] + 5 \cdot 9 =$
$= 3 \cdot [3 + 3 \cdot (27 - 9)] + 45 =$
$= 3 \cdot (3 + 3 \cdot 18) + 45 =$
$= 3 \cdot (3 + 54) + 45 =$
$= 3 \cdot 57 + 45 = 171 + 45 = 216$.

c) Ariana avea 135 de bomboane. Ea împarte celor 14 prietene câte 6 bomboane. Bunica îi mai dă 18 bomboane. Câte bomboane are acum Ariana? Scrie rezolvarea într-un exercițiu.

Rezolvare: $135 - 14 \cdot 6 + 18 = 135 - 84 + 18 = 51 + 18 = 69$ (bomboane are Ariana acum).

Așa da! $16 - 5 \cdot 2 = 16 - 10 = 6$; $83 + 6 \cdot 5 = 83 + 30 = 113$.

Așa nu! $16 - 5 \cdot 2 = 11 \cdot 2 = 22$; $83 + 6 \cdot 5 = 89 \cdot 5 = 445$.

Aplică ce ai învățat!

1. Efectuează:

a) $24 - 24 : 2$; b) $3^3 - 27$; c) $5 \cdot 5^7 \cdot 5^{17} - 5^{25}$;
d) $36 : 2^2 + 6 \cdot 13$; e) $2 \cdot (12 - 12 : 4)$; f) $2 \cdot [2 + 3 \cdot (24 - 256 : 16)]$;
g) $(6 - 2)^5 : (8 - 6)^3 \cdot (2017 - 15)^0 : 2017^0 - 1^{2017}$; h) $3 \cdot (5 + 5^3 : 5^2 - 4^3 : 4^2) + 7 \cdot 3^0$.

2. Elevii clasei a V-a A au mers într-o excursie de 3 zile. În prima zi au parcurs 252 km, a doua zi cu 96 km mai mult, iar a treia zi, de trei ori mai puțin decât în primele două zile. Care a fost drumul parcurs de elevi în cele 3 zile. Scrie rezolvarea într-un singur exercițiu.

Lucrează în echipă!

1. Compune probleme după exercițiile următoare:

a) $260 - 260 : 10$; b) $2^{10} : 2$; c) $80 - (2 \cdot 3 + 7 \cdot 9)$. Rezolvă-le!

2. Compune un rebus în care să folosești toate noțiunile importante din lecțiile studiate.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Calculează:

a) $15 - 6 : 2$; b) $256 : 8 + 3 \cdot 15$; c) $136 + 14 \cdot 12$; d) $2^3 + 7 \cdot 5$;
e) $5^3 - 12 \cdot 2$; f) $(2 \cdot 3 - 5)^{2016}$; g) $4 - 90^{50} : 90^{50}$; h) $2 + 5 \cdot 3^3$;
i) $12 : 6 - 2$; j) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 + 50$; k) $(7 \cdot 3 - 4 \cdot 5)^{2016}$; l) $2^{30} : 2^{29} + 1$.

2. Calculează:

a) $2^3 + 21 \cdot 3 - 36 : 3$; b) $57 : 3 + 13 \cdot 2 - 5^2$; c) $1^{32} \cdot 7^1 - 0^5 \cdot 5^0 - 4^1 \cdot 10^0 + 3^{2003} \cdot 0^{2003}$;
d) $13 \cdot 5 - 3^3 + 90 : 5$ e) $12^2 : 6 - 6 : 2 + 3^3$; f) $100 - 4^3 + 225 : 15 + 18 \cdot 2\,017^0$;
g) $5^2 - 15^0 + 3 \cdot 10$; h) $5^3 + 5^3 : 5^2 - 10^2$; i) $4^2 + 6 \cdot 3 - 84 : 7 + 7^2 - 2^4 + 8^0$.

3. Efectuează:

a) $7 + 3 \cdot [23 + 5 \cdot (8 + 66 : 6)]$; b) $91 + 56 : 2 + 33 \cdot (156 - 12 \cdot 13)$;
c) $[200 - 200 : (75 - 25)] : 4$; d) $1\,000 \cdot [105 : 5 + 32 : (22 - 6 \cdot 3)]$;
e) $(1 + 2 + 3)^4 + 5 \cdot 6 \cdot (7 + 8 + 9)$; f) $0^1 + 1^0 + 2^3 - 3^2 + 4^5 + 5^4 - 349$;
g) $(2^2 \cdot 3^2 - 5^2) : 11 + 3^2 \cdot 7^2 - 4^2$; h) $(5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4) : (71 \cdot 5 + 6 \cdot 71)$.

4. Doi comercianţi duceau la târg fiecare câte 6 găini, 5 cocoşi, 8 raţe şi 4 miei. Câte picioare au în total? Scrie rezolvarea într-un singur exerciţiu.

5. Daniel a cumpărat 8 creioane a 2 lei bucata, 9 caiete a 8 lei bucata şi 2 cărţi a 49 lei bucata. Câţi lei au costat cumpărăturile? Scrie rezolvarea într-un singur exerciţiu.

6. La un concurs sportiv au participat 3 şcoli. Din prima şcoală au participat 322 de elevi, din a doua şcoală de două ori mai mulţi decât în prima şi din a treia şcoală au participat cu 123 de elevi mai puţini decât au participat din a doua şcoală. Câţi elevi au participat, în total, la acest concurs? Scrie rezolvarea într-un singur exerciţiu.

7. Un călător parcurge un traseu în 5 zile. În prima zi parcurge 108 km, în a doua zi parcurge cu 36 km mai mult, iar în următoarele trei zile parcurge la un loc cât triplul distanţei parcurse în primele două zile. Câţi kilometri a parcurs în total? Scrie rezolvarea într-un singur exerciţiu.

Poți fi mai bun!

8. Efectuează:

a) $(2^{2017} + 2^{2016} + 2^{2015}) : (2^{2010} + 2^{2009} + 2^{2008})$; b) $2017^{2017} - 2016 \cdot 2017^{2016} - 2016^0 \cdot 2017^{2016}$.

9. Calculează:

a) $(4 + 8 + 12) : (2 + 4 + 6)$; b) $(4 + 8 + 12 + 16 + ... + 100) : (2 + 4 + 6 + ... + 50)$;
c) $(6 + 12 + 18)^3 : (3 + 6 + 9)$; d) $(6 + 12 + 18 + ... + 300)^3 : (3 + 6 + 9 + ... + 150)$.

10. Calculează, ştiind că n este număr natural:

a) $(2^{n+2} + 2^{n+1} + 2^n) : 2^n - 5$; b) $(3^{2n+2} + 3^{2n+1} - 3^{2n}) : 9^n - 10$; c) $(5^{2n+1} + 4 \cdot 5^{2n}) : 5^{2n}$.

Fii campion!

11. Calculează:

a) $(2^3 \cdot 12 + 2^3 \cdot 13 + ... + 2^3 \cdot 100) : 2492$; b) $\{10^3 + 10^2 \cdot [10 + (5^2 - 5) : 5]\} : 20^2$.

12. Scrie numărul 2017^{2018} ca sumă de 2017 numere naturale consecutive.

7. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

Metoda reducerii la unitate

Se numeşte **metoda reducerii la unitate** deoarece, întotdeauna, se află cât valorează unitatea.

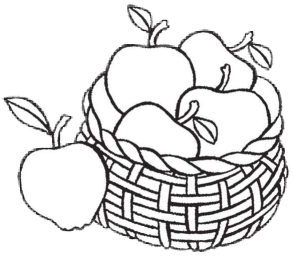
Exemplu: Mama cumpără de la piaţă 5 kg de mere pentru a face dulceaţă. Ea plăteşte 15 lei. Cât costă 7 kg de mere la același preț?

Rezolvare: Judecăm în felul următor:

• dacă 5 kg de mere costă 15 lei, atunci 1 kg de mere costă de 5 ori mai puțin, adică 3 lei;

• dacă 1 kg de mere costă 3 lei, atunci 7 kg de mere costă de 7 ori mai mult, adică 21 lei.

Scriem rezolvarea astfel:



5 kg..................15 lei

7 kg..................? lei

Dacă 5 kg..................15 lei

atunci 1 kg..................15 lei : 5 = 3 lei pe kg

Dacă 1 kg..................3 lei

atunci 7 kg..................$7 \cdot 3$ lei = 21 lei (costă 7 kg mere)

5+ Aplică ce ai învățat!

1. 2 pixuri costă 10 lei. Cât costă 356 pixuri de acelaşi fel?

2. 6 ciocolate costă 36 de lei. Cât costă 22 ciocolate de acelaşi fel?

3. Un biciclist parcurge 4 km în 20 minute. În câte minute parcurge biciclistul 5 km?

Metoda comparației

Metoda comparației constă în scrierea datelor problemei în mod corespunzător, unele sub altele, încercând să se egaleze datele privitoare la o mărime în cele două situații, prin multiplicarea datelor uneia sau ambelor situații, după caz.

Exemplu: Mama Ioanei a cumpărat 2 m de dantelă și 5 m de stofă, pentru care a plătit 180 de lei. În același timp, Ioana mai cumpără 3 m de dantelă și 7 m de stofă plătind 260 de lei. Cât costă un metru de dantelă? Dar un metru de stofă?

Rezolvare: Așezăm datele astfel:

2 m de dantelă.................. 5 m de stofă .... 180 lei

3 m de dantelă.................. 7 m de stofă .... 260 lei

Se multiplică primul rând cu 3 și al doilea rând cu 2, pentru a egala cantitatea de dantelă în ambele situații.

6 m de dantelă.................. 15 m de stofă .... 540 lei

6 m de dantelă.................. 14 m de stofă .... 520 lei

Atunci 1 m de stofă costă 20 de lei. Rezultă că 5 m de stofă costă $5 \cdot 20$ lei = 100 lei.

2 m de dantelă.................. 180 lei – 100 lei = 80 lei

1 m de dantelă.................. 80 lei : 2 = 40 lei

În concluzie, un metru de dantelă costă 40 lei, iar un metru de stofă 20 de lei.

Verificare: $2 \cdot 40$ lei + $5 \cdot 20$ lei = 180 lei; $3 \cdot 40$ lei + $7 \cdot 20$ lei = 260 lei.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. 3 stilouri și 2 pixuri costă 108 lei, iar 3 stilouri și un pix costă 102 lei. Câți lei costă un pix? Dar un stilou?

2. Știind că 4 caiete de matematică și 3 caiete de biologie costă 69 de lei, iar 5 caiete de matematică și 2 caiete de biologie costă 67 de lei, află cât costă un caiet de matematică și cât costă un caiet de biologie.

Metoda figurativă

Metoda figurativă se bazează pe utilizarea desenelor sau elementelor grafice pentru rezolvarea problemelor.

Exemple:

1) Diferența de vârstă dintre Maria și mama ei este de 24 ani, iar suma vârstelor lor este de 30 de ani. Află vârstele celor două.

Rezolvare: Dacă diferența vârstelor celor două este de 24 ani, atunci mama este cu 24 ani mai mare decât Maria, așadar reprezentăm vârsta Mariei printr-un segment (o parte).

vârsta Mariei |—1p—|

Vârsta mamei o reprezentăm printr-un segment plus 24.

vârsta mamei |—1p—|——24——|

Obținem: vârsta Mariei |—1p—|
vârsta mamei |—1p—|——24——| } 30

1p + 1p = 2p; 30 – 24 = 6 (reprezintă două părți egale); 6 : 2 = 3 (o parte, adică vârsta Mariei); 3 + 24 = 27 (vârsta mamei).

Verificare: 27 – 3 = 24 (diferența vârstelor); 27 + 3 = 30 (suma vârstelor).

Așadar, Maria are 3 ani și mama are 27 de ani.

2) Alin și Dragoș au împreună 630 de lei. Dacă Alin are de 4 ori mai puțini lei decât Dragoș, află câți lei are fiecare.

Rezolvare: Dacă Alin are de 4 ori mai puțini lei decât Dragoș, atunci Dragoș are de 4 ori mai mulți lei decât Alin, adică reprezentăm suma lui Alin printr-un segment (o parte).

suma lui Alin |—1p—|

Suma lui Dragoș o reprezentăm prin 4 segmente egale (4 părți).

suma lui Dragoș |—1p—|—1p—|—1p—|—1p—|

Obținem: suma lui Alin |—1p—|
suma lui Dragoș |—1p—|—1p—|—1p—|—1p—| } 630

1p + 4p = 5p; 630 : 5 = 126 (lei are Alin); 126 · 4 = 504 (lei are Dragoș).

Verificare: 504 + 126 = 630 (lei împreună); 504 : 4 = 126 (lei are Alin).

Așadar, Alin are 126 lei, iar Dragoș are 504 lei.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Suma a patru numere naturale consecutive este 86. Află numerele.

2. Elena și sora sa au împreună 100 de lei. Dacă Elena are de 3 ori mai mulți lei decât sora sa, află câți lei are Elena.

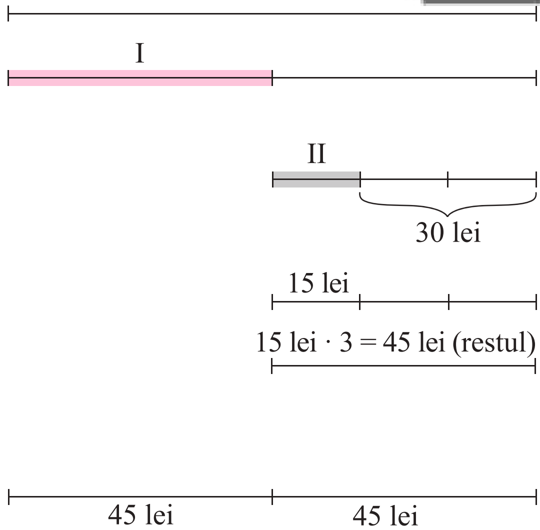
3. Mama, tata și fiica au împreună 60 de ani. Mama este de 4 ori mai mare decât fiica, iar tatăl are tot atâția ani cât au mama și fiica împreună. Câți ani are fiecare?

Metoda mersului invers

Metoda mersului invers constă în rezolvarea unei probleme urmărind firul logic al problemei de la sfârșitul spre începutul ei.

Exemplu: Maria are o sumă de bani, din care în prima zi a cheltuit jumătate. A doua zi a cheltuit a treia parte din restul sumei și i-a mai rămas 30 de lei. Ce sumă de bani a avut inițial Maria?

Rezolvare:



• Reprezentăm suma de bani pe care o avea printr-un segment.

• Colorăm suma cheltuită în prima zi, adică o jumătate din suma avută.

• Reprezentăm restul de bani, adică tot jumătate din suma avută, și colorăm suma cheltuită a doua zi, adică a treia parte din rest;

• Evidențiem restul de 30 de lei.

Observăm că 30 lei reprezintă 2 părți din cele trei părți ale restului.

30 lei : 2 = 15 lei (a treia parte din rest, adică ce a cheltuit a doua zi)

Restul reprezintă jumătate din sumă.

Așadar 45 · 2 = 90 lei (suma pe care o avea Maria).

Verificare: Maria are suma de 90 lei.

90 : 2 = 45 (lei, cheltuie prima zi); 90 – 45 = 45 (lei, restul)

45 : 3 = 15 (lei, cheltuie a doua zi); 90 – (45 + 15) = 30 (lei îi rămân).

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Dublul unui număr mărit cu 5 se înmulțește cu 4, iar din rezultatul obținut scădem 4 și obținem numărul 32. Află numărul.

2. Adrian se gândește la un număr. Îl mărește de 5 ori, rezultatul obținut îl mărește cu 42, noul rezultat îl micșorează de 7 ori, noul rezultat îl micșorează cu 11 și obține 200. La ce număr s-a gândit Adrian?

Metoda falsei ipoteze

Metoda falsei ipoteze se aplică în probleme astfel: se presupune că „toate sunt de același fel".

Exemplu: La un spectacol de teatru prețul unui bilet de adult este de 75 de lei, iar prețul unui bilet pentru elev este de 50 lei. Câți adulți și câți elevi au fost la spectacol dacă se știe că s-au încasat 6 000 lei pentru cele 90 de bilete vândute?

Rezolvare:

Presupunem că la spectacol ar fi participat numai adulți, atunci suma încasată ar fi:

90 · 75 lei = 6 750 lei

6 750 lei – 6 000 lei = 750 lei (s-ar încasa în plus)

Presupunem că la spectacol ar fi participat numai elevi, atunci suma încasată ar fi:

90 · 50 lei = 4 500 lei

6 000 lei – 4 500 lei = 1 500 lei (ar mai trebui)

75 lei – 50 lei = 25 lei (diferența de preț pe bilet)
Astfel, 750 : 25 = 30 (elevi au participat la spectacol)
90 – 30 = 60 (adulți au participat la spectacol)

75 lei – 50 lei = 25 lei (diferența de preț pe bilet)
Astfel, 1 500 : 25 = 60 (adulți au participat la spectacol)
90 – 60 = 30 (elevi au participat la spectacol)

Verificare: 30 · 50 lei + 60 · 75 lei = 6 000 lei.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Într-un bloc sunt 32 apartamente cu 3 și 4 camere, având în total 106 camere. Câte apartamente cu 3 camere sunt? Dar cu 4 camere?

2. Bunica Mariei are în curte găini și iepuri, în total 43 capete și 124 picioare. Câte găini are bunica Mariei în curte? Dar iepuri?

3. Câte timbre de 3 lei bucata și câte timbre de 5 lei bucata s-au cumpărat cu 50 lei, dacă s-au cumpărat, în total, 14 timbre?

Exerciții și probleme

Metoda reducerii la unitate

Exersează!

1. Șapte bilete de autobuz costă 147 lei. Câți lei costă 11 bilete de autobuz?

2. Pentru a transporta 6 591 kg de făină, un camion efectuează 13 drumuri. Câte kilograme de făină transportă camionul în 3 drumuri?

3. Din 16 m de mătase naturală se confecționează 8 bluze. Câți metri de mătase naturală sunt necesari pentru confecționarea a 10 bluze de același fel?

4. Din 12 portocale se obțin 720 ml de suc natural. Câte portocale sunt necesare pentru a obține 1 080 ml de suc natural?

5. Studiază cu atenție tabelul și completează:

Cantitatea de mere în kg	5	8	6	9	2	10	1	12
Prețul în lei			12					

Poți fi mai bun!

6. Opt muncitori termină o lucrare în 12 zile. În câte zile termină aceeași lucrare 4 muncitori? Dar 16 muncitori?

7. La o casă de bilete se vând 30 bilete de călătorie în 25 de minute. Câte bilete se vor vinde la patru case de bilete în 50 minute, dacă durata de vânzare a unui bilet ar fi aceeași?

Fii campion!

8. *Alege răspunsul corect!* Trei frați, Bogdan, Andrei și Victor, primesc în dar 72 000 lei de la tatăl lor. Banii sunt împărțiți între frați în funcție de numărul de copii pe care îi are fiecare. Bogdan are 3 copii, Andrei are 2 copii, iar Victor are 4 copii. Victor primeşte suma de:
A) 30 000 lei B) 25 000 lei C) 32 000 lei D) 24 000 lei

Metoda comparației

Exersează!

1. 3 creioane și 5 caiete costă 117 lei, iar 3 creioane și 7 caiete costă 159 de lei. Află prețul unui caiet și prețul unui creion.

2. 8 kg morcovi și 5 kg spanac costă 73 de lei, iar 10 kg morcovi și 5 kg spanac costă 85 de lei. Află prețul unui kilogram de morcovi și prețul unui kilogram de spanac.

3. Un băiat și 3 fete confecționează 15 mărțișoare. Un băiat și 5 fete confecționează 23 mărțișoare. Câte mărțișoare confecționează o fată? Dar un băiat?

4. Pentru confecționarea a 2 rochii și 3 bluze sunt necesari 12 m de material, iar pentru confecționarea a 3 rochii și 2 bluze sunt necesari 13 m de material. Câți metri de material sunt necesari pentru confecționarea unei rochii și a unei bluze la un loc?

Poți fi mai bun!

5. 7 caiete și 3 stilouri costă 370 de lei, iar 2 caiete și 6 stilouri costă 620 lei. Cât costă un caiet? Dar un stilou?

6. Sora mea a cumpărat 9 trandafiri și 7 margarete și a plătit 59 de lei. Eu am cumpărat 3 trandafiri și 5 margarete și am plătit 25 de lei. Află câți lei costă o margaretă. Dar un trandafir?

7. Trei saci cu varză cântăresc cât 1 sac de cartofi. Știind că 5 saci cu varză și 5 saci cu cartofi cântăresc 160 kg, cât cântărește un sac cu varză? Dar un sac cu cartofi?

Fii campion!

8. Un penar gol cântărește cât 12 creioane. Un penar și 7 creioane cântăresc 380 g. Cât cântărește un penar gol? Dar un creion?

Metoda figurativă

Exersează!

1. Ana și Mihai au împreună 80 de bile. Ana are cu 20 de bile mai puține decât Mihai. Câte bile are Ana?

2. Într-o urnă sunt 60 de bile albe și roșii. Numărul bilelor albe este de 5 ori mai mic decât numărul bilelor roșii. Câte bile sunt albe? Dar roșii?

3. În parc au înflorit cu 172 bujori mai mulți decât zambile. Știind că numărul bujorilor este de 3 ori mai mare decât numărul zambilelor, află câte flori sunt din fiecare fel.

4. Suma a trei numere este 1015. Dacă din fiecare număr se scade același număr se obțin numerele 15, 132, respectiv 346. Care sunt cele trei numere?

5. Suma a două numere este 46. Dacă împărțim cele două numere obținem câtul 7 și restul 6. Care sunt cele două numere?

6. Diferența a două numere este 63. Dacă împărțim cele două numere obținem câtul 4 și restul 3. Află cele două numere.

Poți fi mai bun!

7. Tatăl și fiul au împreună 36 de ani. Peste câți ani vârsta tatălui va fi dublul vârstei fiului, dacă atunci când s-a născut fiul, tatăl avea 24 de ani?

Fii campion!

8. Când s-a născut fiica, mama avea 24 ani. Peste 2 ani vârsta mamei este de două ori mai mare decât vârsta fiicei. Află vârstele celor două.

9. Trei persoane au împreună 2 000 de lei. Primele două persoane au împreună 1 100 lei, iar ultimele două persoane au 1 900 lei. Câți lei are fiecare persoană?

Metoda mersului invers

Exersează!

1. La un concurs de cultură generală, Mihai a obținut cu 40 de puncte mai mult decât Adriana, Ioana a obținut cu 15 puncte mai puțin decât Mihai, Daria a obținut de două ori mai puține puncte decât Ioana, iar Ana a obținut de 3 ori mai multe puncte decât Daria, adică 150 de puncte. Câte puncte a obținut fiecare copil?

Indicație: Reprezentăm problema astfel:

Adriana	$\xrightarrow{+40}$	Mihai	$\xrightarrow{-15}$	Ioana	$\xrightarrow{:2}$	Daria	$\xrightarrow{\cdot 3}$	Ana
	$\xleftarrow{-40}$		$\xleftarrow{+15}$		$\xleftarrow{\cdot 2}$		$\xleftarrow{:3}$	

2. Darius are un numărul de bile într-o cutie. Dacă la numărul bilelor din cutie mai pune 30 de bile, rezultatul obținut îl mărește de 5 ori, noul rezultat îl micșorează cu 200 de bile, iar noul rezultat îl micșorează de 20 de ori și obține 20 de bile. Câte bile are Darius în acea cutie?

3. Într-un coș sunt cireșe. Dacă la numărul cireșelor din coș mai punem 3 cireșe, numărul de cireșe obținut îl mărim de 3 ori și la noul rezultat mai punem 51 de cireșe, atunci obținem 900 de cireșe. Câte cireșe au fost la început în coș?

4. Ioana are o sumă de bani. Bunica îi mai dă bani până triplează suma avută, după care Ioana cheltuie 150 de lei. Tatăl ei îi mai dă bani până dublează suma rămasă, iar din aceasta Ioana cheltuie 210 lei și astfel constată că i-au mai rămas 150 de lei. Ce sumă de bani a avut Ioana la început?

Poți fi mai bun!

5. Un călător a parcurs un drum în patru zile astfel: în prima zi a parcurs o distanță de 4 ori mai mică decât lungimea drumului, a doua zi a parcurs o distanță de 3 ori mai mică decât drumul rămas, a treia zi a parcurs o jumătate din drumul rămas, iar a patra zi restul de drum de 50 km. Care este lungimea drumului parcurs în cele 4 zile?

6. Un sfert din numărul elevilor clasei a V-a A merg la olimpiada de limba și literatura română, iar un sfert din noul rest merg la olimpiada de informatică. Ceilalți 18 elevi, din această clasă, merg la olimpiada de matematică. Câți elevi are clasa a V-a A?

Fii campion!

7. Determină numărul natural de patru cifre distincte care îndeplinește condițiile: prima cifră este de cinci ori mai mare decât a doua cifră; a doua cifră este cu 2 mai mică decât a treia cifră; a treia cifră este de trei ori mai mică decât a patra cifră; a patra cifră este 9.

Metoda falsei ipoteze

Exersează!

1. Într-o parcare sunt 50 de mașini și motociclete care au în total 172 de roți (fără cele de rezervă). Câte mașini sunt în parcare? Dar motociclete?

2. Un fermier a pus cele 1 600 kg de caise culese în 150 lădițe de 10 kg și 12 kg, fiecare. Câte lădițe de fiecare fel au fost folosite pentru cantitatea de caise culeasă?

3. Suma de 290 lei s-a plătit cu 34 bancnote de 10 lei și, respectiv, 5 lei. Câte bancnote de fiecare fel s-au folosit pentru plata acestei sume?

4. 75 kg de miere s-au turnat în 12 vase de 8 kg și, respectiv, 5 kg. Câte vase de fiecare fel au fost folosite pentru această cantitate de miere?

5. Dan locuiește într-un bloc cu 132 de apartamente cu 2, respectiv 3 camere, în total 334 de camere. Câte apartamente cu 2 camere sunt în acel bloc?

6. Mihai are 14 caiete, unele cu 48 de file și altele cu 100 de file. Dacă în total sunt 880 de file, află câte caiete cu 48 de file are Mihai?

7. La un magazin sunt 36 de cutii cu 258 de pahare. O cutie conține câte 6 pahare mari sau câte 8 pahare mici. Câte cutii cu câte 6 pahare sunt în acel magazin?

8. Bunicul merge la moară cu 1 730 kg de grâu în 42 de saci de câte 40 kg și 45 kg. Câți saci de 40 kg grâu a dus bunicul la moară?

9. Câte caiete de 3 lei și câte de 5 lei se pot cumpăra cu 70 de lei, astfel încât să fie 16 caiete cumpărate în total?

Poți fi mai bun!

10. O excursie costă 310 euro. Dragoș a plătit suma cu 23 de bancnote de câte 5 euro și câte 20 euro. Câte bancnote de câte 5 euro a dat Dragoș? Dar de câte 20 de euro?

11. În laboratorul de biologie sunt 15 mese cu câte 2 sau 3 locuri. Dacă 36 de elevi ocupă toate locurile, află câți elevi stau la mesele cu câte 2 locuri.

12. La un meci de fotbal un bilet pentru tribună costă 37 de lei, iar la peluză un bilet costă 32 de lei. Dacă la un meci s-au vândut 200 de bilete în valoare totală de 7 015 lei, află câte bilete s-au vândut la peluză.

Fii campion!

13. În curtea lui Ionel,
Are rațe, capre și-un cățel.
Capete sunt patruzeci,
Iar picioare nouăzeci.

N-aveți cum să numărați,
Dar puteți să calculați.
Veți putea afla voi oare
Câte sunt de fiecare?

(Olimpiada de matematică, etapa județeană, Botoșani, 2000)

B. Divizibilitatea numerelor naturale

1. Divizor. Multiplu. Divizori comuni. C.m.m.d.c. Multipli comuni. C.m.m.m.c.

Noțiunile „divizibilitate, divizor, multiplu”, complet noi pentru voi, se bazează pe operațiile de înmulțire și împărțire a numerelor naturale. În dicționarul de neologisme al limbii române **a diviza** înseamnă a împărți, iar **divizibil** înseamnă care se poate diviza; în matematică, **divizibilitatea** este asociată împărțirilor exacte (fără rest) a numerelor naturale.

Să rezolvăm următoarea problemă:

Într-o tabără merg 290 de copii. Aceștia vor călători cu autocarele, fiecare autocar având câte 45 de locuri. De câte autocare ar fi nevoie?

Rezolvare: $290 : 45 = 6$ autocare.

Verificăm corectitudinea rezultatului: $290 = 45 \cdot 6$.

Observăm că, dacă numărul elevilor ar fi, de exemplu, egal cu 294, atunci nu ar mai fi suficiente 6 autocare. Cum justificăm? $294 : 45 = 6$ rest 4. Înseamnă că 4 elevi nu vor avea loc în autocare.

Pentru a calcula numărul de autocare am împărțit grupul de elevi în subgrupe cu număr egal de câte 45 de elevi (câte locuri are fiecare autocar). Numărul 290 se împarte exact la numărul 45, adică restul acestei împărțiri este egal cu 0. Se spune că numărul 290 se divide cu numărul 45 sau că numărul 290 este divizibil cu 45.

Ia aminte și ține minte!

- Un număr natural a este **divizibil** cu un număr natural nenul b, dacă există un alt număr natural c cu proprietatea că $a = b \cdot c$.

! Atenție! • Dacă $a = b \cdot c$ înseamnă că restul împărțirii numărului a la numărul b este 0, adică a se împarte exact la b.

Exemple: a) 6 este divizibil cu 2, pentru că există numărul 3, astfel încât $6 = 2 \cdot 3$. Observăm că 6 este divizibil și cu 3, pentru că există numărul 2, astfel încât $6 = 3 \cdot 2$.

b) 45 este divizibil cu 5, deoarece $45 = 5 \cdot 9$. Iar 290 este divizibil cu 45, deoarece $290 = 45 \cdot 6$.

- Faptul că a este divizibil cu b se mai poate exprima astfel: a ***se divide cu*** b sau b ***divide pe*** a.

Scriem	Citim
$a \,\vdots\, b$	a este divizibil cu b sau a se divide cu b
$b \mid a$	b divide pe a
$a \not\vdots\, b$	a nu este divizibil cu b sau a nu se divide cu b
$b \nmid a$	b nu divide pe a

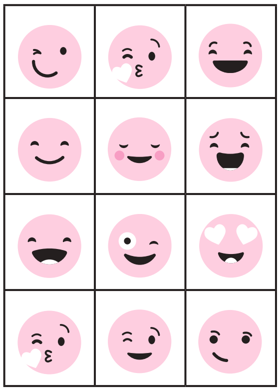
Scriem	Citim
$6 \,\vdots\, 3$	6 este divizibil cu 3 sau 6 se divide cu 3
$3 \mid 6$	3 divide pe 6
$6 \not\vdots\, 4$	6 nu este divizibil cu 4 sau 6 nu se divide cu 4
$4 \nmid 6$	4 nu divide pe 6

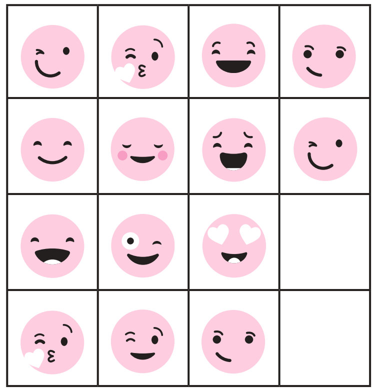
Exemple: a) $288 \,\vdots\, 18$, deoarece $288 : 18 = 16$, adică $288 = 18 \cdot 16$;

b) $23 \mid 2\,760$, deoarece $2\,760 = 23 \cdot 120$; c) $9 \nmid 38$, deoarece $38 : 9 = 4$ rest 2.

! Atenție! • Se observă că din $a \cdot 1 = a$ și $a \cdot 0 = 0$ rezultă că $1 \mid a$ și $a \mid 0$, oricare ar fi numărul natural a.

• Să rezolvăm următoarea problemă:





a) Pot fi așezați 12 elevi pe 3 coloane a câte 4 elevi pe fiecare coloană?

DA! Deoarece $12 \vdots 3$ sau $3 \mid 12$.

$12 = 3 \cdot 4$ (împărțire exactă, adică restul este 0).

b) Pot fi așezați 14 elevi pe 3 coloane, astfel încât fiecare coloană să aibă același număr de elevi?

NU! Deoarece $14 = 3 \cdot 4 + 2$. Restul împărțirii lui 14 la 3 este 2. Dacă pe fiecare coloană sunt 4 elevi, rămân 2 elevi în plus!

Aplică ce ai învățat!

1. Stabilește dacă următoarele propoziții sunt adevărate sau false:
a) 7 este divizor al lui 35; b) $1 \mid 0$; c) $71 \vdots 8$; d) $2^2 \mid 4^2$; e) $2\,326 \vdots 26$.

2. Completează cu unul dintre semnele „$\vdots$“ sau „$\mid$“ pentru a obține propoziții adevărate:
a) 88 ___ 11; b) 12 ___ 72; c) 196 ___ 14; d) 0 ___ 81; e) 200 ___ 0;
f) 10^3 ___ 10^2; g) 6 ___ $6 \cdot 4$; h) $5 \cdot 14$ ___ 7; i) 200 ___ 260^2.

3. 120 de bomboane identice trebuie să fie așezate în cutii de câte 20 de bomboane. Câte bomboane vor fi în fiecare cutie? Justifică răspunsul.

Divizor. Multiplu

Ia aminte și ține minte!

- Dacă numărul natural a este divizibil cu numărul natural nenul b, adică $a \vdots b$ sau $b \mid a$, atunci numărul b este **divizor** al numărului a.

Exemple: a) $6 = 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$. Observăm că 6 se împarte exact și la 2 și la 3, adică 2 și 3 sunt divizori ai lui 6. De asemenea, 6 se împarte exact și la 1 și la el însuși: $6 = 1 \cdot 6 = 6 \cdot 1$. Astfel, și 6 și 1 sunt divizori ai lui 6. În concluzie: divizorii numărului 6 sunt: 1, 2, 3, 6. Scriem $6 \vdots 1$; $6 \vdots 2$; $6 \vdots 3$; $6 \vdots 6$.

b) Pentru a afla divizorii numărului 60, ne gândim la toate numerele naturale la care 60 se împarte exact: $60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$. Rezultă că divizorii lui 60 sunt: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 și putem spune că 60 este divizibil cu fiecare dintre divizorii săi.

Aplică ce ai învățat!

1. Află divizorii numerelor: a) 10; b) 15; c) 18; d) 20; e) 30; f) 32; g) 40.

2. La câți copii se pot împărți 24 de mere, astfel încât fiecare copil să primească același număr de mere? Află toate cazurile posibile, știind că numărul copiilor este cel puțin egal cu 2.

Ia aminte și ține minte!

- Numărul 1 este divizor pentru orice număr natural a. Scriem $1 \mid a$ sau $a \vdots 1$.
- Orice număr natural nenul a este divizor pentru el însuși. Scriem $a \mid a$ sau $a \vdots a$.

  Exemplu: Dacă $a = 8$, numerele 1 și 8 sunt divizori ai lui 8. Scriem $1 \mid 8$ sau $8 \vdots 1$ și $8 \mid 8$ sau $8 \vdots 8$.
- Divizorii unui număr natural nenul a se pot clasifica astfel:
  - 1 și numărul însuși, adică a, se numesc **divizori improprii** ai numărului a;
  - ceilalți divizori ai numărului a (diferiți de 1 și de a) se numesc **divizori proprii** ai numărului a.

  Exemple: a) Divizorii improprii ai numărului 6 sunt 1 și 6, iar divizorii proprii sunt 2 și 3.
  b) Divizorii improprii ai numărului 12 sunt 1 și 12, iar divizorii proprii sunt 2, 3, 4 și 6.
- Orice număr natural nenul a este divizibil cu fiecare dintre divizorii săi.
- Orice produs de doi sau mai mulți factori nenuli este un număr divizibil cu fiecare dintre factorii săi. Altfel spus, orice factor nenul al unui produs divide acel produs.
  Exemplu: Numărul $60 = 2 \cdot 3 \cdot 10$. Rezultă că $60 \vdots 2$, $60 \vdots 3$ și $60 \vdots 10$ sau $2 \mid 60$; $3 \mid 60$; $10 \mid 60$.

Aplică ce ai învățat!

1. Află divizorii improprii și divizorii proprii (dacă este cazul) ai numerelor: a) 8; b) 15; c) 13; d) 24.

2. Află divizorii improprii și divizorii proprii ai numerelor: $a = 2 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 22 \cdot 5$; $c = 23 \cdot 3$.

Ia aminte și ține minte!

- **Multiplul** este numărul natural care este divizibil cu un număr natural nenul dat.
- Dacă numărul natural a este divizibil cu numărul natural nenul b, adică $a \vdots b$ sau $b \mid a$, atunci numărul a este **multiplu** al numărului b.

  Exemple: a) Numărul 6 este divizibil cu 3. Rezultă că 6 este multiplu al lui 3.
  b) Să aflăm multiplii numărului 4, mai mici sau egali cu 12. Știm că: $4 \cdot 0 = 4$; $4 \cdot 1 = 4$; $4 \cdot 2 = 8$; $4 \cdot 3 = 12$. Astfel multiplii numărului 4, mai mici sau egali cu 12, sunt: 0; 4; 8; 12.

Aplică ce ai învățat!

1. Află multiplii mai mici decât 40 ai numerelor: a) 5; b) 7; c) 9; d) 15; e) 24; f) 10; g) 6.

2. Află toți multiplii numărului $a = 2 \cdot 3 \cdot 6$, cuprinși între numerele 50 și 200.

Ia aminte și ține minte!

- a, b și c sunt numere naturale, iar b este nenul, astfel încât:

$$\boxed{a} = \boxed{b} \cdot c = \boxed{c} \cdot b$$

$a \vdots b$
$a \vdots c$

$b \mid a$
- b este divizor al lui a
- a este multiplu al lui b

$c \mid a$
- c este divizor al lui a
- a este multiplu al lui c

- a este multiplu al lui b
- b este divizor al lui a

- a este multiplu al lui c
- c este divizor al lui a

Exemplu: $\boxed{247} = \boxed{19} \cdot 13 = \boxed{13} \cdot 19$

$247 \vdots 19$	19 | 247	19 | 247
$247 \vdots 13$	• 19 este divizor al lui 247 • 247 este multiplu al lui 19	• 13 este divizor al lui 247 • 247 este multiplu al lui 13

• 247 este multiplu al lui 19 • 19 este divizor al lui 247	• 247 este multiplu al lui 13 • 13 este divizor al lui 247

- Numărul natural 0 este **multiplu** pentru orice număr natural nenul. Înseamnă că $0 \vdots a$, unde a este un număr natural nenul.
- Orice număr natural nenul este multiplu pentru el însuși. Înseamnă că $a \vdots a$, adică a este multiplu pentru a.

Exemplu: Dacă $a = 8$, atunci $0 \vdots 8$ și 0 este multiplu al lui 8. De asemenea, $8 \vdots 8$ și 8 este multiplu al lui 8.

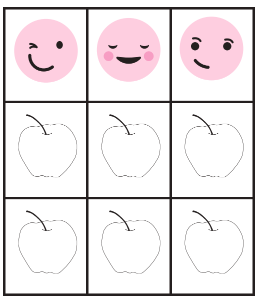
Divizori comuni

În două coșuri sunt fructe. În primul coș sunt 9 pere, iar în cel de al doilea coș sunt 6 mere. La câți copii putem împărți numărul merelor și numărul perelor din cele două coșuri, astfel încât fiecare copil să primească același număr de mere cuprins între 1 și 6 și același număr de pere cuprins între 1 și 9?

Rezolvare: Împărțirea, atât a numărului de pere, cât și a numărului de mere, se face în mod egal pentru firecare copil. Numărul copiilor trebuie să fie atât un divizor al numărului 6, cât și un divizor al numărului 9. Divizorii lui 6 sunt: 1, 2, 3, 6, iar divizorii lui 9 sunt 1, 3, 9.

6 mere se pot împărți, în mod egal:

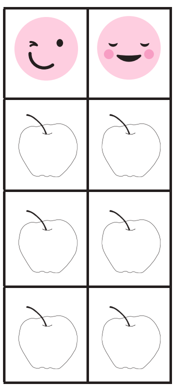
la 3 copii



fiecare copil primește câte 2 mere

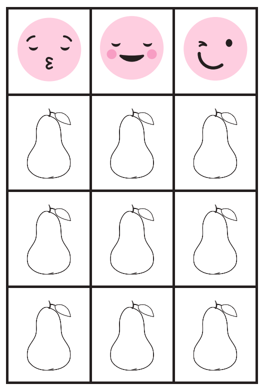
sau

la 2 copii



fiecare copil primește câte 3 mere

9 pere se pot împărți, în mod egal, la 3 copii:



fiecare copil primește câte 3 pere

Observăm că numărul copiilor este egal cu **3**. Fiecare copil primește câte 2 mere și câte 3 pere. Numărul 3 este divizor atât pentru 6, cât și pentru 9, ceea ce înseamnă că, atât numărul de mere (6) cât și numărul de pere (9) se va împărți exact la numărul de copii ce este egal cu 3.

Ia aminte și ține minte!

- Un număr natural nenul care divide mai multe numere naturale date se numește **divizor comun** al acestor numere.
- Numărul 1 este divizor comun pentru toate numerele naturale.
- Două sau mai multe numere naturale pot avea un singur divizor comun sau pot avea mai mulți divizori comuni.

Exemplu: Să aflăm divizorii comuni ai numerelor 8, 12 și 16. Știm că 1 este divizor comun pentru toate cele trei numere. Pentru a afla ceilalți divizori comuni, scriem pe rând divizorii lui 8: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{4}$, 8; divizorii lui 12: $\underline{1}$, $\underline{2}$, 3, $\underline{4}$, 6, 12 și divizorii lui 16: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{4}$, 8, 16.

Observăm că divizorii comuni ai celor trei numere sunt: 1, 2 și 4.

Aplică ce ai învățat!

Află divizorii comuni ai numerelor: a) 6, 12 și 18; b) 10 și 20; c) 14, 28 și 42.

Cel mai mare divizor comun a două numere naturale

Ia aminte și ține minte!

- Cel mai mare divizor comun a două numere naturale, dintre care cel puțin unul este nenul, este cel mai mare dintre toți divizorii comuni ai acestor numere. Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b (cel puțin unul nenul) se notează cu **c.m.m.d.c. al numerelor *a* și *b*** sau **(*a, b*)**.
- Pentru a afla cel mai mare divizor comun a două numere naturale, dintre care cel puțin unul nenul, scriem divizorii fiecărui număr. Apoi observăm divizorii comuni și alegem cel mai mare număr dintre aceștia.

Exemple: a) Divizorii comuni ai numerelor 12 și 16 sunt: 1, 2 și 4. Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 16 este egal cu 4.

b) Aflăm divizorii comuni ai numerelor a și b, unde $a = 2^3 \cdot 3$, $b = 2^2 \cdot 3^2$.

$a = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow a = 8 \cdot 3 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 12 = 1 \cdot 24$. Divizorii lui a sunt: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 8, $\underline{12}$, 24.

$b = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow b = 4 \cdot 9 = 2 \cdot 18 = 12 \cdot 3 = 6 \cdot 6 = 1 \cdot 36$. Divizorii lui b sunt: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 9, $\underline{12}$, 18, 36.

Am evidențiat divizorii comuni ai numerelor a și b și observăm că aceștia sunt: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Cel mai mare divizor comun al numerelor $a = 24$ și $b = 36$ este numărul 12. Scriem c.m.m.d.c. al numerelor 24 și 36 este 12 sau (24, 36) = 12.

Aplică ce ai învățat!

Află cel mai mare divizor comun al numerelor:

a) 16 și 24; b) $a = 32 \cdot 7$ și $b = 2 \cdot 3 \cdot 7$; c) $a = 2^4 \cdot 3$ și $b = 2^3 \cdot 3^2$.

Multipli comuni

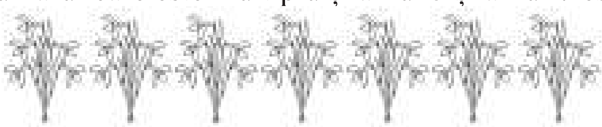
Ana face buchețele de ghiocei. Ea are mai puțin de 40 de fire de ghiocei și poate să facă buchețele sau de câte 5 sau de câte 7 ghiocei, fiecare. Câte fire de ghiocei are Ana?

Rezolvare: Observăm că numărul firelor de ghiocei se împarte exact atât la 5, cât și la 7, ceea ce înseamnă că numărul pe care trebuie să îl aflăm este divizibil și cu 5 și cu 7. Altfel spus, numărul este multiplu și al lui 5 și al lui 7. Știm că acest număr este mai mic decât 40.

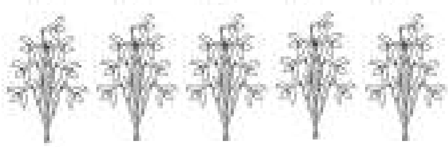
Scriem multiplii nenuli ai lui 5 mai mici decât 40: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35.

Scriem multiplii nenuli ai lui 7 mai mici decât 40: 7, 14, 21, 28, 35.

Numărul care este multiplu și al lui 5 și al lui 7 este egal cu 35. Ana are 35 de fire de ghiocei.



7 buchete a câte 5 ghiocei



5 buchete a câte 7 ghiocei

Ia aminte și ține minte!

- **Multiplu comun** a două sau mai multe numere naturale este un număr natural care este multiplu al fiecăruia dintre ele.

Exemplu: Se dau numerele 3, 4 și 6. Numărul 24 este un multiplu comun al acestor trei numere, pentru că 24 este multiplu și al lui 3 ($24 = 3 \cdot 8$) și a lui 4 ($24 = 4 \cdot 6$) și al lui 6 ($24 = 6 \cdot 4$).

! Atenție! • Multiplu comun al mai multor numere este un număr care este divizibil cu fiecare dintre numerele date și cu fiecare dintre divizorii acestor numere.

Exemplu: 20 este multiplul comun al numerelor 4 și 5 și este divizibil, atât cu fiecare dintre numerele 4 și 5, cât și cu numărul 2, care este divizor al lui 4.

5+ Aplică ce ai învățat!

Află toți multiplii comuni: a) ai lui 2 și ai lui 5 mai mici decât 31; b) ai lui 3, 5 și 6 mai mici sau egali cu 90.

Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale

Ia aminte și ține minte!

- **Cel mai mic multiplu comun** a două numere naturale nenule este cel mai mic dintre toți multiplii comuni nenuli ai numerelor date. Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale nenule a și b se notează cu **c.m.m.m.c. al numerelor *a* și *b*** sau **[*a*, *b*]**.

Exemple: a) Considerăm numerele 12 și 18. În ordine crescătoare:
– multiplii nenuli lui 12 sunt: 12, 24, <u>36</u>, 48, 60, <u>72</u>, ...
– multiplii nenuli lui 18 sunt: 18, <u>36</u>, 54, <u>72</u>, 90, ...

Observăm că numărul 36 este primul număr care este multiplu comun pentru fiecare dintre numerele 12 și 18. Privind în continuare multiplii comuni ai celor trei numere se observă că 72 este tot un multiplu comun. Și dacă vom continua scrierea multiplilor pentru numerele 12 și 18 vom găsi și alți multiplii din ce în ce mai mari: 108, 144 și așa mai departe. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 12 și 18 este egal cu 36. Scriem c.m.m.m.c. al numerelor 12 și 18 = 36 sau [12, 18] = 36.

b) Află cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b, unde $a = 6$ și $b = 15$.

Numărul $6 = 2 \cdot 3$; multiplii lui 6 sunt divizibili și cu 2 și cu 3. Numărul $15 = 3 \cdot 5$; multiplii lui 15 sunt divizibili și cu 3 și cu 5. Multiplii comuni ai lui 6 și ai lui 15 sunt numere divizibile cu 2, cu 3 și cu 5 în același timp. Cel mai mic număr de acest fel este egal cu $2 \cdot 3 \cdot 5$. Cel mai mic multiplu comun al numerelor $a = 6$ și $b = 15$ este egal cu 30. Scriem c.m.m.m.c. al numerelor 6 și 15 = 30 sau [6, 15] = 30.

5+ Aplică ce ai învățat!

Află cel mai mic multiplu comun al numerelor: a) 4 și 5; b) 7 și 21; c) 10 și 21; d) 10 și 15; e) 32 și 24.

Exerciții și probleme

Divizor. Multiplu

Exersează!

1. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect, folosind cuvintele „divizor“, „multiplu“:

a) 6 este .... al lui 30; b) 21 este .... al lui 7;
c) 120 este.................................. al lui 20; d) 120 este .... al lui 360;
e) 13 este .... pentru 39; f) 0 este .... pentru 2018.

2. Scrie unul dintre semnele „ $\vdots$ “ sau „ | “ pentru a obține propoziții adevărate:
a) 77 ... 7; b) 18 ... 36; c) 169 ... 13; d) 0 ... 81;
e) 100 ... 0; f) 10^2 ... 10^4; g) 1300^2 ... 100; h) 1000 ... 1400^2.

3. Scrie toți divizorii numărului: a) 12; b) 13; c) 20; d) 25; e) 36; f) 27.

4. Scrie primii 5 multiplii ai numărului: a) 2; b) 5; c) 6; d) 12; e) 15.

5. Află divizorii numărului și precizează care sunt divizorii proprii, respectiv improprii:
a) 4; b) 10; c) 11; d) 21; e) 35.

6. Află: a) divizorii lui 40 care sunt și multiplii ai lui 5;
b) divizorii lui 42 care sunt și multiplii ai lui 7.

7. Află numerele naturale ce sunt multiplu de 4 și au triplul mai mic decât 50.

8. Care dintre propozițiile următoare sunt adevărate? De ce?
a) 104 890 $\vdots$ 75; b) 3 | 8 325;
c) (125 : 25 + 7) | 29; d) $[(3\,175 - 275) \cdot 10] \vdots (9 \cdot 11 + 1)$.

Poți fi mai bun!

9. Scrie divizorii lui 120 care sunt cel puțin egali cu 10 și cel mult egali cu 20. Compune un exercițiu asemănător.

10. Scrie multiplii lui 14 care sunt cel puțini egali cu 28 și cel mult egali cu 90. Compune un exercițiu asemănător.

11. Află numerele naturale *a* și *b*, știind că:
a) $3 \mid a$ și $6 \nmid a$ și $a < 25$; b) $b \vdots 5$ și $b \not\vdots 10$ și $b \leqslant 30$.

12. Dănuț s-a dus la piață să cumpere nuci. Vânzătorul lua în mână câte 5 nuci și le punea în plasă. De câte ori a pus nuci vânzătorul în plasă, știind că Dănuț a vrut să cumpere 100 de nuci?

Fii campion!

13. Fie numerele $m = 1 + 3 + 5 + ... + 99$ și $n = 13 \cdot (1 + 3 + 5 + ... + 99)$. Arată că numărul $m + n$ este divizibil cu 14.

14. Află numerele naturale nenule *m* și *n*, dacă $m < 20$ și $5 \cdot m = 15 \cdot n$. Compune și rezolvă un exercițiu asemănător care are mai multe soluții.

15. Află numerele naturale *x*, știind că:
a) $(x + 1) \mid 15$; b) $(x + 5) \mid 28$; c) $20 \vdots (x + 2)$; d) $(x + 1) \mid 18$ și $21 \vdots (x + 2)$.

Divizori comuni. C.m.m.d.c.

Exersează!

1. Află divizorii comuni pentru numerele:
a) 12 și 16 ; b) 15 și 20; c) 1 și 14; d) 18 și 27; e) 12 și 9;
f) 20 și 30; g) 21 și 42; h) 12, 18, 24; i) 10, 15, 20; j) 20, 30 și 40.

2. Află cel mai mare divizor comun pentru numerele:
a) 6 și 8; b) 9 și 12; c) 10 și 15; d) 20 și 32; e) 18 și 24;
f) 13 și 26; g) 14 și 21; h) 16 și 20; i) 12 și 15; j) 25 și 35.

3. Află cel mai mare divizor comun al numerelor:

a) $m = 2 \cdot 5 + 2^3$ şi $n = 27 : 3 - 3$; b) $m = 23 + 18 : 3 + 1$ şi $n = 2^4 + 2^3 \cdot 3$;
c) $m = 7^2 \cdot 0 + 5^2$ şi $n = 6^2 - 6^0$.

4. Află cel mai mare număr la care se împart exact numerele:

a) 8 şi 36; b) 9 şi 24; c) 15 şi 20; d) 13 şi 15; e) 21 şi 28; f) 23 şi 29.

Poţi fi mai bun!

5. Determină numerele naturale de două cifre, dacă cel mai mare divizor comun al fiecăruia dintre el şi 10 este egal cu 5.

6. Marina plantează 8 bulbi de lalea, 12 bulbi de narcise şi 16 bulbi de zambile. Află câte ronduri de flori poate amenaja, astfel încât în fiecare rond să fie acelaşi număr de lalele, acelaşi număr de narcise şi acelaşi număr de zambile.

Fii campion!

7. Determină cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b, știind că:

$a = 3^{2n+2} + 2 \cdot 3^{2n+1} + 11 \cdot 3^{2n}$ şi $b = 3^{2n} + 3^{2n+1} + 3^{2n+2}$.

8. Un pomicultor a cules într-o zi 61 kg de vişine şi 67 kg de cireşe. După ce le aşază în lădiţe, rămân 5 kg de vişine şi 4 kg de cireşe. Ştiind că într-o lădită încape aceeaşi cantitate de vişine sau de cireşe, află această cantitate.

Multipli comuni. C.m.m.m.c.

Exersează!

1. Află cel mai mic multiplu comun al numerelor:

a) 3 şi 4; b) 4 şi 6; c) 5 şi 12; d) 10 şi 15; e) 11 şi 77;
f) 20 şi 30; g) 25 şi 50; h) 7 şi 13; i) 9 şi 19; j) 11 şi 12.

2. Află toţi multiplii comuni ai numerelor 3 şi 7 care se găsesc între 20 şi 70.

3. Află toate numerele cuprinse între 6 şi 90 care sunt multiplii lui 2 şi ai lui 5 în acelaşi timp.

Poţi fi mai bun!

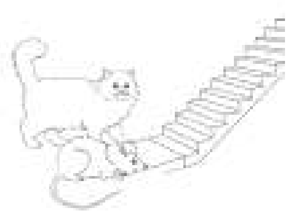
4. Pe marginea unei şosele sunt lămpi pentru iluminat din 20 în 20 de metri. Folosindu-se becuri economice s-a constatat că se pot aşeza lămpi economice din 30 în 30 de metri. Câte lămpi economice şi câte lămpi vechi vor fi amplasate în acelaşi loc pe o distanţă de 180 m?

5. Pe o pistă în formă de cerc, cu o singură fâşie de concurs, aleargă 3 concurenţi. Primul concurent parcurge întreaga pistă în 10 min, al doilea în 15 min şi al treilea în 12 min. Dacă ei pornesc, toţi deodată, după câte minute trec toţi în acelaşi timp prin punctul de plecare?

6. În cantina unei şcoli sunt puse pe farfurii mere aşezate câte 3, câte 4 sau câte 5. Ştiind că sunt mai mult de 110 şi mai puţine decât 130, află câte mere sunt aşezate pe farfurii?

Fii campion!

7. Elevii unei şcoli, care sunt mai mulţi de 100, dar mai puţini de 150, se pot aşeza în rând câte 2, câte 3, câte 4 sau câte 5 şi formează un număr întreg de rânduri. Câţi elevi sunt această şcoală?



8. O scară are 20 de trepte numerotate de la 1 la 20 (treapta 1 este la sol). Un şoricel sare din două în două trepte, iar un motan sare din cinci în cinci trepte. Scrie numerele treptelor pe care le calcă şi şoricelul şi motanul.

2. Criterii de divizibilitate

Există reguli care, în unele cazuri, ne ajută să aflăm dacă un număr este divizibil cu altul, fără a efectua operația de împărțire. Aceste reguli se numesc **criterii de divizibilitate**.

Criteriul de divizibilitate cu 10^n

Criteriul de divizibilitate cu 10

✧ Se pot pune 250 kg de mere în lăzi de câte 10 kg fiecare, toate pline? Dar 600 kg?

DA, pentru că $250 : 10 = 25$ lăzi, adică $250 = 10 \cdot 25$, respectiv $600 : 10 = 60$ lăzi, adică $600 = 10 \cdot 60$.

Numerele 250 și 600 se divid cu 10!

✧ Se pot așeza 254 kg de mere în lăzi de câte 10 kg fiecare, toate pline? Dar 603 kg?

NU, pentru că $254 = 10 \cdot 25 + 4$; se umplu 25 lăzi și rămân 4 kg; $603 = 10 \cdot 60 + 3$; se umplu 60 lăzi și rămân 3 kg.

Observăm că, atât 250, cât și 600 au fiecare cifra unităților egală cu 0 și sunt divizibile cu 10. **Numerele 254 și 603** au cifra unităților diferită de 0 (4, respectiv 3) și **nu sunt divizibile cu 10**.

Ia aminte și ține minte!

- **Criteriul de divizibilitate cu 10:** Un număr natural este **divizibil cu 10** dacă ultima cifră a acestui număr este egală cu 0.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este egală cu 0, atunci numărul *nu* este divizibil cu 10.

Exemplu: Scrie numerele cuprinse între 89 și 149 care sunt divizibile cu 10.

Numerele care au ultima cifră (cifra unităților) egală cu 0 și sunt mai mari decât 89 și mai mici decât 149 sunt: 90, 100, 110, 120, 130, 140. Fiecare dintre aceste numere se divide cu 10.

Aplică ce ai învățat!

1. Pentru fiecare dintre numerele: 7; 28; 31; 119; 473; 778; 5 122; 23 429; 226 034, află multiplul de 10 cel mai apropiat.

2. Se dau numerele: 42; 236; 2 431; 38 805; 230 705. Adaugă la fiecare număr o cifră pentru a obține un multiplu de 10.

Criteriul de divizibilitate cu 100, 1 000...

- Multiplii lui 100 sunt: 100, 200, 300, 400, 500, 600 ... .
- Multiplii lui 1 000 sunt: 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000 ... .

Ia aminte și ține minte!

Dacă **ultimele două cifre ale** unui număr natural **sunt egale, fiecare, cu 0**, atunci numărul este **divizibil cu 100** = 10^2.	Dacă ultimele două cifre ale unui număr natural *nu* sunt egale, fiecare, cu 0, atunci numărul *nu* este divizibil cu 10.
Exemplu: 53 700 $\vdots$ 100	***Exemple:*** 16 423 $\not\vdots$ 100; 17 620 $\not\vdots$ 100

Dacă **ultimele trei cifre** ale unui număr natural **sunt egale, fiecare, cu 0**, atunci numărul **este divizibil cu 1 000** = 10^3.	Dacă ultimele trei cifre ale unui număr natural *nu* sunt egale, fiecare, cu 0, atunci numărul *nu* este divizibil cu 1 000.
Exemplu: 53 000 $\vdots$ 1 000	***Exemple:*** 16 400 $\not\vdots$ 1 000; 18 240 $\not\vdots$ 1 000

Criteriul de divizibilitate cu 10^n

Ia aminte și ține minte!

- Un număr este **divizibil cu 10^n**, unde n este un număr natural nenul, dacă ultimele n cifre ale numărului sunt egale, fiecare, cu 0.

Exemplu: Se consideră numărul $a = 45$. Prin adăugare de cifre, află numerele naturale b, c, d și e, astfel încât $10 \mid b$; $100 \mid c$; $1\,000 \mid d$ și $10^5 \mid e$.

Numărul $b \,\vdots\, 10$, ceea ce înseamnă că ultima sa cifră este egală cu 0, $b = 450$.
Numărul $c \,\vdots\, 100$, ceea ce înseamnă că ultimele sale două cifre sunt fiecare egale cu 0, $c = 4\,500$.
Numărul $d \,\vdots\, 1\,000$, ceea ce înseamnă că ultimele sale trei cifre sunt fiecare egale cu 0, $d = 45\,000$.
Numărul $e \,\vdots\, 10^5$, ceea ce înseamnă că ultimele sale 5 cifre sunt fiecare egale cu 0, $e = 4\,500\,000$.

Aplică ce ai învățat!

Spune care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false:
a) $10 \mid 260$; b) $100 \mid 2\,400$; c) $10^3 \mid 250\,000$; d) $10^5 \mid 250\,000$; e) $10^7 \mid 3\,000\,000$.

Criteriul de divizibilitate cu 2

✦ Un număr natural este divizibil cu 2 dacă se împarte exact la 2 (restul împărțirii numărului la 2 este egal cu 0). Prin împărțirea unui număr natural la 2, restul împărțirii poate fi egal cu 0 sau 1.

Exemple: a) 38 este divizibil cu 2, pentru că $38 = 2 \cdot 19$, deci restul împărțirii este egal cu 0;
b) 39 nu este divizibil cu 2, pentru că $39 = 2 \cdot 19 + 1$, restul împărțirii este egal cu 1.

✦ Dacă ultima cifră a unui număr este egală cu 0, atunci numărul este divizibil cu 10, ceea ce înseamnă cu numărul este divizibil și cu 2, care este divizor al lui 10.

✦ Numărul 0 este un număr divizibil cu 2.

✦ Numere naturale de o cifră divizibile cu 2 sunt: $2 = 2 \cdot 1$; $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2 \cdot 4$.

Numerele 1, 3, 5, 7, 9 nu sunt divizibile cu 2, deoarece restul împărțirii fiecăruia dintre aceste numere la 2 este egal cu 1: $1 = 2 \cdot 0 + 1$; $3 = 2 \cdot 1 + 1$; $5 = 2 \cdot 2 + 1$; $7 = 2 \cdot 3 + 1$; $9 = 2 \cdot 4 + 1$.

Ia aminte și ține minte!

- Cifrele 0, 2, 4, 6, 8 se numesc **cifre pare** sau **cifre cu soț**. Cifrele 1, 3, 5, 7, 9 se numesc **cifre impare** sau **cifre fără soț**.

  Observăm că multiplii lui 2: 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; ... au ultima cifra pară.
- **Criteriul de divizibilitate cu 2:** Un număr natural este **divizibil cu 2** dacă *ultima sa cifră* este pară.

  Acest criteriu se poate enunța și astfel: un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este una dintre cifrele 0, 2, 4, 6, 8.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este impară, adică este 1, 3, 5, 7 sau 9, atunci numărul natural *nu* este divizibil cu 2.

Exemple: a) $248 \,\vdots\, 2$, deoarece ultima sa cifră este 8, adică o cifră pară.
b) $465 \not\vdots\, 2$, deoarece ultima sa cifră este 5, adică o cifră impară.
c) Numerele de forma $\overline{5a}$ sunt divizibile cu 2, dacă a este o cifră pară.
Obținem numerele 50; 52; 54; 56; 58.

Aplică ce ai învățat!

1. Pot fi livrate 118 boluri de sticlă în cutii ce conțin, fiecare, câte 2 boluri? Rezolvă fără a efectua împărțirea.
2. Care dintre numerele: 17; 328; 1 056; 2 025; 3 024; 42 333; 187 592; 1 000 000 sunt divizibile cu 2?
3. Află toate numerele de două cifre de forma $\overline{2b}$ care sunt divizibile cu 2.
4. Află toate numerele de două cifre de forma $\overline{4b}$ care nu sunt divizibile cu 2.

Criteriul de divizibilitate cu 5

✦ Dacă ultima cifră a unui număr natural este egală cu 0, atunci numărul este divizibil cu 10, ceea ce înseamnă că numărul este divizibil și cu 5 (5 fiind divizor al lui 10).

✦ Dacă ultima cifră a unui număr natural este egală cu 5, atunci acel număr este divizibil cu 5.

Exemple: a) Considerăm următoarele numere: 35, 455, 8 345.

$35 = 30 + 5 = 5 \cdot (6 + 1)$ $\Rightarrow 35 \,\vdots\, 5$ sau $5 \mid 35$;	$455 = 450 + 5 = 5 \cdot (90 + 1)$ $\Rightarrow 455 \,\vdots\, 5$ sau $5 \mid 455$;	$8\,345 = 8\,340 + 5 = 5 \cdot (1\,668 + 1)$ $\Rightarrow 8\,345 \,\vdots\, 5$ sau $5 \mid 8\,345$.

b) Considerăm numărul 4 612, care nu are ultima cifră nici 0, nici 5:

$4\,612 = 5 \cdot 922 + 2 \Rightarrow$ restul împărțirii lui 4 612 la 5 este egal cu $2 \Rightarrow 4\,612 \not\vdots\, 5$.

Ia aminte și ține minte!

- **Criteriul de divizibilitate cu 5:** Un număr natural este **divizibil cu 5** dacă ultima cifră a acelui număr este egală cu 0 sau 5.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este nici 0, nici 5, atunci acel număr *nu* este divizibil cu 5.

Exemple: a) Ultima cifră a lui 635 este 5; deci numărul $635 \,\vdots\, 5$.

b) Ultima cifră a lui 1 260 este 0; deci numărul $1\,260 \,\vdots\, 5$.

c) Ultima cifră a numărului 324 este 4; deci numărul $324 \not\vdots\, 5$.

Aplică ce ai învățat!

1. Care este cel mai mare număr natural de trei cifre divizibil cu 5? Dar cel mai mic?

2. Dă exemplu de un număr natural de patru cifre care nu este divizibil cu 5.

3. Scrie toate numerele de trei cifre distincte, divizibile cu 5, formate cu cifrele 0, 1 și 5.

4. Se pot ambala 85 de ouă în suporturi de carton ce conțin, fiecare, câte 5 ouă? Rezolvă fără a efectua împărțirea.

Criteriul de divizibilitate cu 3

Să efectuăm împărțirea la 3 a numerelor 10, 100 și 1 000.

$\mathbf{10 = 3 \cdot 33 + 1}$ $\qquad$ $\mathbf{100 = 3 \cdot 33 + 1}$ $\qquad$ $\mathbf{1\,000 = 3 \cdot 333 + 1}$

Observăm că, de fiecare dată, restul împărțirii este egal cu 1. De asemenea, continuând operația de împărțire al lui 10 000, 100 000 și așa mai departe, la 3 vom obține, de fiecare dată, restul egal cu 1.

◆ Să considerăm numărul: $7\,542 = 7 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 40 \cdot 10 + 2$.

• Fiecare mie se va împărți în grupe de câte 3 unități și va rămâne singură o unitate; numărul are 7 mii, ceea ce înseamnă că ne vor rămâne **7 unități**.	• Fiecare sută se va împărți în grupe de câte 3 unități și va rămâne o singură unitate; numărul are 5 sute, ceea ce înseamnă că ne rămân **5 unități**.	• Fiecare zece se va împărți în grupe de câte 3 unități și va rămâne o singură unitate; numărul are 4 zeci, ceea ce înseamnă că ne vor rămâne **4 unități**.	• Numărul dat are și **2 unități**.

◆ Suma unităților negrupate este $\mathbf{7 + 5 + 4 + 2 = 18}$ care este un număr divizibil cu 3, ceea ce înseamnă că se pot forma încă 6 grupe de câte 3 unități. Acum putem spune că numărul 7 542 este divizibil cu 3.

◆ Considerăm numărul 7 543 și procedăm în același mod ca mai sus. Ne va rămâne un număr de $7 + 5 + 4 + 3 = 19$ unități negrupate. Le grupăm și pe acestea în grupe de câte 3 unități și ne rămâne rest 1 unitate. Astfel, numărul 7 543 nu este divizibil cu 3.

Ia aminte și ține minte!

- **Criteriul de divizibilitate cu 3:** Un număr natural este **divizibil cu 3**, dacă suma cifrelor sale este un număr divizibil cu 3.
- Dacă suma cifrelor unui număr natural nu este divizibilă cu 3, atunci acest număr *nu* este divizibil cu 3.

Exemple: a) Numărul natural 57 este divizibil cu 3, deoarece suma $5 + 7 = 12$, iar 12 este un număr natural divizibil cu 3 $(3 \mid 12)$.

b) În cazul numărului 53 864 avem $5 + 3 + 8 + 6 + 4 = 26$, iar $3 \nmid 26$, deci $3 \nmid 53\,864$.

Aplică ce ai învățat!

1. Pot fi grupați 42 de copii în echipe de câte 3? Rezolvă fără a efectua împărțirea.

2. Care dintre următoarele numere sunt divizibile cu 3:
251, 4 269, 346, 1 304, 201 303, 123 456 789, 12 805 930 001?

3. Care este cel mai mic număr de trei cifre distincte, divizibil cu 3?

Criteriul de divizibilitate cu 9

Pentru a afla criteriul de divizibilitate cu 9 urmăm aceeași metodă ca la divizibilitatea cu 3.

De exemplu, pentru numărul 486.

$$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 =$$
$$= 4 \cdot 99 + \mathbf{4} + 8 \cdot 9 + \mathbf{8} + \mathbf{6} = 4 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + \mathbf{4} + \mathbf{8} + \mathbf{6} =$$
$$= 9 \cdot (4 \cdot 11 + 8) + (\mathbf{4} + \mathbf{8} + \mathbf{6});$$

$9 \cdot (4 \cdot 11 + 8)$ este divizibil cu 9; $4 + 8 + 6 = 18$, iar 18 este divizibil cu 9.

$486 = 9 \cdot (4 \cdot 11 + 8) + 18 = 9 \cdot (4 \cdot 11 + 8 + 2)$, adică 486 este divizibil cu 9.

Ia aminte și ține minte!

- **Criteriul de divizibilitate cu 9:** un număr natural este **divizibil cu 9,** dacă suma cifrelor sale este un număr divizibil cu 9.
- Dacă suma cifrelor unui număr natural nu este divizibilă cu 9, atunci acest număr nu este divizibil cu 9.

Exemple: a) Numărul natural 576 este divizibil cu 9, deoarece suma $5 + 7 + 6 = 18$, iar 18 este un număr natural divizibil cu 9.

b) Numărul 7 543 nu este divizibil cu 9, deoarece suma $7 + 5 + 4 + 3 = 19$, iar 19 nu este un număr natural divizibil cu 9.

c) Aflăm cel mai mic număr natural, de trei cifre, divizibil cu 9. Prima cifră a numărului este 1. Pentru a fi cel mai mic număr, următoarea cifră după 1 este egală cu 0. Suma celor trei cifre ce formează numărul va trebui să fie egală cu 9. Ultima cifră a numărului este 8 și numărul este 108, deoarece $1 + 0 + 8 = 9$.

Aplică ce ai învățat!

1. Care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false?
a) 471 este multiplu al lui 9. b) 9 este divizor al lui 4 716.
c) 2 381 este divizibil cu 9. d) 3 453 903 este divizibil cu 9.

2. Află cel mai mare număr natural de trei cifre care este divizibil cu 9.

3. Se pot planta 117 bulbi de lalea, câte 9 pe fiecare rând, într-un rond de flori? Rezolvă fără a efectua împărțirea.

Numere prime. Numere compuse

Ne reamintim că orice număr este divizibil cu 1 și cu el însuși. Știm că 1 și numărul însuși se numesc **divizori improprii**, iar ceilalți divizori ai numărului dat se numesc **divizori proprii**.

Să considerăm numerele naturale: 12, 13, 14 și 17. Divizorii lor sunt scriși în tabelul următor.

Divizorii lui 4	Divizorii lui 13	Divizorii lui 14
1 – divizor *impropriu* 2 – divizor *propriu* 4 – divizor *impropriu*	1 – divizor *impropriu* 13 – divizor *impropriu* **Acest număr natural nu are divizori proprii. Are numai divizori improprii.**	1 – divizor *impropriu* 2 – divizor *propriu* 7 – divizor *propriu* 14 – divizor *impropriu*

Ia aminte și ține minte!

- Numărul natural mai mare decât 1, care are ca divizori numai pe 1 și pe el însuși se numește **număr prim**. Numărul prim are doi divizori.

Exemple: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53. Șirul numerelor naturale prime este nesfârșit. Oricât de mare ar fi un număr prim, mai există numere prime și mai mari ca el.

- 2 este singurul număr prim care este și număr par. Orice număr par mai mare decât 2 se divide cu 2, deci are și alți divizori în afară de 1 și el însuși. Toate numerele prime mai mari ca 2 sunt impare.
- Un număr natural nenul care are divizori proprii se numește **număr compus**. Numărul compus are atât divizori improprii (pe 1 și pe el însuși), cât și divizori proprii. Numerele compuse se mai numesc și **numere neprime**.
- Numărul natural 1 nu este nici număr prim, nici număr compus.

Exemple: a) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25 sunt numere compuse.

b) Determină dacă 197 este număr prim sau număr compus.

Ultima cifră a lui 197 este egală cu 7, deci numărul nu este divizibil cu 2. Suma cifrelor sale este: $1 + 9 + 7 = 17$, iar 17 nu este divizibil cu 3, deci 197 nu este divizibil cu 3.

Ultima cifră a lui 197 nu este 5, deci numărul nu este divizibil cu 5.

Continuăm să studiem divizibilitatea numărului 197 cu următoarele numere prime: cu 7 și obținem $197 = 7 \cdot 28 + 1$, adică $197 \not\vdots\ 7$; cu 11 și obținem $197 = 11 \cdot 17 + 10$, adică $197 \not\vdots\ 11$; cu 13 și obținem $197 = 13 \cdot 15 + 2$, adică $197 \not\vdots\ 13$; cu 17 și obținem $197 = 17 \cdot 11 + 10$, adică $197 \not\vdots\ 17$.

! Atenție! • În momentul în care ***câtul împărțirii este mai mic decât împărțitorul*** ($11 < 17$) ne oprim din calcule. Și concluzionăm că numărul 197 este număr prim.

c) Determină dacă 387 este număr prim sau număr compus.

Ultima cifră este 7, deci numărul nu este divizibil cu 2. Suma cifrelor este $3 + 8 + 7 = 18$, iar 18 este divizibil cu 3, deci 387 este divizibil cu 3, care este divizor propriu. Rezultă că 387 este număr compus.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Determină care dintre următoarele numere sunt prime și care sunt compuse: 111, 119, 123, 129, 139.

2. Care dintre următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false?

a) Toate numerele prime sunt impare.

b) Numărul $a = 5 \cdot 13$ este un număr compus.

c) Numărul $b = 1 \cdot 31$ este un număr prim.

d) Numărul $c = 1029$ este un număr compus.

Exerciții și probleme

Criterii de divizibilitate cu 10^n, cu 2 și cu 5

Exersează!

1. Împărțind un număr natural la 2, se obține restul 1. Care poate fi ultima cifră a acestui număr?

2. Care dintre următoarele numere: 15; 325; 1 005; 1 259; 3 000; 43 537; 90 415 sunt divizibile cu 5?

3. Află cele mai mici patru numere de patru cifre, care să fie:
a) divizibile cu 2, dar nu cu 5; b) divizibile cu 5, dar nu cu 2.

4. Află numerele de forma $\overline{5ab}$ care sunt divizibile cu 2 și sunt mai mari decât 589.

5. Află numerele naturale nenule n care sunt multipli de 100 și care verifică relația:
a) $n < 1\,000$; b) $750 < n < 1\,999$; c) $n + 11 < 214$; d) $3n + 123 < 1\,211$.

6. Scrie toate numerele de trei cifre distincte, divizibile cu 2, care conțin cifrele 2, 7, 0.

7. Scrie toate numerele de patru cifre distincte, divizibile cu 5, care conțin cifrele 2, 5, 7, 0.

8. Putem plăti un televizor în valoare de 1 255 lei în bancnote de 5 lei? Rezolvă fără a efectua împărţirea.

9. Elevii unei clase sunt împărţiţi în grupe de câte 5 pentru a realiza un proiect. Cum trebuie să fie numărul elevilor astfel încât fiecare grupă să conţină 5 membri?

10. Un fermier are 623 de ouă de prepeliţă pe care trebuie să le împartă în cutii, fiecare cutie conţinând 10 ouă de prepeliţă. Sunt complete toate cutiile? Argumentează!

Poți fi mai bun!

11. Află toate numerele de forma $\overline{xy}$ divizibile cu 2 și cu 5.

12. Determină cifra x, astfel încât:
a) $\overline{23x} \,\vdots\, 2$; b) $5 \mid \overline{413x}$; c) $\overline{4x3x} \,\vdots\, 2$; d) $100 \mid \overline{32xx}$; e) $\overline{5x56x}$ este multiplu de 5.

13. Arată că produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2.

14. Arată că suma oricăror cinci numere naturale consecutive este divizibilă cu 5.

Fii campion!

15. La un concurs participă 25 de fete și 10 băieți. Toți participanții sunt grupați în echipe care au același număr de copii, iar fiecare echipă are același număr de fete.
a) Arată că se pot forma 5 echipe. b) Arată că nu se pot forma 2 echipe.

16. Schimbă ordinea cifrelor numărului 53 691 astfel încât să obţii cel mai mare număr posibil scris cu aceste cifre şi care să fie divizibil cu 2.

17. Având numărul 390 537, schimbă ordinea cifrelor lui astfel încât să obţii:
a) cel mai mic număr posibil scris cu aceste cifre, divizibil cu 2;
b) cel mai mare număr posibil scris cu aceste cifre, divizibil cu 5;
c) cel mai mic număr posibil, divizibil cu 10.

Criteriul de divizibilitate cu 3 și cu 9

Exersează!

1. Care dintre următoarele numere: 540; 642; 7323; 47 529 sunt divizibile cu 3? Dar cu 9?

2. Arată că numărul 36 + 621 este divizibil cu 9, prin două metode (factor comun sau criteriul de divizibilitate).

3. Stabilește, fără a face împărțirea, dacă 9 888 este multiplu al lui 3.

4. Află cele mai mici numere de trei cifre distincte care să fie:
a) divizibile cu 3; b) divizibile cu 9; c) divizibile cu 3, dar nu cu 9.

5. Află numerele de forma $\overline{25x}$ divizibile:
a) cu 3; b) cu 9.

Poți fi mai bun!

6. Scrie numerele de forma: a) $\overline{35x}$; b) $\overline{x3x}$; c) $\overline{2x7}$; d) $\overline{xxx}$, divizibile cu 3.

7. Demonstrează că, dacă cifrele unui număr natural de trei cifre sunt consecutive, atunci numărul este divizibil cu 3.

8. Un fermier are 624 de prepelițe pe care trebuie să le pună în cutii, fiecare cutie conţinând 3 prepelițe. Sunt complete toate cutiile? Rezolvă fără a efectua împărţirea.

Fii campion!

9. Arată că:
a) $10^7 - 1$ este divizibil cu 9; b) $10^{50} - 1$ este divizibil cu 9; c) $10^{20} - 7$ este divizibil cu 3.

Numere prime. Numere compuse

Exersează!

1. Stabilește dacă numerele următoare sunt prime sau compuse: 59; 60; 79; 453; 1989; 2100.

2. Scrie ca sumă de numere prime următoarele numere: 10; 11; 15; 24; 36; 52; 50; 56; 81; 103.

3. Scrie numerele prime cuprinse între: a) 1 şi 10; b) 16 şi 26; c) 25 şi 45; d) 50 şi 90.

Poți fi mai bun!

4. Arată că numărul: a) $2^{31} \cdot 5^{30} + 1$ este număr compus; b) $2^{30} \cdot 5^{31} + 1$ este număr compus.

5. Stabileşte dacă următoarele numere sunt prime sau compuse: 97, 123, 379, 451, 1997.

6. Arată că numărul:
a) $1001^3 + 2 \cdot 1001$ este număr compus;
b) $2007^5 - 4 \cdot 2007$ nu este număr prim;
c) $351^{1001} + 3 \cdot 351^{1000}$ este număr neprim.

Fii campion!

7. Află numerele prime a și b pentru care $3 \cdot a + 2 \cdot b = 16$.

8. Câte numere naturale de două cifre se scriu ca produs de două numere prime?

RECAPITULARE ȘI SISTEMATIZARE PRIN TESTE

Testul de evaluare 1

Subiectul I (30p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Radu deschide cartea astfel încât suma numerelor de pe cele două pagini este 57. Numerele scrise pe cele două pagini sunt ..... și ..... .

b) Dintre numerele 2^{22} și 4^{13}, mai mare este numărul .....

c) Dacă un produs costă 3 562 lei și se scumpește cu 36 de lei, atunci noul preț al produsului va fi de ... lei.

2. *Alege răspunsul corect*:

a) O editură tipărește cam 7 000 de exemplare în fiecare săptămână. Într-un an tipărește aproximativ un număr de exemplare egal cu:

A. 8 400 B. 35 000 C. 84 000 D. 360 000

b) Numărul de forma $\overline{4a5}$ care are produsul cifrelor sale egal cu 60 este:

A. 405 B. 435 C. 345 D. 465

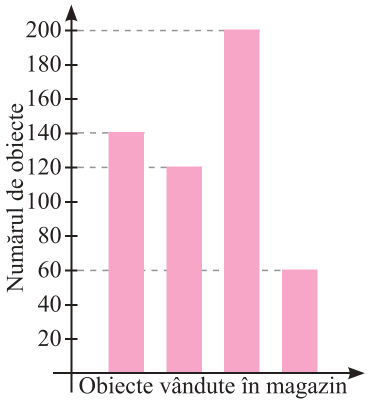
3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) $6 : 6 \cdot 6 - 6$	1) 28
b) $8 + 16 : 4$	2) 11
c) $7 \cdot 3 + 14 : 2$	3) 0
d) $16 - 10 : 2$	4) 12
	5) 2

Subiectul II (30p)

4. Efectuează:

a) $2 + 3 \cdot 3^2 - 4^5 : 64$; b) $36 \cdot (39 - 19) : 4 - 3$; c) $7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5$.



5. Graficul alăturat indică numărul de stilouri, creioane, rigle și radiere vândute de un magazin într-o săptămână. Numele obiectelor lipsește din grafic. Cele mai vândute obiecte au fost creioanele, iar cele mai puțin vândute au fost riglele. Au fost vândute mai multe stilouri decât radiere.

a) Câte stilouri au fost vândute?

b) Câte creioane au fost vândute?

c) Câte radiere au fost vândute?

Subiectul III (30p)

6. Într-un bloc sunt 21 de apartamente cu două, respectiv trei camere. În total, 49 de camere. Câte apartamente cu două camere sunt? Dar cu trei camere?

7. Mihai are o sumă de bani. După ce dublează această sumă, cheltuiește 30 de lei. Dublează suma rămasă și cheltuiește 20 de lei. Dublează din nou suma rămasă și cheltuiește 160 de lei. Mihai constată că mai are 400 de lei. Determină ce sumă de bani a avut Mihai inițial.

(10p din oficiu)

Testul de evaluare 2

Subiectul I (30p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Aproximarea prin adaos până la sute a numărului 26 723 este egală cu...
b) Cel mai mic număr natural de trei cifre, care este multiplu de 25 este .....
c) Divizorii proprii comuni ai numerelor 12 și 20, sunt .....

2. *Alege răspunsul corect*:
a) Suma primelor patru numere naturale prime este:
A. 11 B. 15 C. 17 D. 16
b) Numărul 1001 scris cu litere este:
A. o sută unu B. o mie unu C. zece mii unu D. unsprezece

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) pătratul numărului 5	1) 2018
b) $(3^2 - 2^3)^{2017}$	2) 25
c) un multiplu al lui 1009	3) 1
d) multiplu de 3 cifre al lui 3	4) 12
	5) 102

Subiectul II (30p)

4. Scrie numerele naturale de forma:
a) $\overline{6y2}$ divizibile cu 9; b) $\overline{4y3y}$ divizibile cu 2; c) $\overline{x42y}$ divizibile cu 9.

5. În tabelul alăturat este reprezentată statistica vânzărilor efectuate de o firmă în cele 4 trimestre din anii 2014 și 2015.
a) Câte produse s-au vândut în anul 2014? Dar în anul 2015?
b) În ce trimestru și în ce an s-au vândut cele mai multe produse? Dar cele mai puține?
c) Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr de produse vândute este egal cu:
A. 20 600 B. 30 700 C. 26 688 D. 40 000.

Trimestrul	**Numărul de produse vândute**	
	în anul 2014	**în anul 2015**
I	65 420	70 408
II	48 312	73 104
III	50 999	60 498
IV	67 823	75 000

Subiectul III (30p)

6. Adina împarte în mod egal cu prietenele sale 12 portocale, 16 banane și 20 de mere. Câte prietene are Adina?

7. Un cofetar a facut fursecuri pentru o aniversare. Dacă le așază pe platouri, în rânduri, câte 4 sau câte 5 sau câte 6 pe un rând, rămân de fiecare dată câte 3 fursecuri.
a) Poate fi numărul de fursecuri egal cu 83?
b) Câte fursecuri a făcut cofetarul, știind că este cel mai mic număr cu aceste proprietăți?

(10p din oficiu)

Testul de evaluare 3

Subiectul I (30p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Valorile lui x pentru care $\overline{4x3} > 433$ sunt .....
b) Scris cu ajutorul cifrelor, numărul un milion cincizeci și două de mii patru sute șase este .....
c) Scris cu ajutorul literelor, numărul 154 005 este .....

2. *Alege răspunsul corect*:
a) Suma dintre cel mai mic număr natural de trei cifre distincte divizibil cu 5 și cel mai mare număr natural de trei cifre distincte este egală cu:
A. 1107 B. 1092 C. 1100 D. 1080
b) Pe axa numerelor se consideră punctele $A(3)$, $B(5)$ și $C(11)$. Atunci suma $OA + OB + OC$ este egală cu:
A. 19 B. 11 C. 18 D. 20

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) $69 - 9 : 3$	1) 3
b) $48 : 6 - 5$	2) 66
c) 2^3	3) 27
d) $3^5 : 3^2$	4) 8
	5) 6

Subiectul II (30p)

4. Calculează:
a) $28 \cdot 787 - 28 \cdot 738$;
b) $103 + 1025 : 5$;
c) $(5^2 + 2^5) \cdot 3 - 1^{2017}$.

5. Urmărește datele aproximative înregistrate în tabelul alăturat, apoi răspunde la întrebări:
a) Care este planeta cea mai apropiată de Soare?
b) Care este planeta cea mai depărtată?
c) Care este ordinea planetelor respectând distanța față de Soare?

Denumirea planetei	**Distanța până la Soare (milioane de km)**
Jupiter	7 778
Marte	2 278
Mercur	579
Pământ	1 485
Pluto	58 889
Neptun	44 856
Venus	1 081
Saturn	14 261
Uranus	28 691

Subiectul III (30p)

6. Andreea are un număr de vederi egal cu $\overline{23x}$, unde x este este cel mai mic număr natural de o cifră, astfel încât numărul de vederi al Andreei să fie un multiplu de 3. Maria are de două ori mai multe vederi decât Andreea, iar Elena are cât Andreea și Maria la un loc.
a) Câte vederi are Maria?
b) Câte vederi are Elena?
c) Câte vederi au cele 3 fete în total?

7. Ana și Bogdan au împreună 7 gutui, Ana și Călin au împreună 8 gutui, iar cei trei au împreună un număr de gutui egal cu cel mai mic multiplu comun al numerelor 3 și 4. Câte gutui are fiecare dintre cei trei prieteni?

(10p din oficiu)

Magia matematicii

Leonardo Fibonacci a fost un matematician italian, care a trăit între anii 1175 – 1250. A fost considerat de multe personalități „cel mai talentat matematician din Occidentul Evului Mediu”. Este cunoscut pentru utilizarea unui șir de numere naturale care îi poartă numele. În șirul de numere al lui Fibonacci, fiecare număr reprezintă suma a două numere anterioare, începând cu 0 și 1.

Șirul lui Fibonacci începe astfel: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., și continuă așa la nesfârșit.

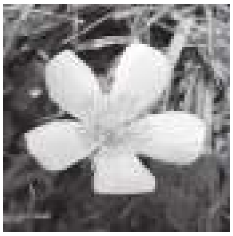
1. Continuă tu, în șirul lui Fibonacci reprezentarea începută și arată că numerele 21 și 34 se află în acest șir.

2. Află care dintre primele unsprezece numere din șirul lui Fibonacci sunt numere prime și care sunt compuse.

Știați că?

- Numărul petalelor la unele flori reprezintă numere din șirul lui Fibonacci?

Ghiocelul cu 3 petale



Piciorul-cocoșului cu 5 petale

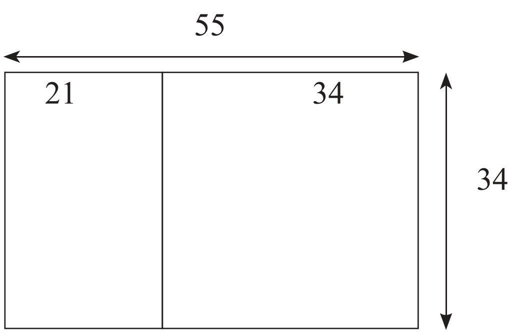
Cicoarea cu 21 de petale

Margareta cu 34 de petale

- Șirul lui Fibonacci poate fi reprezentat și geometric.

Am desenat un dreptunghi cu lungimea de 55 cm și lățimea de 34 cm. În interiorul acestuia am desenat un pătrat cu latura exact cât lățimea dreptunghiului (de 34 cm). S-au format un pătrat cu latura de 34 cm și un dreptunghi cu lungimea de 34 cm și lățimea de 21 cm. Repetă procedeul și desenează un pătrat cu latura de 21 cm în dreptunghiul format. Se vor forma un pătrat cu latura de 21 cm și un dreptunghi cu lungimea de 21 cm și lățimea de 13 cm. Repetă procedeul până obții un pătrat cu latura de 1 cm.

Ce observi?



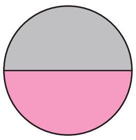
Capitolul 2. **Fracții ordinare. Fracții zecimale**

A. Fracții ordinare

1. Fracții ordinare. Clasificarea fracțiilor. Procente. Fracții echivalente

Fracții ordinare

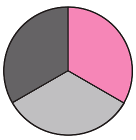
✦ Dacă se împart, în mod egal, 4 prăjituri identice la 2 copii, dividem 4 la 2 și obținem că fiecare copil primește 2 prăjituri. Dacă se împarte, în mod egal, o prăjitură la 2 copii, se obțin 2 părți egale și fiecare primește o **jumătate** din prăjitura întreagă. Jumătatea dintr-un întreg se mai numește *o doime* din întreg.



O doime din întreg se notează $\frac{1}{2}$ (1 ← numărător; — ← linie de fracție; 2 ← numitor)

Se citește *unu supra doi* sau *unu pe doi*.

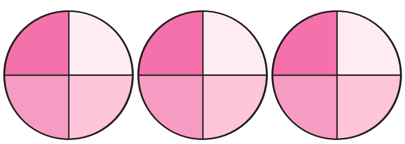
✦ Dacă se împarte, în mod egal, o prăjitură la 3 copii, se obțin 3 părți egale și fiecare primește **o treime** din prăjitura întreagă.



O treime din întreg se notează $\frac{1}{3}$ (1 ← numărător; — ← linie de fracție; 3 ← numitor)

Se citește *unu supra trei* sau *unu pe trei*.

✦ Dacă se împart, în mod egal, 3 prăjituri identice la 4 copii, se împarte fiecare prăjitură în 4 părți și fiecare copil primește câte **3 pătrimi**.



$\frac{3}{4}$ (3 ← numărător; — ← linie de fracție; 4 ← numitor)

Se citește *trei supra patru* sau *trei pe patru*.

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ sunt **fracții ordinare**.

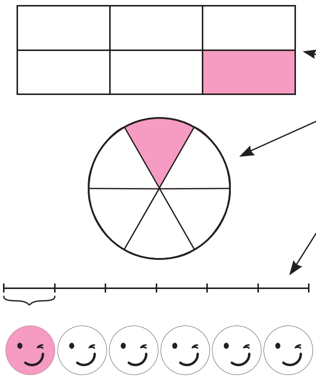
Ia aminte și ține minte!

- Pentru a scrie o **fracție ordinară** se folosesc două numere naturale despărțite printr-o liniuță orizontală, numită *linie de fracție*.
- Numărul natural care este situat sub linia de fracție se numește **numitor** și ne arată în câte părți egale a fost împărțit un întreg sau au fost împărțiți mai mulți întregi identici.

! Atenție! • Numitorul unei fracții nu poate fi egal cu 0! Numitorul unei fracții este întotdeauna un număr natural nenul!

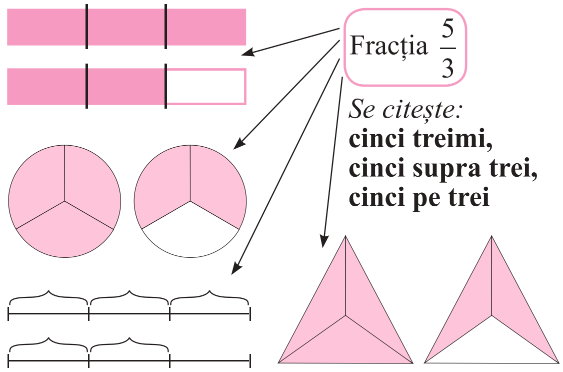
- Numărul natural care este situat deasupra liniei de fracție se numește **numărător** și ne arată câte părți egale sunt numărate din totalul părților egale în care a fost împărțit întregul sau au fost împărțiți mai mulți întregi identici.

Exemple de fracții ordinare reprezentate cu ajutorul desenelor.



Fracția $\frac{1}{6}$

Se citește:
o șesime,
unu supra șase,
unu pe șase



Fracția $\frac{5}{3}$

Se citește:
cinci treimi,
cinci supra trei,
cinci pe trei

Ia aminte și ține minte!

- **Fracția ordinară** se formează prin împărțirea unuia sau mai multor întregi în părți egale și exprimă una sau mai multe părți dintre părțile egale în care a fost împărțit un întreg sau au fost împărțiți mai mulți întregi identici.
- Fracția $\frac{a}{b}$ este câtul neefectuat $a : b$; $\frac{a}{b} = a : b$. Fracția $\frac{a}{b}$ se citește ***a supra b*** sau ***a pe b***.
- Dacă: a) $a = 0$, obținem $\frac{0}{b} = 0$, pentru orice număr natural nenul b, $b \neq 0$.

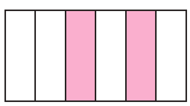
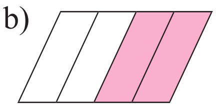
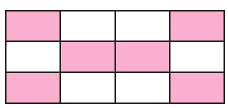
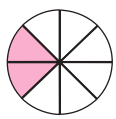
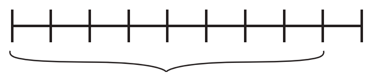
  b) $b = 1$, obținem $\frac{a}{1} = a$, pentru orice număr natural a.
- În continuare vom folosi doar cuvântul **fracție** pentru noțiunea de **fracție ordinară**.

Aplică ce ai învățat!

1. Citește următoarele fracții în mai multe moduri: $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{6}{4}$.

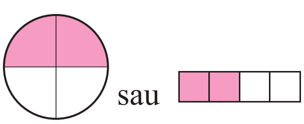
2. Scrie fracțiile: a) trei cincimi; b) șapte doimi; c) zece treimi; d) șase jumătăți; e) 6 supra 5; f) cu numărătorul divizor al lui 3 și cu numitorul divizor al lui 2.

3. Scrie fracțiile reprezentate de următoarele desene:

a)  b)  c)  d)  e) 

Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare

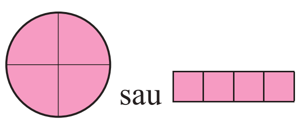
Privește reprezentările fracțiilor $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{4}$ și $\frac{6}{4}$. Compară cu întregul! (Întregul are patru pătrimi.)

$\frac{2}{4}$ 

sau

(două pătrimi)
Mai puține pătrimi decât are un întreg.

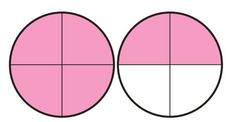
$\frac{2}{4}$ este o fracție subunitară.

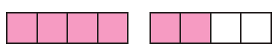
$\frac{4}{4}$ 

sau

(patru pătrimi)
Egal cu un întreg.

$\frac{4}{4}$ este o fracție echiunitară.

$\frac{6}{4}$ 

sau 

(șase pătrimi - un întreg și două pătrimi)
Mai multe pătrimi decât are un întreg.

$\frac{6}{4}$ este o fracție supraunitară.

Ia aminte și ține minte!

- **Subunitar** înseamnă mai mic decât unitatea; **echiunitar** înseamnă egal cu unitatea şi **supraunitar** înseamnă mai mare decât unitatea.

O fracţie $\frac{a}{b}$, unde a şi b sunt numere naturale şi b nenul, se numeşte:		
fracţie subunitară, dacă numărătorul este mai mic decât numitorul, adică $\boldsymbol{a < b}$	**fracţie echiunitară,** dacă numărătorul este egal cu numitorul, adică $\boldsymbol{a = b}$	**fracţie supraunitară,** dacă numărătorul este mai mare decât numitorul, adică $\boldsymbol{a > b}$

- Dacă fracția este *subunitară* înseamnă că exprimă mai puține părți egale decât sunt necesare pentru a avea 1 întreg.

  Exemple de fracții subunitare: $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{98}{100}$.
- Dacă fracția este *echiunitară* înseamnă că exprimă un număr de părți egal cu numărul părților egale în care s-a împărțit întregul.

  Exemple de fracții echiunitare: $\frac{6}{6}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{10}{10}$; $\frac{16}{16}$; $\frac{100}{100}$.
- Dacă fracția este *supraunitară* înseamnă că exprimă mai multe părți egale decât sunt necesare pentru a avea 1 întreg.

  Exemple de fracții supraunitare: $\frac{8}{6}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{14}{10}$; $\frac{30}{16}$; $\frac{140}{100}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Scrie trei fracții: a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

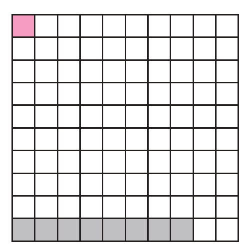
2. Scrie fracțiile care au numărătorul și numitorul mai mari decât 2 și mai mici decât 6:
a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare.

3. Reprezintă prin desene următoarele fracții: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{3}{2}$.

4. Scrie toate fracțiile care au ca numărători divizori ai lui 6 și ca numitori divizori ai lui 8. Câte fracții echiunitare ai scris? Dar subunitare? Dar supraunitare?

Procente

✧ Dacă împărțim un întreg în 100 de părți egale și luăm o singură parte, atunci obținem fracția $\frac{1}{100}$.



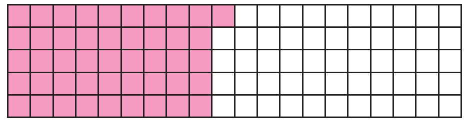
Zona colorată cu roz reprezintă *o sutime din întreg* sau *a suta parte din acest întreg*. Fracția $\frac{1}{100}$ se notează cu **1%**, se citește **unu la sută** și se numește **un procent**.

În limba latină *percent* înseamnă **la sută**.

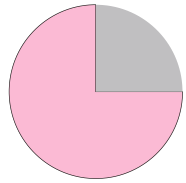
Dacă vom colora cu gri, de exemplu, 8 dintre cele 100 de pătrățele mici în care a fost împărțit pătratul mare (din desenul alăturat), vom obține fracția $\frac{8}{100}$, ce reprezintă opt sutimi dintr-un întreg și se notează cu 8%, se citește opt la sută și înseamnă 8 procente dintr-un întreg.

Procentul este utilizat în descrierea informațiilor din domeniul banilor, economic, demografic etc.

Exemple: a) Din 100 de copii dintr-o școală, 46 sunt fete și 54 sunt băieți.



Zona hașurată reprezintă numărul fetelor și se poate exprima prin procentul $\frac{46}{100} = 46\%$. Zona nehașurată reprezintă numărul băieților și se exprimă prin procentul $\frac{54}{100} = 54\%$.



b) Din 100 lei, Dana cumpără cadouri părinților în valoare de 75 lei. Îi rămân 25 lei.

Se observă că, dacă împărțim suma Danei în patru părți egale, 100 : 4 = 25; o pătrime din întreaga sumă îi rămâne necheltuită, iar 3 pătrimi din suma întreagă este cheltuită. În desenul alăturat, zona colorată cu roz reprezintă suma cheltuită, și se exprimă prin procentul $\frac{75}{100} = 75\%$, iar zona colorată gri reprezintă suma rămasă și se exprimă prin procentul $\frac{25}{100} = 25\%$.

Ia aminte și ține minte!

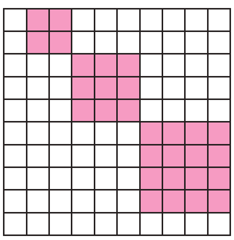
- Dacă p este un număr natural, fracția $\frac{p}{100}$ se notează cu $\boldsymbol{p\%}$, se citește ***p la sută*** și reprezintă **procentul** $p\%$.

Exemple: a) fracția $\frac{27}{100}$ reprezintă procentul 27%; b) fracția $\frac{100}{100}$ reprezintă procentul 100%; c) fracția $\frac{120}{100}$ reprezintă procentul 120%.

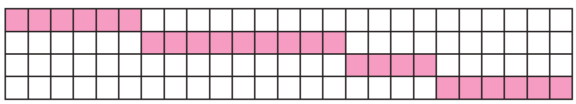
Aplică ce ai învățat!

1. Scrie ce procent din întreg reprezintă zona colorată, în fiecare caz:

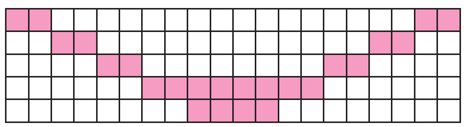
a)



b)



c)

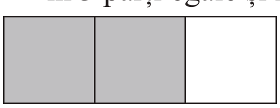
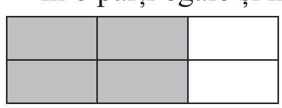


2. Scrie ca procente: $\frac{9}{100}$, $\frac{21}{100}$, $\frac{69}{100}$, $\frac{205}{100}$, $\frac{111}{100}$.

3. Din 100 de lei cheltuiesc 15 lei pentru o carte, 2 lei pentru un creion și 50 lei pentru un joc. Exprimă, în procente, suma cheltuită pentru fiecare obiect cumpărat.

Fracții echivalente

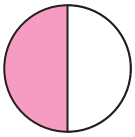
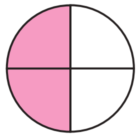
Irina și Dan primesc 2 ciocolate identice, câte una fiecare.

Irina împarte ciocolata în 3 părți egale și mănâncă 2 bucăți.	Dan împarte ciocolata în 6 părți egale și mănâncă 4 bucăți.
 Irina mănâncă $\frac{2}{3}$ din ciocolată.	 Dan mănâncă $\frac{4}{6}$ din ciocolată.

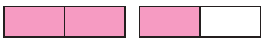
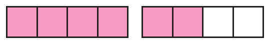
Fiecare dintre cei doi copii observă că bucata de ciocolată rămasă este la fel de mare, are aceeași masă.

Irina și Dan au mâncat aceeași cantitate din ciocolata lor. Astfel, fracțiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{4}{6}$ reprezintă aceeași parte din întregul dat. Spunem că $\frac{2}{3}$ și $\frac{4}{6}$ sunt fracții echivalente.

Să observăm următoarele desene:

a)  reprezintă $\frac{1}{2}$;  reprezintă $\frac{2}{4}$.

Perechea de fracții $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{4}$ reprezintă aceeași parte din întreg. Scriem că $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

b)  reprezintă $\frac{3}{2}$;  reprezintă $\frac{6}{4}$.

Perechea de fracții $\frac{3}{2}$ și $\frac{6}{4}$ reprezintă aceeași parte din întreg. Scriem că $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$.

Observăm că: a) $1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$; b) $3 \cdot 4 = 6 \cdot 2$.

Ia aminte și ține minte!

- Fie a, b, c, d numere naturale, $b \neq 0$, $c \neq 0$; fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt **echivalente** dacă reprezintă aceeași parte dintr-un întreg sau din mai mulți întregi. Se scrie $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
- Dacă fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt **echivalente**, atunci $\boldsymbol{a \cdot d = b \cdot c}$.
- Pentru a verifica dacă fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt echivalente comparăm produsele $a \cdot d$ și $b \cdot c$.

Dacă $a \cdot d = b \cdot c$, atunci $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt echivalente.	Dacă $a \cdot d \neq b \cdot c$, atunci $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$; fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ nu sunt echivalente.

Exemple:

a) Fracțiile $\frac{9}{2}$ și $\frac{18}{4}$ sunt echivalente, deoarece $9 \cdot 4 = 2 \cdot 18$. Scriem $\frac{9}{2} = \frac{18}{4}$.

b) Fracțiile $\frac{7}{3}$ și $\frac{15}{6}$ nu sunt echivalente, deoarece $7 \cdot 6 \neq 3 \cdot 15$. Scriem $\frac{7}{3} \neq \frac{15}{6}$.

c) Determinăm numărul natural n pentru care fracțiile $\frac{3}{2}$ și $\frac{n}{4}$ sunt echivalente. Scriem $\frac{3}{2} = \frac{n}{4}$ și aflăm numărul n, astfel încât $3 \cdot 4 = 2 \cdot n$. Obținem $2 \cdot n = 12$ și rezultă $n = 6$. Scriem $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Desenează și verifică echivalența fracțiilor:

a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{6}$; b) $\frac{1}{2}$ și $\frac{5}{10}$; c) $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{6}$; d) $\frac{1}{3}$ și $\frac{3}{9}$.

2. Privește desenele de mai jos și completează numărătorul sau numitorul fracțiilor echivalente:

$$\frac{3}{?} = \frac{?}{2} = \frac{6}{?} = \frac{?}{8}$$

3. Cu care dintre fracțiile următoare este echivalentă fracția $\frac{9}{7}$?

a) $\frac{18}{14}$; b) $\frac{27}{20}$; c) $\frac{36}{28}$; d) $\frac{15}{11}$; e) $\frac{90}{70}$; f) $\frac{900}{600}$; g) $\frac{900}{700}$; h) $\frac{800}{600}$.

Exerciții și probleme

Fracții ordinare; fracții subunitare, echiunitare, supraunitare

Exersează!

1. Specifică numărătorul și numitorul pentru fiecare dintre fracțiile următoare: $\frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{10}{3}; \frac{12}{1}; \frac{1}{17}$ și $\frac{35}{1}$.

2. Scrie fracțiile ordinare: a) un sfert; b) două treimi; c) două șesimi; d) patru zecimi.

3. Află fracțiile ordinare care au numărătorul 5 și numitorul mai mic decât 9. Care dintre acestea sunt subunitare? Dar supraunitare? Dar echiunitare?

4. Află fracțiile supraunitare care au numărătorii divizori ai lui 8 și numitorii divizori ai lui 6.

5. Află numărul natural *a* pentru care fracția următoare:

a) $\frac{2}{a}$ este echiunitară; b) $\frac{5}{a+1}$ este supraunitară; c) $\frac{a+4}{10}$ este subunitară.

6. Scrie câte patru fracții la care:
a) numărătorul este un divizor al numitorului;
b) numărătorul este un multiplu al numitorului.
Precizează tipul fiecărei fracții scrise (subunitară, echiunitară sau supraunitară).

Poți fi mai bun!

7. Determină numerele naturale *a* cu proprietarea că fracția $\frac{6}{a}$ este:
a) subunitară cu numitorul mai mic decât decât 11; b) supraunitară.

8. Determină numerele naturale *a*, pentru care fracția $\frac{a+3}{6}$ este:
a) subunitară; b) supraunitară cu numărătorul mai mic decât 10.

9. Arată că fracțiile: a) $\frac{3^2}{2^3}$; b) $\frac{2^{14}}{3^7}$; c) $\frac{5^{30}}{24^{15}}$, sunt supraunitare.

Fii campion!

10. Află numerele naturale *a* și *b*, știind că fracția $\frac{(a-3)(b+1)}{6}$ este echiunitară.

11. Află fracțiile de forma $\frac{\overline{2a}}{\overline{3b}}$, știind că numărătorul este un număr natural par divizibil cu 3, iar numitorul este divizibil cu 5.

12. Află numărul natural n pentru care fracția $\frac{3^n + 3^{n+2}}{2^n + 2^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+2}}$ este echiunitară.

Procente

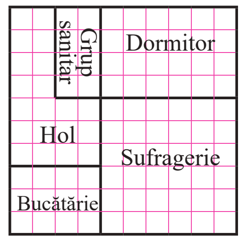
Exersează!

1. Scrie următoarele fracții ca procente: $\frac{27}{100}, \frac{14}{100}, \frac{123}{100}, \frac{1015}{100}$.

2. Cât la suta dintr-un secol reprezintă un deceniu?

3. În bibliotecă sunt 100 de cărți. Dana a citit 37 de cărți, iar Radu a citit 41 de cărți. Care este procentul cărților din bibliotecă citite de fiecare copil?

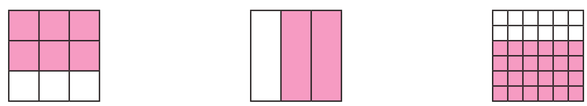
4. În desenul alăturat este reprezentat planul unui apartament cu două camere. Exprimă, în procente, suprafața:
a) holului; b) bucătăriei; c) sufrageriei; d) grupului sanitar; e) dormitorului.



Fracții echivalente

Exersează!

1. Folosește desenele alăturate pentru a completa numărătorul sau numitorul fracțiilor echivalente.



$$\frac{6}{?} = \frac{?}{3} = \frac{24}{?}$$

2. Determină numărul natural x pentru care fracțiile următoare sunt echivalente:

a) $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$; b) $\frac{5}{x} = \frac{10}{20}$; c) $\frac{x}{8} = \frac{1}{2}$; d) $\frac{10}{5} = \frac{x}{2}$.

3. Află fracțiile echivalente cu fracția $\frac{2}{3}$ care au numărătorul mai mic decât 18.

Poți fi mai bun!

4. Determină numărul natural n, astfel încât fiecare dintre fracțiile următoare să fie echivalente cu $\frac{2}{3}$:

a) $\frac{n}{2^2 \cdot 3}$; b) $\frac{2 \cdot 3^2}{n}$; c) $\frac{10}{5n}$.

5. Determină numărul natural n pentru care fracțiile următoare sunt echivalente: a) $\frac{n+1}{3} = \frac{8}{6}$; b) $\frac{5}{1} = \frac{n+1}{2}$.

Fii campion!

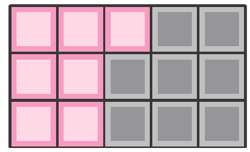
6. Află numerele naturale x și y, știind că: $\frac{5}{x} = \frac{y}{3}$.

7. Determină numărul natural n, pentru care fracția $\frac{3^n + 3^n \cdot 3^2}{2^n + 2^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+2}}$ este echivalentă cu $\frac{3}{2}$.

8. Determină numerele naturale a, b, c pentru care fracțiile $\frac{a+2}{10}, \frac{b+1}{5}, \frac{4}{c+3}$ sunt echivalente.

2. Compararea și reprezentarea pe axă a fracțiilor ordinare

Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător



✦ Ina și Dan împart o ciocolată în 15 bucăți egale. Ina ia 7 bucăți, iar Dan restul. Care dintre cei doi copii ia mai multă ciocolată?

Exprimăm sub formă de fracție:

Ina ia 7 părți din cele 15 părți egale, adică $\frac{7}{15}$, iar Dan ia restul de 8 părți, adică $\frac{8}{15}$. Ina are mai puține bucăți, deoarece $7 < 8$. Fracția $\frac{7}{15}$ este mai mică decât fracția $\frac{8}{15}$.

Ia aminte și ține minte!

- Dintre două fracții cu **același numitor, este mai mică fracția cu numărătorul mai mic**.

Dacă a, b, c sunt numere naturale și $a < b$, iar $c \neq 0$, atunci $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$; altfel spus, dacă $b > a$, atunci $\frac{b}{c} > \frac{a}{c}$.

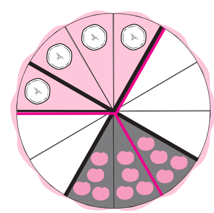
Exemplu: Comparăm fracțiile: $\frac{4}{12}; \frac{5}{12}; \frac{3}{12}$. Cele trei fracții au același numitor. Comparăm numărătorii, adică numerele 3, 4 și 5. În ordine crescătoare: $3 < 4 < 5$, de unde rezultă că: $\frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{5}{12}$.

În ordine descrescătoare: $5 > 4 > 3$, de unde rezultă că: $\frac{5}{12} > \frac{4}{12} > \frac{3}{12}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Ordonează crescător fracțiile: a) $\frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{5}{5}$; b) $\frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7}$; c) $\frac{8}{15}, \frac{6}{15}, \frac{10}{15}, \frac{5}{15}, \frac{7}{15}$.

2. Bianca a citit $\frac{5}{3}$ ore, s-a plimbat cu bicicleta $\frac{4}{3}$ ore și a lucrat temele pentru școală $\frac{6}{3}$ ore. Care activitate a durat cel mai mult? Dar cel mai puțin?



✦ Ina și Dan decorează cu fructe un tort. Ina decorează o pătrime din tort cu cireșe, iar Dan decorează o treime din tort cu banane. Este mai mare bucata de tort decorată cu banane sau cea decorată cu cireșe?

Se observă că bucata de tort decorată cu banane este mai mare. Scriem $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ sau $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

Ia aminte și ține minte!

- Dintre două fracții **cu același numărător, este mai mare fracția cu numitorul mai mic**.

Dacă a, b, c sunt numere naturale și $b \neq 0$, $c \neq 0$, $b < c$, atunci $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$; altfel spus, dacă $c > b$, atunci $\frac{a}{c} < \frac{a}{b}$.

Exemplu: Comparăm fracțiile: $\frac{2}{3}; \frac{2}{6}$ și $\frac{2}{4}$. Cele trei fracții au același numărător. Comparăm numitorii, adică numerele 3, 6 și 4. În ordine crescătoare: $3 < 4 < 6$, de unde rezultă că: $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{6}$.

În ordine descrescătoare: $6 > 4 > 3$, de unde rezultă că: $\frac{2}{6} < \frac{2}{4} < \frac{2}{3}$.

Aplică ce ai învățat!

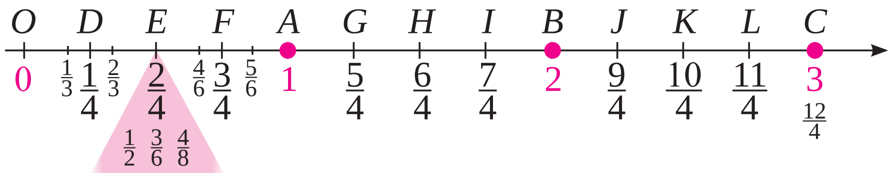
1. Ordonează descrescător fracțiile:

a) $\frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \frac{5}{5}$; b) $\frac{7}{3}, \frac{7}{5}, \frac{7}{6}, \frac{7}{2}$; c) $\frac{15}{8}, \frac{15}{16}, \frac{15}{10}, \frac{15}{5}, \frac{15}{7}$.

2. La un concurs de matematică, din toate problemele propuse, Dan rezolvă corect $\frac{3}{5}$, Mihai $\frac{3}{4}$, iar Alin $\frac{3}{6}$. Care dintre cei trei băieți rezolvă corect cele mai multe probleme? Dar cele mai puține?

Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare

Până acum am învățat despre puncte ce au coordonatele numere naturale. Cu ajutorul fracțiilor putem să atribuim coordonate pe axă pentru mai multe puncte.



Pentru axa de mai sus, *O* este punctul de pornire (originea), iar segmentul *OA* este unitatea de măsură. Segmentul *OD* este o pătrime din segmentul *OA*. Asociem punctului *D* coordonata $\frac{1}{4}$. Invers, fracției $\frac{1}{4}$ îi corespunde punctul *D* situat la distanța de o pătrime din unitatea de măsură, față de punctul *O* etc.

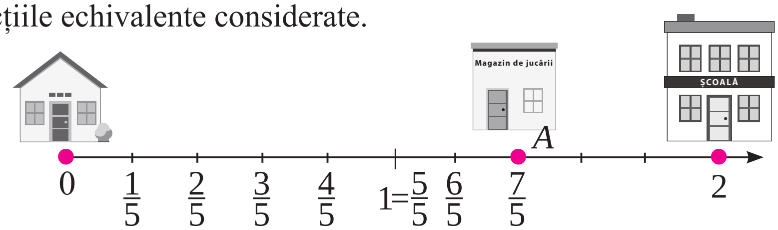
! Atenție! • Cu cât punctul este mai departe de origine, fracția ce reprezintă coordonata punctului este mai mare! De exemplu, punctul *E* este mai depărtat de punctul *O* decât punctul *D*, iar $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$.

Observăm că segmentul *OE* este o doime din unitatea *OA*. Astfel, punctul *E* are coordonata $\frac{1}{2}$. Același segment *OE* este trei șesimi din unitatea *OA*. Deoarece punctului *E* îi corespunde un singur număr pe axă, numit *coordonata acelui punct*, rezultă că $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{6}$ sunt fracții echivalente.

Ia aminte și ține minte!

- Reprezentarea pe axă a unei fracții ordinare $\frac{a}{b}$, cu a și b numere naturale și $b \neq 0$, se face astfel: împărțim unitatea de măsură în b părți egale și numărăm, începând din origine, a părți. Obținem un punct pe axă ce are coordonata $\frac{a}{b}$.
- Pentru două sau mai multe fracții echivalente, pe axă corespunde același punct. Coordonata acestui punct se exprimă prin oricare dintre fracțiile echivalente considerate.

Exemplu: Distanța dintre casa Anei și școala unde învață este de două unități de măsură. În punctul *A*, ce se află pe dreapta ce unește locuința Anei de școală, se află un magazin de jucării. Dacă magazinul este la distanța de $\frac{7}{5}$ din drum față de casa Anei, reprezentăm prin desen acest punct.



Aplică ce ai învățat!

1. Pe axa numerelor, reprezintă fracțiile: $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{18}{8}$. Observă, apoi, depărtarea punctelor de pe axă față de orgine și scrie fracțiile două câte două folosind semnele „<“ sau „>“.

2. Pe axa numerelor reprezintă fracția $\frac{2}{3}$. Scrie, apoi, coordonata acestui punct printr-o fracție echivalentă cu $\frac{2}{3}$ ce are: a) numitorul egal cu 6; b) numărătorul egal cu 8.

Lucrează în echipă!

R	U	F	Ă	A	C	N	E	M	I	Ț
$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{6}{9}$

a) Reprezentați pe axa numerelor fracțiile ce au același numitor și scrieți literele din tabel corespunzătoare coordonatelor punctelor desenate. Citiți cuvântul format din aceste litere.

b) Reprezentați pe axa numerelor fracțiile ce au același numărător și reprezentați coordonatele punctelor notate cu literele ce le corespund în tabel. Citiți cuvântul format din aceste litere, de la dreapta spre stânga.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Ordonează crescător fracțiile: $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{7}$.

2. Marina a citit $\frac{13}{8}$ ore și s-a jucat $\frac{13}{10}$ ore. Ce activitate a durat mai mult?

3. Folosind reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare, află numerele naturale n, astfel încât:

a) $\frac{9}{4} < \frac{n}{4} < \frac{13}{4}$; b) $\frac{2}{5} < \frac{2}{n} < \frac{2}{2}$.

4. La o cursă de alergare cu obstacole, în primul minut, Cristian a parcurs $\frac{5}{8}$ din traseu, iar Alina a parcurs $\frac{3}{8}$ din același traseu. Cine a parcurs o parte mai mare din traseu: Alina sau Cristian?

5. Precizează pentru fiecare propoziție dacă este adevărată sau falsă:

a) $\frac{19}{20} < \frac{20}{20}$; b) $\frac{1}{15} > \frac{1}{18}$; c) $\frac{11}{11} < \frac{11}{9}$; d) $\frac{7}{8} < \frac{9}{8}$.

6. Reprezintă pe axa numerelor punctele care au coordonatele:

a) $\frac{7}{10}; \frac{2}{10}; \frac{9}{10}; \frac{1}{10}$ și $\frac{10}{10}$; b) $\frac{2}{2}; \frac{2}{3}; \frac{2}{6}; \frac{2}{12}$.

Poți fi mai bun!

7. Ordonează fracțiile: a) $\frac{2^3 \cdot 3^2}{15}; \frac{4^2 \cdot 2^2}{15}; \frac{3^4 \cdot 4^0}{15}$, descrescător; b) $\frac{7}{2^2 \cdot 5^2}; \frac{7}{3^2 \cdot 4^2}; \frac{7}{1^2 \cdot 6^2}$, crescător.

8. Află numerele naturale n pentru care $\frac{n+3}{12} < \frac{5}{12}$.

9. Află numerele naturale de forma $\overline{xy}$ pentru care: a) $\frac{\overline{xy}}{1^2} < 12$; b) $\frac{\overline{xy}+\overline{yx}}{55} = 1$; c) $\frac{2^5+2^6}{2^6} < \frac{\overline{xy}}{4^3}$.

Fii campion!

10. Află numerele naturale $a, b, c,$ știind că $a + b + c = 3$, $c \neq 0$ și $\frac{a+2}{10} < \frac{b+1}{10} < \frac{b+1}{c+8}$.

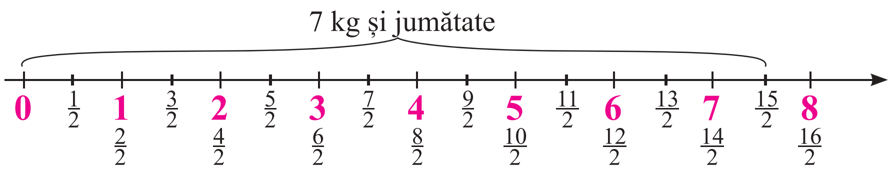
11. Arată că $\frac{\overline{abc}-\overline{ab}}{9} > \frac{\overline{ab}+c}{9}$, unde a, b, c sunt numere naturale nenule.

3. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție

Introducerea întregilor într-o fracție

Diana cumpără 7 kg și jumătate de mere și le ambalează în pungi de câte o jumătate de kilogram pentru a le oferi copiilor orfani. La câți copii poate Diana să ofere câte o pungă cu mere?

Pentru a calcula numărul de pungi ce vor conține câte o jumătate de kg de mere, Diana reprezintă pe axa numerelor cantitatea totală de mere; apoi împarte fiecare unitate în câte două părți egale.



Diana observă că, în total, are 15 doimi, adică $\frac{15}{2}$ și calculează astfel că 7 kg și jumătate reprezintă fracția $\frac{15}{2}$. Numărul de copii ce vor primi câte $\frac{1}{2}$ kg de mere este egal cu 15.

Numărul ce reprezintă cantitatea de 7 kg și jumătate este format din 7 întregi și fracția $\frac{1}{2}$. Se notează $7\frac{1}{2}$ și se poate scrie și sub forma fracției $\frac{15}{2}$. Observăm că: $7\frac{1}{2}=\frac{15}{2}=\frac{7\cdot 2+1}{2}$.

Procedând astfel spunem că ***am introdus întregii în fracție***.

Ia aminte și ține minte!

- Prin introducerea întregului sau întregilor în fracție, se obține o fracție supraunitară:

- la **numărător** înmulțim numărul întregilor cu numitorul dat și rezultatul îl adunăm cu numărătorul dat;
- la **numitor** păstrăm numitorul dat.

- Dacă a, m, n sunt numere naturale și $n \neq 0$, „a întregi și m supra n” se scrie sub forma $a\frac{m}{n}$.

! Atenție! • $a\frac{m}{n}=\frac{a\cdot n+m}{n}$.

Exemple: a) $5\frac{3}{7}=\frac{5\cdot 7+3}{7}=\frac{35+3}{7}=\frac{38}{7}$; b) $4\frac{5}{11}=\frac{4\cdot 11+5}{11}=\frac{44+5}{11}=\frac{49}{11}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Introdu întregii în fracție:

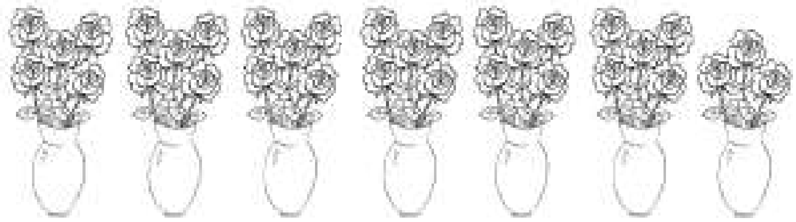
a) $3\frac{1}{4}$; b) $15\frac{1}{2}$; c) $10\frac{12}{31}$; d) $6\frac{13}{100}$; e) $9\frac{1}{9}$; f) $25\frac{3}{5}$; g) $7\frac{11}{12}$.

2. Compară, folosind unul dintre semnele „<”, „>”, „=”, astfel încât să obții enunțuri adevărate.

a) $\frac{34}{6}$? $5\frac{4}{6}$; b) $\frac{18}{10}$? $2\frac{4}{7}$; c) $4\frac{2}{3}$? $\frac{13}{3}$; d) $\frac{32}{5}$? $4\frac{11}{5}$; e) $9\frac{1}{5}$? $\frac{37}{4}$

Scoaterea întregilor dintr-o fracție

Dragoș oferă mamei un buchet de 33 de fire de trandafiri. Dorește apoi să împartă buchetul în mai multe vaze de flori. Pune în fiecare vază câte 5 fire și observă că ultima vază conține un număr mai mic de trandafiri. Câte vaze a câte 5 trandafiri a obținut și câte fire au rămas în ultima vază?



S-au format 6 buchețele a câte 5 trandafiri și a rămas un rest de 3 trandafiri pentru ultima vază.

Modelul matematic al acestui calcul este

$33 = 5 \cdot 6 + 3$.

Considerăm că fiecare vază reprezintă 1 întreg format din cinci cincimi (1 fir reprezintă o cincime). Obținem 6 întregi și 3 cincimi, ceea ce reprezintă 33 de cincimi.

Scriem $\frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$. Spunem că ***am scos întregii din fracție***.

Pentru a găsi câți întregi sunt, am calculat de câte ori se cuprinde numitorul în numărător, adică am împărțit numărătorul la numitor și am calculat câtul și restul.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru **a scoate întregii dintr-o fracție supraunitară** împărțim numărătorul la numitor; câtul reprezintă numărul întregilor, iar dacă obținem și rest, acesta este numărătorul fracției subunitare ce are același numitor cu fracția dată.
- Dacă a și b sunt numere naturale, $a > b$ și $b \neq 0$, avem

  $\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}$, unde $a = b \cdot c + r$,

  iar c și r sunt numere naturale și $r < b$ (c este câtul și r este restul în împărțirea lui a la b).

! Atenție! • Dacă $a = b$, fracția $\frac{a}{b}$ este echiunitară, adică $\frac{a}{b} = 1$.

Exemple: Scoatem întregii din fracțiile: a) $\frac{208}{13}$; $208 : 13 = 16$, adică $\frac{208}{13} = 16$;

b) $\frac{210}{13}$; $210 = 16 \cdot 13 + 2$, adică $\frac{210}{13} = 16\frac{2}{13}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Scoate întregii din următoarele fracții:

$\frac{7}{3}, \frac{35}{5}, \frac{54}{17}, \frac{134}{23}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{8}{7}, \frac{11}{9}, \frac{23}{4}, \frac{36}{5}, \frac{51}{6}, \frac{54}{14}, \frac{124}{23}$.

2. Se dau fracțiile: a) $\frac{17}{5}; \frac{12}{8}; \frac{10}{5}$; b) $\frac{110}{10}; \frac{135}{12}; \frac{96}{9}$; c) $\frac{54}{6}, \frac{65}{6}, \frac{101}{9}$.

Scoate întregii din fracții și apoi ordonează crescător fracțiile de la punctul a) și descrescător fracțiile de la punctul b).

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Introdu întregii în fracție:

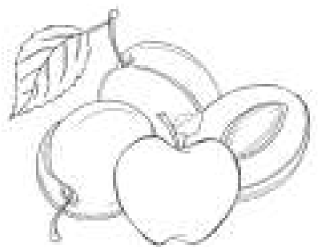
$1\frac{1}{3}$, $2\frac{4}{7}$, $3\frac{4}{7}$, $6\frac{2}{5}$, $10\frac{3}{11}$, $5\frac{2}{20}$, $10\frac{3}{25}$, $12\frac{1}{100}$, $18\frac{13}{90}$, $105\frac{21}{15}$, $51\frac{16}{415}$.

2. Scoate întregii din fracțiile:

$\frac{25}{3}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{50}{8}$, $\frac{175}{20}$, $\frac{625}{42}$, $\frac{1025}{14}$, $\frac{2135}{120}$.

3. Reprezintă prin desene adecvate câte trei fracții din exercițiile 1 și 2.

4. Într-o ladă sunt $20\frac{1}{2}$ kg de mere, în altă ladă sunt $10\frac{1}{5}$ kg de pere și în a treia ladă sunt $23\frac{3}{4}$ kg de prune. Exprimă cantitatea de kilograme din fiecare ladă printr-o fracție supraunitară.



5. Fie fracția $2\frac{\overline{3x}}{4}$, unde numărul $\overline{3x}$ este divizibil cu 10. Află cifra x și apoi introdu întregii în fracție.

6. Compară, folosind unul dintre semnele: „<”, „>”, „=”, astfel încât să obţii enunţuri adevărate. Pentru compararea fracţiilor date, scoate întâi întregii din fracţie.

a) $\frac{35}{3}$ și $11\frac{1}{3}$; b) $\frac{21}{10}$ și $2\frac{1}{7}$; c) $4\frac{1}{5}$ și $\frac{22}{5}$; d) $6\frac{2}{9}$ și $\frac{55}{9}$.

7. Un călător a parcurs în prima zi $\frac{11}{2}$ km, a doua zi $\frac{26}{5}$ km şi a treia zi $\frac{51}{10}$ km. În ce zi a parcurs cea mai mare distanţă şi în a câta zi a parcurs cea mai mică distanţă?

Poţi fi mai bun!

8. Fie fracția $\frac{\overline{1x3}}{14}$. Dacă numărul $\overline{1x3}$ este divizibil cu 3 și este mai mic decât 130, află cifra x și apoi scoate întregii din fracție.

9. Află numărul $\overline{xyz}$, știind că $14\frac{18}{31} = \frac{\overline{xyz}}{31}$.

10. Compară fracțiile $\frac{2023}{2018}$ și $\frac{2022}{2017}$.

Indicație: Scoate întregii din fracții și compară fracțiile subunitare obținute.

4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile

Amplificarea fracțiilor

La finalul unei competiții sportive între grupe de câte 4 elevi, profesorul premiază grupa câștigătoare cu două ciocolate identice și 3 prăjituri cu vișine, identice. Cum împart în mod egal cei 4 elevi premiul primit?

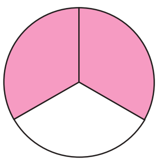
Elevii împart fiecare ciocolată și fiecare prăjitură în câte 4 părți egale și obțin:

• 8 bucăți egale de ciocolată; $\frac{8}{4}=2$; astfel, fiecare elev primește 2 pătrimi dintr-o ciocolată.

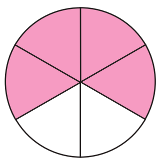
• 12 bucăți egale de prăjitură; $\frac{12}{4}=3$; astfel, fiecare elev primește 3 pătrimi dintr-o prăjitură.

Să observăm! Pentru fiecare dintre fracțiile $\frac{2}{1}$ și $\frac{3}{1}$ dacă înmulțim și numărătorul și numitorul cu 4 obținem fracții echivalente: $\frac{2}{1}=\frac{2\cdot 4}{1\cdot 4}=\frac{8}{4}$ și $\frac{3}{1}=\frac{3\cdot 4}{1\cdot 4}=\frac{12}{4}$.

Să privim următoarele desene:



$\frac{2}{3}$



$\frac{4}{6}$

Dacă înmulţim şi numărătorul şi numitorul fracţiei $\frac{2}{3}$ cu 2 obţinem fracţii echivalente: $\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{4}{6}$.

Ia aminte și ține minte!

- **A amplifica o fracție** înseamnă a-i înmulți și numărătorul și numitorul cu același număr natural diferit de zero.
- Dacă a, b și n sunt numere naturale și $b \neq 0$, $n \neq 0$, amplificăm fracția $\frac{a}{b}$ cu n și obținem fracția echivalentă $\frac{a\cdot n}{b\cdot n}$.

Scriem $\boxed{{}^{n)}\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n}}$. Notația $\boxed{{}^{n)}\frac{a}{b}}$ înseamnă **amplificarea cu n a fracției** $\frac{a}{b}$.

Exemplu: Folosind amplificarea, scrie fracțiile echivalente cu $\frac{2}{9}$ care au numărătorii mai mici decât 9.

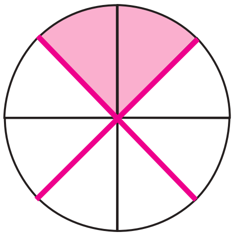
${}^{2)}\frac{2}{9}=\frac{2\cdot 2}{9\cdot 2}=\frac{4}{18}$; ${}^{3)}\frac{2}{9}=\frac{2\cdot 3}{9\cdot 3}=\frac{6}{27}$; ${}^{4)}\frac{2}{9}=\frac{2\cdot 4}{9\cdot 4}=\frac{8}{36}$. Dacă amplificăm cu 5 obținem ${}^{5)}\frac{2}{9}=\frac{2\cdot 5}{9\cdot 5}=\frac{10}{45}$, iar $10>9$. Fracțiile ce îndeplinesc condiția de numărător mai mic decât 9 sunt: $\frac{4}{18}$; $\frac{6}{27}$; $\frac{8}{36}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Amplifică pe rând cu 2, 3, 5 și 10 fiecare dintre fracțiile: $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{10}{7}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{0}{10}$; $\frac{29}{1}$.

2. Folosind amplificarea, scrie fracțiile echivalente cu $\frac{5}{7}$ care au numitorul mai mic sau egal cu 42.

Simplificarea fracțiilor. Fracții ireductibile



Teo împarte un tort la 4 copii. El taie tortul în 8 bucăți și oferă fiecărui copil câte două bucăți.
Observăm că se putea împărți tortul în 4 bucăți mai mari și fiecare copil ar fi primit o bucată egală ca și cantitate cu cele două bucăți.

$$\frac{2}{8}=\frac{1}{4};\quad \frac{2}{8}=\frac{2:2}{8:2}=\frac{1}{4}.$$

Observăm că, dacă împărțim și numărătorul și numitorul unei fracții cu un divizor comun al lor, obținem o fracție echivalentă cu fracția dată.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a **simplifica o fracție** împărțim și numărătorul și numitorul cu un divizor comun al lor.
- Dacă a, b și n sunt numere naturale, $b \neq 0$, $n \neq 0$, $n \neq 1$ și n este un divizor comun pentru numerele a și b, simplificăm fracția $\frac{a}{b}$ cu n și obținem fracția echivalentă $\frac{a:n}{b:n}$.

  Scriem $\boxed{\frac{a^{(n}}{b}=\frac{a:n}{b:n}}$ Notația $\boxed{\frac{a^{(n}}{b}}$ înseamnă simplificarea cu n a fracției $\frac{a}{b}$.

- Dacă numărătorul și numitorul nu au un divizor comun diferit de 1, fracția nu se poate simplifica; în acest caz ea se numește **fracție ireductibilă**.

Exemplu: Considerăm fracția $\frac{10}{20}$. Divizorii lui 10, diferiți de 1 sunt: 2, 5, 10, iar divizorii lui 20, diferiți de 1, sunt: 2, 4, 5, 10, 20.

Divizorii comuni, diferiți de 1, ai lui 10 și 20 sunt; 2, 5, 10.

Fracția $\frac{10}{20}$ poate fi simplificată cu oricare dintre aceste trei numere.

$$\frac{10^{(2}}{20}=\frac{5}{10};\ \frac{10^{(5}}{20}=\frac{2}{4};\ \frac{10^{(10}}{20}=\frac{1}{2}.$$

Fracția $\frac{1}{2}$ nu se mai poate simplifica; 1 și 2 nu au divizori comuni diferiți de 1; $\frac{1}{2}$ este fracție ireductibilă.

Aplică ce ai învățat!

1. Simplifică fracțiile: a) $\frac{25}{35}$; b) $\frac{111}{300}$; c) $\frac{38}{60}$; d) $\frac{40}{96}$; e) $\frac{186}{48}$; f) $\frac{405}{35}$.

2. Scrie fracțiile inițiale, știind că, după amplificarea cu 2, s-au obținut fracțiile: a) $\frac{6}{18}$; b) $\frac{22}{140}$.

3. Scrie cinci fracții ireductibile care au numitorul 12.

4. Vlad s-a gândit la o fracție și după ce a amplificat-o a obținut $\frac{30}{36}$. La ce fracție s-ar fi putut gândi? Găsește toate posibilitățile!

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Amplifică fracțiile: $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{14}{101}$; $\frac{231}{1001}$ cu: a) 2; b) 3; c) 5; d) 10; e) 11; f) 100.

2. Cu ce număr trebuie să amplificăm fracția $\frac{4}{5}$ pentru a obține:

a) $\frac{8}{10}$; b) $\frac{12}{15}$; c) $\frac{32}{40}$; d) $\frac{40}{50}$; e) $\frac{44}{55}$; f) $\frac{48}{60}$; g) $\frac{400}{500}$.

3. Simplifică fracțiile:

a) $\frac{4}{16}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{10}{38}$; $\frac{14}{100}$; $\frac{100}{150}$ cu 2; b) $\frac{6}{9}$; $\frac{15}{12}$; $\frac{27}{30}$; $\frac{102}{123}$; $\frac{270}{372}$ cu 3;

c) $\frac{25}{60}$; $\frac{15}{55}$; $\frac{35}{80}$; $\frac{100}{85}$; $\frac{200}{195}$ cu 5; d) $\frac{7}{14}$; $\frac{21}{28}$; $\frac{14}{63}$; $\frac{210}{91}$; $\frac{175}{658}$ cu 7.

4. Simplifică următoarele fracții până se obțin fracții ireductibile:

$\frac{12}{16}$; $\frac{32}{24}$; $\frac{15}{120}$; $\frac{35}{70}$; $\frac{100}{200}$; $\frac{65}{130}$; $\frac{96}{64}$; $\frac{2010}{360}$; $\frac{2400}{7200}$; $\frac{27}{225}$; $\frac{33}{88}$; $\frac{105}{225}$; $\frac{300}{400}$.

Poți fi mai bun!

5. Simplifică următoarele fracții până se obțin fracții ireductibile:

$\frac{2\cdot 3\cdot 7}{3\cdot 49}$; $\frac{2^3\cdot 3^2}{2^4\cdot 3}$; $\frac{3+4}{14}$; $\frac{32-12}{10}$; $\frac{3^{12}\cdot 2^{15}}{3^{12}\cdot 2^{13}}$; $\frac{49^{25}}{\left(7^4\right)^{13}}$; $\frac{81^{10}}{27^{12}}$; $\frac{48-18}{18}$; $\frac{48+8}{8}$.

6. Simplifică fracțiile:

a) $\frac{3^{101}}{3^{101}+3^{102}}$; b) $\frac{7^{10}+2\cdot 7^{11}+3\cdot 7^{12}}{12\cdot 7^{10}}$; c) $\frac{2+4+6+...+160}{3+6+9+...+240}$; d) $\frac{5+10+15+...+100}{4+8+12+...+80}$.

7. Află cel mai mic număr natural a pentru care fracțiile sunt ireductibile:

a) $\frac{12}{a+13}$; b) $\frac{a+18}{6}$; c) $\frac{15}{a+17}$; d) $\frac{6}{a+2}$.

Fii campion!

8. Determină numerele naturale x pentru care:

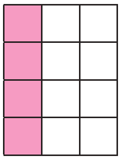
a) $\frac{\overline{1x7}}{27}$ se simplifică cu 3; b) $\frac{6}{\overline{4x}}$ este ireductibilă; c) $\frac{10}{\overline{2x}}$ se simplifică cu 5.

9. Simplifică fracțiile:

a) $\frac{\overline{xy}+\overline{yx}}{x+y}$; b) $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{a+b+c}$; c) $\frac{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}{\overline{xyz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}}$.

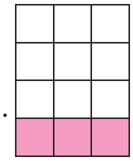
5. Aducerea fracțiilor la un numitor comun

Oana pregătește pizza „Party“ pentru prietene sale. Vor fi la masă 3 sau 4 fete. Pentru a împărți pizza în porții egale, o taie într-un număr de părți care să fie divizibil și cu 3 și cu 4. Pentru a servi o porție cât mai mare, alege cel mai mic multiplu comun al numerelor 3 și 4. Acesta este 12.



Dacă vor fi 3, fiecare va servi o treime, $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$; fiecare va avea 4 părți din cele 12.

Dacă vor fi 4, fiecare va servi o pătrime, iar $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$; fiecare va avea 3 părți din cele 12.



Cum a gândit Oana? A găsit multiplii comuni ai numerelor 3 și 4 adică 12, 24, 36 și așa mai departe. Pentru a tăia în porții cât mai mari a ales cel mai mic multiplu comun al numerelor 3 și 4. Acesta este 12.

A obținut $\frac{4}{12}$, respectiv $\frac{3}{12}$. A adus fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$ la un numitor comun și anume la cel mai mic numitor comun. Fracția $\frac{1}{3}$ a amplificat-o cu 4 și a obținut $\frac{4}{12}$, iar fracția $\frac{1}{4}$ a amplificat-o cu 3 și a obținut $\frac{3}{12}$.

! Atenție! • Putem lucra și cu un alt multiplu comun, care nu este cel mai mic, de exemplu 24.

$24 = 8 \cdot 3$; fracția $\frac{1}{3}$ o amplificăm cu 8 și obținem ${}^{8)}\frac{1}{3}=\frac{8\cdot 1}{8\cdot 3}=\frac{8}{24}$.

$24 = 6 \cdot 4$; fracția $\frac{1}{4}$ o amplificăm cu 6 și obținem ${}^{6)}\frac{1}{4}=\frac{6\cdot 1}{6\cdot 4}=\frac{6}{24}$.

Am adus fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$, la un numitorul comun 24 și am obținut $\frac{8}{24}$ și $\frac{6}{24}$.

De regulă, este mai bine să lucrăm cu cel mai mic numitor comun, pentru a face calcule cu numere mai mici. Probabilitatea de a greși la calcul este astfel mai mică.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a aduce două sau mai multe fracții la același numitor, procedăm astfel:
  - aflăm *numitorul comun*, care, de regulă, este cel mai mic multiplu comun al numitorilor fracțiilor date;
  - amplificăm fiecare fracție cu câtul obținut la împărțirea dintre numitorul comun aflat și numitorul fracției.
- Dacă unul dintre numitori este multiplu al celorlalţi, el va fi numitorul comun.
- Dacă singurul divizor comun al numitorilor este 1, numitorul comun este egal cu produsul numitorilor.

Exemplu: Aducem la același numitor fracțiile $\frac{10}{12}, \frac{7}{10}, \frac{6}{45}$. Simplificăm: $\frac{10}{12}^{(2}=\frac{5}{6}, \frac{6}{45}^{(3}=\frac{2}{15}$.

Se obțin fracțiile ireductibile $\frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{2}{15}$. Cel mai mic numitor comun este egal cu 30 (c.m.m.m.c. al numerelor 6, 10 și 15 este 30). Obținem fracțiile: ${}^{5)}\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$, ${}^{3)}\frac{7}{10}=\frac{21}{30}$, ${}^{2)}\frac{2}{15}=\frac{4}{30}$. Fracțiile $\frac{25}{30}, \frac{21}{30}$ și $\frac{4}{30}$ care au același numitor.

Aplică ce ai învățat!

1. Adu fracțiile următoare la cel mai mic numitor comun: a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{7}{12}$; b) $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$.
Pentru fiecare dintre subpunctele de mai sus, compară fracțiile și scrie-le în ordine crescătoare.

2. Simplifică fracțiile $\frac{36}{72}, \frac{39}{45}, \frac{52}{78}$ ca să obții fracții ireductibile! Adu-le la același numitor.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Adu la același numitor fracțiile: a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{4}$ și $\frac{7}{12}$; c) $\frac{2}{15}$ și $\frac{4}{30}$; d) $\frac{11}{20}$ și $\frac{7}{60}$; e) $\frac{5}{11}$ și $\frac{3}{33}$.

2. Adu la cel mai mic numitor comun fracțiile:
a) $\frac{1}{6}$ și $\frac{1}{9}$; b) $\frac{2}{9}$ și $\frac{4}{15}$; c) $\frac{3}{8}$ și $\frac{5}{6}$; d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ și $\frac{1}{8}$; e) $\frac{2}{5}, \frac{3}{2}$ și $\frac{7}{10}$.

3. După simplificările posibile, adu la același numitor fracțiile:
a) $\frac{5}{20}$ și $\frac{8}{80}$; b) $\frac{25}{275}$ și $\frac{6}{44}$; c) $\frac{5}{55}, \frac{30}{110}$ și $\frac{14}{121}$.

4. Amplifică fracția $\frac{3}{2}$, astfel încât să obții o fracție cu numitorul 24.

5. Amplifică fracțiile $\frac{6}{7}$ și $\frac{7}{8}$, astfel încât să obții patru perechi de fracții cu același numitor, mai mic decât 400.

Poți fi mai bun!

6. Un părinte dorește să împartă o pizza și să dăruiască primului copil $\frac{1}{3}$ din pizza, celui de al doilea copil $\frac{1}{4}$ și celui de al treilea copil $\frac{1}{6}$ din ea. În câte părți egale trebuie să împartă pizza pentru ca fiecare dintre cei trei copii să primească un număr întreg de părți. Câte părți primește fiecare?

7. Scrie toate fracțiile de forma $\frac{21}{\overline{3a}}$ care se simplifică cu 3. Simplifică aceste fracții și apoi adu-le la același numitor.

8. Adu la cel mai mic numitor comun fracțiile: $\frac{3}{20}$; $\frac{7}{30}$; $\frac{11}{45}$.

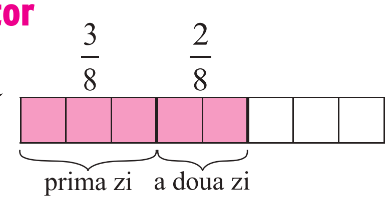
9. Două fracții ireductibile au cel mai mic numitor comun egal cu 30.
a) Care dintre următoarele numere nu poate fi numitor pentru niciuna dintre cele două fracții: 2; 90; 15; 1; 0; 10; 14; 4? Justificați răspunsul!
b) Care dintre următoarele numerele poate fi numitorul comun al fracțiilor date: 1; 2; 40; 60; 45; 90; 500; 111000? Justificați răspunsul!

Fii campion!

10. Adu la același numitor fracțiile:
a) $\frac{5}{\overline{a2}+\overline{b8}}$ și $\frac{4}{3a+3b+3}$; b) $\frac{15}{\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}}$ și $\frac{7}{a+b+c}$; c) $\frac{3+6+9+...+27}{4+8+12+...+36}$ și $\frac{3^n+3^{n+1}}{3^{n+2}+3^{n+3}}$.

6. Adunarea și scăderea fracțiilor

Adunarea fracțiilor cu același numitor



Un biciclist parcurge $\frac{3}{8}$ din drum în prima zi și $\frac{2}{8}$ din drum a doua zi. Ce porțiune din drum parcurge biciclistul în cele două zile?

Reprezentăm prin desenul alăturat datele problemei:

Observăm că în primele două zile au fost parcurse 5 optimi din drum. Cum am calculat? $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$.

Ia aminte și ține minte!

- Prin adunarea a două sau mai multe fracții cu același numitor obținem o fracție care are numărătorul egal cu suma numărătorilor și numitorul egal cu numitorul comun.

Fie *a, b, c, d* numere naturale și $d \neq 0$.

$$\underbrace{\frac{a}{d}+\frac{b}{d}}_{\text{TERMENI}}=\underbrace{\frac{a+b}{d}}_{\substack{\text{SUMĂ}\\ \text{(total)}}} \qquad \underbrace{\frac{a}{d}+\frac{b}{d}+\frac{c}{d}}_{\text{TERMENI}}=\underbrace{\frac{a+b+c}{d}}_{\substack{\text{SUMĂ}\\ \text{(total)}}}$$

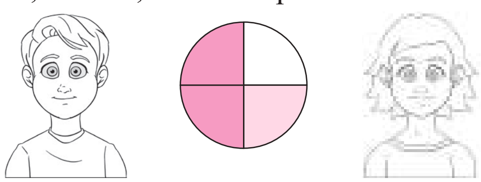
Exemplu: $\frac{7}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{7+3+1}{12}=\frac{11}{12}$.

Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$; b) $\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{7}{6}$; c) $\frac{6}{25}+\frac{7}{25}+\frac{8}{25}+\frac{4}{25}$.

Adunarea fracțiilor cu numitori diferiți

Mircea a mâncat jumătate dintr-un măr, iar Andreea un sfert din același măr. Ce parte din măr au mâncat, în total, cei doi copii?



$\frac{1}{4}+{}^{2)}\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$ din măr.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a aduna două sau mai multe fracții cu numitori diferiți, procedăm astfel:
  - aducem fracțiile la același numitor;
  - adunăm fracțiile obținute conform regulii de adunare a fracțiilor cu același numitor.

Exemplu: ${}^{5)}\frac{1}{3}+{}^{3)}\frac{2}{5}+\frac{7}{15}=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}+\frac{7}{15}=\frac{18}{15}^{(3}=\frac{6}{5}$.

- Operația de adunare a fracțiilor se reduce la adunarea unor numere naturale, deci proprietățile operației de adunare a numerelor naturale sunt adevărate și pentru adunarea fracțiilor!

Exemplu: $\frac{3}{17}+\frac{4}{17}+\frac{9}{17}+0=\left(\frac{4}{17}+\frac{3}{17}\right)+\frac{9}{17}+0=\frac{7}{17}+\frac{9}{17}+0=\frac{16}{17}+0=\frac{16}{17}$.

Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{7}$; b) $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}+\frac{4}{21}$; c) $\frac{4}{5}+1+\frac{2}{6}$.

Scăderea fracțiilor cu același numitor

Dacă un biciclist a parcurs în prima zi $\frac{3}{8}$ din drum și a doua zi $\frac{2}{8}$ din drum, pentru a calcula ce porțiune din drum mai are de parcurs, procedăm astfel:

- Aflăm, cât a parcurs în total în primele două zile: $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$
- Aflăm, cât mai are de parcurs din drum (tot drum reprezintă un întreg, adică opt optimi) prin operația de scădere: $1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{8-5}{8}=\frac{3}{8}$

Ia aminte și ține minte!

- Prin scăderea a două fracții cu același numitor obținem o fracție ce are numărătorul egal cu diferența numărătorilor și numitorul egal cu numitorul comun.

  Exemplu: $\frac{14}{11}-\frac{5}{11}=\frac{14-5}{11}=\frac{9}{11}$.

- Fie a, b, c numere naturale cu $a \geq b$ și $c \neq 0$. $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$.

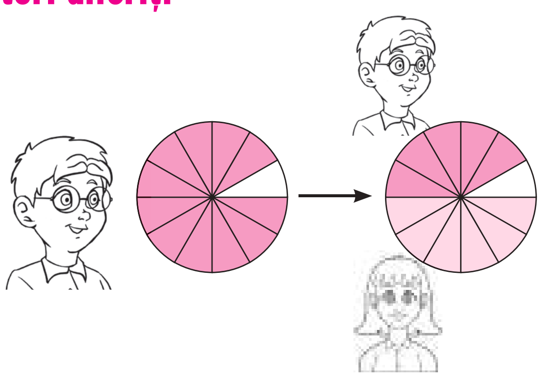
Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}$; b) $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}$; c) $\frac{12}{9}-\frac{4}{9}$; d) $\frac{5}{12}-\frac{3}{12}$; e) $2\frac{1}{3}-1\frac{2}{3}$.

Scăderea fracțiilor cu numitori diferiți

Radu primește $\frac{11}{12}$ dintr-o portocală ce are 12 felii identice. El dorește să îi dea Alinei $\frac{1}{2}$ din întreaga portocală. Ce parte din portocală îi rămâne lui Radu?

Se observă că lui Radu i-au rămas 5 felii, adică $\frac{5}{12}$ din portocală!



$$\frac{11}{12}-{}^{6)}\frac{1}{2}=\frac{11}{12}-\frac{6}{12}=\frac{11-6}{12}=\frac{5}{12}$$

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a scădea două fracții cu numitori diferiți, procedăm astfel:
  - aducem fracțiile la același numitor;
  - scădem fracțiile obținute conform regulii de scădere a fracțiilor cu același numitor.

  Exemplu: ${}^{5)}\frac{2}{3}-{}^{3)}\frac{2}{5}=\frac{10}{15}-\frac{6}{15}=\frac{10-6}{15}=\frac{4}{15}$.

Aplică ce ai învățat!

Efectuează: a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$; b) $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$; c) $\frac{4}{5}-\frac{1}{10}$; d) $\frac{5}{12}-\frac{5}{18}$; e) $2-\frac{3}{4}$; f) $3-\frac{6}{5}$.

Exerciții și probleme

Adunarea fracțiilor

Exersează!

1. Calculează: a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$; c) $\frac{5}{36}+\frac{7}{36}+\frac{15}{36}$; d) $\frac{10}{123}+\frac{5}{123}$.

2. Efectuează: a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$; b) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$; c) $\frac{2}{9}+\frac{5}{8}$; d) $\frac{3}{11}+\frac{7}{10}$; e) $\frac{5}{7}+\frac{3}{4}$; f) $\frac{11}{9}-\frac{9}{10}$; g) $\frac{13}{20}+\frac{21}{23}$;
h) $\frac{2}{13}+\frac{5}{26}$; i) $\frac{7}{10}+\frac{13}{100}$; j) $\frac{8}{25}+\frac{12}{50}$; k) $\frac{9}{36}+\frac{5}{72}$.

3. Calculează, cât mai rapid, folosind proprietățile adunării:
a) $\frac{3}{4}+\frac{12}{4}+\frac{7}{4}$; b) $\frac{54}{13}+\frac{9}{13}+\frac{6}{13}+\frac{21}{13}$; c) $\frac{162}{26}+\frac{0}{85}+\frac{16}{26}+\frac{0}{110}$.

4. Dacă $a=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$ și $b=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$, calculează $a+b$, fără a calcula efectiv numerele a și b.

Folosește proprietățile adunării.

Poți fi mai bun!

5. Descompune într-o sumă de fracții cu același numitor:
a) $\frac{5+7}{9}$; b) $\frac{13+17}{11}$; c) $\frac{3+5+8}{14}$; d) $\frac{22+32+42}{6}$; e) $\frac{111+123+131}{9}$.

6. Scrie fracția $\frac{6}{11}$ ca o sumă de:
a) două fracții cu numitorul 11; b) trei fracții cu numitorul 11; c) patru fracții cu numitorul 11.
Câte posibilități sunt în fiecare caz?

7. Calculează, aducând fracțiile la forma ireductibilă și grupând convenabil termenii.
a) $\frac{23}{69}+\frac{12}{36}+\frac{18}{54}$; b) $\frac{10}{26}+\frac{18}{12}+\frac{24}{39}+\frac{5}{10}$;
c) $\frac{1\cdot 2}{3\cdot 4}+\frac{4\cdot 3}{3^2\cdot 5}+\frac{2\cdot 3\cdot 5}{2^2\cdot 3^2}$; d) $2\frac{6}{22}+6\frac{8}{56}+3\frac{80}{110}$.

8. Pentru fiecare rezolvare corectă, Cezara câștigă 5 puncte și pentru fiecare rezolvare greșită pierde 5 puncte. Rezolvă și tu și verifică rezolvările și rezultatele Cezarei. Explică ce a greșit și află numărul de puncte obținut de Cezara.
a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)+\frac{7}{6}=\frac{14}{9}$; b) $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}=\frac{1}{2}+\frac{4}{15}=\frac{23}{30}$;
c) $\frac{1\cdot 2}{2\cdot 3}+\frac{3\cdot 4}{4\cdot 5}+\frac{5\cdot 6}{6\cdot 7}=\frac{1}{3}+\frac{3}{5}+\frac{5}{7}=\frac{1}{5}+\frac{5}{7}=\frac{32}{35}$ d) $\frac{2^3\cdot 3}{2^4\cdot 3}+\frac{5^2\cdot 6}{5\cdot 18}+\frac{12}{36}=\frac{1}{6}+\frac{5}{3}+\frac{1}{3}=2\frac{1}{6}=\frac{13}{6}$.

Fii campion!

9. Calculează: a) $\frac{2}{13}+\frac{4}{13}+\frac{6}{13}+\ldots+\frac{104}{13}$; b) $\frac{5}{41}+\frac{10}{41}+\frac{15}{41}+\ldots+\frac{200}{41}$.

10. Știind că $a+b=18$ și $a \cdot b=72$, calculează: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

Scăderea fracțiilor

Exersează!

1. Calculează: a) $\frac{11}{10}-\frac{7}{10}$; b) $\frac{12}{23}-\frac{4}{23}$; c) $3\frac{4}{9}-2\frac{8}{9}$; d) $\frac{19}{35}-\frac{14}{35}$.

2. Efectuează: a) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$; c) $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$; d) $\frac{1}{3}-\frac{5}{24}$; e) $\frac{1}{11}-\frac{2}{55}$;

f) $\frac{2^0}{2^2\cdot 3}-\frac{3^0}{3^2\cdot 2}$; g) $\frac{21}{3\cdot 7^2}-\frac{46}{7^2\cdot 23}$; h) $1\frac{55}{33}-1\frac{77}{66}$; i) $2\frac{888}{777}-2\frac{555}{999}$.

3. Efectuează: a) $\frac{11}{6}-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{3}{2}$; b) $\frac{5}{4}+\frac{4}{7}-\frac{3}{14}-\frac{5}{28}$; c) $3\frac{1}{2}+4-\frac{13}{14}-2+1\frac{3}{7}$.

Poți fi mai bun!

4. Ina a cumpărat $2\frac{1}{4}$ m de stofă, Ana a cumpărat $3\frac{1}{2}$ m de stofă și Diana a cumpărat cu $1\frac{7}{10}$ m de stofă mai puțin decât Ana.
a) Câți metri de stofă a cumpărat Diana?
b) Cu câți metri de stofă a cumpărat mai mult Ana decât Ina?
c) Cu câți metri de stofă a cumpărat mai puțin Ana decât Ina și Diana la un loc?

5. O lădiță plină cu mere cântărește $7\frac{1}{2}$ kg. Cât cântăresc merele, știind că lădița goală cântărește $1\frac{1}{2}$ kg?

6. Într-un magazin, la deschidere, sunt 1 200 kg de zahăr. Pe parcursul zilei s-au vândut $105\frac{3}{5}$ kg de zahăr. Ce cantitate de zahăr a rămas seara la închiderea programului?

7. Determină fracția: a) cu $2\frac{1}{3}$ mai mare decât $4\frac{1}{5}$;

b) cu $\frac{5}{7}$ mai mică decât $3+1\frac{1}{4}$.

Fii campion!

8. Află numărul natural nenul x, știind că $2\frac{x}{3}-2=\frac{5}{3}$.

9. a) Arată că $\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ și $\frac{1}{4\cdot 5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$.

b) Folosind relația de la punctul a), arată că $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}=\frac{4}{5}$.

7. Înmulțirea și împărțirea fracțiilor. Puteri

Înmulțirea unei fracții cu un număr natural

Un biciclist parcurge distanța de $3\frac{1}{3}$ km într-o oră. Știind că își păstrează viteza constantă, cât parcurge el în 2 ore?

Pentru a afla distanța parcursă în 2 ore efectuăm înmulțirea: $2\cdot 3\frac{1}{3}=2\cdot\frac{7}{3}$.

Deoarece înmulțirea este o adunare repetată, obținem: $2\cdot\frac{7}{3}=\frac{7}{3}+\frac{7}{3}=\frac{7+7}{3}=\frac{14}{3}$ km.

Deci $2\cdot\frac{7}{3}=\frac{2\cdot 7}{3}=\frac{14}{3}$.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a înmulți o fracție cu un număr natural, înmulțim numărul natural cu numărătorul fracției, iar numitorul rămâne același.

Exemplu: $5\cdot\frac{3}{4}=\frac{5\cdot 3}{4}=\frac{3\cdot 5}{4}=\frac{3}{4}\cdot 5=\frac{15}{4}$.

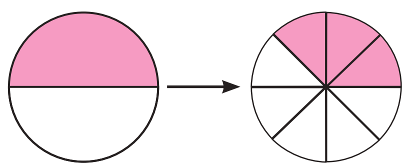
Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) $3\cdot\frac{5}{7}$; b) $7\cdot\frac{3}{4}$; c) $2\cdot\frac{7}{8}$; d) $\frac{2}{3}\cdot 10$; e) $\frac{5}{6}\cdot 7$; f) $14\cdot\frac{5}{7}$.

Înmulțirea fracțiilor

Alin primește o jumătate dintr-o pizza și dorește să îi dea trei pătrimi din ceea ce a primit Mirelei. Ce parte din pizza primește Mirela?

Mirela primește trei optimi din pizza: $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}=\frac{3}{8}$.



Ia aminte și ține minte!

- Pentru a înmulți două fracții se înmulțesc numărătorii între ei și numitorii între ei.
- Fie a, b, c, d numere naturale și $b\neq 0$, $c\neq 0$.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

! Atenție! • Înainte de a înmulți două sau mai multe fracții, este bine să se facă simplificări. Se poate simplifica orice numărător cu orice numitor!

Exemple: a) $\frac{2}{\cancel{3}_1}\cdot\frac{\cancel{6}^2}{7}=\frac{2\cdot 2}{1\cdot 7}=\frac{4}{7}$; am simplificat numitorul 3 și numărătorul 6 cu 3; am tăiat cu o linie oblică numerele 3 și 6 și am scris rezultatul împărțirilor la 3.

b) $\frac{\cancel{14}^7}{\cancel{15}_3}\cdot\frac{\cancel{10}^2}{\cancel{22}_{11}}=\frac{7\cdot 2}{3\cdot 11}=\frac{14}{33}$. Am simplificat 10 și 15 cu 5 și am obținut 2 și 3; am simplificat 14 și 22 cu 2 și am obținut 7 și 11.

- Toate proprietățile operației de înmulțire sunt valabile și pentru operația de înmulțire a fracțiilor.

Exemple: a) $\frac{3}{4}\cdot 5 = 5\cdot\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$; b) $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{8} = \frac{7}{8}\cdot\frac{3}{5} = \frac{21}{40}$; c) $\frac{6}{7}\cdot 1 = 1\cdot\frac{6}{7} = \frac{6}{7}$;

d) $\frac{4}{6}\cdot\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{10}\right) = \left(\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{7}{10} = \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{10} = \frac{7}{20}$; e) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{4}$; f) $\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{3}-\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}$

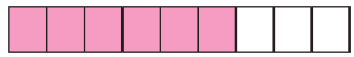
5+ Aplică ce ai învățat!

1. Efectuează: a) $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)$; c) $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}$; d) $\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{4}$; e) $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{4}$. Ce observi?

2. Arată că $\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{3}-\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}$.

Ridicarea la putere a fracțiilor

Debitul unui robinet este de $\frac{2}{3}$ *l* într-un minut. Ce cantitate de apă colectăm în $\frac{2}{3}$ minute?

1 minut →  → $\frac{2}{3}\,l$ $\frac{2}{3}$ minute →  → $\frac{4}{9}\,l$

$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2\cdot 2}{3\cdot 3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$. Dar $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a ridica o fracție la putere, ridicăm și numitorul și numărătorul la acea putere.
- Fie *a* și *b* numere naturale și $b \neq 0$. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exemplu: $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$.

! Atenție! • Dacă *a* și *b* sunt numere naturale nenule, atunci $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ ($a^0 = 1$; $b^0 = 1$).

Exemple: $\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$; $\left(\frac{3}{100}\right)^0 = 1$; $\left(\frac{123}{1024}\right)^0 = 1$.

- Ridicarea la putere a fracțiilor se face folosind ridicarea la putere a numerelor care formează fracția. Regulile de calcul cu puteri învățate la numere naturale sunt adevărate și la fracții!
  Dacă *a, b, c, d, m, n* sunt numere naturale oarecare, $b \neq 0$, $c \neq 0$, atunci:

✧ $\left(\frac{a}{b}\right)^m\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$; ***Exemplu:*** $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^5$.

✧ $\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$, $m \geq n$; ***Exemplu:*** $\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

✧ $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$; ***Exemplu:*** $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^{10}$.

✧ $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^n$. ***Exemplu:*** $\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3$.

Aplică ce ai învățat!

1. Calculează: $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{5}{6}\right)^3$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5$; $\left(\frac{1}{2}\right)^6$; $\left(\frac{7}{5}\right)^4$; $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(3\frac{1}{2}\right)^3$.

2. Scrie sub forma unei puteri: a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$; b) $\left(\frac{5}{7}\right)^8 : \left(\frac{5}{7}\right)^6$; c) $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^2\right]^3$; d) $\left(\frac{4}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6$; e) $\left[\left(\frac{2^2 \cdot 3}{3 \cdot 5}\right)^3\right]^{20}$.

Inversa unei fracții

Crina şi Alex formează fracții folosind numerele 2 și 3. Crina scrie fracția $\frac{2}{3}$, iar Alex fracția $\frac{3}{2}$. Împreună observă că cele două fracții au numărătorul și numitorul schimbați între ei. Spun că fracția $\frac{2}{3}$ este inversa fracției $\frac{3}{2}$ sau fracția $\frac{3}{2}$ este inversa fracției $\frac{2}{3}$. Observă că produsul celor două fracții este egal cu 1; $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a inversa o fracție schimbăm numărătorul și numitorul între ei.
- Fie *a, b* numere naturale nenule.
  - ✧ Inversa fracției $\frac{a}{b}$ este fracția $\frac{b}{a}$.
  - ✧ Inversul numărului natural *a* este $\frac{1}{a}$.
- Produsul dintre o fracție și inversa ei este egal cu 1. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$; $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

Împărțirea a două fracții

Înălțimea unui brad este $\frac{43}{4}$ m, iar a unui pin este $\frac{43}{8}$ m. De câte ori este mai înalt bradul decât pinul?

Observăm că bradul are 43 de pătrimi, iar pinul are 43 de optimi. O pătrime are două optimi, ceea ce înseamnă că bradul are $43 \cdot 2 = 86$ de optimi. Bradul este de 2 ori mai înalt decât pinul. $(86 : 43 = 2)$.

Ce observăm dacă împărțim înălțimea bradului la înălțimea pinului? Obținem: $\frac{43}{4} : \frac{43}{8} = 2$.

Calculăm $\frac{43}{4} \cdot \frac{8}{43}$ și obținem rezultatul egal tot cu 2. Astfel, $\frac{43}{4} : \frac{43}{8} = \frac{43}{4} \cdot \frac{8}{43} = 2$.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a împărți două fracții se înmulțește prima fracție cu inversa celei de-a doua fracții.
- Fie *a, b, c, d* numere naturale și $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

Exemple: a) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$; b) $\frac{3}{4} : \frac{9}{4} = \frac{{}^1\cancel{3}}{{}_1\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{9}_3} = \frac{1}{3}$; c) pentru a afla o fracție de 4 ori mai mică decât fracția $\frac{3}{5}$, efectuăm operația de împărțire și obținem $\frac{3}{5} : 4 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$.

Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) $\frac{5}{2} : \frac{5}{7}$; b) $\frac{6}{10} : \frac{11}{5}$; c) $\frac{4}{9} : \frac{7}{3}$; d) $\frac{8}{15} : \frac{11}{12}$; e) $\frac{5}{11} : \frac{13}{5}$.

Exerciții și probleme

Înmulțirea fracțiilor. Ridicarea la putere a fracțiilor

Exersează!

1. Calculează: a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{5}\cdot\frac{9}{6}$; c) $\frac{4}{6}\cdot\frac{6}{8}$; d) $\frac{11}{12}\cdot\frac{24}{33}$; e) $\frac{9}{11}\cdot 2\frac{3}{4}$; f) $7\frac{1}{8}\cdot 2\frac{2}{3}$; g) $\frac{4}{9}\cdot\frac{11}{7}\cdot\frac{25}{10}$.

2. Un tractor ară zilnic $5\frac{3}{4}$ ha. Câte hectare ară acest tractor în 12 zile?

3. Un muncitor sapă $\frac{9}{2}$ m de șanț într-o oră. Câți metri va săpa în $\frac{3}{4}$ ore?

4. Calculează: $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; $\left(\frac{7}{3}\right)^3$; $\left(\frac{5}{4}\right)^4$; $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(\frac{7}{11}\right)^0$; $\left(2\frac{1}{2}\right)^4$; $\left(\frac{11}{12}\right)^2$.

Poți fi mai bun!

5. Află fracția de $\frac{11}{12}$ ori mai mare decât fracția $\frac{36}{88}$.

6. Ce cantitate de grâu se recoltează de pe o suprafață de $6\frac{2}{3}$ ha, știind că producția de grâu la hectar este de $\frac{10}{3}$ t?

7. Efectuează: a) $\left(\frac{48}{2^4\cdot 3}\right)^{25}$; b) $\left(\frac{2^3\cdot 5\cdot 7}{2^2\cdot 35\cdot 6}\right)^4$; c) $\left(\frac{18\cdot 4}{2^3\cdot 3^2}\right)^{72}$; d) $\left[\left(\frac{313}{314}\right)^{1996}\right]^0$.

Fii campion!

9. Cu ce fracție trebuie înmulțită fracția $\frac{202}{3636}$ pentru a obține $\left(\frac{1}{2}\right)^2$?

10. Află numărul natural n, astfel încât egalitatea $\left(\frac{1}{7}\cdot\frac{7}{35}\cdot\frac{140}{700}\cdot\frac{7}{10}\cdot\frac{10^2}{2^2}\right)^n=\frac{1}{100}$ să fie adevărată.

Împărțirea fracțiilor

Exersează!

1. Calculează: a) $\frac{2}{3}:\frac{4}{9}$; b) $\frac{1}{8}:\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{5}:\frac{2}{5}$; d) $\frac{7}{2}:\frac{1}{4}$; e) $\frac{12}{5}:3$; f) $\frac{77}{27}:\frac{33}{12}$; g) $7\frac{2}{10}:\frac{18}{25}$; h) $\frac{9}{12}:2\frac{9}{18}$.

2. Efectuează: a) $\frac{3}{7}:\frac{4}{3}:\frac{9}{14}$; b) $\frac{2}{5}:\frac{3}{7}:\frac{4}{3}$; c) $5:\left(\frac{3}{10}:\frac{9}{2}\right)$; d) $\left(\frac{2}{3}:6\right):\left(\frac{1}{5}:\frac{3}{10}\right)$; e) $4:\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{8}\right):\left(\frac{2}{5}:\frac{4}{5}\right)$.

Poți fi mai bun!

3. Află fracția care este de 2 ori mai mică decât sfertul lui $\frac{8}{7}$.

4. Efectuează: $\frac{1}{2}:\frac{3}{2}:\frac{4}{3}:\frac{5}{4}:\frac{6}{5}:\frac{7}{6}$.

Fii campion!

5. De câte ori este fracția $\frac{3\cdot 7^n+7^{n+1}}{7^{n+1}+5\cdot 7^{n+2}}$ mai mare decât fracția $\frac{5\cdot 3^{n+1}-2\cdot 3^n}{3^{n+1}+4\cdot 3^{n+2}}$?

6. Determină cel mai mic număr natural nenul n pentru care numărul $N=n\cdot a\cdot b$ este pătratul unui număr natural, știind că $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$, unde a și b sunt numere naturale nenule.

8. Fracții/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară

Aflarea unei fracții dintr-un număr natural

Răzvan rezolvă $\frac{3}{4}$ din cele 20 de probleme ce le are ca temă la matematică în vacanța de vară. Câte probleme a rezolvat Răzvan?

O pătrime din cele 20 de probleme este egală cu 20 : 4 = 5 probleme. Pentru a afla 3 pătrimi înmulțim rezultatul cu 3. Obținem 5 · 3 = 15 probleme rezolvate.

Scriem $(20 : 4) \cdot 3 = \frac{20}{4} \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$.

! Atenție! • Știm că $\frac{20}{4} \cdot 3$ reprezintă înmulțirea fracției cu un număr natural.

Astfel, $\frac{20 \cdot 3}{4} = \frac{3 \cdot 20}{4} = \frac{3}{\cancel{4}_1} \cdot \cancel{20}^5 = 15$.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a afla o fracție dintr-un număr natural ce este multiplu al numitorului fracției, se poate rezolva în două moduri:

Se împarte numărul natural la numitorul fracției și rezultatul obținut se înmulțește cu numărătorul fracției.

Exemplu: $\frac{5}{6}$ din 30 = (30 : 6) · 5 = 5 · 5 = 25.

Se înmulțește fracția cu numărul natural și se simplifică atât numărătorul, cât și numitorul cu numărul ce reprezintă numitorul fracției.

Exemplu: $\frac{5}{6}$ din $30 = \frac{5}{6} \cdot 30 = 25$.

Oricare dintre cele două moduri de rezolvare folosim, rezultatul este un număr natural.

- Pentru a afla o fracție dintr-un număr natural ce nu este multiplu al numitorului fracției, se înmulțește fracția cu numărul natural.

Exemplu: $\frac{5}{3}$ din $7 = \frac{5}{3} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3}$.

În acest caz, rezultatul este o fracție.

În concluzie, în general:

- Pentru a afla o fracție dintr-un număr, se înmulțește fracția cu numărul.

- Fie a, b, c numere naturale și $b \neq 0$.

Aflăm fracția $\boxed{\frac{a}{b} \text{ din } c}$, astfel: $\boxed{\frac{a}{b} \cdot c}$.

Aplică ce ai învățat!

Calculează:

a) $\frac{5}{2}$ din 12; b) $\frac{3}{4}$ din 13; c) $\frac{7}{3}$ din 11; d) $\frac{11}{6}$ din 12.

Aflarea unui procent dintr-un număr natural

Din totalul de 28 de elevi ai clasei a V-a A, procentul de 75% reprezintă numărul fetelor. Câte fete sunt în clasa a V-a A?

Aflăm 75% din 28, adică $\frac{75}{100}$ din 28. Obținem $\frac{75}{100} \cdot 28 = 21$ de fete.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a afla un procent dintr-un număr natural, se înmulțește fracția reprezentată de procent cu numărul.

Fie p și a numere naturale.
$p\%$ din $a = \frac{p}{100} \cdot a$.

Exemple: a) Calculăm 17% din 200 astfel $\frac{17}{100} \cdot 200 = 34$;

b) Calculăm 16% din 18 astfel $\frac{16}{100} \cdot 18 = \frac{72}{25}$.

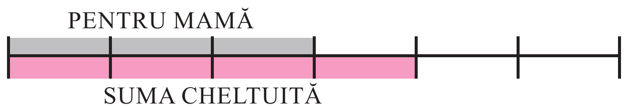
Aplică ce ai învățat!

Calculează: a) 25% din 16; b) 22% din 45; c) 70% din 80; d) 92% din 300.

Aflarea unei fracții/unui procent dintr-o fracție ordinară

Roxana cheltuie $\frac{2}{3}$ din banii economisiți pentru a cumpăra cadouri de Paște părinților. Cadoul mamei reprezintă $\frac{3}{4}$ din suma cheltuită. Ce parte din banii economisiți a cheltuit pentru cadoul mamei?

Calculăm $\frac{3}{4}$ din $\frac{2}{3}$.



$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$, adică o jumătate din banii economisiți de Roxana îi dă pe cadoul mamei.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a afla o fracție dintr-o altă fracție, se înmulțesc cele două fracții.

Fie a, b, c, d numere naturale și $b \neq 0$, $d \neq 0$.
$\frac{a}{b}$ din $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

Exemplu: $\frac{5}{6}$ din $\frac{1}{4}$ este $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{24}$.

- Pentru a afla un procent dintr-o fracție, se înmulțește fracția reprezentată de procent cu fracția dată.

Fie a, b, p numere naturale și $b \neq 0$.
$p\%$ din $\frac{a}{b} = \frac{p}{100} \cdot \frac{a}{b}$.

Exemplu: 13% din $\frac{9}{5} = \frac{13}{100} \cdot \frac{9}{5} = \frac{117}{500}$.

Aplică ce ai învățat!

1. Calculează: a) $\frac{3}{2}$ din $\frac{15}{4}$; b) $\frac{4}{5}$ din $\frac{7}{12}$; c) $\frac{8}{7}$ din $\frac{14}{15}$; d) $\frac{4}{9}$ din $\frac{36}{5}$.

2. Calculează: a) 12% din $\frac{3}{8}$; b) 23% din $\frac{13}{12}$; c) 54% din $\frac{16}{9}$; d) 112% din $\frac{3}{5}$.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Reprezintă prin desene: a) $\frac{3}{2}$ din 6; b) $\frac{5}{4}$ din $\frac{3}{8}$; c) $\frac{4}{5}$ din 10; d) $\frac{2}{5}$ din $\frac{3}{2}$.

2. Calculează: a) $\frac{4}{7}$ din 21 m; b) $\frac{7}{10}$ din 1000 lei; c) $\frac{3}{5}$ din 500 kg.

3. Calculează: a) 50% din 100; b) 25% din 60 și din 324; c) 20% din 75, din $\frac{225}{4}$ și din $\frac{412}{3}$.

Poți fi mai bun!

4. Din cei 30 elevi ai unei clase, $\frac{3}{5}$ sunt fete. Câte fete și câți băieți sunt în clasă?

5. Marius a cheltuit 75% din 1 000 lei. Ce sumă i-a rămas?

6. Filip și Rareș rezolvă, fiecare, următoarea problemă: „Un lot agricol are 150 ha. În prima zi s-au arat trei cincimi din lot, iar a doua zi o treime din rest. Câte ha au fost arate în total?“

Răspunsul lui Filip este: 140 ha.

El a rezolvat astfel: ${}^{3)}\frac{3}{5}+{}^{5)}\frac{1}{3}=\frac{9+5}{15}=\frac{14}{15}$; $\frac{14}{15}$ din 150 ha $=\frac{14}{\cancel{15}_1}\cdot\cancel{150}^{10}=140$ ha.

Răspunsul lui Rareș este: 110 ha.

El a rezolvat astfel: $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}={}^{3)}\frac{3}{5}+\frac{2}{15}=\frac{9+2}{15}=\frac{11}{15}$; $\frac{11}{15}$ din 150 $=\frac{11}{\cancel{15}_1}\cdot\cancel{150}^{10}=110$ ha.

Cine are dreptate și cine a greșit? Justificați răspunsul!

7. Un autocar are de parcurs 1 500 km. În prima zi a parcurs $\frac{2}{5}$ din drum, iar a doua zi jumătate din rest. Câți kilometri au rămas de parcurs?

8. Într-o livadă sunt 120 de pomi. 30% dintre ei sunt pruni, 25% sunt meri, iar restul sunt cireși. Câți pomi de fiecare tip sunt în livadă?

Fii campion!

9. Fie numerele $a=\frac{2}{9}+\frac{3}{12}+\ldots+\frac{1003}{3012}$, $b=\frac{3}{9}+\frac{4}{12}+\ldots+\frac{1004}{3012}$, $c=\frac{4}{9}+\frac{5}{12}+\ldots+\frac{1005}{3012}$. Calculează o treime din suma numerelor *a, b* și *c*.

10. O fabrică de zahăr prelucrează într-o zi 50 000 kg de sfeclă. Din cantitatea de sfeclă se pierde 5% prin spălare, 2% prin strivire, iar din ce rămâne, se obține 20% zahăr. Calculează cantitatea de zahăr obținută în 10 zile.

11. La un magazin de jucării s-au adus mingi verzi, roșii, galbene și albastre. Numărul mingilor verzi este un sfert din celelalte, cele roșii sunt o treime din celelalte, cele galbene sunt jumătate din celelalte. Determină câte mingi s-au adus din fiecare, știind că numărul mingilor albastre este cu 1 mai mare decât numărul mingilor verzi.

12. „Cazarea la hotel pentru trei nopți are prețuri cuprinse între ...... euro/persoană pe noapte și ...... euro/persoană pe noapte. Familiile cu doi copii beneficiază de o reducere de .....% pentru fiecare copil. Calculează un preț minim și un preț maxim pe care îl poate plăti familia la cazare.“
Completează enunțul cu date bine alese și apoi rezolvă problema.

B. Fracții zecimale

1. Scrierea, citirea și transformarea fracțiilor zecimale

Mihai, curios din fire, o întreabă pe Ana, ce înălțime are. Ana îi spune că înălțimea ei este de 1,58 m. Răspunsul Anei îl nedumerește pe Mihai și îi mai pune o întrebare: „Ce număr este acesta?“ Ana îi spune cu mare convingere: *„Fii atent și vei înțelege!“*

Scrierea și citirea fracțiilor zecimale

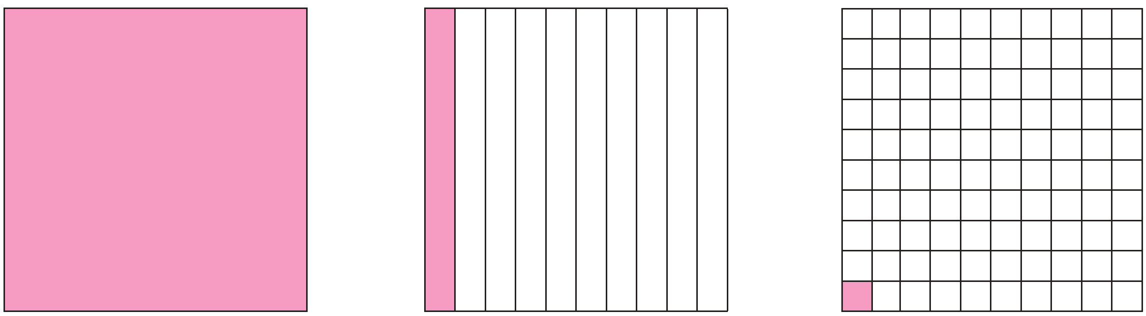
Ia aminte și ține minte!

- Pentru scrierea fracțiilor zecimale folosim următoarele:

✧ o zecime se scrie $\frac{1}{10}$ sau 0,1; ✧ o sutime se scrie $\frac{1}{100}$ sau 0,01; ✧ o miime se scrie $\frac{1}{1000}$ sau 0,001.

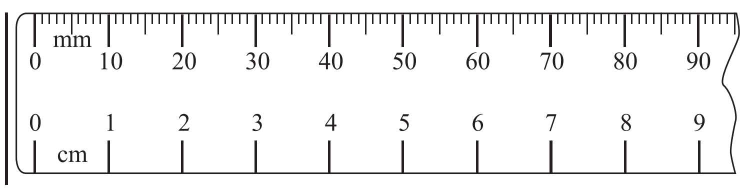
Putem avea următoarea reprezentare:

1 întreg | 10 părți egale | 100 părți egale

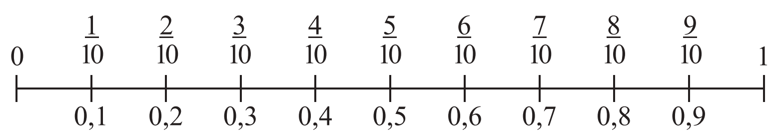


un întreg → 1 | o zecime → 0,1 | o sutime → 0,01

- Avem o riglă gradată. Gradațiile depind de unitatea de măsură aleasă.



- Dacă luăm ca unitate de măsură decimetrul obținem:



Observații:

a) 1 cm este o zecime dintr-un decimetru. Scriem 1 cm = $\frac{1}{10}$ dm = 0,1 dm.

b) 1 mm este o zecime dintr-un centimetru. Scriem 1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0,1 cm.

c) 1 mm este o sutime dintr-un decimetru. Scriem 1 mm = $\frac{1}{100}$ dm = 0,01 dm.

Exemple: Scriem și citim: $\frac{2}{10}=0,2$, două zecimi; $\frac{3}{10}=0,3$, trei zecimi; $\frac{2}{100}=0,02$, două sutimi; $\frac{2}{1000}=0,002$, două miimi; $\frac{25}{10}=2,5$, doi întregi și cinci zecimi; $\frac{25}{100}=0,25$, zero întregi și douăzeci și cinci de sutimi; $\frac{1241}{100}=12,41$, doisprezece întregi și patruzeci și unul de sutimi.

Observăm că putem scrie: $12,41 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{100} = \frac{1000+200+40+1}{100} = \frac{1241}{100}$.

Așadar, $12,41=\frac{1241}{100}$ și $\frac{1241}{100}=12,41$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Copiază și completează următorul tabel, având ca model prima linie:

șapte sute treizeci și două de sutimi	$\frac{732}{100}$	$7+\frac{3}{10}+\frac{2}{100}=7+\frac{32}{100}$	7,32	șapte întregi și treizeci și două de sutimi
	$\frac{2017}{1000}$			
		$25+\frac{0}{10}+\frac{8}{100}+\frac{3}{1000}$		
	$\frac{15}{10}$			
	$\frac{27}{100}$			
	$\frac{104}{10}$			

2. Folosind: $\frac{1}{10}$ = 0,1 = o zecime; $\frac{1}{100}$ = 0,01 = o sutime; $\frac{1}{1000}=0,001$ = o miime, scrie și citește următoarele fracții: $\frac{3}{10}$; $\frac{112}{100}$; $\frac{1421}{1000}$; $\frac{93}{100}$; $\frac{1001}{1000}$; $\frac{71}{10}$; $\frac{102}{100}$; $\frac{2}{1000}$; $\frac{20}{100}$; $\frac{8105}{1000}$; $\frac{423}{100}$; $\frac{9}{100}$.

Model: $\frac{112}{100}=1,12$ și se citește 112 sutimi sau un întreg o zecime și 2 sutimi sau un întreg și 12 sutimi.

3. 5 cm = $\frac{5}{100}$ m = 0,05 m; 5 dm = $\frac{5}{10}$ m = 0,5 m; 5 mm = $\frac{5}{1000}$ m = 0,005 m.
5 m și 2 dm = 5 + $\frac{2}{10}$ m = 5,2 m.
Exprimă în metri următoarele lungimi, folosind scrierile anterioare:
a) 752 mm; b) 35 cm; c) 3 m și 5 dm; d) 1 m și 3 cm;
e) 2 m și 75 cm; f) 12 m și 100 mm; g) 1 m și 50 cm; h) 2 m și 3 mm.

Ia aminte și ține minte!

- Sistemul zecimal este un *sistem pozițional*, fiecare ordin este $\frac{1}{10}$ din valoarea ordinului imediat superior, poziționat dinainte, imediat la stânga acestuia.

La scrierea numerelor naturale cifra unităților ocupă ultima poziție. La scrierea fracțiilor zecimale după cifra unităților urmează virgula, apoi cifra **zecimilor**, cifra **sutimilor**, cifra **miimilor** și așa mai departe.

Așadar, cifra unităților este despărțită de cifra zecimilor prin virgulă.

Exemplu: 25,31 = 2 zeci + 5 unități + 3 zecimi + 1 sutime = $2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot \frac{1}{100}$.

- Cifrele aflate la stânga virgulei formează **partea întreagă** a fracției zecimale, iar cifrele aflate la dreapta virgulei sunt numite zecimale și formează **partea zecimală** a fracției zecimale.

CIFRA SUTELOR	CIFRA ZECILOR	CIFRA UNITĂȚILOR	,	CIFRA ZECIMILOR	CIFRA SUTIMILOR	CIFRA MIIMILOR

Partea întreagă
prima cifră din stânga virgulei reprezintă cifra unităților, a doua cifră este cifra zecilor, a treia este cifra sutelor și așa mai departe.

Partea zecimală
prima cifră din dreapta virgulei reprezintă cifra zecimilor, a doua este cifra sutimilor, a treia este cifra miimilor și așa mai departe.

- Dacă după virgulă există un număr finit de zecimale nenule (diferite de zero), atunci fracția se numește **fracție zecimală finită**.

Exemple: 0,1; 12,003; 1,705; 0,0000009; 1041,2938450001.

- Numerele naturale pot fi scrise cu virgulă:

$1=\frac{10}{10}=\frac{100}{100}=\frac{1000}{1000}=\ldots;$ $\quad 3=\frac{30}{10}=\frac{300}{100}=\frac{3000}{1000}=\ldots$ $\quad 70=\frac{700}{10}=\frac{7000}{100}=\ldots$

1 = 1,0 = 1,00 = 1,000 = ... $\quad$ 3 = 3,0 = 3,00 = 3,000... $\quad$ 70 = 70,0 = 70,00 = ...

- După ultima zecimală scrisă se pot adăuga zerouri. Ele sunt nesemnificative.

Exemple: $\frac{5}{10}=\frac{50}{100}=\frac{500}{1000}=\ldots;$ $\quad$ 0,5 = 0,50 = 0,500 = ...

Așadar, $\frac{2}{10}=0,2;$ $\quad \frac{2}{100}=0,\underbrace{02}_{2\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{2}{1000}=0,\underbrace{002}_{3\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{2}{10^4}=0,\underbrace{0002}_{4\text{ zecimale}};$ $\ldots$ $\quad \frac{2}{10^n}=0,\underbrace{00\ldots02}_{n\text{ zecimale}}.$

$\frac{11}{10}=1,1;$ $\quad \frac{11}{100}\ \ 0,\underbrace{11}_{2\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{11}{1000}=0,\underbrace{011}_{3\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{11}{10^4}=0,\underbrace{0011}_{4\text{ zecimale}};\ \ldots$ $\quad \frac{11}{10^n}=0,\underbrace{00\ldots011}_{n\text{ zecimale}}.$

$\frac{901}{10}=90,1;$ $\quad \frac{901}{100}=9,\underbrace{01}_{2\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{901}{1000}=0,\underbrace{901}_{3\text{ zecimale}};$ $\quad \frac{901}{10^4}=0,\underbrace{0901}_{4\text{ zecimale}};\ \ldots$ $\quad \frac{901}{10^n}=0,\underbrace{00\ldots0901}_{n\text{ zecimale}}.$

Ia aminte și ține minte!

- Orice fracție ordinară al cărei numitor este o putere a lui 10 se scrie ca fracție zecimală, astfel:
  - scriem numărul de la numărător;
  - scriem virgula peste tot atâtea cifre, cât arată exponentul puterii lui 10 (de la numitorul fracției), începând de la sfârșitul numărului, de la dreapta la stânga.

Exemple: a) $\frac{15}{\underbrace{10}_{\text{un zero}}}=1,\underbrace{5}_{\text{o zecimală}};$ $\quad$ b) $\frac{15}{\underbrace{100}_{2\text{ zerouri}}}=0,\underbrace{15}_{2\text{ zecimale}}$ sau $\frac{15}{10^2}=0,\underbrace{15}_{2\text{ zecimale}};$ $\quad$ c) $\frac{15}{\underbrace{1000}_{3\text{ zerouri}}}=\frac{15}{10^3}=0,\underbrace{015}_{3\text{ zecimale}};$

d) $\frac{15}{10^4}=0,\underbrace{0015}_{4\text{ zecimale}};$ $\quad$ e) $\frac{204}{\underbrace{10}_{\text{un zero}}}=20,\underbrace{4}_{\text{o zecimală}};$ $\quad$ f) $\frac{204}{10^3}=0,\underbrace{204}_{3\text{ zecimale}};$ $\quad$ g) $\frac{204}{10^2}=2,\underbrace{04}_{2\text{ zecimale}}.$

- Se știe că: $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 10^2 = (2 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 5^2$, $100 = 10^3 = (2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$.

Orice fracție ireductibilă al cărui numitor este o putere a lui 2 sau o putere a lui 5 sau o putere a lui 2 și 5, poate fi scrisă ca o fracție cu numitorul o putere a lui 10, așadar se scrie ca fracție zecimală finită.

Exemple: a) $\overset{5)}{\frac{1}{2}}=\frac{5}{10}=0,5$; b) $\overset{2)}{\frac{2}{5}}=\frac{4}{10}=0,4$; c) $\overset{25)}{\frac{7}{4}}=\frac{175}{100}=1,75$; d) $\frac{6}{30}^{(3}=\frac{2}{10}=0,2$;
e) $\overset{5)}{\frac{3}{20}}=\frac{15}{100}=0,15$; f) $\overset{4)}{\frac{3}{25}}=\frac{12}{100}=0,12$; g) $\overset{125)}{\frac{1}{8}}=\frac{125}{1000}=0,125$; h) $\frac{12}{40}^{(4}=\frac{3}{10}=0,3$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Scrie următoarele fracții zecimale:
a) șapte întregi și 2 zecimi; b) 3 zecimi; c) o zecime două sutimi șapte miimi;
d) 9 sutimi; f) 4 miimi; e) doisprezece întregi două zecimi și cinci sutimi.

2. Citește următoarele fracții zecimale:
1,25; 15,7; 0,605; 0,03; 4,725; 5,002; 10,102; 200,02; 1001,2; 57,32; 0,625; 21,27; 100,100.

3. Se dă fracția zecimală 201,096. Completează afirmațiile:
a) partea întreagă este .....; b) partea ...... este 0,096; c) cifra sutelor este ...;
d) cifra zecilor este ....; e) cifra unităților este ... f) cifra zecimilor este ...;
g) cifra sutimilor este ... h) cifra miimilor este ... .

4. Scrie următoarele fracții ordinare sub formă de fracții zecimale:
a) $\frac{6}{10}$; b) $\frac{38}{10}$; c) $\frac{45}{100}$; d) $\frac{1901}{100}$; e) $\frac{8}{100}$; f) $\frac{721}{100}$; g) $\frac{5}{1000}$; h) $\frac{13}{100}$; i) $\frac{107}{100}$.

5. Scrie sub formă de fracții zecimale:
a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{5}$; c) $\frac{11}{4}$; d) $\frac{2}{25}$; e) $\frac{1}{20}$; f) $\frac{8}{40}$; g) $\frac{93}{16}$; h) $\frac{49}{5}$; i) $\frac{231}{20}$.

Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară

Ia aminte și ține minte!

- Transformăm o fracție zecimală finită în fracție ordinară astfel:

✦ la numărător scriem numărul format din toate cifrele, în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta, fără virgulă;

✦ la numitor scriem puterea lui 10 cu exponentul egal cu numărul de zecimale (cifrele de la dreapta virgulei).

Exemple: a) $2,3=\frac{23}{10}$; b) $0,6=\frac{6}{10}$; c) $0,16=\frac{16}{100}$; d) $5,42=\frac{542}{100}$; e) $0,06=\frac{6}{100}$;
f) $0,302=\frac{302}{1000}$; g) $12,403=\frac{12\ 403}{10^3}$; h) $0,006=\frac{6}{1000}=\frac{6}{10^3}$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Scrie ca fracție cu numitorul 10, următoarele fracții zecimale:
a) 5,7; b) 12,5; c) 0,8; d) 4,50; e) 125,7; f) 3,400; g) 9; h) 1,5; i) 49,40; j) 105,3; k) 81,4.

2. Scrie ca fracție cu numitorul 100, următoarele fracții zecimale:
a) 5,17; b) 92,91; c) 3,3; d) 9,00; e) 0,08; f) 0,5; g) 123,41; h) 14,14; i) 102,31; j) 7,05.

3. Scrie ca fracție cu numitorul 1 000, următoarele fracții zecimale:
a) 0,009; b) 0,012; c) 724,250; d) 0,250; e) 8,000; f) 9; g) 2,5; h) 0,75; i) 8,412; j) 16,302.

4. Transformă în fracții ordinare următoarele fracții zecimale:
a) 3,14; b) 1,4142; c) 1,7320; d) 0,0700; e) 0,102; f) 100,1; g) 99,99; h) 92,13; i) 0,431.

Exerciții și probleme

Scrierea și citirea fracțiilor zecimale

Exersează!

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) 12,405 are partea întreagă ....; b) 4,021 are partea zecimală ....
c) fracția zecimală 100,215 are: cifra zecimilor ...., cifra sutimilor ......, cifra miimilor ....
d) fracția zecimală 0,02 are: partea întreagă ..., partea zecimală ..., cifra zecimilor ..., cifra sutimilor ...

2. Citește următoarele fracții zecimale:
0,2; 7,5; 3,03; 1,005; 0,07, 10,008; 4,1003; 9,1234; 0,12405; 0,007; 5,99; 2,605; 31,005.

3. Scrie cu ajutorul cifrelor:
a) trei virgulă patruzeci; b) zero virgulă zero zero 7; c) doi virgulă șapte mii trei.

4. Scrie sub formă de fracție zecimală următoarele fracții ordinare:
$\frac{2}{100}$; $\frac{12}{100}$; $\frac{204}{1000}$; $\frac{5}{1000}$; $\frac{42}{1000}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{42}{100}$; $\frac{150}{100}$; $\frac{324}{100}$; $\frac{21}{100}$; $\frac{22}{1000}$; $\frac{33}{1000}$; $\frac{81}{100}$; $\frac{1313}{10}$.

5. Scrie sub formă de fracție zecimală următoarele fracții ordinare:
$\frac{3}{2}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{7}{50}$; $\frac{42}{600}$; $\frac{150}{300}$; $\frac{324}{400}$; $\frac{21}{700}$; $\frac{22}{110}$; $\frac{33}{3000}$; $\frac{81}{900}$; $\frac{1717}{1700}$.

6. Transformă în fracție zecimală:
$1\frac{1}{4}$; $7\frac{2}{5}$; $9\frac{3}{10}$; $3\frac{1}{25}$; $4\frac{7}{50}$; $6\frac{3}{8}$; $11\frac{1}{2}$; $5\frac{9}{20}$; $4\frac{9}{40}$; $2\frac{1}{250}$; $1\frac{3}{125}$; $1\frac{1}{7}$; $3\frac{14}{100}$; $2\frac{9}{100}$; $1\frac{3}{1000}$; $7\frac{1}{10}$.

Poți fi mai bun!

8. Scrie ce fracție reprezintă:
a) 6 luni dintr-un an; b) 9 luni dintr-un an; c) 6 ore dintr-o zi;
d) 12 ore dintr-o zi; e) o zi dintr-o săptămână; f) 15 minute dintr-o oră;
g) 30 de minute dintr-o oră; h) 15 secunde dintr-un minut; i) 6 secunde dintr-un minut.

Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară

Exersează!

1. Transformă în fracție ordinară următoarele fracții zecimale finite:
a) 2,705; b) 0,403; c) 20,004; d) 1,5; e) 0,2; f) 8,01; g) 0,12; h) 4,101; i) 6,25; j) 0,625.

2. Transformă în fracție ordinară ireductibilă următoarele fracții zecimale:
a) 12,5; b) 1,25; c) 0,125; d) 22,75; e) 0,2; f) 1,44; g) 16,9; h) 7,1; i) 62,5; j) 0,0625; k) 0,8.

3. Transformă în fracție ordinară ireductibilă următoarele fracții zecimale:
a) 273,6; b) 1405,25; c) 46,64; d) 103,08; e) 79,125; f) 13,1; g) 0,0064;
h) 1,9; i) 1,99; j) 1,999; k) 0,99; l) 7,05; m) 6,25; n) 0,500.

2. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale

Compararea fracțiilor zecimale

✦ Comparăm 0,1 și 0,01. Scriem $0,1=\frac{1}{10}$ și $0,01=\frac{1}{100}$. Cum $\frac{1}{10}>\frac{1}{100}$, rezultă 0,1 > 0,01.

✦ Comparăm 0,4 și 0,45. Scriem $0,4=\frac{4}{10}=\frac{40}{100}$ și $\frac{45}{100}=0,45$. Cum $\frac{40}{100}<\frac{45}{100}$, rezultă 0,4 < 0,45.

✦ Comparăm 2,852 și 2,872. Scriem $2,852=\frac{2852}{1000}$ și $2,872=\frac{2872}{1000}$. Cum $\frac{2852}{1000}<\frac{2872}{1000}$, rezultă 2,852 < 2,872.

Putem proceda și altfel: scriem $2,852=2+\frac{8}{10}+\frac{5}{100}+\frac{2}{1000}$ și $2,872=2+\frac{8}{10}+\frac{7}{100}+\frac{2}{1000}$.

- Comparăm partea întreagă: fiecare fracție are partea întreagă 2.
- Comparăm zecimile: fiecare fracție are $\frac{8}{10}$, adică opt zecimi.
- Comparăm sutimile: cum 5 < 7, avem $\frac{5}{100}<\frac{7}{100}$, așadar 2,852 < 2,872.

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a compara două fracții zecimale finite, procedăm astfel:
  - mai întâi comparăm părțile lor întregi, fracția zecimală mai mică este fracția cu partea întreagă mai mică;
  - dacă părțile întregi sunt egale, comparăm părțile zecimale.

Exemple: a) Comparăm 17,925 și 32,604.

• comparăm partea întreagă: 17 < 32. Așadar, avem 17,925 < 32,604.

b) Comparăm 25,4 și 25,35.

• comparăm partea întreagă: 25 = 25; comparăm partea zecimală: cum 40 > 35 ⇒ 0,40 > 0,35. Așadar, avem 25,4 > 25,35.

Aplică ce ai învățat!

1. Compară fracțiile zecimale finite:

a) 27,364 și 27,359; b) 260,04 și 259,999; c) 10,2 și 10,09;
d) 0,009 și 0,01; e) 99,1 și 99,099; f) 2 și 1,9999.

2. Copiază în caiet și completează căsuțele cu semnul corespunzător (<, =, >):

a) 23,15 ☐ 32,15; b) 6,20 ☐ 6,02; c) 5,73 ☐ 5,8; d) 17,1 ☐ 5,32
e) 123,7 ☐ 123,70; f) 0,09 ☐ 0,0900; g) 231,3 ☐ 15,800; h) 15,3 ☐ 15,03.

Ordonarea fracțiilor zecimale

Ordonarea fracțiilor zecimale se face crescător sau descrescător.

Exemplu: Ordonează crescător următoarele fracții zecimale:

25,9; 25,92; 25,79; 25,8; 25,09.

Obținem: 25,09 < 25,79 < 25,8 < 25,9 < 25,92.

Aplică ce ai învățat!

1. Ordonează crescător următoarele fracții zecimale: 7,22; 7,231; 7,250; 7,221; 7,219; 7,222; 7,228.

2. Ordonează descrescător: a) 62,23; 62,25; 6,225; 622,5; 62,32; 26,55;
b) 1,700; 0,999; 1,699; 0,99; 0,00999; 1,755.

3. Ordonează crescător următoarele fracții zecimale: 2,15; 0,20; 21,5; 0,2150; 27,3; 20,15; 2,015.

Aproximări

Aproximăm fracția zecimală 15,365:

Avem $15 < 15{,}365 < 16$.

- aproximarea prin lipsă cu o unitate este 15;
- aproximarea prin adaos cu o unitate este 16.

Avem $15{,}3 < 15{,}365 < 15{,}4$.

- aproximarea prin lipsă cu o zecime este 15,3;
- aproximarea prin adaos cu o zecime este 15,4.

Avem $15{,}36 < 15{,}365 < 15{,}37$.

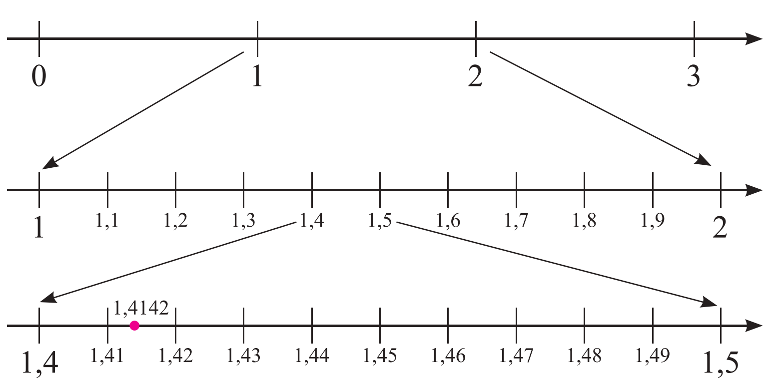
- aproximarea prin lipsă cu o sutime este 15,36;
- aproximarea prin adaos cu o sutime este 15,37.

Aplică ce ai învățat!

1. Copiază și completează tabelul după modelul din prima linie:

Fracția zecimală finită	APROXIMARE					
	Prin lipsă cu:			Prin adaos cu:		
	o unitate	o zecime	o sutime	o unitate	o zecime	o sutime
17,326	17	17,3	17,32	18	17,4	17,33
2,9945						
0,403						
34,1002						
103,071						
901,901						
7,003						
1,215						

Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale finite



Reprezentăm pe axă fracția zecimală 1,4142.

Avem $1 < 1{,}4142 < 2$.

• Luăm unitatea de măsură de pe axă cuprinsă între 1 și 2 și o împărțim în 10 părți egale, adică 10 zecimi.

Avem $1{,}4000 < 1{,}4142 < 1{,}5000$.

• Luăm zecimea de pe axă cuprinsă între 1,4 și 1,5 și o împărțim în 10 sutimi.

Avem $1{,}4100 < 1{,}4142 < 1{,}4200$.

Exerciții și probleme

Comparare și ordonare

Exersează!

1. Compară numerele, scriind semnul corespunzător (<, =, >) între ele:
a) 7,03 și 7,30; b) 1,009 și 1,2; c) 5,20 și 5,2000; d) 1,01 și 1,010; e) 12,39 și 8,39;
f) 0,7 și 0,70; g) 6,5 și 6; h) 39 și 39,723; i) $\frac{42}{10}$ și 4,2; j) 9,5 și $\frac{950}{100}$.

2. Ordonează crescător șirurile:
a) 12,6; 4,52; 79,3; 0,46; b) 23,8; 8,23; 2,38; 83,2; 3,28; c) 0,452; 0,4; 0,04; 0,542; 0,2;
d) 4,531; 4,55; 4,351; 4,6; e) 2,14; 17,53; 8,03; 9,43; f) 14,2; 14,02; 14,17.

Alege răspunsul corect!

3. 5,243 este mai mic decât: A) 5,02; B) 5,21; C) 5,3; D) 5,242.

4. 7,41 este mai mare decât: A) 7,42; B) 7,5; C) 7,412; D) 7,39.

5. Dintre următoarele numere fracția cea mai mică este:
A) 9,10; B) 9,092; C) 9,091; D) 9,09000.

Aproximări

Exersează!

1. Aproximează cu o zecime prin lipsă, apoi cu o zecime prin adaos fracțiile zecimale:
0,25; 4,51; 12,423; 37,37; 2,01; 8,13; 15,23; 24,36; 4,001; 18,302; 14,015; 13,925; 6,054.

2. Aproximează cu o sutime prin lipsă, apoi cu o sutime prin adaos fracțiile zecimale:
0,082; 101,101; 2,253; 5,017; 9,203; 15,049; 36,412; 12,367; 19,025; 29,723; 42,431.

3. a) Scrie 5 fracții zecimale cuprinse între 7 și 8.
b) Scrie 5 fracții zecimale cuprinse între 6,5 și 7.
c) Scrie 5 fracții zecimale cuprinse între 2,82 și 2,83.

Alege răspunsul corect!

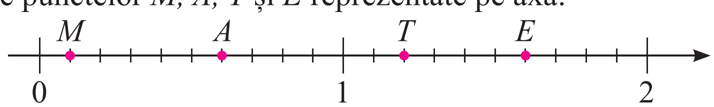
4. Aproximarea la unități prin lipsă a fracției zecimale 2,625 este: A) 2,6; B) 3; C) 2; D) 2,62

5. Aproximarea prin adaos cu o zecime a fracției zecimale 4,938 este: A) 5; B) 4,9; C) 4; D) 4,94.

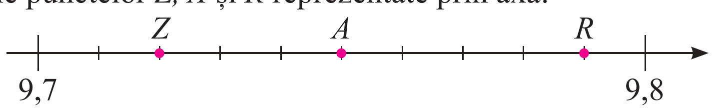
Reprezentarea pe axă a fracțiilor zecimale finite

Exersează!

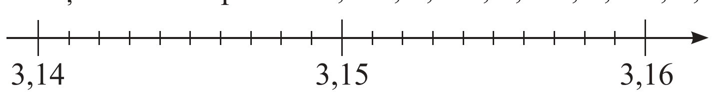
1. Precizează coordonatele punctelor *M, A, T* și *E* reprezentate pe axa:



2. Precizează coordonatele punctelor *Z, A* și *R* reprezentate prin axa:

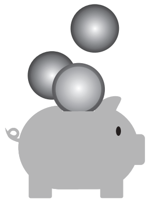


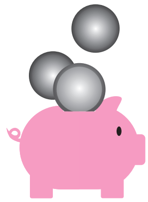
3. Reprezintă următoarele fracții zecimale pe axă: 3,143; 3,147; 3,152; 3,155; 3,158; 3,150.



3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

Ana și Mihai vor să afle câți lei au în pușculițe. Ei numără bancnotele. Ana are 253 lei, iar Mihai 237 lei. Ei numără și monezile. Ana are 185 de bani, iar Mihai are 53 de bani.





Știm că $\boxed{100 \text{ bani} = 1 \text{ leu}}$,

atunci 185 bani = 1 leu + 85 bani
= 1 leu + 0,85 lei
= 1,85 lei
53 bani = 0,53 lei

Ana are 253 lei + 1,85 lei, iar Mihai are 237 lei + 0,53 lei.

Pentru a afla ce sumă are fiecare în pușculiță, le adunăm astfel: așezăm fracțiile unele sub altele, astfel încât virgula să fie sub virgulă și adunăm unitățile de același ordin (miimi cu miimi, sutimi cu sutimi, zecimi cu zecimi...).

Scriem 253 = 253,00.
Obținem:

$$\begin{array}{r} 253{,}00\ + \\ \underline{1{,}85} \\ 254{,}85 \end{array}$$

Adunăm astfel:
5 sutimi + 0 sutimi = 5 sutimi
8 zecimi + 0 zecimi = 8 zecimi
Scriem virgula la rezultat.
1 unitate + 3 unități = 4 unități
5 zeci = 5 zeci
2 sute = 2 sute

Scriem 237 = 237,00
Obținem:

$$\begin{array}{r} 237{,}00\ + \\ \underline{0{,}53} \\ 237{,}53 \end{array}$$

Adunăm astfel:
3 sutimi + 0 sutimi = 3 sutimi
5 zecimi + 0 zecimi = 5 zecimi
Scriem virgula la rezultat.
0 unități + 7 unități = 7 unități
3 zeci = 3 zeci
2 sute = 2 sute

• Ana cheltuie 40,25 lei din cei 254,85 lei, pe care îi are în pușculiță. Câți lei i-au rămas Anei?

Scădem:

$$\begin{array}{r} 254{,}85\ - \\ \underline{40{,}25} \\ 214{,}60 \end{array}$$

Procedăm astfel:
5 sutimi – 5 sutimi = 0 sutimi
8 zecimi – 2 zecimi = 6 zecimi
Scriem virgula la rezultat.
4 unități – 0 unități = 4 unități
5 zeci – 4 zeci = 1 zece
2 sute = 2 sute

Ia aminte și ține minte!

● Pentru a aduna sau scădea fracțiile zecimale finite procedăm astfel: scriem fracțiile una sub cealaltă, astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgulă sub virgulă, zecimi sub zecimi, sutimi sub sutimi și așa mai departe și se adună sau se scad după regulile de la adunarea și scăderea numerelor naturale, iar virgula se coboară la rezultat.

Aplică ce ai învățat!

Calculează:

a) 5,3 + 18,94; b) 79,06 + 0,2; c) 1 – 0,01; d) 20,173 – 5,13; e) 456,18 + 0,326;
f) 3 + 0,205; g) 72,003 – 5,4; h) 100 + 5,2; i) 14,6 – 2,34; j) 284,5 – 14,03.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Calculează:

a) 2,3 + 3,2; 0,57 + 0,42; 7,2 – 0,83;
b) 3,26 + 5,62; 3,05 – 0,128; 5,13 + 9,24;
c) 13,45 – 6,328; 4,363 + 23,49; 5,241 – 4,732;
d) 0,236 + 7,2; 5,362 + 0,102; 10,98 + 0,23.

2. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Numărul cu 2,3 mai mare decât 3,57 este ....
b) Suma numerelor 0,705 și 4 este ....
c) Numărul 10,1 mărit cu 5,72 este ...

3. Scrie asocierile corecte dintre litera din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) 3,6 + 4,2	1) 5,425
b) 5 + 0,425	2) 7,8
c) 9,1 + 2,93	3) 0,925
	4) 13,03

b)

A	B
a) 5,7 – 2,75	1) 5,97
b) 6 – 0,03	2) 2,95
c) 9,7 – 2,75	3) 6,95
	4) 5,07

4. *Alege răspunsul corect!* David merge pe jos 0,7 km, iar cu bicicleta 1,5 km. Lungimea totală a drumului este de:
A) 0,85 km B) 2,3 km C) 8,5 km D) 2,2 km

5. Radu primește de la bunici 300 lei, din care cumpără o bicicletă cu 101,99 lei, o cască de protecție cu 110 lei și o pizza cu 12,50 lei. Câți lei îi mai rămân?

Poți fi mai bun!

6. Calculează:
a) 1,2 + 1,02 + 1,002 + 1,0002 + 1,00002 + 1,000002;
b) 100 + 0,3 + 0,003 + 0,0003 + 0,00003 + 0,000003;
c) 9 + 0,1 + 0,02 + 0,003 + 0,0004 + 0,00005;
d) 0,9 + 0,99 + 0,999 + 0,9999.

7. Copiază pe caiet și scrie în căsuță litera corespunzătoare rezultatului. Ce cuvânt s-a format?

29,937 + 50,375 → ☐
129,937 + 250,375 → ☐
41,387 – 23,978 → ☐
541,387 – 323978 → ☐

I	380,313
N	17,409
B	80,313
E	217,409

Fii campion!

8. Reconstituie adunările, respectiv scăderile următoare:

a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
3,*45+	1*,*9+	4,3** –	*7,5*–	12,*4+	90,4*5+	*8,*9–
,73	79,2*	0,***	87,8*	*,71	10,*02	68,2*
9,2*4	97,53	1,342	*,78	*3,7*	***,71*	1*,72

4. Înmulțirea fracțiilor zecimale finite

Înmulțirea fracțiilor zecimale finite cu puteri ale lui 10:

$$81{,}92\cdot 10=\frac{8192}{100}\cdot 10=\frac{8192}{10}=819{,}2\,;$$

$$81{,}92\cdot 100=\frac{8192}{100}\cdot 100=8192\,;$$

$$81{,}92\cdot 1000=\frac{8192}{100}\cdot 1000=81920\,.$$

Ia aminte și ține minte!

- Înmulțirea unei fracții zecimale finite cu o putere a lui 10 se efectuează asfel: mutăm virgula spre dreapta peste un număr de zecimale egal cu exponentul lui 10. Dacă nu sunt zecimale suficiente, se completează cu zerouri.

  Exemple: a) 23,52 · 10 = 235,2; b) 23,52 · 100 = 2 352; c) 23,52 · 1 000 = 23 520.

- Înmulțirea a două fracții zecimale se efectuează astfel: se înmulțesc ca două numere naturale (fără a ține seama de virgulă), iar rezultatul obținut are tot atâtea zecimale câte zecimale au împreună cele două fracții zecimale.

  Exemplu: 23,52 · 1,2 = 28,224.

$$\begin{array}{r} 23{,}52\ \cdot \\ \underline{1{,}2} \\ 4704 \\ \underline{2352\ } \\ 28{,}224 \end{array}$$

Aplică ce ai învățat!

Calculează:

a) 23,52 · 10; b) 0,14 · 100; c) 7,3 · 6; d) 2,03 · 2,5;
e) 11,5 · 7,1; f) 60,7 · 2,34; g) 97,46 · 100; h) 0,025 · 10;
i) 206 · 26,5; j) 29,8 · 1,6; k) 19,08 · 0,5; l) 3,007 · 5,2.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Calculează:

a)	b)	c)	d)	e)
5,42 · 10	5,42 · 100	5,42 · 1 000	37,405 · 10	0,009 · 10
7,31 · 10	7,31 · 100	7,31 · 1 000	18,079 · 10	0,099 · 10
0,75 · 10	0,75 · 100	0,75 · 1 000	25,004 · 10	0,999 · 10
9,07 · 10	9,07 · 100	9,07 · 1 000	11,230 · 10	0,909 · 10.

2. Calculează:

a)	b)	c)	d)	e)	f)
5,42 · 6	7,5 · 3	7,5 · 0,3	0,75 · 0,3	0,3 · 0,75	7,5 · 2
5,42 · 0,6	9 · 10,1	0,9 · 10,1	1,01 · 0,9	0,9 · 1,01	7,5 · 0,2
5,42 · 0,06	6,5 · 2	6,5 · 2,5	0,65 · 0,2	0,2 · 0,65	7,5 · 0,02
5,42 · 0,006	2,3 ·7	6,4 · 3,6	82,7 · 3,5	3,8 · 58,4	7,5 · 0,002

3. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Numărul de 4 ori mai mare decât 2,5 este .....
b) Produsul numerelor 17,5 și 2,01 este ....
c) Numărul 10,2 mărit de 3,1 ori este ...

4. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) $8{,}01 \cdot 0{,}2$	1) 0,1602
b) $3{,}141516 \cdot 0$	2) 1,602
c) $0{,}02 \cdot 8{,}01$	3) 3,141516
	4) 0

b)

A	B
a) $3{,}14 \cdot 0{,}2$	1) 0,00628
b) $6{,}28 \cdot 0{,}001$	2) 6,28
c) $3{,}14 \cdot 0{,}02$	3) 0,628
	4) 0,0628

5. *Alege răspunsul corect!* O cutie cântărește 0,25 kg. 120 de cutii de același fel vor cântări:
A) 6 kg B) 300 kg C) 60 kg D) 30 kg

6. Un metru de stofă costă 53,60 lei. Câți lei costă 7,5 m de stofă?

7. Un tractor ară într-o zi 6,24 hectare de teren. Câte hectare va ara tractorul în 4 zile?

8. Într-un sac sunt 50,7 kg de cartofi. Câte kilograme de cartofi sunt în 7 saci și jumătate, de același fel?

9. Dănuț are înălțimea de 1,30 m. Tatăl său are înălțimea de 1,5 ori mai mare decât Dănuț. Care este înălțimea tatălui lui Dănuț?

Poți fi mai bun!

10. La un anumit moment al zilei, umbra unui stâlp are lungimea de 1,3 m. Află înălțimea stâlpului dacă aceasta este de 2,4 ori mai mare decât umbra sa în acel moment.

11. Reconstituie înmulțirile următoare:

205,8 ·	**,* ·	80,* ·	**,** ·
**,*	4,6	7,5	4,23
14406	1674	4015	29709
4116	1116	5621	19806
2058	***,**	***,**	39612
****,**			***,****

Fii campion!

12. Scrie în căsuță litera din tabel, corespunzătoare rezultatului. Ce cuvânt s-a format?

$6{,}3 \cdot 12{,}1 \rightarrow$ ☐
$6{,}3 \cdot 1{,}21 \rightarrow$ ☐
$2{,}1 \cdot 1{,}21 \rightarrow$ ☐
$2{,}1 \cdot 1{,}1 \rightarrow$ ☐
$3{,}3 \cdot 2{,}1 \rightarrow$ ☐

U	7,623
P	2,541
R	6,93
S	76,23
E	2,31

13. Un autoturism consumă la fiecare kilometru parcurs 0,075 litri de benzină. Câți litri consumă pentru distanța de:
a) 100 km; b) 50 km; c) 200 km; d) 3,5 km; e) 10,8 km; f) 7,2 km.

14. La un magazin s-au vândut într-o zi 56,20 m de mătase, iar a doua zi de 1,2 ori mai mult. Câți metri de mătase s-au vândut a doua zi?

15. Un copac are înălțimea de 3,5 m. Dacă la un moment al zilei, umbra sa este de 0,9 ori mai mare decât înălțimea, află lungimea umbrei copacului în acel moment al zilei.

5. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Media aritmetică. Periodicitate

Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală

Ioana îi provoacă pe cei doi prieteni ai săi, Dan și Claudia, la un joc. Sunt trei bilețele cu trei împărțiri de numere naturale. Fiecare extrage un bilet.

Provocarea: *Care este a 2017-a zecimală a fiecărui cât obținut?*

Ioana

```
29,000 | 3
27     | 9,66...
=20
 18
 =20
  18
  =2
```

Dan

```
47,00 | 6
42    | 7,833...
=50
 48
 =20
  18
  =20
   18
   =2
```

Claudia

```
35,00 | 8
32    | 4,375
=30
 24
 =60
  56
  =40
   40
   ==
```

Câtul obținut de Ioana are a 2017-a zecimală egală cu 6.

Câtul obținut de Dan are a 2017-a zecimală egală cu 3.

Câtul obținut de Claudia are a 2017-a zecimală egală cu 0.

1. Efectuăm împărțirea 59 : 20.

Procedăm astfel:

```
59 | 20
40 | 2
19
```

Pasul 1

• Efectuăm împărțirea celor două numere naturale. Obținem un **<u>cât</u>** și un **<u>rest</u>** care sunt două numere naturale.

Pentru a obține fracție zecimală continuăm împărțirea:

```
59,0 | 20
40   | 2,
19
```

Pasul 2

• scriem virgula după deîmpărțit și după câtul obținut, la deîmpărțit după virgulă adăugăm zerouri;

```
59,0 | 20
40   | 2,
190
```

Pasul 3

• coborâm pe **<u>zero</u>** după restul obținut;

```
59,00 | 20
40    | 2,95
190
180
=100
 100
 ===
```

Pasul 4

• facem cuprinderea și trecem rezultatul după virgulă, continuăm împărțirea.

Așadar 59 : 20 = 2,95. Am obținut o fracție zecimală finită.

2. Efectuăm împărțirea 22 : 3.

$$\begin{array}{l|l} 22{,}000 & 3 \\ \underline{21} & 7{,}333 \\ =10 & \\ \ \ \underline{9} & \\ \ \ =10 & \\ \ \ \ \ \underline{9} & \\ \ \ \ \ =10 & \\ \ \ \ \ \ \ \underline{9} & \\ \ \ \ \ \ \ =1 & \end{array}$$

22 : 3 = 7,333...

Oricât de mult am continua împărțirea se obține la cât, de fiecare dată, cifra 3.

7,333... se scrie 7,(3) și se citește *șapte virgulă perioadă trei*.

Această fracție este **o fracție zecimală periodică simplă**. 3 este perioada.

Așadar, 22 : 3 = 7,(3).

3. Efectuăm împărțirea 23 : 6.

$$\begin{array}{l|l} 23{,}000 & 6 \\ \underline{18} & 3{,}833 \\ =50 & \\ \ \ \underline{48} & \\ \ \ =20 & \\ \ \ \ \ \underline{18} & \\ \ \ \ \ =20 & \\ \ \ \ \ \ \ \underline{18} & \\ \ \ \ \ \ \ =2 & \end{array}$$

23 : 6 = 3,833...

3,833... se scrie 3,8(3) și se citește *trei virgulă opt perioadă trei*.

Această fracție este **o fracție zecimală perioadă mixtă**. 8 este partea neperiodică, iar 3 este perioada.

Așadar 23 : 6 = 3,8(3).

Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a transforma o fracție ordinară într-o fracție zecimală se împarte numărătorul la numitor.

Exemple: a) $\frac{59}{20}=2{,}95$ este fracție zecimală finită; b) $\frac{22}{3}=7{,}(3)$ este fracție zecimală periodică simplă; c) $\frac{23}{6}=3{,}8{,}(3)$ este fracție zecimală periodică mixtă.

- Dacă numitorul fracției ordinare ireductibile are ca divizori doar puteri ale lui 2 sau 5, atunci fracția ordinară se transformă în fracție zecimală finită.

Exemple: $\frac{5}{2}=2{,}5$; $\frac{7}{4}=1{,}75$; $\frac{1}{5}=0{,}2$; $\frac{3}{8}=0{,}375$; $\frac{11}{20}=0{,}55$; $\frac{1}{25}=0{,}04$; $\frac{2}{125}=0{,}016$; $\frac{7}{40}=0{,}175$.

- Dacă numitorul fracției ordinare ireductibile are ca divizori puteri nenule, altele decât 2 și 5, atunci fracția ordinară se transformă în fracție periodică simplă:

Exemple: $\frac{2}{3}=0{,}(6)$; $\frac{4}{9}=0{,}(4)$; $\frac{5}{11}=0{,}(45)$; $\frac{5}{27}=0{,}(185)$; $\frac{1}{7}=0{,}(142857)$.

- Dacă numitorul fracției ordinare ireductibile are ca divizori puteri nenule ale lui 2 sau 5 și cel puțin un divizor prim, altul decât 2 și 5, se transformă în fracție zecimală periodică mixtă:

Exemple: $\frac{31}{6}=5{,}1(6)$; $\frac{7}{22}=0{,}3(18)$; $\frac{5}{12}=0{,}41(6)$; $\frac{73}{18}=4{,}0(5)$; $\frac{41}{15}=2{,}7(3)$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Transformă în fracții zecimale:

a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{11}{2}$; c) $\frac{13}{7}$; d) $\frac{15}{4}$; e) $\frac{29}{6}$; f) $\frac{5}{12}$; g) $\frac{31}{15}$; h) $\frac{50}{27}$; i) $\frac{23}{11}$; j) $\frac{37}{18}$; k) $\frac{24}{13}$; l) $\frac{100}{33}$; m) $\frac{43}{8}$.

2. Fără a efectua împărțirile, stabilește ce fel de fracție zecimală (finită sau periodică simplă sau periodică mixtă) se obține prin transformarea următoarelor fracții ordinare:

a) $\frac{25}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{23}{8}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{51}{25}$; $\frac{3}{50}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{101}{40}$; b) $\frac{9}{15}$; $\frac{14}{22}$; $\frac{10}{6}$; $\frac{21}{18}$; $\frac{15}{30}$; $\frac{39}{21}$; $\frac{6}{45}$; $\frac{18}{27}$; $\frac{20}{50}$; $\frac{49}{42}$; $\frac{20}{30}$.

3. Verifică prin împărțire dacă: a) $\frac{14}{15}=0,9(3)$; b) $\frac{73}{37}=1,(972)$; c) $\frac{31}{13}=2,(384615)$.

Media aritmetică a două sau mai multe numere naturale

✧ Matei are la biologie, pe semestrul al doilea, următoarele note: 8, 7 și 10. Care este media lui Matei la biologie?

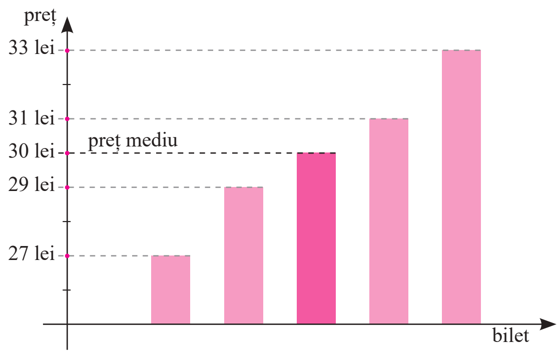
Adunăm notele și rezultatul obținut îl împărțim la 3: $(8 + 7 + 10) : 3 = 25 : 3 = 8,(3)$.

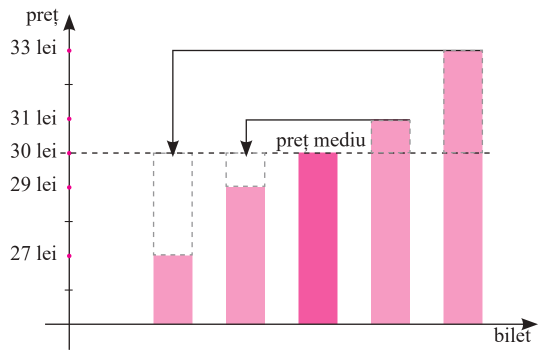
Observăm că $7 < 8 < 8,(3) < 10$.

Media la biologie este rotunjirea rezultatului 8,(3) la întregi, adică 8. Așadar, media lui Matei la biologie este 8.

✧ Prețul oferit de cinci firme de transport rutier pentru un bilet Craiova-București este de 30 lei, 29 lei, 33 lei, 31 lei, respectiv 27 lei. Care este prețul mediu al unui bilet Craiova-București?

Pentru a înțelege prețul mediu, reprezentăm datele într-o diagramă.





Observăm că:

1) prețul mediu este mai mare decât cel mai mic preț și mai mic decât cel mai mare preț;

27 lei < 29 lei < 30 lei < 31 lei < 33 lei

2) tot ce este sub prețul mediu este compensat de tot ce depășește prețul mediu.

Ia aminte și ține minte!

- Media aritmetică a două sau mai multe numere naturale este egală cu suma numerelor date împărțită la numărul lor.
- Media aritmetică este un număr mai mare sau egal cu cel mai mic număr și mai mic sau egal cu cel mai mare număr.

Exemple: a) Media aritmetică a numerelor 8 și 7 este $(8 + 7) : 2$, adică 7,5. Observăm că $7 < 7,5 < 8$.

b) Media aritmetică a numerelor 3, 4 și 5 este $(3 + 4 + 5) : 3$, adică 4. Observăm că $3 < 4 < 5$.

Aplică ce ai învățat!

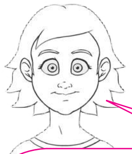
1. Înălțimile clădirilor din curtea școlii sunt 2 m, 6 m, 10 m și 15 m. Află înălțimea medie a acestor clădiri.

2. Ce medie are Dana la limba engleză, dacă notele ei sunt 8, 9, 8, 10?

3. Află media aritmetică a numerelor: a) 5 și 10; b) 10, 15, 30; c) 12, 15, 22, 25; d) 6, 7, 8, 9, 10.

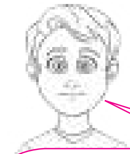
Lucrează în echipă!

Citiți cu atenție!



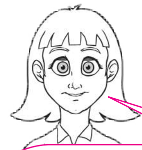
Roxana

Dacă mă cântăresc împreună cu Victor avem greutatea medie de 41 kg.



Victor

Dacă mă cântăresc împreună cu Adriana avem greutatea medie de 41,5 kg.



Adriana

Dacă mă cântăresc împreună cu Roxana avem greutatea medie de 40,5 kg.

Câte kilograme cântărește fiecare?

Exerciții și probleme

Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală

Exersează!

1. Calculează:

a)	b)	c)	d)	e)	f)
5 : 2	23 : 6	123 : 16	1 070 : 64	9 431 : 11	3 415 : 32
9 : 4	41 : 3	425 : 32	7 432 : 25	1 045 : 13	6 501 : 36
13 : 6	52 : 5	704 : 18	7 100 : 36	5 100 : 19	2 834 : 15
15 : 7	63 : 8	903 : 125	3 701 : 60	6 203 : 66	1 234 : 18

2. Completează pe caiet spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Câtul numerelor 51 și 2 este fracția zecimală finită ....

b) Dacă împărțim 75 la 8 obținem fracția zecimală finită ....

c) Dacă împărțim 935 la 125 obținem fracția zecimală finită ....

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) 101 : 7	1) 14,(428571)
b) 404 : 7	2) 57,(714285)
c) 101 : 14	3) 7,2(428570)
	4) 7,(428571)

b)

A	B
a) 32 : 18	1) 1,(7)
b) 45 : 18	2) 3,5
c) 64 : 18	3) 3,(5)
	4) 2,5

Media aritmetică a două sau mai multe numere naturale

Exersează!

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Media aritmetică a numerelor 7; 8 și 9 este ......

b) Dacă media aritmetică a două numere este 3,4, atunci suma lor este ......

c) Dacă media aritmetică a cinci numere este 10,3, atunci suma lor este ......

Alege răspunsul corect!

2. Media aritmetică a numerelor 2; 5; 7; 9, este: A) 0,3 B) $\frac{2}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 0,25.

3. Media aritmetică a trei numere consecutive pare este 10. Cel mai mic număr este:

A) 8 B) 10 C) 6 D) 12.

4. La un magazin sunt mere cu 2 lei/kg și 3 lei/kg. Care este prețul mediu al unui kilogram de mere la acel magazin?

5. Într-o excursie de seniori sunt patru bunici cu vârste de 65 de ani, 68 de ani, 70 de ani și 72 de ani. Care este vârsta medie?

6. Temperaturile înregistrate timp de 5 zile sunt prezentate în tabelul alăturat. Află temperatura medie.

Ziua	I	II	III	IV	V
temperatură (°C)	25	26	28	30	32

Fii campion!

7. Consumul de combustibil al unui autoturism, la suta de kilometri, este 8 litri, 9 litri și 10 litri de benzină. Află consumul mediu la suta de kilometri.

Transformarea unei fracții ordinare în frație zecimală

Exersează!

1. Transformă în fracții zecimale următoarele fracții ordinare: a) $\frac{17}{4}$; b) $\frac{29}{3}$; c) $\frac{27}{6}$; d) $\frac{103}{5}$.

Alege răspunsul corect!

2. Scrierea fracției ordinare $\frac{181818}{151515}$ sub formă de fracție zecimală este: A) 0,5; B) 1,2; C) 0,4; D) 0,6.

3. Scrierea sub formă zecimală a fracției ordinare $\frac{19}{3}$ este: A) 6,3; B) 6,2; C) 6,5; D) 6,(3).

Poți fi mai bun!

4. Scrie asocierile corecte dintre litera din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) $\frac{23}{5}$	1) 7,(6)
b) $\frac{23}{3}$	2) 3,8(3)
c) $\frac{23}{6}$	3) 4,(6)
	4) 4,6

b)

A	B
a) $\frac{43}{3}$	1) 28,(6)
b) $\frac{86}{3}$	2) 14,(3)
c) $\frac{430}{3}$	3) 143,(3)
	4) 28,6

Fii campion!

5. Fie fracțiile ordinare: $\frac{7}{5}$; $\frac{27}{10}$; $\frac{55}{7}$; $\frac{107}{6}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{103}{25}$; $\frac{13}{18}$; $\frac{25}{4}$; $\frac{39}{2}$; $\frac{29}{3}$; $\frac{87}{13}$; $\frac{232}{16}$; $\frac{541}{11}$; $\frac{405}{100}$; $\frac{23}{40}$.

Fără a face transformările, scrie care dintre ele sunt:

a) fracții zecimale finite;

b) fracții zecimale periodice simple;

c) fracții zecimale periodice mixte.

6. Împărțirea fracțiilor zecimale finite

Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural nenul

$$127,25:10=\frac{12725}{100}:10=\frac{12725}{100}\cdot\frac{1}{10}=\frac{12725}{1000}=12,725$$

$$127,25:10^2=127,25:100=\frac{12725}{100}:100=\frac{12725}{100}\cdot\frac{1}{100}=\frac{12725}{10000}=1,2725$$

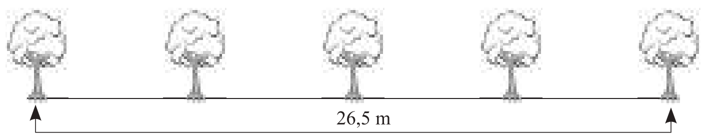
$$127,25:10^3=127,25:1000=\frac{12725}{100}:1000=\frac{12725}{100}\cdot\frac{1}{1000}=\frac{12725}{100000}=0,12725$$

Ia aminte și ține minte!

- Împărțirea unei fracții zecimale finite la o putere a lui 10 se efectuează astfel: mutăm virgula spre stânga peste tot atâtea cifre cât este exponentul lui 10.

Exemple: 7,5 : 10 = 0,75; 7,5 : 102 = 0,075; 7,5 : 103 = 0,0075;
12 : 10 = 1,2; 12 : 102 = 0,12; 12 : 103 = 0,012;
101,2 : 10 = 10,12; 101,2 : 102 = 1,012; 101,2 : 103 = 0,1012.

✦ Pe o distanță de 26,5 m se află 5 arbori, situați la distanțe egale. Află distanța dintre doi arbori consecutivi.




```
26,5 | 4
24   | 6,625
=25
 24
 =20
  20
  ==
```

26,5 : 4 = 6,625 m (distanța dintre doi arbori consecutivi)

Efectuăm împărțirea 16,7 : 5.
Pentru a împărți o fracție zecimală la un număr natural, procedăm astfel:

```
16,7 | 5
15   | 3,
=1
```

Pasul 1
- împărțim partea întreagă la numărul dat;
- scriem virgula la cât.

```
16,7 | 5
15   | 3,34
=17
 15
  20
  20
  ==
```

Pasul 2
- continuăm împărțirea

✦ Se ambalează 62,5 kg mălai în pungi de câte 2,5 kg. Câte pungi sunt necesare?
62,5 kg = 625 hg
2,5 kg = 25 hg
625 : 25 = 25, adică 62,5 : 2,5 = 25 (pungi necesare).

Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale

Ia aminte și ține minte!

- Pentru a împărți două fracții zecimale, procedăm astfel:
  - înmulțim atât deîmpărțitul, cât și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural;

$$\begin{array}{l|l} 3,24 & 18 \\ \cline{2-2} \underline{18} & 0,18 \\ \ \ 144 & \\ \ \ \underline{144} & \\ \ \ === & \end{array}$$

- împărțim noul deîmpărțit la noul împărțitor conform regulii de împărțire a fracțiilor zecimale la un număr natural.

Exemplu: 0,324 : 1,8 = ?; 1,8 · 10 = 18 și 0,324 · 10 = 3,24;
deci 0,324 : 1,8 = 3,24 : 18 = 0,18.

Aplică ce ai învățat!

1. Calculează oral:
a) 3 : 2; b) 5 : 2; c) 7 : 2; d) 9 : 2; e) 0,3 : 0,2; f) 0,5 : 0,2; g) 0,7 : 2; h) 0,9 : 0,2.

2. Calculează și verifică prin probă: a) 13 : 2; b) 13 : 0,2; c) 1,3 : 3; d) 0,13 : 0,2;
e) 0,013 : 0,2; f) 0,0013 : 0,02; g) 0,144 : 1,2; h) 0,144 : 0,12; i) 1,44 : 1,2.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Află câtul: a) 0,9 : 0,09; b) 45,15 : 1,5; c) 81,81 : 0,81; d) 32,32 : 0,16;
e) 2,7 : 0,9; f) 4,5 : 0,9; g) 0,49 : 0,7; h) 2,17 : 0,07.

2. De câte ori este mai mic 0,8 decât 6,4?

3. Calculează:

a)	b)	c)	d)
18,2 : 2	21,403 : 10	21,84 : 3	3,451 : 17
18,2 : 0,2	21,403 : 100	21,84 : 0,3	3,451 : 1,7
18,2 : 0,2	21,403 : 1000	21,84 : 0,03	3,451 : 0,17
18,2 : 0,002	21,403 : 10000	21,84 : 0,003	3,451 : 0,017

4. Completează pe caiet spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Câtul fracțiilor zecimale 13,5 și 2,5 este ....
b) Fracția zecimală de 100 de ori mai mică decât 104,03 este ....
c) Fracția zecimală de 0,1 ori mai mică decât 2,3 este ....

Alege răspunsul corect!

5. Dacă împărțim 4,5 la 2,1 obținem: A) 2,1 B) 2,142 C) 2,14 D) 2,(142857)

6. Rezultatul calculului 61,2 : 1,6 este: A) 38,1 B) 38,5 C) 38,25 D) 38,2

7. Dacă împărțim 35,84 la 6,4 obținem: A) 5,4 B) 5,2 C) 5 D) 5,6

Poți fi mai bun!

8. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) 40,3403 : 40,3	1) 1001
b) 403,403 : 40,3	2) 1,001
c) 4034,03 : 40,3	3) 10,01
	4) 100,1

b)

A	B
a) 1818,18 : 1,8	1) 101010
b) 1818,18 : 0,18	2) 1010,1
c) 1818,18 : 0,018	3) 10101
	4) 10,10

Fii campion!

9. Maria a plătit pentru 5 pixuri identice 13,75 lei. Câți lei costă un pix?

10. Bunica a făcut 14,75 kg dulceață de afine și a umplut borcane de 0,250 g. Câte borcane a umplut bunica cu dulceață de afine?

7. Transformarea unei fracții periodice în fracție ordinară

Transformarea unei fracții zecimale periodice simple în fracție ordinară

Ia aminte și ține minte!

- O fracție zecimală periodică simplă se transformă în fracție ordinară, astfel:
  - numărul din fața virgulei reprezintă întregii;
  - la numărător se scrie perioada;
  - la numitor se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă.

Exemple: a) $0,\underbrace{(3)}_{\text{o cifră}}=\dfrac{3}{\underbrace{9}_{\text{o cifră}}}$; b) $2,(3)=2\dfrac{3}{9}=2\dfrac{1}{3}=\dfrac{2\cdot 3+1}{3}=\dfrac{7}{3}$; c) $0,\underbrace{(36)}_{\text{2 cifre}}=\dfrac{36^{(9}}{\underbrace{99}_{\text{2 cifre}}}=\dfrac{4}{11}$.

d) $2,(36)=2\dfrac{36}{99}=2\dfrac{4}{11}=\dfrac{2\cdot 11+4}{11}=\dfrac{26}{11}$; e) $2,\underbrace{(216)}_{\text{3 cifre}}=2\dfrac{216}{\underbrace{999}_{\text{3 cifre}}}=2\dfrac{8}{37}=\dfrac{2\cdot 37+4}{37}=\dfrac{82}{37}$.

- Altă metodă:

  O fracție zecimală periodică simplă se transformă în fracție ordinară, astfel:

  - la numărătorul fracției se scrie numărul format din cifrele numărului dat fără virgulă, fără paranteze, din care scădem partea întreagă a numărului dat;
  - la numitorul fracției se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă.

Exemple: a) $2,(3)=\dfrac{23-2}{9}=\dfrac{21^{(3}}{9}=\dfrac{7}{3}$; b) $2,(36)=\dfrac{236-2}{99}=\dfrac{234^{(9}}{99}=\dfrac{26}{11}$.

Transformarea unei fracții zecimale periodice mixte în fracție ordinară

Ia aminte și ține minte!

- O fracție zecimală periodică mixtă se transformă în fracție ordinară, astfel:
  - numărul din fața virgulei reprezintă întregii;
  - la numărător se scrie numărul format din toate zecimalele, în ordinea scrierii lor în număr, din care scădem numărul format de cifrele din partea neperiodică;
  - la numitor se scrie numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre sunt în perioadă, urmate de atâtea zerouri câte cifre sunt în partea neperiodică.

Exemple: a) $0,2(3)=\dfrac{23-2}{90}=\dfrac{21^{(3}}{90}=\dfrac{7}{30}$; b) $1,2(3)=1\dfrac{23-2}{90}=1\dfrac{7}{30}=\dfrac{1\cdot 30+7}{30}=\dfrac{37}{30}$;

c) $0,2(36)=\dfrac{236-2}{990}=\dfrac{234^{(9}}{990}=\dfrac{26^{(2}}{110}=\dfrac{13}{55}$; d) $3,2(36)=3\dfrac{236-2}{990}=3\dfrac{13}{55}=\dfrac{3\cdot 55+13}{55}=\dfrac{178}{55}$;

e) $0,12(3)=\dfrac{123-12}{900}=\dfrac{111^{(3}}{900}=\dfrac{37}{300}$; f) $7,12(3)=7\dfrac{123-12}{900}=7\dfrac{37}{300}=\dfrac{7\cdot 300+37}{300}=\dfrac{2137}{300}$.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Transformă următoarele fracții zecimale în fracții ordinare:
a) 0,(3); 2(3); 4,(62); 5,(73); 1,(54); 2,(123); 7,(5);
b) 0,1(6); 31,21(3); 5,04(17); 3,142(3); 1,3(15); 0,02(123).

2. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Fracția zecimală periodică simplă 12,(7) transformată în fracție ordinară este ...
b) Fracția zecimală periodică mixtă 0,12(6) transformată în fracție ordinară este ...
c) Fracția zecimală periodică mixtă 1,3(12) transformată în fracție ordinară este ....

Poți fi mai bun!

3. Scrie asocierile corecte dintre fracția zecimală din coloana A și fracția ordinară corespunzătoare din coloana B:

a)

A	B
a) 0,(23)	1) $\frac{157}{30}$
b) 5,2(3)	2) $\frac{23}{90}$
c) 1,43(752)	3) $\frac{23}{99}$
	4) $\frac{143609}{99900}$

b)

A	B
a) 1,(752)	1) $\frac{1751}{999}$
b) 0,(142857)	2) $\frac{59}{9}$
c) 5,(2)	3) $\frac{47}{9}$
	4) $\frac{1}{7}$

Fii campion!

Alege răspunsul corect!

4. Fracția zecimală 0,4(12) transformată în fracție ordinară ireductibilă este egală cu:

A) $\frac{408}{900}$ B) $\frac{412}{990}$ C) $\frac{412}{99}$ D) $\frac{68}{165}$

5. Fracția zecimală 4,(045) transformată în fracție ordinară ireductibilă este egală cu:

A) $\frac{4045}{999}$ B) $\frac{4045}{900}$ C) $\frac{449}{111}$ D) $\frac{4041}{900}$

6. a) Transformă fracția $\frac{28}{33}$ în fracție zecimală.
b) Determină a 10-a cifră zecimală a fracției zecimale obținute.
c) Determină a 101-a cifră zecimală a fracției zecimale obținute.

7. a) Transformă fracția $\frac{39}{14}$ în fracție zecimală.
b) Determină a 10-a cifră zecimală a fracției zecimale obținute.
c) Determină a 2017-a cifră zecimală a fracției zecimale obținute.
d) Determină a 107-a cifră zecimală a fracției zecimale obținute.
e) Calculează suma primelor 107 zecimale.

8. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor

Număr rațional pozitiv

Ia aminte și ține minte!

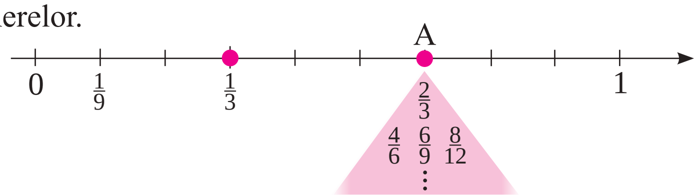
- Numerele scrise sub formă de fracție ordinară sunt **numere raționale pozitive**.

Exemplu: un număr rațional pozitiv este $\frac{2}{3}$. Dar $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\ldots$

Toate aceste fracții echivalente reprezintă același număr rațional pozitiv, care poate fi reprezentat de oricare dintre ele.

Reprezentăm fracțiile echivalente pe axa numerelor.

Observăm că fracțiile reprezentate pe axă corespund unui punct unic A.



- Orice număr natural este un număr rațional pozitiv.

Exemplu: $2=\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{10}{5}=\frac{12}{6}=\ldots$

- Altă formă de scriere a numărului rațional pozitiv este și fracția zecimală finită și fracția zecimală periodică.

Exemple: a) $23,7=\frac{237}{10}$; b) $3,(4)=\frac{34-3}{9}=\frac{31}{9}$; c) $1,2(25)=\frac{1225-12}{990}=\frac{1213}{990}$.

Ordinea efectuării operațiilor

Operațiile cu fracții (ordinare și/sau zecimale finite, zecimale periodice) sunt grupate astfel:
- operații de ordinul întâi: adunarea și scăderea;
- operații de ordinul al doilea; înmulțirea și împărțirea;
- operații de ordinul al treilea: ridicarea la putere.

Ia aminte și ține minte!

- Într-un exercițiu de calcul cu mai multe operații de acelați ordin, se efectuează operațiile în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta.

Exemple: a) $3,875-0,87+0,025=$

$=3,005+0,025=$

$=3,030$

b) $0,625\cdot 1,5:2,5=$

$=0,9375:2,5=$

$=0,375$

- Într-un exercițiu de calcul cu mai multe operații de ordine diferite se efectuează:
  - mai întâi ridicarea la putere;
  - înmulțirea și împărțirea în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta;
  - adunarea și scăderea în ordinea scrierii lor, de la stânga la dreapta.

Exemplu: $19,6:1,4:0,7+23,7:0,06-1,2\cdot 0,4=$

$=14:0,7+395-0,48=$

$=20+395-0,48=$

$=415-0,48=$

$=414,52$

- Într-un exercițiu cu paranteze se efectuează mai întâi calculele din parantezele rotunde, apoi calculele din parantezele pătrate, apoi calculele din acolade.

Aplică ce ai învățat!

1. Calculează:

a) $\frac{174}{20}-6,9$; b) $\frac{25}{63}:\frac{5}{7}\cdot\frac{9}{5}$; c) 3,12 – 1,75 + 2,06; d) 0,625 · 1,32 : 0,25; e) 1,5 + 3,(4) – 2,1(6).

2. Calculează: a) 2,3 · 1,5 – 1,4 · 2,3 + 2,3; b) 1,2 · 10 : 0,3 + 3,6 · 0,1; c) 0,7 +0,7 : 0,7 – 0,7;

d) 15,27 : 0,03 + 0,834 : 3; e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{5}$; f) $\left(\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2017}{2016}\right)^0$; g) $0,1(6)+\frac{2}{5}$; h) $\frac{1}{2}+0,(4)+\frac{5}{12}$.

Exerciții și probleme

Exersează!

Calculează:

1. 32,4 : 1,8 – 1,75

2. 6,5 · 0,2 – 1,1

3. 0,4 · 5,76 + 3,82 : 10

4. 1,21 : 1,1 – 0,7 · 1,1

5. 39,64 – 6,2 : 0,2

6. 10,24 : 3,2 · 0,4

7. $0,4+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}$

8. $5,45+\frac{7}{30}:\frac{1}{3}$

9. $5,6\left(0,5+\frac{1}{2}\right)$

10. $\left(0,(3)+\frac{1}{8}\right)\cdot 10+2\frac{1}{2}$

11. $\left(1,75-\frac{3}{4}\right)\cdot 0,(81)$

12. 5,25 – 1,44 : 1,2

13. 4 – 0,3 : 10

14. 4,5 · 0,2 + 2,3 : 10

15. 7,2 · 1,1 – 1,1 · 3,2

16. 42,14 : 0,7 + 18,18 : 1,8

17. 2,88 : 1,2 : 0,02

18. $\frac{2}{3}+0,75\cdot 0,8$

19. 0,(6) + 6,(6)

20. $1,(6):\left(3-\frac{5}{3}\right)$

21. [0,(2) + 2,(2)] : (0,3 + 0,2 : 3)

22. [0,(1) + 0,(2) + 0,(3) + 0,(4)] : 10

Poți fi mai bun!

23. Un biciclist parcurge un drum de 24,75 km în trei zile. În prima zi parcurge 0,4 din drum, a doua zi de 1,2 ori mai mult decât în prima zi și încă 2,25 km, iar a treia zi restul drumului. Câți kilometri a parcurs a treia zi?

24. La un atelier de croitorie s-au confecționat 25 de rochii, folosind 3,25 m de material pentru fiecare și alte 20 de rochii, pentru care s-au folosit 2,75 m la fiecare rochie. Câți metri de material s-au folosit, în total, pentru confecționarea rochiilor?

25. Ionel cumpără 1,200 kg de banane și 2,500 kg de mere. Dacă 1 kg banane costă 4,49 lei, iar un kilogram de mere costă 1,99 lei, atunci câți lei a plătit Ionel pe fructele cumpărate?

Fii campion!

26. Un grup de tineri au parcurs 205,5 km cu un autoturism care consumă 8,2 litri de benzină la 100 km. Apoi au parcurs și cei 106,5 km rămași cu un alt autoturism care consumă 9,3 litri la 100 km.

a) Câți litri de benzină au consumat cele două mașini, în total?

b) Dacă 1 litru de benzină costă 4,50 lei, atunci câți lei costă benzina consumată de cele două mașini?

9. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții

Metoda reducerii la unitate

Bunica lui Ionuț cumpără 3 kg de struguri plătind 34,50 lei. Câți lei ar fi plătit bunica lui Ionuț pentru 5 kg de struguri de același fel?

Rezolvare: Judecăm astfel:

- dacă 3 kg de struguri costă 34,50 lei, atunci 1 kg de struguri costă de 3 ori mai puțin, adică 34,50 : 3 = 11,50 (lei);
- dacă 1 kg de struguri costă 11,50 lei, atunci 5 kg de struguri costă de 5 ori mai mult, adică 5 · 11,50 = 57,50 (lei).

Scriem rezolvarea astfel: 3 kg.............. 34,50 lei
1 kg .... 34,50 lei : 3 = 11,50 lei
5 kg .... 5 · 11,50 lei = 57,50 lei.

Așadar, bunica va plăti 57,50 lei pentru 5 kg de struguri.

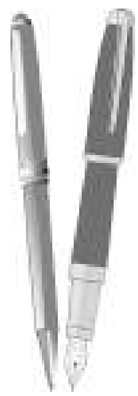
5+ Aplică ce ai învățat!

1. Dacă trei apartamente ocupă 217,2 m^2 suprafață utilă, află câți metri pătrați ocupă 8 apartamente de același fel.

2. Dacă 15 papiote de ață cântăresc 0,150 kg, află cât cântăresc 50 de papiote de ață de același fel.

Metoda comparației

Trei pixuri și patru stilouri costă 25,50 lei, iar două pixuri și 3 stilouri costă 18,50 lei. Află câți lei costă un pix și câți lei costă un stilou.



Rezolvare: Știm: 2 pixuri .... 3 stilouri .... 18,50 lei | · 3
3 pixuri .... 4 stilouri .... 25,50 lei | · 2
Obținem: 6 pixuri .... 9 stilouri .... 55,50 lei (–)
6 pixuri .... 8 stilouri .... 51 lei
/ 1 stilou .... 55,50 lei – 51 lei = 4,50 lei

Așadar, 1 stilou costă 4,50 lei; 4 stilouri costă 4 · 4,50 lei = 18 lei.
Deci 3 pixuri costă 25,50 lei – 18 lei = 7,50 lei, iar un pix costă 7,50 lei : 3 = 2,50 lei.

Verificare: 2 pixuri și 3 stilouri costă 18,50 lei, adică
2 · 2,50 lei + 3 · 4,50 lei = 5 lei + 13,50 lei = 18,50 lei.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Trei caiete și patru pixuri costă 16,50 lei, iar două caiete și trei pixuri costă 11,50 lei. Câți lei costă un caiet și câți lei costă un pix?

2. 4 nasturi și 3 gheme de ață costă 8,60 lei, iar 3 nasturi și 2 gheme de ață costă 6 lei. Câți lei costă un nasture și câți lei costă un ghem de ață?

Metoda mersului invers

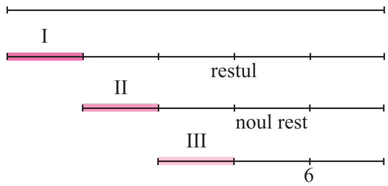
Bunica împarte celor trei nepoți prăjiturile aflate pe un platou. Primului nepot îi dă $\frac{1}{5}$ din numărul prăjiturilor, altui nepot $\frac{1}{4}$ din numărul rămas, iar celui de-al treilea nepot îi dă $\frac{1}{3}$ din noul rest. Pe platou rămân 6 prăjituri. Câte prăjituri avea bunica la început pe platou?

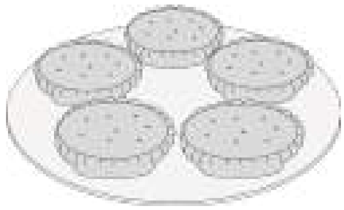
Rezolvare: număr total de prăjituri:

nepot I

nepot II

nepot III





Dacă al III-lea nepot ia $\frac{1}{3}$ din noul rest, atunci rămân $\frac{2}{3}$ din noul rest, ce reprezintă cele 6 prăjituri. Așadar $\frac{2}{3}$ din noul rest este 6.

Noul rest este $(6 : 2) \cdot 3 = 9$, adică noul rest este format din cele 9 prăjituri.

Dacă al II-lea nepot ia $\frac{1}{4}$ din rest, atunci rămân $\frac{3}{4}$ din noul rest, ce reprezintă cele 9 prăjituri. Așadar $\frac{3}{4}$ din rest este 9.

Restul este $(9 : 3) \cdot 4 = 12$, adică restul este format din cele 12 prăjituri.

Dacă primul nepot ia $\frac{1}{5}$ din numărul total, atunci rămân $\frac{4}{5}$ din numărul total, adică cele 12 prăjituri. Așadar $\frac{4}{5}$ din numărul total este 12.

Numărul total este $(12 : 4) \cdot 5 = 15$, adică bunica avea la început pe platou 15 prăjituri.

Verificare: $15 : 5 = 3$ (prăjituri ia primul nepot); $15 - 3 = 12$ (prăjituri rămase); $12 : 4 = 3$ (prăjituri ia al doilea nepot); $12 - 3 = 9$ (prăjituri rămase); $9 : 3 = 3$ (prăjituri ia al treilea nepot); $9 - 3 = 6$ (prăjituri rămân pe platou).

5+ Aplică ce ai învățat!

1. La o patiserie se fac covrigi din $\frac{2}{5}$ din cantitatea de făină, plăcințele cu brânză din $\frac{1}{3}$ din cantitatea rămasă, iar cornuri din cele 5 kg de făină rămasă. Câte kilograme de făină erau la început în patiserie?

2. Un călător a parcurs un drum în trei etape: în prima etapă a parcurs jumătate din drum, în a doua etapă a parcurs jumătate din restul drumului, iar în a treia etapă a parcurs restul de 5,3 km. Câți kilometri a parcurs călătorul în cele trei etape în total?

Metoda falsei ipoteze

În pușculița Elenei sunt 90 de monede a câte 0,50 lei și 0,10 lei, în valoare de 23 de lei. Câte monede de 0,50 lei sunt în pușculița Elenei? Dar de 0,10 lei?

Rezolvare: **I.** Presupunem că toate cele 90 de monede sunt de 0,50 lei.

$90 \cdot 0,50$ lei $= 45$ lei > 23 lei.

45 lei – 23 lei = 22 lei (diferența provine de la faptul că noi am presupus că toate monedele sunt de 0,50 lei)

0,50 lei – 0,10 lei = 0,40 lei (sunt în plus pentru fiecare monedă de 0,10 lei, care a fost luată în calcul că este tot de 0,50 lei)

22 : 0,40 = 220 : 4 = 55 (monede de 0,10 lei). Rezultă că 90 – 55 = 35 sunt monede de 0,50 lei.

II. Presupunem că toate monedele sunt de 0,10 lei.

$90 \cdot 0{,}10$ lei = 9 lei < 23 lei

23 lei – 9 lei = 14 lei (diferență ce provine de la fiecare monedă de 0,50 lei, pe care am presupus-o că este de 0,10 lei).

0,50 lei – 0,10 lei = 0,40 lei (sunt în minus pentru fiecare monedă de 0,50 lei, care a fost luată în calcul că este tot de 0,10 lei)

14 lei : 0,40 lei = 35 (monede de 0,50 lei). Rezultă că 90 – 35 = 55 sunt monede de 0,10 lei.

Așadar sunt 55 monede de 0,10 lei și 35 monede de 0,50 lei.

Verificare: $55 \cdot 0{,}10$ lei + $35 \cdot 0{,}50$ lei = 23 lei.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Elena cumpără 7,5 kg de morcovi și varză pentru care plătește 9,95 lei. Dacă un kilogram de morcovi costă 1,50 lei, iar un kilogram de varză costă 1,25 lei, atunci câte kilograme de morcovi cumpără Elena?
2. La o stație de benzină, prețul afișat la pompă era: 4,50 lei un litru de motorină și 5,30 lei un litru de benzină. Radu și Andrei au plătit pentru 25,7 litri de combustibil (motorină și benzină) suma de 127,81 lei. Câți litri de motorină au cumpărat?

Exerciții și probleme

Metoda reducerii la unitate

Exersează!

1. Pentru plantarea a 7 pomi fructiferi sunt necesari 8,4 m^2. Află câți metri pătrați sunt necesari pentru 25 de pomi fructiferi.
2. Dacă 3 cutii cu vopsea au împreună capacitatea de 25,5 *l*, află câți litri de vopsea au 7 cutii de vopsea de același fel.

Poți fi mai bun!

3. Pentru ambalarea a 3,25 kg de căpșuni sau necesare 5 caserole. Află câte caserole de același fel sunt necesare pentru ambalarea a 8,45 kg de căpșuni.

Metoda comparației

Exersează!

1. Anca și bunica ei merg la piață. Anca cumpără 3 kg de portocale și 2 kg de banane și plătește 20,50 lei, iar bunica ei cumpără 2 kg de portocale și 4 kg de banane și plătește 31 de lei. Câți lei costă un kilogram de protocale și câți lei costă un kilogram de banane?
2. Dana și prietena ei fac cumpărături. Dana cumpără 3 kg de cartofi și 1,5 kg de ceapă și plătește 5,70 lei. Prietena Danei cumpără 2 kg de cartofi și 3 kg de ceapă și plătește 5,40 lei. Află prețul unui kilogram de cartofi și prețul unui kilogram de ceapă.
3. Într-o livadă, 3 băieți și 2 fete au cules împreună 25,5 kg de cireșe, iar alți 5 băieți și 4 fete au cules împreună 45,5 kg de cireșe. Câte kilograme de cireșe a cules o fată? Dar un băiat? (Fiecare fată a cules aceeași cantitate de cireșe, respectiv, fiecare băiat a cules aceeași cantitate).

Poți fi mai bun!

4. Paul merge 3 ore pe jos și 4 ore cu bicicleta și parcurge 60,5 km. Dacă ar fi mers 2 ore pe jos și 5 ore cu bicicleta, ar fi parcurs 66 km. Câți kilometri parcurge Paul într-o oră dacă merge pe jos? Câți kilometri parcurge Paul într-o oră dacă merge cu bicicleta?

Fii campion!

5. Un percupeț isteț vinde legături de ceapă și pătrunjel și spune așa: dacă vei cumpăra 2 legături de ceapă verde și 3 legături de pătrunjel, plătești 6,75 lei, iar dacă vei cumpăra 3 legături de ceapă verde și 2 legături de pătrunjel, plătești 7 lei. Află cu cât vinde precupețul o legătură de ceapă și cu cât vinde o legătură de pătrunjel.

Metoda mersului invers

Exersează!

1. Dan are o sumă de bani. În prima zi a cheltuit $\frac{2}{6}$ din sumă, a doua zi $\frac{1}{6}$ din sumă, iar a treia zi $\frac{1}{3}$ din sumă și constată că i-au rămas 50 lei. Află ce sumă de bani avea Dan inițial.

2. Radu pleacă în vacanță. În prima zi a parcurs $\frac{3}{10}$ din drum, a doua zi $\frac{4}{7}$ din drumul rămas, iar a treia zi a parcurs cei 450 km rămași până la destinație. Află lungimea drumului parcurs de Radu până la destinație.

3. La o patiserie, $\frac{1}{4}$ din cantitatea de făină se folosește pentru cornuri cu ciocolată, $\frac{2}{8}$ din cantitatea de făină pentru plăcințele cu brânză, $\frac{1}{4}$ din cantitatea de făină pentru covrigi cu sare, mac și susan și mai rămân 10 kg de făină. Ce cantitate de făină era la început în patiserie?

Poți fi mai bun!

4. Un teren este arat în trei zile. În prima zi s-a arat $\frac{1}{5}$ din suprafața totală și încă 5 ari. A doua zi $\frac{1}{5}$ din suprafața rămasă și încă 5 ari, iar a treia zi $\frac{4}{5}$ din restul suprafeței și încă 11 ari. Ce suprafață a fost arată în cele trei zile?

Metoda falsei ipoteze

Exersează!

1. O fabrică a ambalat 120 kg de compot în 200 de borcane de 0,400 kg și 0,800 kg. Câte borcane de 0,800 kg au fost necesare? Dar de 0,450 kg?

2. Rareș plătește bonul fiscal de 5,25 lei cu 75 de monede de 0,05 lei și de 0,10 lei. Câte monede de fiecare fel i-au fost necesare lui Rareș pentru a plăti acest bon fiscal?

3. La un atelier de croitorie, din 12,5 m de mătase naturală se confecționează 7 bluze și fuste, în total. Dacă pentru o bluză sunt necesari 2,5 m, iar pentru o fustă 1,25 m, află câte bluze și câte fuste se pot confecționa din cei 12,5 m de mătase naturală?

Poți fi mai bun!

4. Tatăl și fiul hotărăsc să facă un drum lung de 47,5 km în 80 de pași, pornind fiecare dintr-un capăt și mergând unul spre celălalt. Dacă pasul fiului are 0,5 m, iar pasul tatălul are 0,75 m, află câți pași a făcut fiecare până s-au întâlnit.

10. Probleme de organizare a datelor

Date statistice organizate în tabele și grafice

Organizarea datelor este reprezentată de succesiunea operațiilor prin care anumite informații sunt structurate în tabele, grafice cu bare, linii, astfel încât ele să poată fi interpretate, ordonate, selectate după criterii precizate.

Ia aminte și ține minte!

- **Tabelele** sunt principalele forme de organizare a datelor.

  Tabelul are:

  ◆ cap de tabel care indică semnificația datelor; ◆ linii (rânduri); ◆ coloane.

cap de tabel

Nr.	Nume
1.	
2.	

cap de tabel

Ziua	
Luni	
Marți	

	Ziua	
rând 1 →	Luni	
rând 2 →	Marți	

Coloana 1 Coloana 2

Ziua	Mere	Pere
Luni		
Marți		

Exemplu: Pe un eșantion de 100 de persoane s-a realizat un sondaj privind vizionarea unor piese de teatru. Cele 100 de persoane au răspuns la întrebarea „Cât de des mergeți la teatru?”, răspunsul fiind cu opțiuni: niciodată, rar, des.

S-au obținut următoarele rezultate:

- niciodată, au răspuns 15 persoane;
- rar, au răspuns 50 de persoane;
- des, au răspuns 35 de persoane.

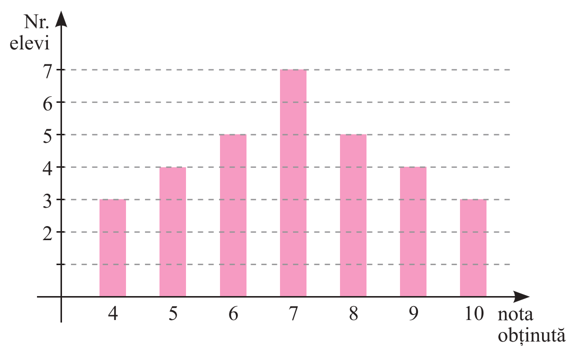
Astfel:
- 15 persoane nu au vizionat nicio piesă de teatru;
- 50 de persoane vizionează rar piese de teatru;
- 35 de persoane vizionează des piese de teatru.

Rezolvare: Întocmim tabelul:

Opțiunea	Niciodată	Rar	Des
Număr persoane	15	50	35

- O altă formă de organizare a datelor este **graficul cu bare**.

Exemplu: În diagrama alăturată sunt reprezentate rezultatele obținute de elevii unei clase la un test. Care este numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 8?



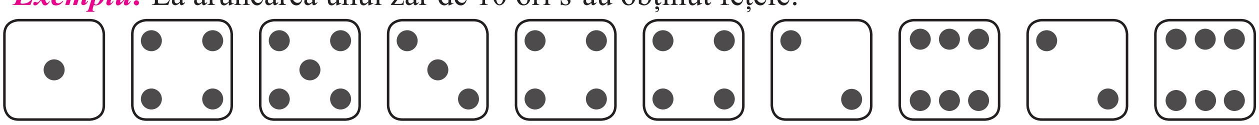
Rezolvare:

- în grafic, bara verticală de la nota 10 arată că 3 elevi au obținut nota 10;
- în grafic, bara verticală de la nota 9 arată că 4 elevi au obținut nota 9;
- în grafic, bara verticală de la nota 8 arată că 5 elevi au obținut nota 8.

Așadar, numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 8 este 5 + 4 + 3 = 12.

Frecvența

Exemplu: La aruncarea unui zar de 10 ori s-au obținut fețele:



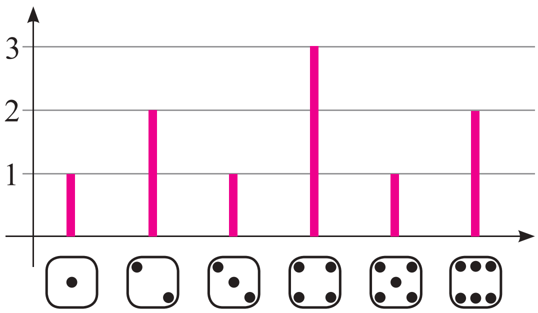
Cu ce frecvență apare fiecare față dintre cele 6 fețe?

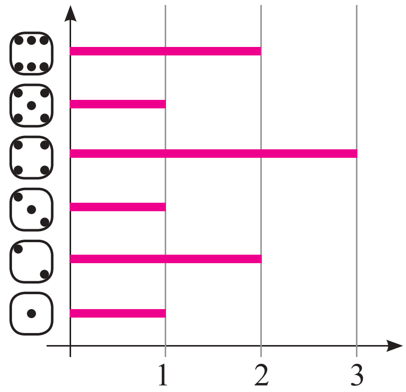
Rezolvare: Întocmim tabelul:

Fața zarului	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Număr de apariții	1	2	1	3	1	2

Așadar:
- fața cu numărul 1 apare o singură dată, adică frecvența ei este 1;
- fața cu numărul 2 apare de 2 ori, adică frecvența ei este 2;
- fața cu numărul 3 apare o singură dată, adică frecvența ei este 1;
- fața cu numărul 4 apare de 3 ori, adică frecvența ei este 3;
- fața cu numărul 5 apare o singură dată, adică frecvența ei este 1;
- fața cu numărul 6 apare de 2 ori, adică frecvența ei este 2.

Reprezentăm grafic datele astfel:





Media unui set de date statistice

Exemplu: La un depozit se ambalează semințe de floarea-soarelui și semințe de dovleac. Dacă prețul unui kilogram de semințe de floarea-soarelui este de 22 lei, iar prețul unui kilogram de semințe de dovleac costă 24 lei, află prețul unui kilogram de amestec de semințe de floarea-soarelui și dovleac. (Amestecul se face cu cantități egale din fiecare fel de semințe).

Rezolvare: Prețul unui kilogram de semințe este dat de prețul mediu al unui kilogram determinat astfel: calculăm media aritmetică a numerelor 22 și 24: $\frac{22+24}{2}=\frac{46}{2}=23$.

Așadar, prețul unui kilogram de semințe este 23 lei.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Observă și completează, pe caiet, tabelele:

a)

n	n^2
0	0
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

b)

+	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1						
2	2			5			
3	3						
4	4						
5	5				9		
6	6					11	

c)

·	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0						
2	0					10	
3	0						
4	0		8				
5	0						
6	0			18			

2. În tabelul de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute la un test de elevii unei clase.

notă	4	5	6	7	8	9	10
număr elevi	1	3	4	6	4	3	2

Completează pe caiet:

a) La acest test, nota 9 a fost obținută de .... elevi.

b) La acest test, numărul elevilor care au obținut cel puțin nota 8 este ...

c) La acest test, numărul elevilor care au obținut cel mult nota 6 este ...

d) La acest test au participat un număr de ... elevi.

3. În tabelul următor este prezentată repartiția culesului de cireșe, într-o săptămână.

ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă
cantitatea (kg)	10	15	21	24	18	20

Completează pe caiet:

a) În acestă săptămână s-au cules în medie pe zi ... kg cireșe.

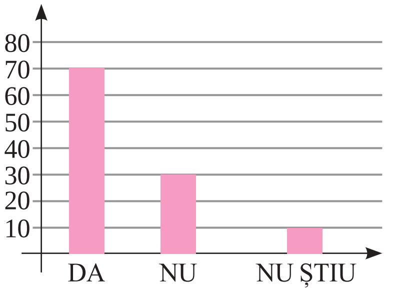
b) În această săptămână s-a cules cea mai mare cantitatea de cireșe în ziua de ....

c) În această săptămână s-a cules cantitatea cea mai mică de cireșe în ziua de ....

d) Diferența dintre cantitatea medie și cantitatea cea mai mică este ....

e) Diferența dintre cantitatea medie și cantitatea cea mai mare este ....

4. Rezultatele unui sondaj de opinie sunt prezentate în graficul alăturat.



Completează pe caiet:

a) Numărul persoanelor care au răspuns DA este ...

b) Numărul persoanelor care au răspuns NU este ...

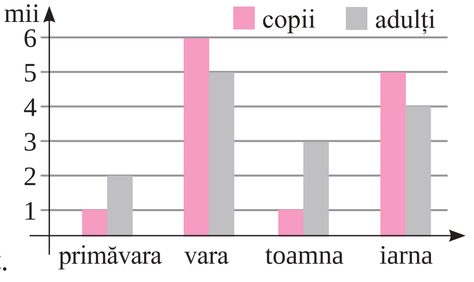
c) Numărul persoanelor care au răsuns NU ȘTIU este ...

d) Numărul total de persoane care au participat la sondaj este ...

e) Completează, pe caiet, tabelul cu rezultatele sondajului prezentat în grafic.

	DA	**NU**	**NU ȘTIU**
Nr. pers.			

5. În graficul alăturat este reprezentat numărul turiștilor în cele patru anotimpuri, care au beneficiat de serviciile unui hotel. Completează, pe caiet, spațiile libere astfel încât să obții propoziții adevărate.

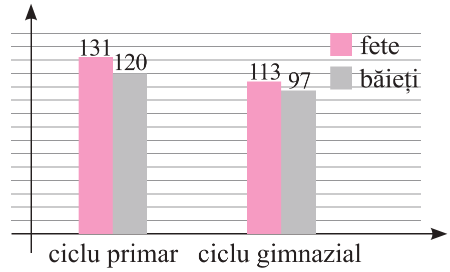


- Numărul copiilor turiști primăvara este ....
- Vara au fost .... adulți turiști.
- În total, vara au fost .... turiști.
- Iarna, numărul copiilor a fost cu .... mai mare decât numărul adulților.
- Numărul total al copiilor în cele patru anotimpuri este .....
- Numărul total al adulților în cele patru anotimpuri este .....
- Completează, pe caiet, tabelul cu datele prezentate în graficul alăturat.

ANOTIMPUL	**Primăvară**	**Vară**	**Toamnă**	**Iarnă**
copii				
adulți				

Poți fi mai bun!

6. În diagrama alăturată este reprezentat numărul de fete și băieți din cele două cicluri de învățământ dintr-o școală generală.



a) Câți elevi de ciclul primar sunt în școală? Dar de ciclu gimnazial?
b) Cu cât este mai mic numărul băieților decât numărul fetelor?
c) Completează, pe caiet, tabelul cu numărul din grafic.

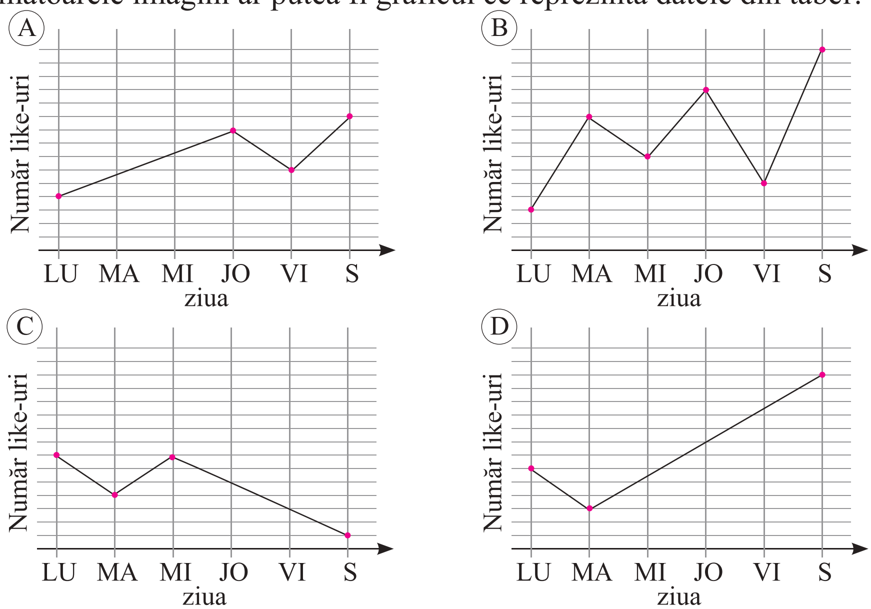
CICLU	PRIMAR			GIMNAZIAL		
	Total	Fete	Băieți	Total	Fete	Băieți

Fii campion!

7. Tabelul de mai jos indică numărul de like-uri primite în diferite zile ale unei săptămâni pentru proiectul „SOS Natura“, inițiat de clasa a V-a.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă
Număr like-uri	702	925	875	1024	790	1500

Se trasează un grafic fără o scală gradată pentru numărul de like-uri.
Care dintre următoarele imagini ar putea fi graficul ce reprezintă datele din tabel?



8. Realizează o **investigație** cu tema: „*Determinarea și compararea distanțelor din mediul apropiat*”.
Pentru această investigație:
- culege informații despre distanțele pe care le parcurg 7 dintre colegii tăi de clasă, până la școală (acolo unde distanța nu poate fi determinată cu prea mare precizie, utilizează aproximări);
- înregistrează aceste informații într-un tabel care să conțină: numele elevului, distanța pe care o parcurge de acasă până la școală și mijlocul de transport folosit;
- compară și ordonează crescător distanțele aflate;
- răspunde la întrebările: *Cine locuiește cel mai aproape de școală? Dar cel mai departe? Cu cât este mai scurtă cea mai mică distanță față de cea mai mare? De câte ori? (Aproximați la sutimi, dacă este cazul!).*
- formulează și alte întrebări și răspunde la ele.

RECAPITULARE ȘI SISTEMATIZARE PRIN TESTE

Testul de evaluare 1

Subiectul I (30 p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Dacă amplificăm cu 12 fracția $\frac{11}{15}$ se obține ...

b) Dintre fracțiile $\frac{3}{5}$ și 0,62 mai mare este ...

c) După simplificarea fracției $\frac{120}{18}$ se obține fracția ireductibilă...

2. *Alege răspunsul corect*:

a) Rezultatul calculului $\frac{7}{25}-\frac{11}{100}$ este:

A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{32}{200}$ C. 0,17 D. 1,7

b) Fracția $\frac{18}{x+3}$ este echiunitară dacă *x* este egal cu:

A. 18 B. 15 C. 16 D. 14

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{6}=$	1. $\frac{58}{195}$
b) $\frac{16}{15}-\frac{10}{13}=$	2. $\frac{1}{7}$
c) $3\frac{1}{2}-2\frac{1}{5}=$	3. $\frac{11}{6}$
	4. 1,3

Subiectul II (30p)

4. Efectuează și adu rezultatul în formă ireductibilă:

a) $\frac{23}{50}+\frac{39}{50}-\frac{12}{50}$; b) $3\frac{4}{5}-1\frac{3}{10}-\frac{4}{15}$; c) $\frac{10}{11}:\frac{12}{11}-\frac{1}{2}\cdot 0,4$

5. Într-o livadă sunt 360 de pomi dintre care $\frac{5}{9}$ din ei sunt meri, 35% din rest sunt peri, iar restul sunt cireșii. Află: a) numărul merilor; b) numărul perilor; c) numărul cireşilor.

Subiectul III (30p)

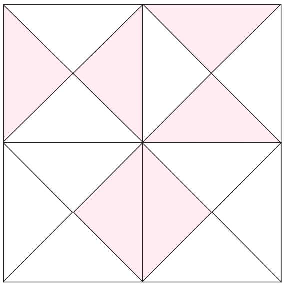
6. Un drum a fost parcurs în trei zile astfel: în prima zi 20% din lungimea drumului, a doua zi 0,5 din rest și în a treia zi ultimii 140 de kilometri. Află lungimea drumului și câți kilometri au fost parcurşi în fiecare din primele două zile.

7. Carmen, Dana și Camelia au împreună 83 lei. După ce Carmen cheltuie $12\frac{1}{2}$ lei, Dana 15,5 lei, iar Camelia $\frac{175}{10}$ lei, cele trei fete au aceeași sumă de bani. Ce sumă de bani a avut fiecare dintre cele trei fete la început?

(10 p din oficiu)

Testul de evaluare 2

Subiectul I (30p)



1. Completează spațiile punctate cu răspunul corect:
   a) Fracția ordinară ce reprezintă porțiunea hașurată din desen este egală cu ....
   b) Fracția zecimală 2,103 are partea întreagă egală cu ....
   c) Fracția ordinară $\frac{15}{2}$ scrisă sub formă de fracție zecimală este ...

2. *Alege răspunsul corect*:

   a) Fracțiile echivalente cu $\frac{15}{9}$ sunt:

   A. $\frac{6}{5}; \frac{9}{15}; \frac{45}{6}$ B. $\frac{2}{3}; \frac{7}{9}; \frac{45}{15}$ C. $\frac{5}{9}; \frac{15}{10}; \frac{10}{3}$ D. $\frac{10}{6}; \frac{50}{30}; \frac{5}{3}$

   b) Câtul împărțirii 5 : 3 este fracția zecimală:
   A. 1,666   B. 1,66   C. 1,6   D. 1,(6)

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) $\frac{9}{5}$	1) 1,8(3)
b) $\frac{7}{3}$	2) 1,8
c) $\frac{11}{6}$	3) 1,83
	4) 2,(3).

Subiectul II (30p)

4. Efectuează calculele:
   a) $2,5 \cdot 10 + 73,2 : 10$;   b) $6 + 0,375$;   c) $7 - 0,402$.

5. La o agenție bancară, la prima oră după deschidere, la casă s-au făcut următoarele operații: s-au plătit 2,5 mii lei, s-au încasat 1,3 mii lei, apoi s-au plătit 2,5 mii lei, s-au încasat 1,3 mii lei, apoi s-au plătit 0,8 mii lei, s-au încasat 2,3 mii lei. Dacă la închidere în casă erau 7 mii lei, află câți lei erau în casă la deschidere.

Subiectul III (30p)

6. Un fermier a semănat cu roșii 2 ha de teren. Dacă va obține 3,5 tone de roșii la hectar, iar prețul de vânzare va fi 4,5 lei kilogramul, află câți lei va încasa fermierul pe toată cantitatea de roșii ce o va obține de pe cele 2 ha de teren.

7. Bucurie, mare bucurie,
E nuntă în împărăție!
De privesc mai bine,
Mireasă-i o iasomie.
Jumătate din nuntași sunt viorele,
Un sfert sunt gălbenele,
Iar restul ghiocei,
Vreo treizeci, găsești de vrei.
Curioasă din fire,
Iedera vrea să știe,
Câți nuntași au fost de toți?
Oare câte viorele? Dar gălbenele?
Că tare drag i-a fost de ele!

(10 p din oficiu)

Testul de evaluare 3

Subiectul I (30p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Fracția zecimală 3,05 mărită cu 0,75 este egală cu...
b) Câtul fracțiilor zecimale 6,25 și 2,5 este egal cu...

2. *Alege răspunsul corect*:

a) Scrierea sub formă zecimală a fracției $\frac{7}{6}$ este:
A. 1,6(1) B. 1,16 C. 1,(16) D. 1,1(6)

b) Dacă media aritmetică a trei numere este 1,25, atunci suma lor este:
A. 3,25 B. 4,25 C. 3,75 D. 0,416

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

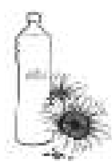
A	B
a) $(2,5 \cdot 1,1 + 0,25) : 4$	1) 2,8125
b) $2,5 \cdot 1,1 + 0,25 : 4$	2) 0,75
c) $2,5 \cdot (1,1 + 0,25)$	3) 33,75
	4) 3,375

Subiectul II (30p)

4. Bunica îi dă nepotului Andrei suma de 30 lei și următoarea lista de cumpărături alăturată:

Făină 2 kg
Ouă 10
Cacao 1 pachet
Zahăr 1 kg
Ulei 1

La magazin găsește produsele cu următoarele prețuri:


0,5 lei/buc sau 0,6 lei/buc	2,5 lei/kg sau 3 lei/kg	3,5 lei/kg sau 4 lei/kg	6,5 lei/*l* sau 7 lei/*l*	5,5 lei/pachet sau 6 lei/pachet

Câți lei costă produsele de pe lista bunicii dacă sunt cumpărate cu prețurile cele mici? Dar cu cele mari?

5. Un călător, după ce parcurge un sfert din drum și încă 3,5 km, constată că a depășit cu 1,2 km jumătatea drumului. Care este lungimea drumului?

Subiectul III (30p)

6. Din situațiile statistice am obținut următoarele date:
a) Copiază tabelul pe caiet și completează-l.
b) Scrie fracția dată de numărul fetelor de clasa a V-a pe numărul total de elevi ai clasei a V-a.
c) Scrie fracția dată de numărul fetelor de clasa a VI-a pe numărul total de elevi din clasa a VI-a.
d) Scrie fracția dată de numărul băieților de clasa a VII-a și numărul de elevi ai clasei a VII-a.

Clasa	Total	Fete	Băieți
a V-a	25	10	
a VI-a	23		12
a VII-a	24		
a VIII-a		12	14
Total		46	

7. Un fermier a arat un teren în 3 zile. În prima zi a arat 20% din teren, a doua zi a arat 30% din teren, iar a treia zi a arat restul de 60 ha. Află suprafața terenului arat de fermier în cele 3 zile.

(10 p din oficiu)

Magia matematicii

„În matematică nu există nicio problemă care nu poate fi rezolvată”!

François Viète

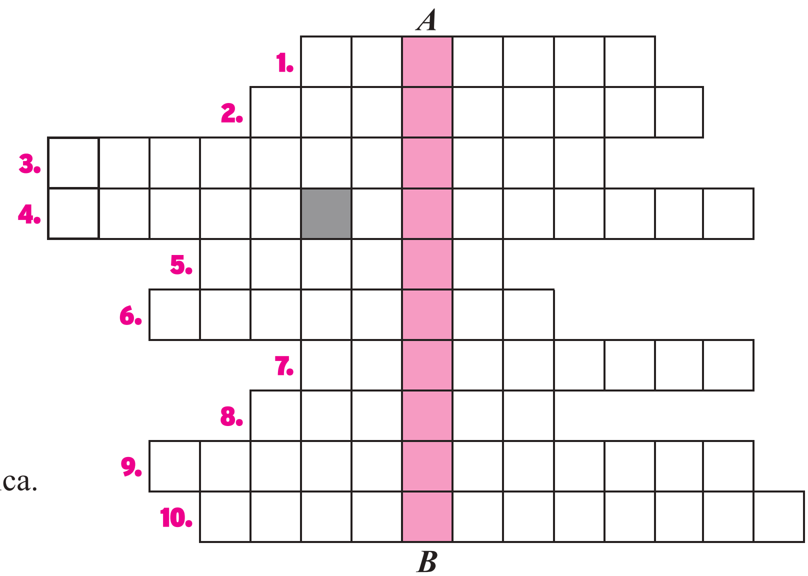
REBUS MATEMATIC

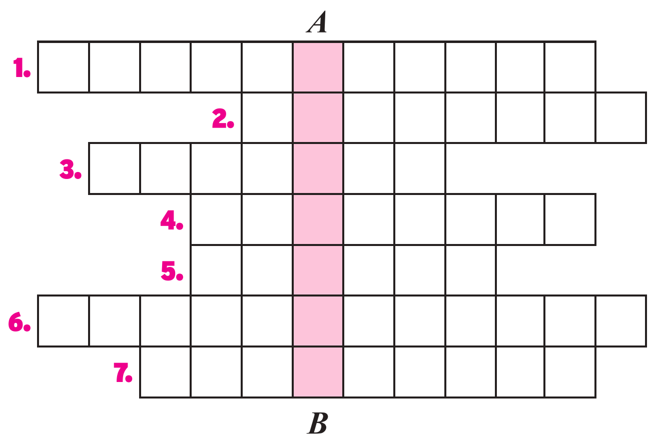
Completează, pe caiet, următoarele rebusuri:

a) *ORIZONTAL*

1. Ne arată în câte părţi egal este împărţit întregul.
2. Ne arată câte părţi egale luăm.
3. Egală cu unitatea.
4. Se află după virgulă.
5. A suta parte dintr-un întreg.
6. Se află înaintea virgulei.
7. Numerele de forma $\frac{a}{b}$.
8. A zecea parte dintr-un întreg.
9. Fracţia care nu se mai poate simplifica.
10. Fracţia mai mare decât unitatea.

Vertical A-B: Obiect de studiu





b) *ORIZONTAL*

1. Operaţie prin care se înmulţeşte şi numărătorul şi numitorul cu un număr natural nenul.
2. Are numărător şi numitor.
3. La un loc.
4. Are virgulă.
5. Înmulţirea repetată.
6. Operaţia prin care se împart şi numărătorul şi numitorul cu un divizor comun al lor.
7. I se repetă zecimalele.

Vertical A-B: Capitol din matematică

c) Ți-au plăcut aceste rebusuri? Creează și tu un rebus matematic în care să descoperi noțiuni despre fracții.

d) Completează și alt rebus creat de o colegă/un coleg de clasă.

Capitolul 3. Elemente de geometrie și unități de măsură

1. Punct. Dreaptă. Plan

Cuvântul „geometrie“ este de origine greacă și este format din cuvintele *geo* = pământ și *metron* = măsură.

Primele cunoștințe de geometrie apar în documentele egiptene și caldeene și constau în reguli practice pentru măsurarea ariilor și volumelor.

Geometria a fost dezvoltată foarte mult în Grecia antică de către Euclid, Pitagora, Thales.

Geometria studiază proprietățile figurilor și ale corpurilor geometrice.

Ia aminte și ține minte!

- Punctele, dreptele și planele sunt modele matematice construite pornind de la realitate.
- Noțiunile fundamentale ale geometriei sunt: punctul, dreapta și planul.
- ***Punctul*** este o figură geometrică. Ne imaginăm punctul ca fiind urma lăsată pe hârtie de vârful unui creion la atingerea foii de hârtie sau urma înțepăturii unui vârf de ac.

În geometrie punctul se notează cu o literă mare de tipar a alfabetului latin: A, B, C etc.

desenăm	*notăm*	*citim*
×	×A	punctul A

Două puncte pot fi *identice* sau *distincte* (diferite).

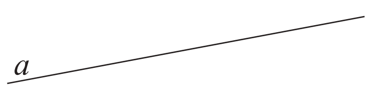
două puncte identice	**două puncte diferite**
$B \times A$	$A\times \quad \times B$
A identic cu B sau $A = B$	A diferit de B sau $A \neq B$.

- ***Dreapta*** este o figură geometrică.

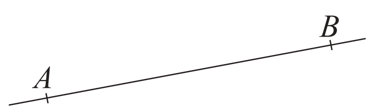
Ne imaginăm dreapta ca pe un fir de ață, bine întins și nemărginit, fără grosime.

Dreapta este nelimitată. Se notează cu o literă mică a alfabetului latin: a, b, c etc. (sau cu două litere mari de tipar).

Reprezentăm o parte dintr-o dreaptă, dar ne imaginăm că este nesfârșită. Putem desena dreapta folosind rigla.



dreapta a



dreapta AB

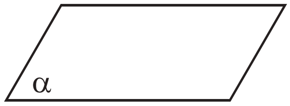
● ***Planul*** este o figură geometrică.

Ne imaginăm un plan ca fiind o suprafață plată și netedă, nemerginită, fără grosime. De exemplu, suprafața apei unui lac liniștit.

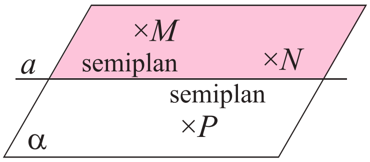
Reprezentăm o parte dintr-un plan, dar trebuie să ne imaginăm că este nesfârșit.

Planul se notează cu o literă a alfabetului grecesc: α (alfa), β (beta), δ (delta), γ (gama) etc.

Pentru a reprezenta un plan, desenăm de obicei un paralelogram.

desenăm	*notăm*	*citim*
		planul α

● ***Semiplanul*** este o parte dintr-un plan, limitată la un capăt.



Orice dreaptă împarte un plan în două semiplane.

În desenul alăturat, punctele M și N sunt în același semiplan, iar punctele M și P sunt în semiplane diferite.

● ***Semidreapta*** este o parte dintr-o dreaptă, limitată la unul dintre capete, numit *originea semidreptei*.

desenăm	*notăm*	*citim*
		semidreapta AB

● ***Segmentul*** este o parte dintr-o dreaptă, limitată la ambele capete, numite *extremitățile segmentului*.

desenăm	*notăm*	*citim*
		segmentul AB

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Desenează pe caiet un punct, o dreaptă, un plan, o semidreaptă și un segment. Notează-le!

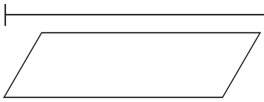
2. Desenează: a) punctul E; b) dreapta MN; c) semidreapta AC; d) segmentul PQ; e) planul β.

Exerciții și probleme

Exersează!

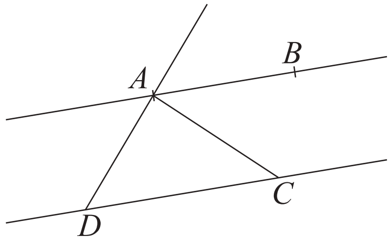
1. Desenează pe caiet o dreaptă și fixează pe ea: a) un punct; b) două puncte distincte. Scrie toate semidreptele determinate de 2 puncte de pe dreapta desenată.

2. Asociază desenului din partea dreaptă denumirea sa din coloana din partea stângă.

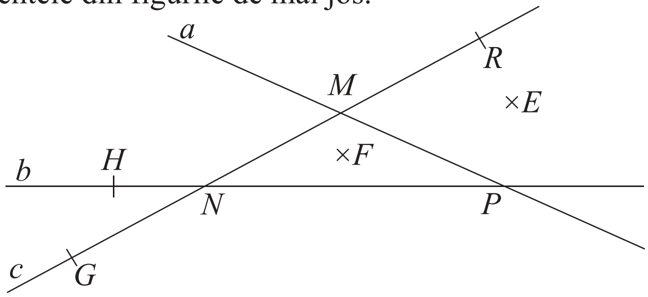
a)	1) segment
b) 	2) punct
c) 	3) dreaptă
d) 	4) semidreaptă
e) 	

3. Scrie punctele, dreptele semidreptele și segmentele din figurile de mai jos.

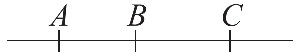
a)



b)

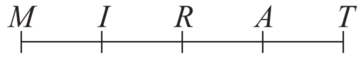


4. Câte segmente sunt pe dreapta din figura alăturată? Dar semidrepte?

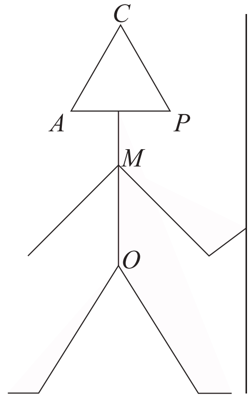


Poți fi mai bun!

5. Câte segmente sunt în figura alăturată? Scrie segmentele!

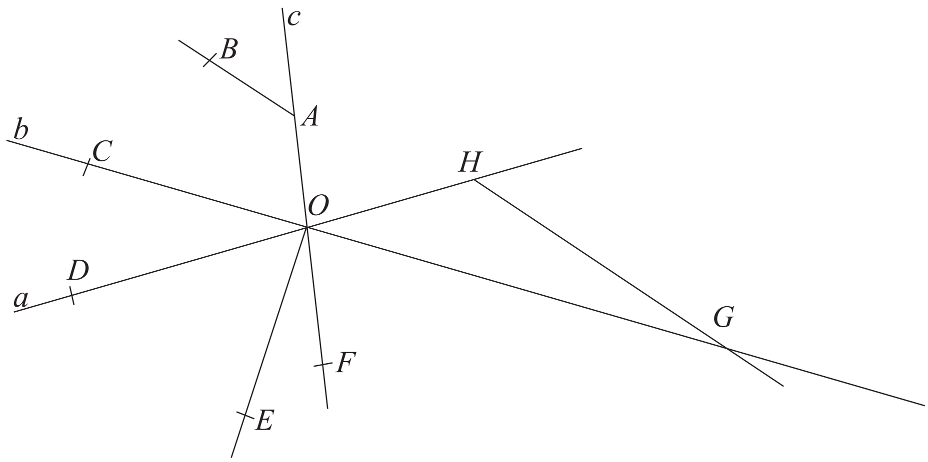


6. Scrie punctele, dreptele, semidreptele și segmentele din figura de mai jos:



Fii campion!

7. Scrie punctele, dreptele semidreptele și segmentele din figura de mai jos.

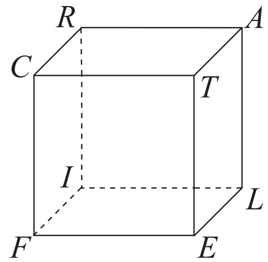


8. Privește figura alăturată, în care este desenat un cub și răspunde pe caiet la întrebările următoare:

a) Câte drepte sunt reprezentate în desen?

b) Câte plane sunt reprezentate în acest desen?

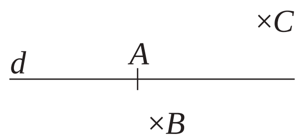
c) Trasează toate segmentele care au o extremitate în punctul E și cealaltă extremitate într-un alt vârf al cubului. Află câte sunt.



2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte

Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă

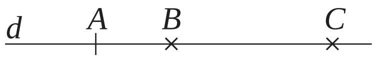
Un punct poate fi pe o dreaptă sau exterior acelei drepte.
- Punctul *A* este **punct al dreptei** *d*.
- Punctele *B* și *C* sunt **puncte exterioare** dreptei *d*.



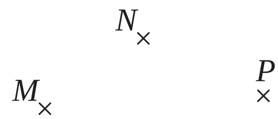
Ia aminte și ține minte!

- Trei sau mai multe puncte sunt **coliniare** dacă există o singură dreaptă care să le conțină.
- Punctele situate pe aceeași dreaptă sunt puncte coliniare.
- Punctele care nu sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte necoliniare.

Exemple:

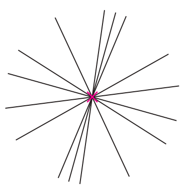


punctele *A*, *B*, *C* sunt coliniare



punctele *M*, *N*, *P* sunt necoliniare

• Printr-un punct trec o infinitate de drepte.

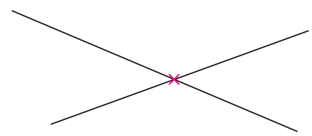


• Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.

dreapta *AB*

Pozițiile relative a două drepte

Ia aminte și ține minte!



- Două drepte care au un singur punct comun se numesc **drepte concurente**.
- Două drepte din același plan, care nu au niciun punct comun, se numesc drepte **paralele**.

Aplică ce ai învățat!

1. Desenează pe caiet dreapta *b*, punctele *M* și *N* pe dreaptă, iar punctele *C* și *D* exterioare dreptei.

2. Desenează:
a) 5 puncte coliniare; b) două drepte concurente; c) două drepte paralele.

3. Desenează trei drepte concurente două câte două.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. a) Desenează și notează două puncte identice.
b) Desenează și notează două puncte distincte.

2. Desenează două puncte distincte A și M, apoi desenează dreapta determinată de cele două puncte distincte.

3. Desenează dreapta d și două puncte distincte A și B, astfel încât:
a) punctele distincte A și B sunt pe dreapta d;
b) punctul A este pe dreapta d și punctul B este exterior dreptei d;
c) punctul A este exterior dreptei d și punctul B este pe dreapta d;
d) punctele A și B sunt exterioare dreptei d.

4. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Două drepte care au un singur punct comun se numesc drepte ....
b) Două sau mai multe puncte situate pe aceeași dreaptă sunt puncte .....
c) Două drepte situate în același plan care nu au niciun punct comun se numesc drepte ....

5. *Alege răspunsul corect:*
a) Printr-un punct:
A. trece o singură dreaptă; B. trec două drepte distincte;
C. nu trece nicio dreaptă; D. trec o infinitate de drepte.
b) Prin două puncte distincte:
A. trece o singură dreaptă; B. trec două puncte distincte;
C. nu trece nicio dreaptă; D. trec o infinitate de drepte.
c) O dreaptă conține:
A. un singur punct; B. două puncte distincte;
C. 10 puncte distincte; D. o infinitate de puncte.

Poți fi mai bun!

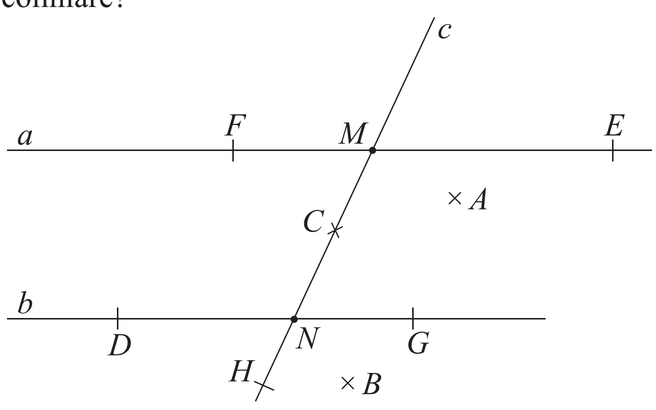
6. a) Desenează și notează trei puncte necoliniare A, B, C.
b) Desenează și notează dreptele determinate de cele trei puncte necoliniare A, B și C.
c) Câte drepte distincte determină punctele necoliniare A, B și C?

7. a) Desenează și notează trei puncte coliniare.
b) Câte drepte distincte determină cele trei puncte coliniare?

8. a) Desenează dreptele a și b concurente.
b) Desenează dreptele a și b paralele.

Fii campion!

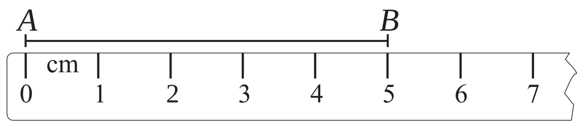
9. Folosește desenul alăturat și scrie:
a) drepte concurente; b) drepte paralele;
c) puncte pe dreapta a; d) puncte pe dreapta b;
e) puncte pe dreapta c.



3. Lungimea unui segment. Distanța dintre două puncte. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct

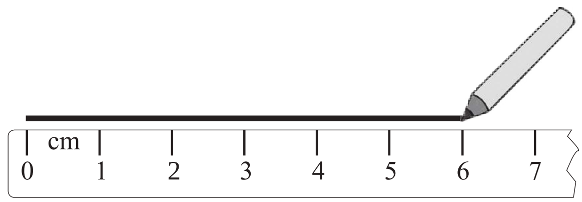
Lungimea unui segment. Distanța dintre două puncte

Ia aminte și ține minte!



- Segmentul se măsoară cu ajutorul riglei gradate. Astfel determinăm **lungimea segmentului**, care se exprimă în unități de măsură pentru lungime.

  Exemple: a) Desenează un segment și măsoară-l. Scrie lungimea lui.
  Lungimea segmentului AB este de 5 cm și scriem $AB = 5$ cm.
  b) Desenează un segment cu lungimea de 6 cm.



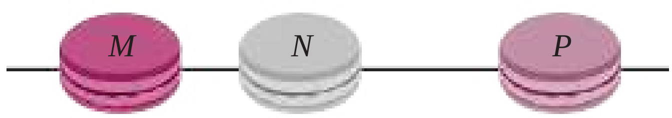
- Distanța dintre două puncte este **lungimea segmentului** determinat de cele două puncte.

  Exemple: a) Determină distanța dintre punctele A și B, din desenul alăturat.
  Măsurăm segmentul determinat de punctele A și B.
  Distanța dintre punctele A și B este de 3 cm. $AB = 3$ cm.

  b) Fie punctele A, B, C, astfel încât $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm și $AC = 7$ cm. Stabilește dacă punctele A, B și C sunt coliniare.
  Calculăm $AB + BC = 4$ cm $+ 3$ cm $= 7$ cm $= AC$. Așadar, $AB + BC = AC$, ceea ce dovedește că punctele A, B și C coliniare.
  c) Fie punctele A, B, C, astfel încât $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm și $AC = 5$ cm. Stabilește dacă punctele A, B, C sunt coliniare.
  Calculăm $AB + BC = 4$ cm $+ 3$ cm $= 7$ cm. Cum $AC = 5$ cm $\Rightarrow AB + BC > AC$, așadar punctele A, B, C sunt necoliniare.

Aplică ce ai învățat!

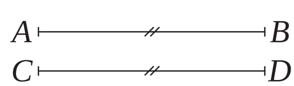
Stabilește dacă punctele M, N, P sunt coliniare, știind că:
a) $MN = 8$ cm, $NP = 10$ cm, $MP = 18$ cm;
b) $MN = 13$ cm, $NP = 4$ cm, $MP = 15$ cm;
c) $MN = 10$ cm, $NP = 17$ cm, $MP = 7$ cm.



Segmente congruente

Ia aminte și ține minte!

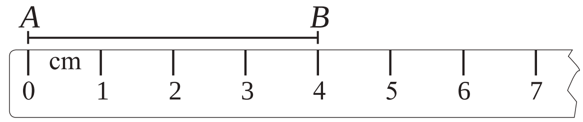
- Două segmente care au lungimile egale sunt **segmente congruente.**
  Segmentul AB este congruent cu segmentul CD și scriem $AB \equiv CD$.
  - dacă $AB = CD$, atunci $AB \equiv CD$.
  - dacă $AB \equiv CD$, atunci $AB = CD$.



- Un segment congruent cu un segment dat poate fi construit cu ajutorul riglei gradate sau compasului.

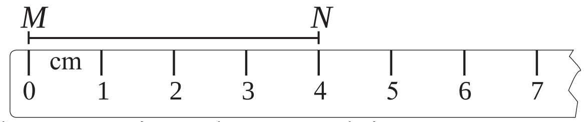
★ Construim segmentul *MN* congruent cu segmentul dat *AB* cu ajutorul riglei gradate.

1) Măsurăm segmentul dat *AB*.
Obținem *AB* = 4 cm.



2) Alegem un punct oarecare *M*.

Așezăm rigla gradată cu diviziunea 0 în dreptul lui *M*, măsurăm 4 cm de la *M*, iar *N* va fi în dreptul diviziunii ce indică 4 cm. Trasăm segmentul *MN*.



★ Construim segmentul *MN* congruent cu segmentul dat *AB* cu ajutorul compasului.

1) Luăm în deschiderea compasului lungimea segmentului dat *AB*.

2) Desenăm o semidreaptă cu originea în punctul *M*. Așezăm brațul fix al compasului în punctul M, păstrând distanța luată între brațele compasului, iar brațul mobil va marca punctul *N* pe semidreaptă.

Am construit segmentul *MN* congruent cu segmentul dat *AB*.

5+ Aplică ce ai învățat!

Construiește prin cele două metode segmente congruente cu următoarele segmente

a) ———————— ; b) ————————————

Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct

Ia aminte și ține minte!

- **Mijlocul unui segment** este acel punct al segmentului care formează cu capetele sale două segmente congruente.

Exemplu:

M **mijlocul segmentului** *AB* $\Rightarrow$ *M* este punct al segmentului *AB* și $AM \equiv BM$.

M **mijlocul segmentului** $AB \Rightarrow MA = MB = \dfrac{AB}{2}$.

- Punctele *A* și *B* sunt **simetrice față de punctul** *M*, dacă *M* este mijlocul segmentului *AB*.

Punctul *A* este **simetricul punctului** ***B*** față de punctul *M*, deoarece *M* este mijlocul segmentului *AB*.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Desenează, pe caiet, notează și măsoară 5 segmente.

2. Desenează, pe caiet, un segment. Fixează mijlocul său.

3. Desenează, pe caiet, punctele *A* și *B* simetrice față de punctul *C*.

4. Fie punctele distincte *A* și *P*. Desenează punctul *B* simetricul punctului *A* față de punctul *P*.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Desenează un segment pe caiet. Notează și apoi măsoară segmentul desenat.

2. Desenează și notează un segment cu lungimea de 3 cm.

3. a) Care este lungimea creionului tău?

b) Măsoară distanța dintre vârful degetului mare și vârful degetului mic al palmei tale bine întinsă. Scrie pe caiet valoarea obținută.

4. Completează pe caiet spațiile punctate cu răspunsurile corecte:

a) Lungimea segmentului se exprimă în .... sau .... sau .... sau ....sau .... sau .....

b) Mijlocul segmentului este un ....

c) Două segmente care au lungimile egale sunt segmente ....

5. *Alege răspunsul corect!*

a) Fie M mijlocul segmentului AB. Dacă lungimea segmentului AB este de 15 cm, atunci lungimea segmentului AM este egală cu:

A. 30 cm; B. 7,5 cm; C. 10 cm; D. 15 cm.

b) Fie M mijlocul segmentului AB. Dacă lungimea segmentului AM este de 3 cm, atunci lungimea segmentului AB este egală cu:

A. 3,5 cm; B. 6 cm; C. 17,5 cm; D. 10 cm.

Poți fi mai bun!

6. Fie punctele coliniare A, B, C, D, în această ordine. Se știe că $AB = 2{,}3$ cm, $BC = 5{,}7$ cm, $CD = 2$ cm. Determină lungimea segmentelor AC, BD, AD.

7. Fie A, B, C trei puncte coliniare în această ordine, M mijlocul segmentului AB și N mijlocul segmentului BC.

a) Dacă $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, determină lungimea segmentului MN.

b) Dacă $MN = 6$ cm, $AM = 1{,}5$ cm, determină lungimea segmentelor AB, BC, AC.

c) Dacă $AM = 2{,}5$ cm și $NC = 1{,}2$ cm, determină lungimea segmentelor AB, BC, MN, AC.

d) Dacă $BC = 7$ cm și $MB = 2$ cm, determină lungimea segmentelor AB, AM, BN, NC, MN.

e) Dacă $MN = 8$ cm și $NC = 3{,}5$ cm, determină lungimile segmentelor AB, BC, AM, MB, BA.

Fii campion!

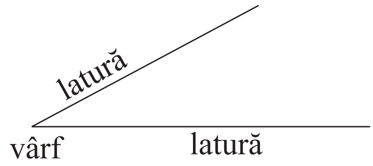
8. Dacă punctele A și B sunt simetrice față de punctul M și $AB = 9$ cm, determină lungimea segmentelor AM și MB.

9. Fie un punct P. Desenează, pe caiet, și notează perechi de puncte simetrice față de punctul P. Ce observi?

4. Unghiul

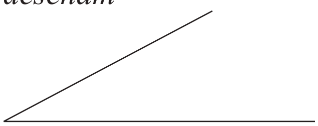
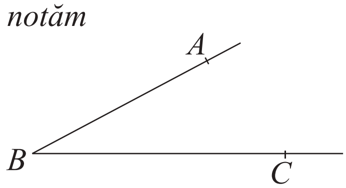
Ia aminte și ține minte!

- **Unghiul** este figura geometrică formată din două semidrepte cu aceeași origine.
- Originea comună se numește *vârful unghiului*, iar cele două semidrepte se numesc *laturile unghiului*.

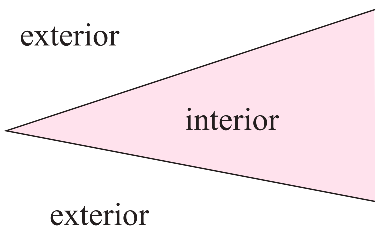


- Pentru notarea unghiului folosim semnul „∢“ sau „^“.

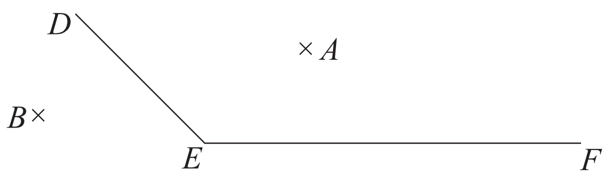
Unghiul se notează, folosind unul din semnele de unghi, fie cu o singură literă mare de tipar și anume litera din vârf, fie cu trei litere mari de tipar, astfel încât litera din vârf să fie la mijloc.

desenăm	*notăm*	*scriem*	*citim*
		∢ B sau $\hat{B}$ ∢ ABC sau $\widehat{ABC}$	unghiul B unghiul ABC

• ∢ABC are: - vârful în punctul B
- laturile: semidreapta BA și semidreapta BC.



Exemple: a) punctul A este în interiorul ∢ DEF; b) punctul B este în exteriorul ∢ DEF.

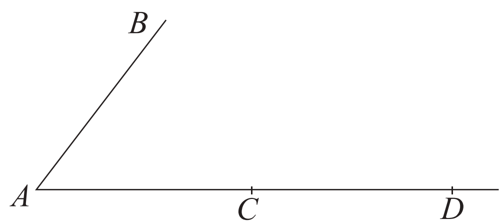


Aplică ce ai învățat!

1. Unghiul $\widehat{MNP}$ are vârful în punctul .... și laturile sunt: semidreapta .... și semidreapta .... .

2. *Alege răspunsurile corecte!* Notația unghiului din figura alăturată este:

A) $\widehat{BAC}$; B) $\widehat{BCA}$; C) $\widehat{CBA}$; D) $\hat{A}$; E) $\widehat{DAB}$; F) $\widehat{DBA}$.



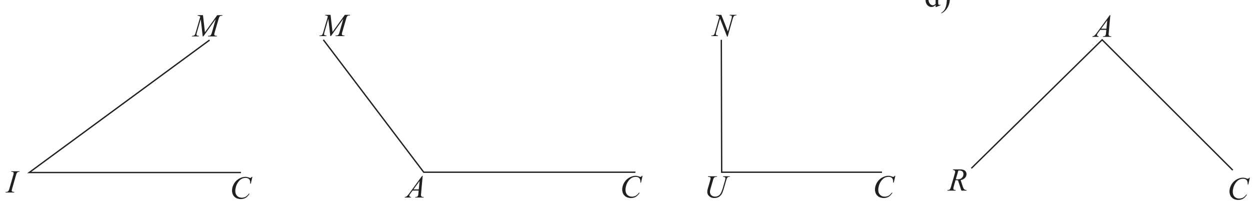
Exerciții și probleme

Exersează!

1. Completează în caiet spațiile punctate cu răspunsul corect:
  a) Unghiul este figura geometrică formată din două semidrepte cu ....
  b) Originea comună se numește .... unghiului.
  c) Pentru notarea unghiului folosim semnul .... sau semnul ....

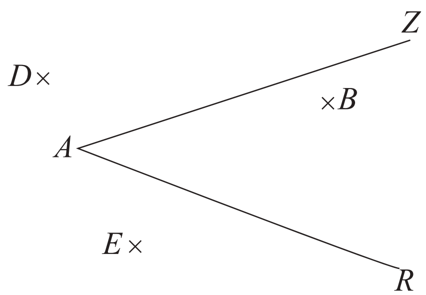
2. Citește următoarele unghiuri și precizează vârful și laturile pentru fiecare:

a) b) c) d)

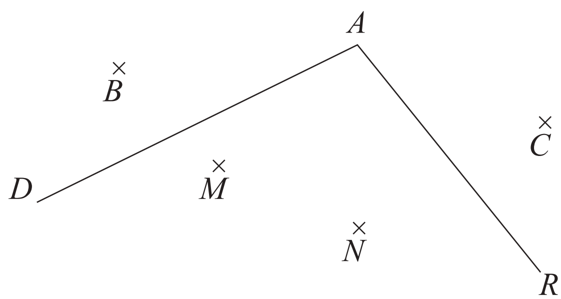


3. Precizează punctele interioare și punctele exterioare pentru ∢*ZAR* și ∢*DAR*, notate pe desen.

a)



b)

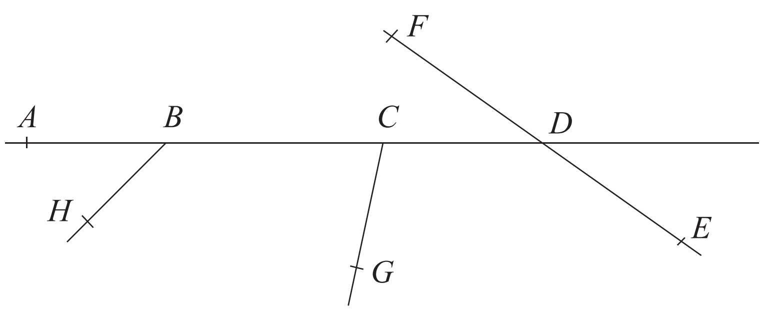


4. Desenează punctele *L*, *M* și *N* în interiorul ∢*FIX* și punctele *A*, *B* și *C* în exteriorul ∢*FIX*.

5. Desenează și citește două unghiuri care au o latură comună.

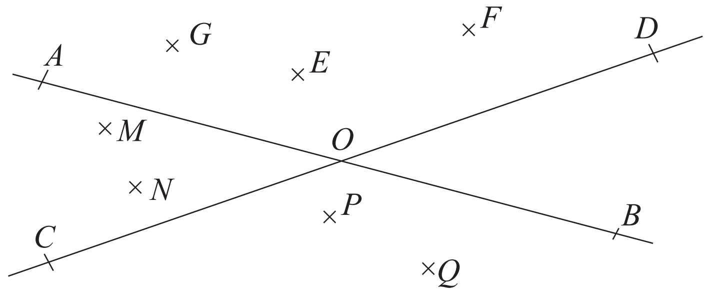
Poți fi mai bun!

6. Scrie în caiet unghiurile din figura de mai jos:



Fii campion!

7. Desenează pe caiet figura alăturată și scrie:
  a) punctele notate aflate în interiorul ∢*AOB*;
  b) punctele notate aflate în interiorul ∢*DOB*;
  c) punctele notate aflate în interiorul ∢*BOC*;
  d) punctele notate aflate în interiorul ∢*AOC*;
  e) punctele notate aflate în exteriorul ∢*AOD*.



5. Măsura unui unghi

Ia aminte și ține minte!

- Unitatea de măsură pentru unghiuri este **gradul** „° “.

  1 grad = 60 minute și 1 minut = 60 secunde

  $1° = 60'$ $1' = 60''$

- Instrumentul pentru măsurarea unghiului este **raportorul**.

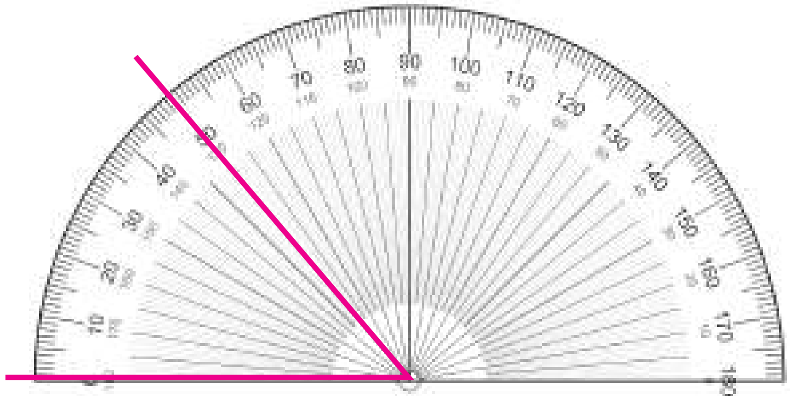
Pentru măsurarea unghiului cu ajutorul raportorului procedăm astfel:

★ fixăm centrul raportorului în vârful unghiului, iar una dintre laturile unghiului prin diviziunea marcată cu 0° a raportului;

★ citim în dreptul celeilalte laturi numărul de grade corespunzător diviziunii.

Scriem că măsura unghiului *AOB* este 50° astfel $\sphericalangle AOB = 50°$.

Observație: Notația $\sphericalangle AOB$ reprezintă atât unghiul *AOB*, cât și măsura acestuia, în funcție de context.



Aplică ce ai învățat!

Desenează pe caiet, notează și măsoară cinci unghiuri.

★ *Unghiul nul* are măsura de 0°. *Unghiul alungit* are măsura de 180°.

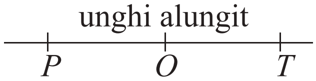
★ *Unghiul drept* are măsura de 90°.

★ *Unghiul ascuțit* are măsura mai mică decât 90°.

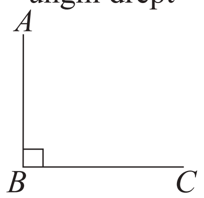
★ *Unghiul obtuz* are măsura mai mare decât 90°.

$\sphericalangle NAM$ este unghi nul

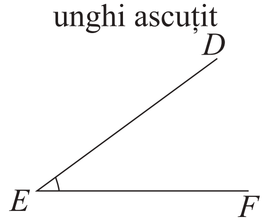
$\sphericalangle POT$ este unghi alungit



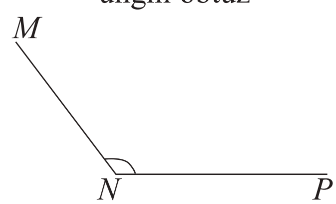
$\sphericalangle ABC$ este unghi drept



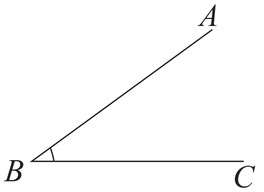
$\sphericalangle DEF$ este unghi ascuțit

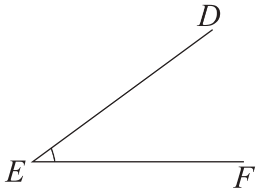


$\sphericalangle MNP$ este unghi obtuz



- Două unghiuri care au măsurile egale sunt **unghiuri congruente**.





$\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle DEF$

• dacă $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DEF \Rightarrow \sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle DEF$

• dacă $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle DEF \Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle DEF$

• dacă $\sphericalangle ABC$ este unghi alungit, atunci punctele A, B, C sunt puncte coliniare
• dacă punctele A, B, C, sunt coliniare, în această ordine, atunci $\sphericalangle ABC$ este unghi alungit.

Exemple:

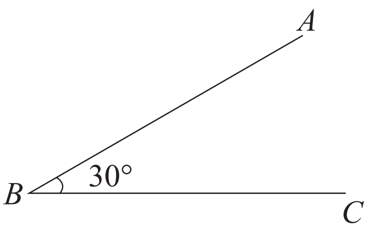
$\sphericalangle AOB = 40°$ și $\sphericalangle BOC = 140°$ și $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC$. Stabilește dacă punctele A, O, C sunt coliniare.

Rezolvare: $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = 40° + 140° = 180°$,
dar $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC$, așadar $\sphericalangle AOC = 180°$, adică punctele A, O, C coliniare.

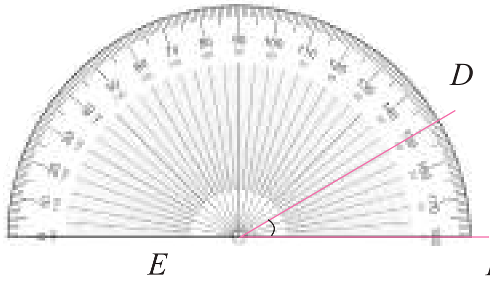
Construcția unui unghi congruent cu un unghi dat cu ajutorul raportului

Se dă unghiul ABC. Să se construiască unghiul DEF congruent cu unghiul ABC.

1) Măsurăm unghiul ABC dat.
$\sphericalangle ABC = 30°$



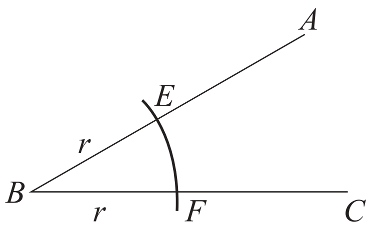
2) Desenăm semidreapta EF.
Așezăm raportorul ca în figura alăturată. În dreptul diviziunii 30° fixăm punctul D. Trasăm semidreapta ED și astfel obținem $\sphericalangle DEF \equiv \sphericalangle ABC$.



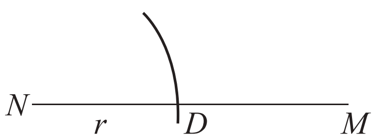
Construcția unui unghi congruent cu un unghi dat cu rigla și compasul

- Se dă unghiul ABC. Să se construiască unghiul MNP congruent cu unghiul ABC.

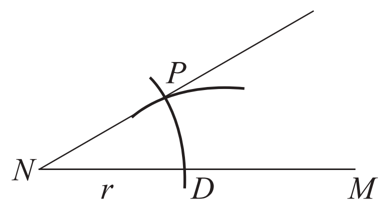
1) Considerăm cercul cu centrul în B și rază oarecare r, care intersectează semidreapta BA în E și semidreapta BC în F.



2) Desenăm semidreapta NM și un cerc de centrul N și rază r care intersectează semidreapta NM în D.



3) Luăm între brațele compasului deschiderea EF și trasăm un cerc de centru D, care intersectează cercul anterior în punctul P. Trasăm semidreapta NP.



Obținem $\sphericalangle MNP \equiv \sphericalangle ABC$.

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Construiește unghiul AOB cu măsura de 70° și unghiul MNP congruent cu unghiul AOB.

2. Construiește unghiul COD cu măsura de 100° și unghiul PQR congruent cu unghiul COD.

3. $\sphericalangle AOB = 70°$ și $\sphericalangle BOC = 110°$ și $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC$. Stabilește dacă punctele A, O, C sunt coliniare.

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Completează pe caiet spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Unghiul drept are măsura de ...°.

b) Unghiul nul are măsura de ...°.

c) Unghiul alungit are măsura de ...°.

2. *Alege răspunsul corect!* Dacă $\sphericalangle AOB = 68°$ și $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$, atunci $\sphericalangle COD$ are măsura de:

A. 34°; B. 68°; C. 90°; D. 86°.

3. *Alege răspunsul corect!* Dacă un unghi este de 91°, atunci unghiul este:

A. drept; B. ascuțit; C. obtuz; D. alt răspuns.

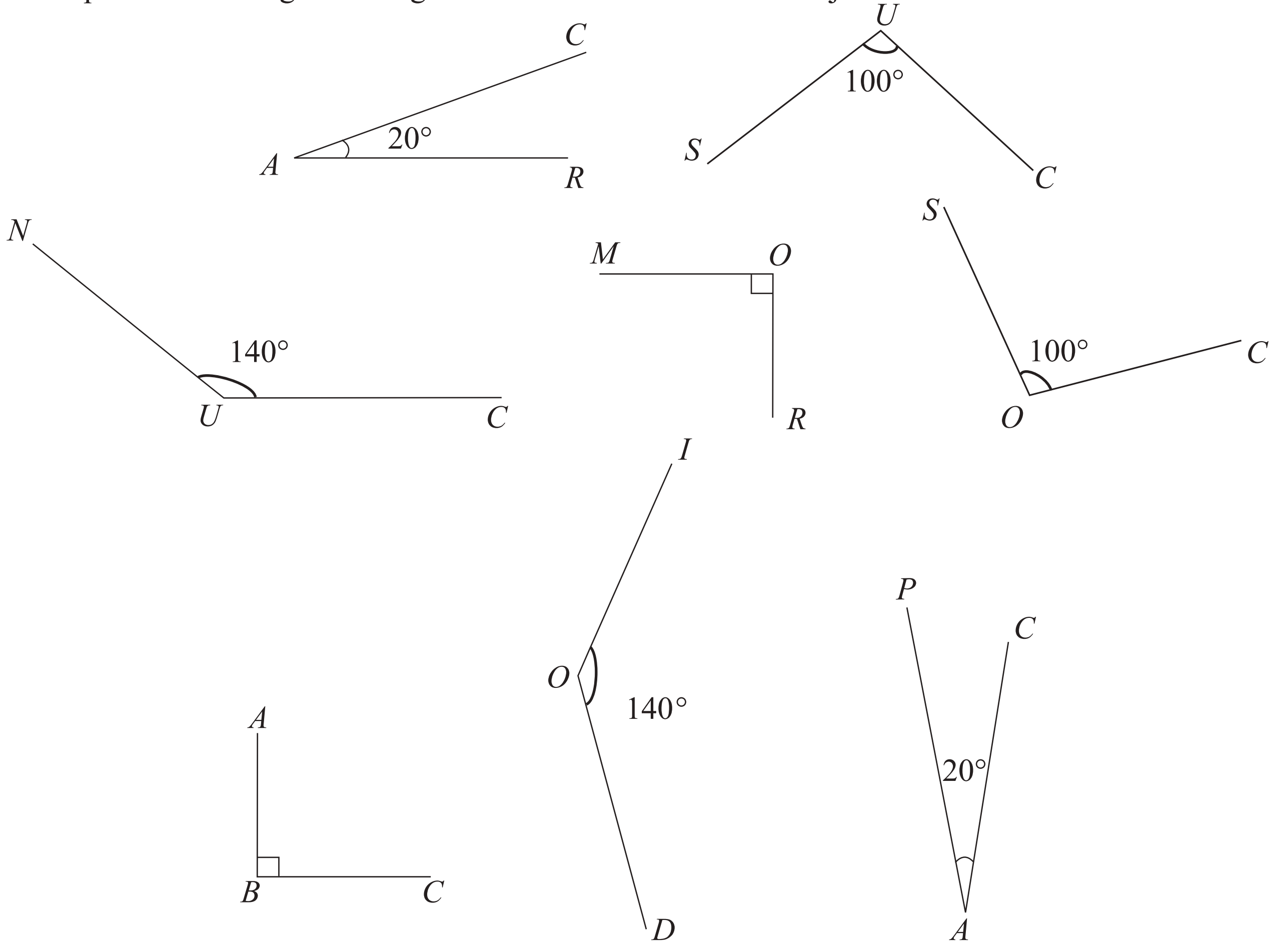
4. Construiește cu ajutorul raportorului unghiul DAC, dacă măsura lui este de 70°.

Poți fi mai bun!

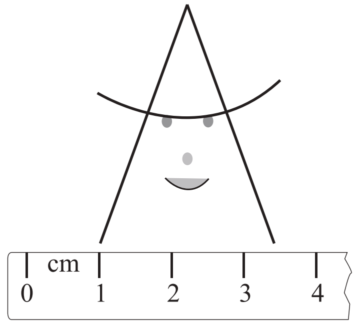
5. Construiește unghiul DOG congruent cu unghiul REX, dacă $\sphericalangle REX = 113°$.

Fii campion!

6. Scrie perechile de unghiuri congruente dintre cele desenate mai jos:



6. Calcule cu măsuri de unghiuri



Ia aminte și ține minte!

- Pentru **a aduna măsurile a două unghiuri** se adună numerele care reprezintă unități de același fel. Dacă numărul minutelor este mai mare decât 60 se transformă în grade.

Exemple:

a) $\begin{array}{r} 38°26' + \\ \underline{23°14'} \\ 61°40' \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 59°31' + \\ \underline{73°47'} \\ 132°78' \end{array}$

$1° \quad 60' + 18'$

$133° \quad 18'$

- Pentru **a scădea măsurile a două unghiuri** se scad numerele care reprezintă unități de același fel. Dacă numărul de minute de la descăzut este mai mic decât cel de la scăzător, se transformă un grad în minute și se adaugă la cele existente, apoi se efectuează scăderea.

Exemple:

a) $\begin{array}{r} 38°26' - \\ \underline{9°14'} \\ 29°12' \end{array}$

b) $57°23' - 13°45' = 43°38'$

$57°23' = 56°83'$

$60'$

$\begin{array}{r} 56°\ 83' + \\ \underline{13°\ 45'} \\ 43°\ 38' \end{array}$

- Pentru **a înmulți măsura unui unghi cu un număr natural** se înmulțesc cu numărul natural respectiv atât numărul de minute cât și numărul de grade. La final se fac transformările:

Exemple: a) $42°15' \cdot 3 = 126°45'$;

b) $10°39' \cdot 4 = 40°156' = 42°36'$.

c) Transformă în minute $26°\ 48'$.

Avem $26°\ 48' = 26 \cdot 60' + 48' = 1560' + 48' = 1608'$.

d) Transformă în minute $59°\ 21'$.

Avem $59°\ 21' = 59 \cdot 60' + 21' = 3540' + 21' = 3561'$.

- Pentru **a împărți măsura unui unghi la un număr natural** se împarte atât numărul de grade, cât și numărul de minute la numărul natural respectiv.

Exemple: a) $42°18' : 2 = 21°9'$;

b) $53°14' : 2 = 26°\ 37'$;

c) Transformă în grade $6720'$. Avem $6720' = 112°$.

d) Transformă în grade $7303'$. Avem $7303' : 60 = 121°43'$.

$$\begin{array}{l|l} 53°14' & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4} & 26°37' \\ 13 & \\ \underline{12} & \\ =1 = 60' + 14' = 74' & \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \underline{6} & \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\ 14 & \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \underline{14} & \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\ == & \end{array}$$

5+ Aplică ce ai învățat!

1. Transformă în minute:

a) $5°$; b) $90°$; c) $120°$; d) $12°\ 30'$; e) $100°2'$; f) $1°13'$.

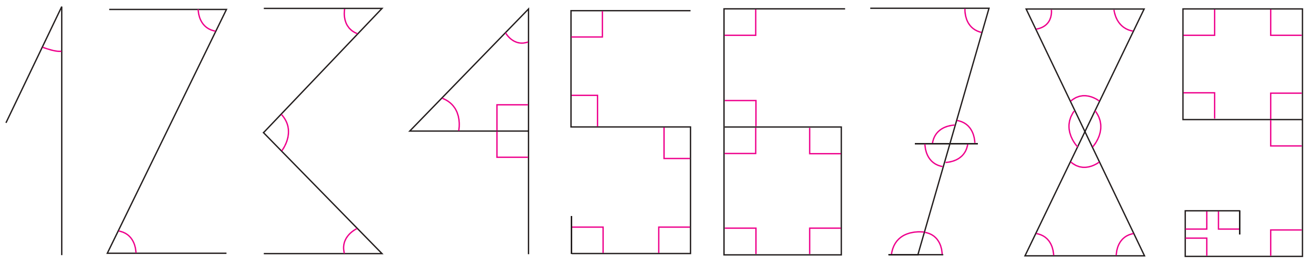
2. Transformă în grade și minute:

a) $1814'$; b) $756'$; c) $2453'$; d) $1391'$; e) $2485'$.

3. Calculează:

a) $30°21' + 14°5'$; b) $30°21' - 14°5'$; c) $30°21' \cdot 2$; d) $30°21' : 3$.

Să ne amuzăm! Există o oarecare legătură între cifrele arabe și unghiuri? Se spune ca inițial aceste cifre fiind scrijelite în piatră sau pe lemn, erau formate din linii, mai puțin cifra 0.



1 unghi 2 unghiuri 3 unghiuri 4 unghiuri 5 unghiuri 6 unghiuri 7 unghiuri 8 unghiuri 9 unghiuri

Exerciții și probleme

Exersează!

1. Transformă în minute:

a) 15°; b) 29°; c) 73°; d) 102°; e) 1°30′; f) 12°29′; g) 50°1′; h) 1°27′; i) 70°48′.

2. Transformă în grade și minute:

a) 135′; b) 540′; c) 963′; d) 505′; e) 1130′; f) 4896′; g) 7623′; h) 9348′.

3. Calculează:

a) 37° + 91°; b) 12° + 49°; c) 114° – 75°; d) 98° – 43°; e) 123° – 90°; f) 180° – 69°.

4. Calculează:

a) 25°39′ + 7°10′;
54°30′ + 0°58′
11°29′ + 34°15′

b) 30°40′ – 25°15′;
72°51′ – 20°12′;
104°12′ – 101°1′

c) 23°14′ · 2;
53°10′ · 3;
100°12′ · 4;

d) 108°14′ + 12°9′.
174°55′ – 73°31′
152°14′ · 2.

Poți fi mai bun!

5. Calculează:

a) 70°43′ + 2°52′;
105°38′ + 1°41′;
45°51′ + 12°25′;

b) 120°13′ – 75°49′;
13°45′ – 5°51′;
91°28′ – 73°37′;

c) 14°32′ · 5;
45′ · 6;
62°36′ · 8;

d) 100°48′ + 123°12′;
145°2′ – 67°43′;
87°34′ · 10.

6. Calculează:

a) 32° + 91′;
42° + 105′;
71° + 83′;

b) 80° – 72°30′;
90° – 63°14′;
180° – 12°46′;

c) 108°45′ : 3;
175°20′ : 5;
147°49′ : 7;

d) 104′ + 39°;
180° – 53°29′;
918°27′ : 9.

Fii campion!

7. Fie unghiurile: $\hat{A} = 32°15'$ și $\hat{B} = 2 \cdot \hat{A}$.
Calculează măsura unghiurilor:

a) $\hat{B}$; b) $\hat{A} + \hat{B}$; c) $\hat{B} - \hat{A}$; d) $3 \cdot \hat{A}$;
e) $5 \cdot \hat{A} + 7 \cdot \hat{B}$; f) $3 \cdot \hat{B} - 2 \cdot \hat{A}$; g) $180° - \hat{A}$; h) $90° - \hat{B}$.

7. Figuri congruente. Axă de simetrie

Figuri congruente

Maria merge la atelierul de croitorie pentru a-și face două bluze cu model identic, dar din materiale diferite. Ea vrea să vadă cum face croitoreasa aceste bluze identice.

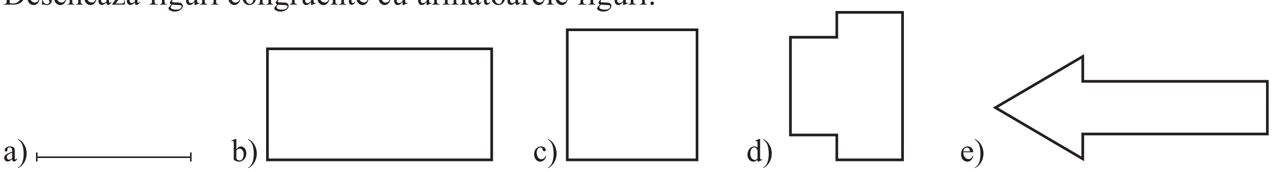
Observă că, mai întâi, croitoreasa croiește prima bluza, iar tiparul îl pune și pe al doilea material și croiește la fel.

Ia aminte și ține minte!

- Spunem că două figuri geometrice sunt **congruente** dacă prin suprapunere ele coincid.

Aplică ce ai învățat!

Desenează figuri congruente cu următoarele figuri:

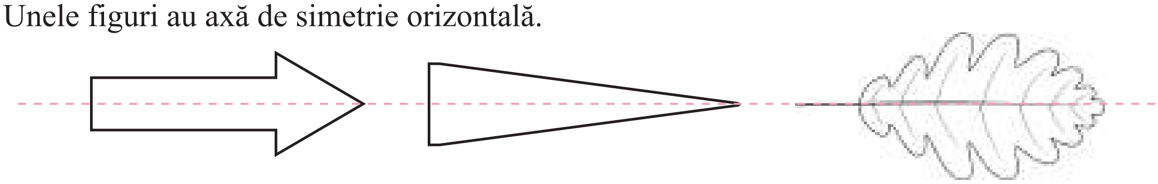


Axă de simetrie

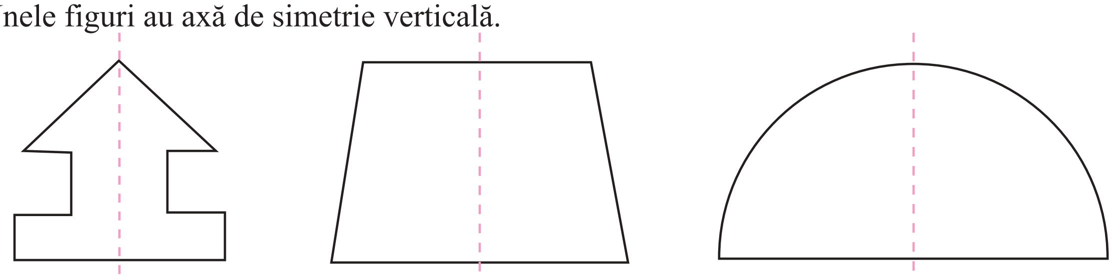
Sunt figuri care pot admite ca *axă de simetrie* o dreaptă, față de care, dacă am îndoi foaia de hârtie de-a lungul acelei drepte, cele două părți ale figurii s-ar suprapune.

Exemple:

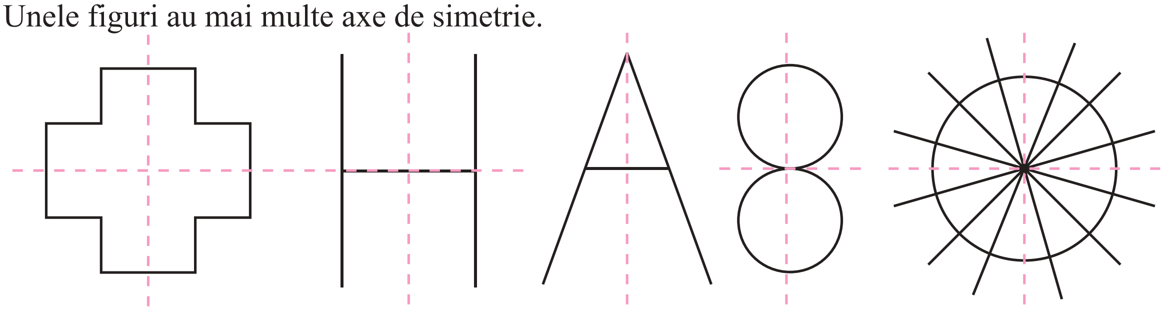
a) Unele figuri au axă de simetrie orizontală.



b) Unele figuri au axă de simetrie verticală.



c) Unele figuri au mai multe axe de simetrie.

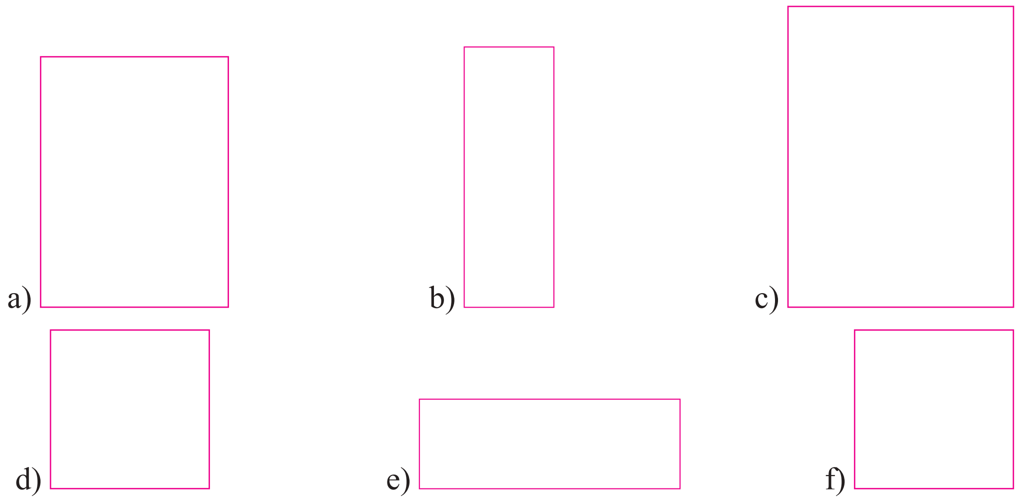


Exerciții și probleme

Exersează!

1. Scrie pe caiet 5 exemple de perechi de figuri congruente.

2. Găsește perechile de figuri congruente.

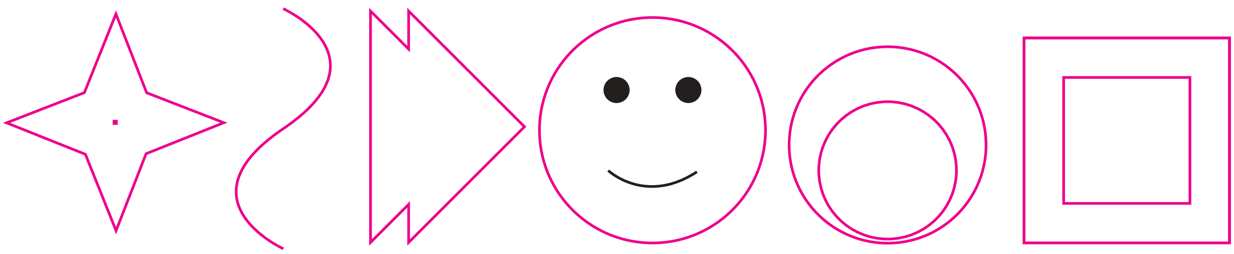


3. Desenează un dreptunghi, un pătrat și axele lor de simetrie.

4. Scrie 5 litere care au axă de simetrie.

5. Câte cifre din sistemul zecimal au axă de simetrie?

6. Stabilește dacă figurile următoare au cel puțin o axă de simetrie și, în caz afirmativ, trasează aceste axe.



Poți fi mai bun!

7. Bifează, adevărat sau fals, pentru următoarele enunțuri:

	adevărat	fals
a) un segment are două axe de simetrie	☐	☐
b) un pătrat are patru axe de simetrie	☐	☐
c) un dreptunghi are patru axe de simetrie	☐	☐
d) un cerc are o infinitate de axe de simetrie	☐	☐

Fii campion!

8. Găsește axe de simetrie pentru piese vestimentare.

8. Unități de măsură. Transformări

În vremurile mai vechi, oamenii aveau legături numai cu locuitorii din aceeași regiune sau regiunile apropiate. Pentru schimbul de mărfuri era de ajuns ca unitatea de măsură să fie aceeași pentru o regiune.

La noi, pentru măsurat stofe erau palma și cotul, pentru măsurat terenuri erau prăjina și stânjenul.

În urma revoluției franceze din 1789, în Franța s-a introdus unitatea pentru măsurat lungimea – metrul. În decursul secolului al XIX-lea, majoritatea țărilor au adoptat metrul ca unitate de măsură pentru lungimi.

Țara noastră a adoptat metrul printr-o lege din 1864, care a intrat în vigoare la 1 ianuarie 1866.

Dintre unitățile de măsură vechi care se mai folosesc și astăzi în lume, menționăm:

• țolul (25,4 mm) folosit pentru măsurarea diametrului țevilor;
• mila engleză, pentru măsurarea lungimii (mila terestră = 1609,344 m, mila marină = 1852 m);
• livra engleză = 453,592 g pentru măsurarea masei

Unități de măsură pentru lungime

Ia aminte și ține minte!

● Pentru a măsura o lungime trebuie mai întâi aleasă o unitate de măsură.

Prin convenție internațională, unitatea principală de măsură pentru lungime este **metrul** (m), dar se utilizează și multiplii, respectiv submultiplii acestuia.

Multiplii metrului
✧ decametrul, 1 dam = 10 m
✧ hectometrul, 1 hm = 100 m
✧ kilometrul, 1 km = 1000 m

Submultiplii metrului
¤ decimetrul, 1 dm = 0, 1 m
¤ centimetrul 1 cm = 0,01 m
¤ milimetrul, 1 mm = 0,001 m

Schema de transformare a unităților de măsură pentru lungime:

$$\boxed{\text{km}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{hm}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{dam}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{m}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{dm}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{cm}} \xrightleftharpoons[:\,10]{\cdot\,10} \boxed{\text{mm}}$$

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mare (aflată la stânga în schemă) într-o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) înmulțim numărul unităților de măsură mai mari cu puteri ale lui 10, în funcție de submultiplul cerut.

Exemple:

a) 0,432 m = ? cm; $0{,}432 \cdot 1\text{ m} = 0{,}432 \cdot 10^2\text{ cm} = 43{,}2\text{ cm}$;

b) 84,56 hm = ? dm; $84{,}56\text{ hm} = 84{,}56 \cdot 1\text{ hm} = 84{,}56 \cdot 10^3\text{ dm} = 84560\text{ dm}$.

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) într-o unitate de măsură mai mare (aflată mai la stânga în schemă) împărțim numărul unităților de măsură mai mici cu puteri ale lui 10, în funcție de multiplul cerut.

Exemple:

a) 0,432 m = ? km; $0{,}432\text{ m} = 0{,}432 : 10^2\text{ hm} = 0{,}00432\text{ km}$;

b) 84,56 hm = ? km; $84{,}56\text{ hm} = 84{,}56 : 10 = 8{,}456\text{ km}$.

● **Perimetrul** unei figuri formată din segmente de dreaptă este suma lungimilor acestor segmente (exprimate prin aceeași unitate de măsură).

• **Perimetrul pătratului** este de patru ori lungimea unei laturi.
• **Perimetrul dreptunghiului** este de două ori lungimea plus de două ori lățimea acestuia.

Exemple:

a) O grădină în formă de pătrat, cu lungimea laturii de 6,42 hm, se împrejmuiește cu un gard viu. Câți metri de gard viu sunt necesari pentru împrejmuirea acestei grădinii?

Rezolvare: Perimetrul grădinii este perimetrul pătratului, adică de 4 ori lungimea laturii pătratului.

6,42 hm · 4 = 25,68 hm = 2568 m (gard viu necesar pentru împrejmuirea grădinii).

Instrumente de măsurat lungimi sunt:

- ★ rigla gradată;
- ★ metrul obișnuit (pentru măsurarea pânzei);
- ★ metrul de croitorie (panglica de croitorie sau centimetrul);
- ★ ruleta;
- ★ metrul tâmplarului;
- ★ șublerul.

Exemplu: Desenează, folosind rigla gradată, un segment de lungime 1 mm, respectiv 1 cm, 1 dm.

1 mm

1 cm

1 dm

Aplică ce ai învățat!

1. Transformă în milimetri:

a) 7,3 cm; 0,45 dm; 2,304 m; 0,00042 km; 82,005 dam.

b) 0,0009 km; 1,40003 hm; 17,73 m; 6,98 dm; 9,431 cm.

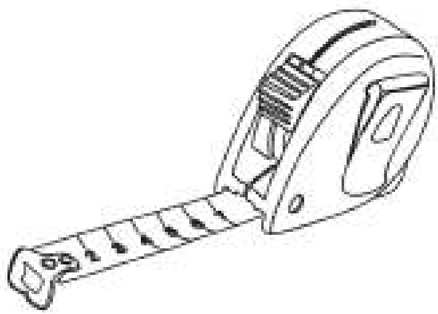
c) 1,85 cm; 32 dm; 1,04 m; 7,1 dam; 9,52 hm.

2. Transformă în kilometri:

a) 8,9 hm; 14,2 dam; 104,5 m; 2004 dm; 1732,8 cm;

b) 1004,5 m; 4023,75 dm; 51,7 mm; 90,43 dam.

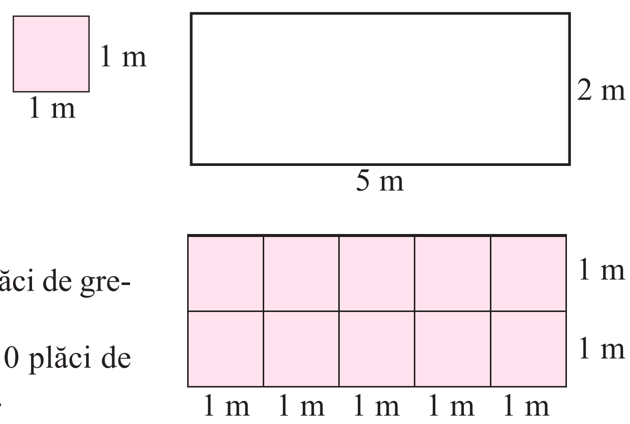
c) 1,3 mm; 43,2 hm; 671,205 dam; 0,3 m; 642,9 dm.



Unități de măsură pentru arie

Bunica Elenei vrea să aplice pe aleea din fața casei plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 1 m. Dacă lungimea aleei este de 5 m și lățimea de 2 m, câte plăci sunt necesare bunicii pentru aleea din fața casei?

Rezolvare: Întocmim planul suprafeței aleii ca în figură.



Observăm că de-a lungul lungimii putem așeza 5 plăci de gresie, iar pe lățime, 2 plăci de gresie.

Așadar avem 2 rânduri a 5 plăci de gresie, adică 10 plăci de gresie sunt necesare bunicii pentru aleea din fața casei.

Ia aminte și ține minte!

- *Aria* este măsura unei suprafețe plane. Unitatea principală de măsură pentru arie este *metrul pătrat* și se notează m^2. Metrul pătrat este aria unui pătrat cu latura de 1 m.

Multiplii metrului pătrat

✧ decametrul pătrat, 1 $dam^2 = 100\ m^2$

✧ hectometrul pătrat, 1 $hm^2 = 100^2\ m^2$

✧ kilometrul pătrat, 1 $km^2 = 100^3\ m^2$

Submultiplii metrului pătrat

¤ decimetrul pătrat, 1 $dm^2 = 0{,}01\ m^2$

¤ centimetrul pătrat, 1 $cm^2 = 0{,}0001\ m^2$

¤ milimetrul pătrat, 1 $mm^2 = 0{,}000001\ m^2$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru arie:

$$km^2 \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} hm^2 \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} dam^2 \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} \boxed{m^2} \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} dm^2 \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} cm^2 \overset{\cdot 100}{\underset{:100}{\rightleftarrows}} mm^2$$

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mare (aflată mai în stânga în schemă) într-o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) înmulțim numărul unităților de măsură mai mari cu puteri ale lui 100.

Exemple: a) $2{,}43\ dam^2 = ?\ m^2$; $2{,}43\ dam^2 = 2{,}43 \cdot 100\ m^2 = 243\ m^2$;

b) $4{,}15\ m^2 = ?\ cm^2$; $4{,}15\ m^2 = 4{,}15 \cdot 100^2 m^2 = 41500\ cm^2$.

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) într-o unitate de măsură mai mare (aflată mai la stânga în schemă) împărțim numărul unităților de măsurăm mai mici cu puteri ale lui 100.

Exemple: a) $18\ 506\ cm^2 = ?\ m^2$; $18\ 506\ cm^2 = 18\ 506 : 100^2\ m^2 = 1{,}8506\ m^2$;

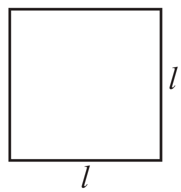
b) $304{,}2\ dm^2 = ?\ m$; $304{,}2\ dm^2 = 304{,}2 : 100\ m^2 = 3{,}042\ m$.

● Pentru măsurarea suprafețelor de teren se folosesc *unități agrare*: arul, notat ar; hectarul, notat ha; pogonul.

1 ar = 1 $dam^2 = 100\ m^2$

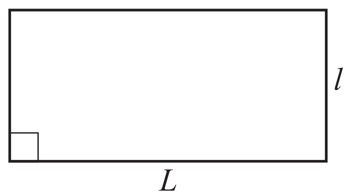
1 ha = 1 $hm^2 = 10000\ m^2$

1 pogon = 0,5 ha = $5000\ m^2$.



• **Aria unui pătrat** este egală cu pătratul lungimii laturii acelui pătrat.

• **Aria dreptunghiului** este egală cu produsul dintre lungimea și lățimea acestuia (exprimate prin aceeași unitate de măsură).



Exemple:

a) Aria unei plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 1 m se află astfel: $Arie_{\text{pătrat}} = 1^2\ m^2 = 1\ m^2$.

b) Aria aleii cu lungimea de 5 m și lățimea de 2 m este $Arie_{\text{dreptunghi}} = 5\ m \cdot 2\ m = 10\ m^2$.

Aplică ce ai învățat!

1. Transformă în m^2: 5 dam^2; 6 dm^2; 0,8 hm^2; 200 mm^2; 2800 cm^2; 0,5 km^2.

2. Află aria pătratului cu latura de: a) 4 cm; b) 9 m; c) 0,5 dm.

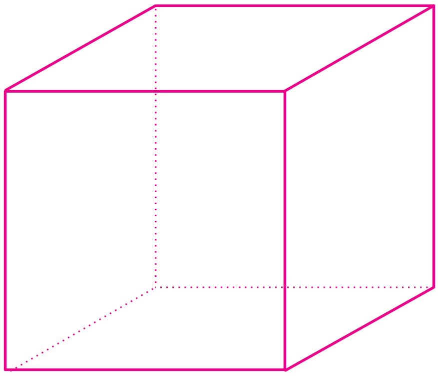
3. Află aria dreptunghiului de: a) 8 m și 2 m; b) 0,1 cm și 12 cm; c) 1,5 dam și 3,1 dam.

Lucrează în echipă!

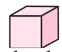
4. Desenează și decupează dintr-o foaie de hârtie un pătrat cu latura de 1 mm, 1 cm, 1 dm, respectiv 1 m.

Unități de măsură pentru volum

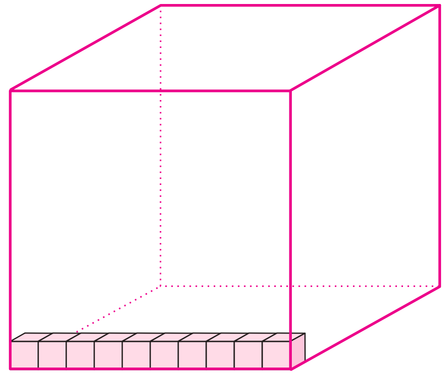
Bianca cumpără zahăr cubic ambalat într-o cutie în formă de cub cu muchia de 10 cm. Dacă un cubuleț de zahăr are muchia de 1 cm, câte cubulețe de zahăr sunt ambalate în cutia cumpărată de Bianca?



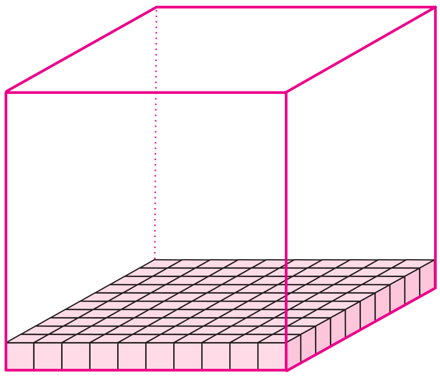
Cutia de zahăr



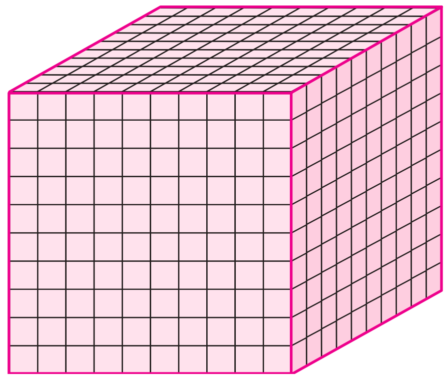
Cubulețul de zahăr



Observăm că de-a lungul muchiei se pot așeza 10 cubulețe de zahăr.



Primul rând are $10 \cdot 10 = 100$ (cubulețe de zahăr)



Sunt 10 rânduri a câte 100 de cubulețe de zahăr, adică $10 \cdot 100 = 1000$ (cubulețe de zahăr)

Ia aminte și ține minte!

● Unitatea principală de măsură pentru volum este **metrul cub** și se notează m^3. Metrul cub este volumul unui cub cu muchia de 1 m.

Multiplii metrului cub
- decametrul cub, 1 dam^3 = 1000 m^3
- hectometrul cub, 1 hm^3 = 1000^2 m^3
- kilometrul cub, 1 km^3 = 1000^3 m^3

Submultiplii metrului cub
- decimetrul cub, 1 dm^3 = 0,001 m^3
- centimetrul cub, 1 cm^3 = 0,000001 m^3
- milimetrul cub, 1 mm^3 = 0,0000001 m^3

• ***Schema de transformare a unităților de măsură pentru volum:***

$$\boxed{\text{km}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{hm}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{dam}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{m}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{dm}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{cm}^3} \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{mm}^3}$$

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mare (aflată la stânga în schemă) într-o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) înmulțim numărul unităților de măsură mai mari cu puteri ale lui 1000.

Exemple: a) 2 m^3 = 2 · 1000 dm^3; b) 9,18 hm^3 = 9,18 · 1000 dam^3 = 9 180 dam^3.

● Pentru a transforma o unitate de măsură mai mică (aflată mai la dreapta în schemă) într-o unitate de măsură mai mare (aflată mai la stânga în schemă) împărțim numărul unităților de măsură mai mici cu puteri ale lui 1000.

Exemple: a) 2383 cm^3 = 2 383 : 1000 dm^3 = 2,383 dm^3; b) 412,5 m^3 = 412,5 : 1000^2 hm^3 = 0,0004125 hm^3.

Alte unități de măsură pentru volum

Litrul este o altă unitate pentru măsurarea volumului unor vase (capacitatea vaselor). Se notează cu l. Litrul este volumul unui vas care are 1 dm^3. $1\ l = 1\ dm^3$.

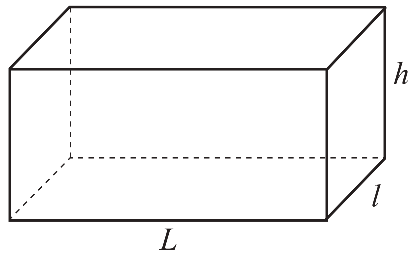
Multiplii litrului
- ✧ Decalitrul, $1\ dal = 10\ l$
- ✧ Hectolitrul, $1\ hl = 10^2\ l$
- ✧ Kilolitrul, $1\ kl = 10^3\ l$

Submultiplii litrului
- ⌑ Decilitrul, $1\ dl = 0{,}1\ l$
- ⌑ Centilitrul, $1\ cl = 0{,}01\ l$
- ⌑ Mililitrul, $1\ ml = 0{,}001\ l$

Schema de transformare a unităților de măsură pentru volum:

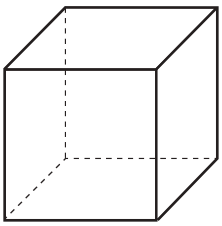
$$\boxed{\text{kl}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{hl}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{dal}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{l}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{dl}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{cl}} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{ml}}$$

● **Volumul paralelipipedului** este egal cu produsul dintre lungime, lățime și înălțime (exprimate prin aceleași unități de măsură).



Exemplu: Află volumul paralelipipedului cu dimensiunile de 8 dm; 12 dm; 2 dm.

Rezolvare: Volumul = $8\ dm \cdot 12\ dm \cdot 2\ dm = 192\ dm^3$.



• **Volumul cubului** este egal cu lungimea muchiei la puterea a treia (cubul lungimii muchiei).

Exemplu: Află volumul cubului cu muchia de 4 cm.

Rezolvare: Volumul = $(4\ cm)^3 = 64\ cm^3$.

Aplică ce ai învățat!

1. Transformă în dm^3:

$5\ cm^3$; $2{,}3\ cm^3$; $0{,}725\ dam^3$; $23432\ mm^3$; $0{,}0504\ hm^3$; $8{,}56\ m^3$.

2. Află volumul cubului cu lungimea muchiei de:

a) 5 cm; b) 9 dm; c) 10 m; d) 2,52 mm; e) 0,7 dam.

3. Află volumul paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile:

a) 2 cm; 3 cm; 5 cm; b) 6 dm; 0,8 dm; 2 dm; c) 1,5 mm; 2,3 mm; 4,2 mm.

Lucrează în echipă!

Citește cu atenție!

Vlad

Dă-mi 5 cutii de suc
și voi avea același număr
de cutii ca și tine.

Alex

Dacă mi-ai da tu 5 cutii de suc,
aș avea de 5 ori mai multe cutii
de suc decât îți rămân ție.

Află câți litri de suc are fiecare!

Exerciții și probleme

Unități de măsură pentru lungimi

Exersează!

1. Transformă în centimetri:
62,703 m; 0,3 mm; 5,9 dm; 8 dam; 0,003 hm.

2. Transformă în metri:
175 cm; 1750 mm; 4,5 km; 0,5 dam; 61,04 hm.

3. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Perimetrul unei figuri formată din segmente de dreaptă este egal cu ...
b) Perimetrul pătratului este egal cu ...
c) Perimetrul dreptunghiului este egal cu ...
d) Perimetrul se exprimă în una dintre unitățile de măsură pentru ...

4. Transformă în m:
a) 7 km 3 hm; b) 10 dam 2 dm; c) 5 dm 62 cm; d) 123 cm 5 mm;
e) 2,3 hm 53 dam; f) 93 dam 6 cm; g) 12 hm 75 mm; h) 1 dm 7 mm;
i) 3 dm 4 cm; j) 15 dam 12 dm; k) 10 km 11 hm; l) 123 dm 4 cm.

5. Calculează:
a) 0,3 km + 9,4 hm; b) 15,3 dam + 0,05 m; c) 7,5 hm + 0,1 cm; d) 2,3 m + 0,07 km.

6. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

a)

A	B
a) 120 mm	1) 0,07 km
b) 7 dam	2) 1,2 dm
c) 7 cm	3) 0,07 m
	4) 12 hm

b)

A	B
a) 7,3 m	1) 7,3 m
b) 0,73 dam	2) 730 cm
c) 73 km	3) 7300 dam
	4) 7300 m

Poți fi mai bun!

7. Calculează perimetrul pătratului cu latura de:
a) 1,4 m; b) 32,6 cm; c) 0,03 km.

8. Calculează perimetrul dreptunghiului cu dimensiunile:
a) 3 m și 5 m; b) 8,29 cm și 16,01 cm; c) 10,07 dm și 36,18 dm; d) 12 km și $23\frac{1}{4}$ km.

Fii campion!

9. O grădină care are forma unui dreptunghi cu lățimea de 13 dam și lungimea de 250 m, se împrejmuiește cu gard viu. Dacă grădina are o poartă cu lungimea de 2 m, află câți metri de gard viu sunt necesari pentru împrejmuire.

Exersează!

1. Transformă în m^2:
$0{,}5\ dam^2$; $72\ cm^2$; $2{,}3\ dm^2$; $0{,}02\ hm^2$; $638\ mm^2$.

2. Transformă în cm^2:
$6\ m^2$; $31\ dm^2$; $23\ mm^2$; $0{,}562\ dam^2$; $8{,}09\ km^2$.

3. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Aria pătratului cu latura de 7 m este egală cu ... m^2.

b) Aria dreptunghiului cu lungimea de 6 cm și lățimea de 0,2 dm este egală cu ... cm^2.

c) Pătratul cu aria de 25 dm^2 are lungimea laturii de ... dm.

d) Aria dreptunghiului cu lățimea de 0,15 dam și lungimea de 4 ori mai mare decât lățimea, este egală cu .... dam^2.

4. Transformă în ari:
$7{,}32\ dam^2$; $5342\ m^2$; $45\ hm^2$; $8\ 360\ dm^2$.

5. Transformă în hectare:
$20\ 000\ m^2$; $0{,}05\ km^2$; 36 ari; $12\ hm^2$; $623\ dam^2$.

6. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

a)

A	B
a) $132\ cm^2$	1) $0{,}07\ m^2$
b) $7\ dm^2$	2) $1{,}32\ dm^2$
c) $579\ m^2$	3) 5,79 ari
	4) $5{,}79\ hm^2$

b)

A	B
a) $0{,}415\ km^2$	1) $603\ m^2$
b) $512\ m^2$	2) 4150 ari
c) $6{,}03\ dam^2$	3) $51200\ dm^2$
	4) $60{,}3\ m^2$

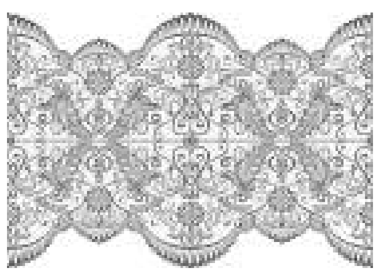
Poți fi mai bun!

7. Calculează aria pătratului cu latura de:
a) 2,5 m; b) 0,3 dm; c) 1,2 dam; d) 0,15 hm.

8. Calculează aria dreptunghiului cu dimensiunile:
a) 3 m și 5 cm; b) 8,29 cm și 16,01 cm;
c) 10,07 dm și 36,18 dm; d) 12 km și $23\frac{1}{4}$ km.

Fii campion!

9. Pe marginea unei fețe de masă în formă de dreptunghi s-au aplicat 18 m de dantelă. Dacă lungimea feței de masă este de două ori mai mare decât lățimea, află câți metri pătrați are fața de masă.



Exersează!

1. Transformă în m^3:
$2{,}103\ dam^3$; $0{,}0723\ hm^3$; $12{,}403\ dm^3$; $80{,}70\ cm^3$; $205{,}4\ cm^3$.

2. Transformă în cm^3:
$204{,}1\ dm^3$; $0{,}0317\ m^3$; $0{,}00017\ dam^3$; $5725\ hm^3$.

3. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Cubul cu muchia de 3 m are volumul egal cu .... m^3.
b) Paralelipipedul dreptunghic cu lungimea de 5 dm, lățimea de 4 dm și înălțimea de 3 dm are volumul egal cu ... dm^3.

4. Transformă în *l*:
$23\ dm^3$; $5421\ cm^3$; $0{,}43\ m^3$; $14{,}26\ dm^3$; $0{,}0032\ hm^3$.

5. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

a)

A	B
a) $43\ cm^3$	1) $0{,}0432\ cm^3$
b) $92{,}5\ dm^3$	2) $0{,}043\ dm^3$
c) $2432\ mm^3$	3) $0{,}0925\ m^3$
	4) $2{,}432\ cm^3$

b)

A	B
a) $4\ dm^3$	1) $4000\ cm^3$
b) $0{,}005\ m^3$	2) $5\ dm^3$
c) $2{,}5\ dam^3$	3) $400\ cm^3$
	4) $2500\ m^3$

Poți fi mai bun!

6. Calculează volumul cubului cu muchia egală cu:
a) 0,5 m; b) 2,1 dm; c) 11 cm; d) 6 km.

7. Calculează volumul paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile:
a) 2 cm; 5 cm și 0,7 cm; b) 7 dm, 0,4 dm și 5 dm;
c) 0,6 m, 5 m și 0,3 m; d) 0,2 m, 5 m și 9 m.

Fii campion!

8. Câte găleți de 12 *l*, fiecare pline cu apă, sunt necesare pentru a umple un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 3 m, lățimea de 2 m și înălțimea de 0,5 m?

RECAPITULARE ȘI SISTEMATIZARE PRIN TESTE

Testul de evaluare 1

Subiectul I (30p)

1. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect:

a) Dacă lungimea segmentului *AB* este 9 cm și *M* este mijlocul segmentului *AB*, atunci lungimea segmentului *AM* este ...

b) Dacă *M* este mijlocul segmentului *AB* și lungimea segmentului *AM* este 3,5 dm, atunci lungimea segmentului *AB* este...

c) Dacă *A* și *B* sunt puncte simetrice față de punctul *M*, atunci *M* este ..... segmentului *AB*.

2. *Alege răspunsul corect*:

a) Dacă $AB \equiv CD$ și $AB = 8$ cm, atunci *CD* este egal cu:

A. 4 cm; B. 16 cm; C. 8 cm; D. 3 cm.

b) Rezultatul calculului $30°15' + 18°23'$ este egal cu:

A. $45°41'$; B. $12°5'$; C. $48°28'$; D. $48°38'$.

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B:

A	B
a) $9° + 15'$	1) $33°36'$
b) $105°49' - 72°13'$	2) $100°59'$
c) $75°58' + 25°1'$	3) $177°52'$
	4) $9°15'$.

Subiectul II (30p)

4. Desenează și notează:

a) un segment cu lungimea de 4 cm; b) un unghi ascuțit; c) un unghi obtuz;
d) o dreaptă; e) un pătrat; f) un dreptunghi; g) o semidreaptă.

5. Fie *A*, *B*, *C*, *D* patru puncte coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 5$ cm, $BC = 2,5$ cm, $CD = 1,5$ cm.

Calculează:

a) *AC*; b) *AD*; c) *BD*.

Subiectul III (30p)

6. Câte drepte determină 5 puncte necoliniare trei câte trei? Dar 9 puncte necoliniare trei câte trei?

7. Precizează denumirea pentru fiecare figură de mai jos:

figura 1 figura 2 figura 3 figura 4 figura 5 figura 6

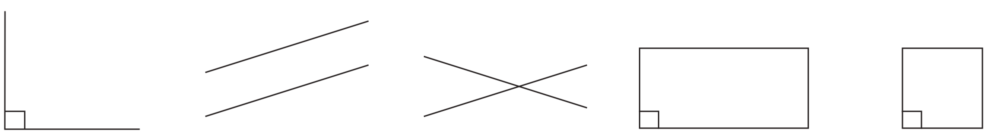


figura 7 figura 8 figura 9 figura 10 figura 11

(10p din oficiu)

Subiectul I (30p)

1. Completează spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Perimetrul pătratului cu lungimea laturii de 7 mm este egal cu ...
b) Aria dreptunghiului cu dimensiunile de 17 m și 5 m este egală cu ...
c) Volumul cubului cu muchia de 5 dm este egal cu ...

2. *Alege răspunsul corect*:
a) Rezultatul calculului 5,9 m + 81 dm exprimat în dm este egal cu:
A. 86,9 m B. 86,9 dm C. 14 dm D. 140 dm
b) Perimetrul unui pătrat cu aria 100 m^2 este egal cu:
A. 50 m B. 400 m C. 40 m D. 25 m.

3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

A	B
a) 0,75 km + 50 m	1) 2,8 m^3
b) 2 ari + 5 ha	2) 7,5 km
c) 2,725 m^3 + 75 dm^3	3) 800 m
	4) 502 dam^2

Subiectul II (30p)

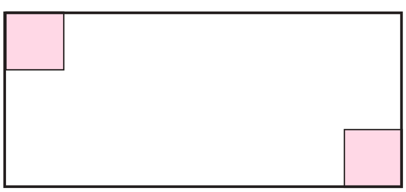
4. Calculează:
a) 43,15 km + 25,6 hm + 123,4 m;
b) 53,5 dm^2 – 172 cm^2 + 0,86 m^2;
c) 1700 cm^3 + 0,3 dm^3.

5. Calculează aria dreptunghiului cu perimetrul de 12,6 m, care are lungimea dublul lățimii.

Subiectul III (30p)

6. La o fermă s-au recoltat 93,1 t cartofi de pe un teren de 4,9 ha. De pe ce suprafață se pot recolta 119,7 t cartofi, dacă recolta medie la hectar de pe cele două suprafețe este aceeași?

7. Dreptunghiul din figura alăturată reprezintă schița unei grădini cu lungimea de 5,7 dam și lățimea de 24 m. Pătratele mici din colțuri au lungimea laturii egală cu $\frac{1}{3}$ din lățimea grădinii. În zona necolorată se plantează gazon, iar în rest flori.



a) Câți metri pătrați sunt plantați cu flori?
b) Câți ari sunt plantați cu gazon?

(10 p din oficiu)

Subiectul I (30p)

1. Completează, pe caiet, spațiile punctate cu răspunsul corect:
a) Într-un cub cu muchia de 10 dm încap .... litri apă.
b) Capetele unui segment sunt simetrice față de .... său.
c) Numărul de vârfuri ale unui cub este ....

2. *Alege răspunsul corect*:
a) Numărul muchiilor unui paralelipiped dretunghic este:
A. 20 B. 8 C. 12 D. 16
b) Lungimea muchiei unui cub se mărește de 3 ori. Volumul cubului se mărește de:
A. 8 ori B. 27 ori C. 6 ori D. 9 ori

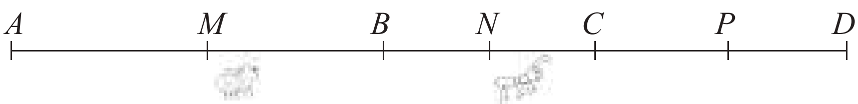
3. Scrie asocierile corecte dintre fiecare literă din coloana A și cifra corespunzătoare din coloana B.

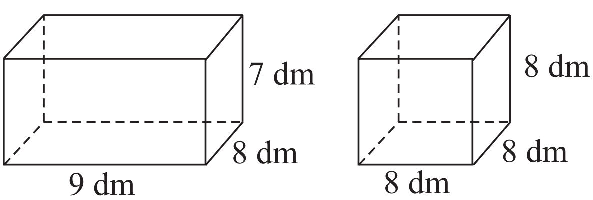
A	B
a) înălțimea unui om	1) estimată la 1,5 cm
b) lungimea unui creion	2) estimată la 1,75 m
c) grosimea unui manual	3) estimată la 17 cm
	4) estimată la 32 km

Subiectul II (30p)

4. Desenează:
a) un pătrat; b) un dreptunghi; c) un cub; d) un paralelipiped dreptunghic.

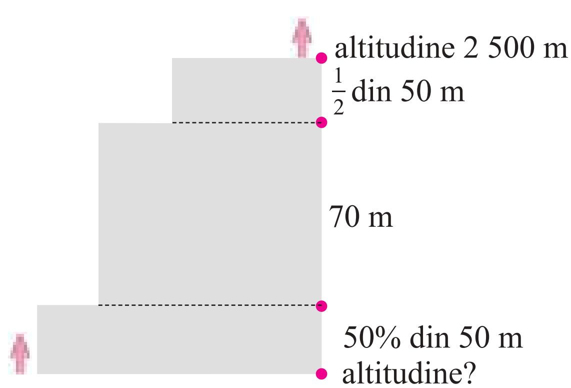
5. Un gândăcel pleacă din punctul *M*, mijlocul segmentului *AB*, până în punctul *N*, mijlocul segmentului *BC*, parcurgând 8 dm. O furnică pleacă din punctul *N* până în punctul *P*, mijlocul segmentului *CD*, parcurgând 6,75 dm. Dacă lungimea segmentului *AD* este 20,5 dm, află lungimile segmentelor:
a) *AB*; b) *BC*; c) *CD*.





6. Andrei a confecționat două cutii cu dimensiunile precizate în figura alăturată.
a) Calculează volumul fiecărei cutii.
b) Care dintre cele două cutii are volumul mai mare.

7. Figura alăturată arată schematic pozițiile a doi alpiniști. Dacă unul dintre ei se află la altitudinea de 2 500 m, află la ce altitudine se află celălalt alpinist.



(10 p din oficiu)

PROIECT: „ACCESĂM FONDURI EUROPENE!“

În vederea participării unității școlare la un concurs de proiecte cu finanțare pentru amenajarea curții școlii, elevii clasei a V-a vor participa la scrierea cererii de finanțare, furnizând date pentru întocmirea bugetului. Curtea școlii are formă dreptunghiulară.

Se formează echipe de elevi.

Echipa 1: Activitatea se desfășoară în curtea școlii.

Echipa primește terenul în formă de dreptunghi care trebuie măsurat. Elevii calculează perimetre, arii, în unități de măsură stabilite de profesor. Sarcini de lucru:

1. Măsurați în metri laturile terenului dreptunghiular.

2. Aflați câți metri de de gard viu sunt necesari pentru împrejmuirea lui.

3. Știind că un metru liniar de gard viu costă 15 lei, aflați costurile necesare împrejmuirii.

4. Se împarte dreptunghiul într-un pătrat cu latura egală cu lățimea dreptunghiului pe care se seamănă gazon și un dreptunghi pe care se plantează trandafiri. Calculați perimetrul pătratului.

5. Calculați numărul de trandafiri care se plantează, știind că sunt plantați 3 trandafiri pe metrul pătrat.

6. Calculați aria terenului și cantitatea de gazon ce trebuie cumpărată pentru ca terenul să fie semănat cu gazon, știind că pentru un metru pătrat sunt necesare 50 de grame de gazon?

7. Aflați cât ar costa gazonul ce acoperă suprafața, dacă 100 de grame de semințe de gazon costă 15 de lei.

Echipa 2: Activitatea se desfășoară în curtea școlii.

Echipa primește câte un vas de sticlă în formă de paralelipiped dreptunghic și un alt vas în formă de cub, cărora le măsoară dimensiunile. Elevii vor calcula capacitățile celor două vase, vor umple vasul cu capacitate mai mică cu apă și apoi o vor turna în celălalt vas. Aflați înălțimea la care se ridică apa, prin calcul și prin măsurare.

1. Măsurați cu rigla gradată dimensiunile celor două vase.

2. Aflați capacitatea (în litri) a celor două vase.

3. Umpleți cu apă vasul care are capacitatea mai mică.

4. Turnați apa în celălalt vas și aflați, prin calcul și prin măsurare, înălțimea la care se ridică apa.

5. Umpleți vasul în formă de cub din curtea școlii cu apă și stabiliți ce capacitate are.

Echipa 3: Activitatea se desfășoară în clasă.

Echipa colectează datele și întocmește bugetul.

Sarcini de lucru:

1. Colectați datele și întocmiți bugetul pe categorii de cheltuieli.

2. Întocmiți bugetul necesar pentru amenajarea curții.

SUCCES!

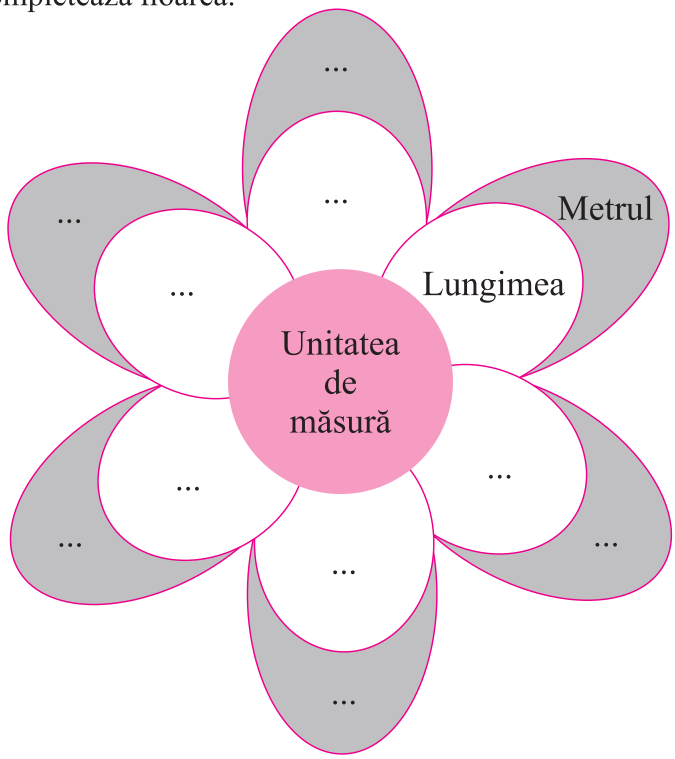
Magia matematicii

„Cartea naturii este scrisă cu simboluri matematice”

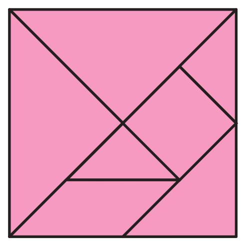
Galileo Galilei

1. ***Floarea unităților de măsură***

Copiază pe caiet şi completează floarea.



2. TANGRAM



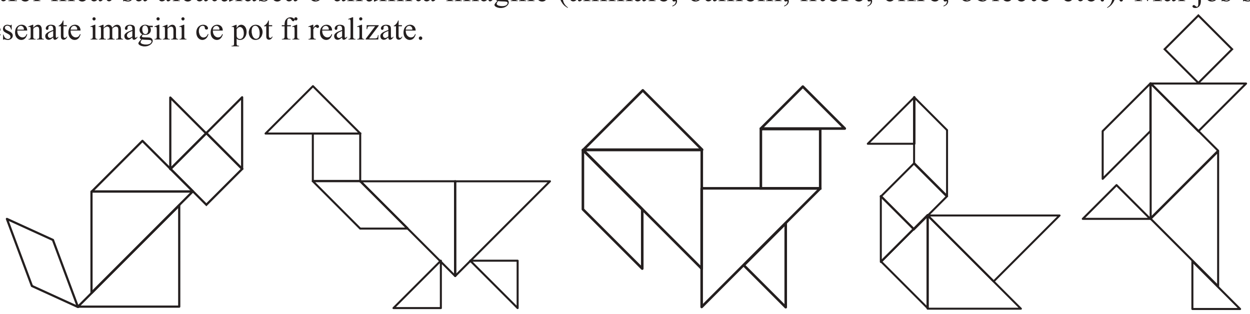
Este un joc provenit de la poporul chinez. Are la bază şapte figuri geometrice, numite tan-uri: 5 triunghiuri (2 mari, 2 mici şi unul mijlociu), un pătrat, un paralelogram, decupate toate dintr-un pătrat mai mare.

Regulile jocului

1. La alcătuirea unei imagini se folosesc obligatoriu toate cele 7 piese decupate.

2. Piesele se aşază pe o suprafaţă plană una lângă alta fără a fi suprapuse.

3. Piesele pot fi folosite pe ambele feţe, acestea fiind colorate la fel sau nu şi trebuie să fie aşezate astfel încât să alcătuiască o anumită imagine (animale, oameni, litere, cifre, obiecte etc.). Mai jos sunt desenate imagini ce pot fi realizate.



Joacă și tu TANGRAM! Crează și alte imagini.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME RECAPITULATIVE

1. Efectuează:

a) $[(7^2 - 3^2) : 5 - 2^{29} \cdot 2^{27} \cdot 2] \cdot 2017$;

b) $(5^{26} \cdot 5^{32}) : 5^{56} - (2^5)^{10} : (2^6)^8$;

c) $2017 + 2016 \cdot 2017 - 2015 \cdot 2017$;

d) $(2^{99} + 2^{99} + 2^{100})^2 : (2^{101})^2$;

e) $2017^{2017} - (2016 \cdot 2017^{2017} + 2017^{2017}) : 2017$;

f) $2^{10} - 2^9 - 2^8 - 2^7 - 2^6 - 2^5$;

g) $7 \cdot [10 \cdot (70 - 70 : 10] + 0^{2017} \cdot 2017^0$;

h) $(1^{2017} + 0^{2017} + 2017^0)^5 \cdot [(5^4)^5 : (5^3)^5]$;

i) $(11^2)^7 : (11^7)^2 \cdot 11^0 + (5^4)^3 : (5^2)^3 : (5^2)^5 + 5^0 \cdot 0^5$;

j) $(19 \cdot 19 + 19) : (19 \cdot 20) + (2017 + 2017 \cdot 2017) : (2017 \cdot 2018)$.

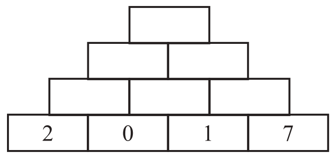
2. Arătaţi că numărul 2017 + 2 (1 + 2 + 3 ... + 2016) este pătratul unui număr natural.

3. Un fermier glumeţ zice: „Am găini şi iepuri. Când număr capetele, găsesc 200. Când număr picioarele, găsesc 640”. Câte găini are fermierul?

4. Cum se scrie în cifre numărul „unsprezece milioane unsprezece mii unsprezece”?

5. Sunt un număr. Cifra sutelor este de patru ori mai mică decât cifra unităţilor, care este dublul cifrei zecilor. Cifra zecilor este 4. Ce număr sunt eu?

6. În fiecare căsuţă se scrie diferenţa numerelor din căsuţele de sub ea. Care este numărul scris în cea mai de sus căsuţă?



7. Paul are de două ori vârsta lui Mihai, iar Mihai are de 3 ori vârsta lui Andrei. Dacă Andrei are 6 ani, care este vârsta lui Paul?

8. O carte conţine 432 de pagini, fiecare având 64 de rânduri. Câte pagini ar avea dacă fiecare pagină ar conţine 48 de rânduri?

9. O carte şi un caiet costă 32 de lei. Cartea costă cu 20 de lei mai mult decât caietul. Cât costă 10 caiete?

10. În jocul „Părăseşte sau triplează” prima întrebare al cărui răspuns este corect aduce 200 de lei candidatului. Câştigul se triplează la fiecare răspuns corect. Un candidat a câştigat suma de 437 400 de lei. La câte întrebări a răspuns?

11. Din trunchiul unui tei pornesc patru crengi groase. Din fiecare creangă groasă pornesc câte 4 crengi de grosime mijlocie. Din fiecare creangă mijlocie pornesc câte 4 rămurele. Din fiecare rămurea pornesc câte 4 codiţe, iar la capătul fiecărei codiţe sunt câte 4 flori. Câte flori are, în total, acest tei?

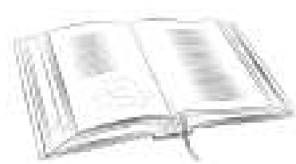
12. Un fermier a vândut 6 000 de kg de mere şi de prune şi a încasat 20 000 de lei. Ştiind că el a vândut merele cu 3 lei kilogramul, iar prunele cu 4 lei kilogramul, câte kilograme de mere şi câte de prune a vândut producătorul?

13. Ana şi Maria au împreună 102 timbre. Dacă împărţim numărul timbrelor Mariei la numărul timbrelor Anei, obţinem câtul 7 şi restul 6. Află numărul de timbre ale fiecăruia.

14. Un turist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi a parcurs dublul lungimii traseului parcurs a doua zi, iar a doua zi a parcurs 18 km. Determină lungimea traseului parcurs în cele două zile.

15. Pentru 2 bluze şi 3 rochii, Ana a plătit 230 de lei, iar Maria a plătit pentru 3 bluze şi 2 rochii, de acelaşi fel ca şi Ana, 170 de lei. Care este preţul unei bluze? Dar al unei rochii?

16. Mircea are de citit o carte. El citeşte în fiecare zi acelaşi număr de pagini. În primele trei zile a citit 270 de pagini. Ştiind că trebuie să termine cartea în 8 zile, câte pagini mai are de citit?



17. Elevii clasei a V-a pleacă în excursie la Praga, parcurgând traseul:

Craiova $\xrightarrow[\text{5ore 45min}]{\text{385 km}}$ Timişoara $\xrightarrow[\text{1h 50min}]{\text{153 km}}$ Szeged $\xrightarrow[\text{1h 46min}]{\text{174 km}}$ Budapesta $\xrightarrow[\text{2h}]{\text{200 km}}$ Bratislava $\xrightarrow[\text{1h 25min}]{\text{129 km}}$ Brno $\xrightarrow[\text{2h}]{\text{205 km}}$ Praga, iar la întoarcere au parcurs următorul traseul: Praga $\xrightarrow[\text{3h 35min}]{\text{331 km}}$ Viena $\xrightarrow[\text{2h 25min}]{\text{242 km}}$ Budapesta $\xrightarrow[\text{1h 58min}]{\text{174 km}}$ Szeged $\xrightarrow[\text{2h 15min}]{\text{153 km}}$ Timişoara $\xrightarrow[\text{6h}]{\text{385 km}}$ Craiova.

a) Rotunjeşte la zeci distanţa din desen şi calculează lungimea întregului traseul cu distanţele rotunjite.
b) Calculează lungimea întregului traseu.
c) Calculează timpul în care au ajuns la Praga.
d) Cu câte minute au ajuns mai repede la Praga decât s-au întors la Craiova?

18. În coloana A sunt scrise Raza Pământului la Ecuator, respectiv la Pol, iar în coloana B sunt rotunjurile la sute. Asociază corect fiecare enunţ din coloana A cu rotunjirea corespunzătoare din coloana B.

A	B
a. Raza Pământului la Ecuator 6.378.137 m	1. 6.356.900 m
b. Raza pământului la Pol 6.356.752 m	2. 6.372.200 m
	3. 6.378.100 m

19. Pentru intrarea la piscină sunt trei oferte:

intrarea o zi	**intrarea 2 zile**	**intrare 3 zile**
adulţi: 35 lei	adulţi: 46 lei	adulţi: 64 lei
copii 4-10 ani: 29 lei	copii 4-10 ani: 40 lei	copii 4-10 ani: 56 lei

a) Câţi lei economiseşte un copil cu vârsta între 4 şi 10 ani pe zi, dacă plăteşte intrarea 3 zile în comparaţie cu suma plătită pentru intrare pentru 2 zile?
b) Câţi lei plătesc 2 adulţi şi 2 copii intrarea la piscină pentru 3 zile?
c) Câţi lei plătesc 5 adulţi şi 3 copii intrarea la piscină pentru două zile?

20. Triatlonul este o cursă în care atleţii înoată, apoi fac ciclism şi după aceea aleargă pe distanţe prestabilite. Prima persoană care finalizează întreaga cursă este câştigătoare.

Ana, Maria şi Oana au concurat la triatlon. Cursa la care au participat a constat din: 1 kilometru de înot, urmat de 60 kilometri de ciclism şi apoi 16 kilometri de alergare.

a) Maria a fost cea mai rapidă înotătoare şi a parcurs distanţa de 1 kilometru în 25 de minute. Anei i-a luat cu 10 minute mai mult decât Mariei şi Oanei i-a luat cu 5 minute mai mult decât Anei. Foloseşte aceste informaţii pentru a completa pe caiet tabelul, pentru concursul de înot.

Înot	Ana	Maria	Oana
Timpul obţinut (minute)		25	

b) Ana a fost cea mai rapidă ciclistă. Ea a parcurs 60 de kilometri cu o medie de 30 km/oră. Mariei i-a luat cu 10 minute mai mult decât Anei. Foloseşte aceste informaţii pentru a completa pe caiet tabelul pentru concursul de ciclism.

Ciclism	Ana	Maria	Oana
Timpul obţinut (minute)			

c) Oana a fost cea mai rapidă alergătoare. Ea a alergat 16 kilometri cu o medie de 8 km/oră. Mariei i-a luat cu 10 minute mai mult decât Oanei şi Anei i-a luat cu 5 minute mai mult decât Mariei. Foloseşte aceaste informaţii pentru a completa pe caiet tabelul pentru concursul de alergare.

Alergare	Ana	Maria	Oana
Timpul obţinut (minute)			

d) Completează pe caiet tabelul pentru a arăta timpul total necesar fiecărei persoane pentru a termina triatlonul.

Triatlon	Ana	Maria	Oana
Timpul obţinut (minute)			

Cine a câştigat cursa?

21. Adriana şi Daniela au realizat un tabel care cuprinde anul unor descoperiri ştiinţifice. Care dintre anii ce apar în tabel sunt divizibili cu: a) 2; b) 5; c) 10; d) 3; e) 9; f) 100?

Descoperirea	Globul pământesc	Creionul	Rigla de calcul	Pianul	Paratrăznetul	Submarinul	Bicicleta
Anul	1490	1565	1620	1700	1752	1775	1818

22. Marele matematician Georg Cantor s-a născut în secolul XIX, deceniul 5. Anul naşterii este divizibil cu 5 şi cu 9. În ce an s-a născut Georg Cantor?

23. Albă ca Zăpada are trei coşuleţe cu mere. În fiecare coş numărul de mere este o putere a lui 4. Ştiind că exponenţii acestor trei puteri sunt numere naturale consecutive nenule, arată că Albă ca Zăpada poate împărţi merele, în mod egal, celor 7 pitici.

24. Fermierul Vasile are 88 de cepe pentru a le vinde. El doreşte să pună acelaşi număr de cepe în fiecare pungă, fără să rămână nicio ceapă.

a) Câte cepe ar putea să pună fermierul Vasile în fiecare pungă?

b) Câte posibilităţi are fermierul?

25. Într-un oraş, o firmă de taxi are 4 maşini. În fiecare staţie de taxi din oraș este repartizat acelaşi număr de maşini.

a) Câte staţii pentru taxi ar putea exista în acest oraş?

b) Câte posibilităţi are firma de taxi?

26. Ben şi Batman au împreună 400 de euro. Ben are $\frac{7}{9}$ din sumă. Care dintre ei are o sumă divizibilă cu 100?

27. Fie numărul $n = (3^7)^4 \cdot 3^6 : 3^{32}$.

a) Calculează numărul n.

b) Află divizorii proprii şi divizorii improprii ai numărului n.

28. Arată că numărul $n = \frac{1}{9} + 4,(8)$ este divizibil cu 5.

29. Din numărul natural de trei cifre $\overline{aa0}$ se scade suma cifrelor sale. Arată că diferenţa rezultată se divide cu 9.

30. Amplificaţi fracţia $\frac{6}{13}$, astfel încât numărătorul să fie de forma $\overline{5x}$.

31. Un turist merge 3 ore pe jos şi 2 ore cu bicicleta şi parcurge 34,5 km. Dacă ar merge 2 ore pe jos şi 4 ore cu bicicleta, ar parcurge 51 km. Află câţi km parcurge într-o oră pe jos şi câţi cu bicicleta.

32. Într-o staţiune turistică, preţul la telecabină pentru urcare este 35,50 lei pentru o persoană, iar la telescaun este 15 lei pentru o persoană. Dintr-un grup de 21 de persoane, o parte dintre ei urcă cu telecabina, iar ceilalţi urcă cu telescaunul. Se plătesc în total 540,50 lei. Află câte persoane urcă cu telecabina şi câte persoane urcă cu telescaunul (se urcă o singură dată).

33. Transformă în fracţii zecimale următoarele fracţii ordinare:

$$\frac{7}{5}, \frac{23}{11}, \frac{4}{25}, \frac{7}{8}, \frac{11}{9}, \frac{35}{12}, \frac{22}{13}, \frac{70}{45}, \frac{31}{18}, \frac{41}{40}, \frac{9}{50}, \frac{3}{20}, \frac{14}{9}, \frac{44}{3}, \frac{21}{15}, \frac{30}{8}, \frac{45}{6}, \frac{16}{18}, \frac{29}{3}.$$

34. Transformă în fracţii ordinare ireductibile următoarele fracţii zecimale:

a) 42,75; b) 0,125; c) 7,(6); d) 0,2(18); e) 1,23(6); f) 1,(12); g) 1,002; h) 0,0007.

35. Compară şi scrie în ordine crescătoare:

7,023; 7,(23); 7,2(3); 7,23; 7,4; $6\frac{1}{7}$; 7,5(62); 7,29; 7,005.

36. Calculează:

a)	b)	c)	d)	e)
0,25 + 3,6	2,5 – 0,4	2,8 · 0,03	10,24 : 3,2	2,(46) : 7,(3)
2,7 + 1,3	2 – 0,02	1,9 · 2,13	10,32 : 4,8	5,2(3) – 1,23
0,125 + 102	9,2 – 7,35	1,03 · 1,8	0,4389 : 10,5	2,4 (3) + 7,(35)
2,104 + 5,2	10,1 – 5,05	21,01 · 0,3	271,909 : 20,9	6,(82) · 0,5.

37. Dacă 0,125 kg de mere costă 1,6 lei, câţi lei costă 2,5 kg de mere.

38. Petru numere naturale au media aritmetică 10,25. Primele trei numere sunt consecutive şi cu media aritmetică egală cu 13. Află cele patru numere.

39. Un biciclist parcurge un drum în trei zile. În prima zi parcurge o şeptime din drum, a doua zi parcurge o şesime din drum iar a treia zi parcurge restul de 2,5 km.

a) Câţi km a parcurs biciclistul în total?

b) Câţi km a parcurs în prima zi?

40. Pisicile dorm două treimi din timp. Câte ore dorm într-un interval de 48 de ore?

41. Sistemul solar este astfel aliniat încât Saturn, Pământul şi Soarele formează o linie dreaptă cu Pământul între ele. Distanţa Pământ-Soare este de 149 600 000 km. Saturn orbitează, în practică, la o distanţă medie de Soare de 9,56 ori mai mare decât a Pământului.

a) Calculează distanţa de la Pământ la Saturn?

b) Calculează distanţa Saturn-Soare.

42. Dacă segmentul MN are lungimea egală cu 40 cm, iar punctul A este mijlocul său, află lungimea segmentului MA.

43. Dacă AB = 12 cm, iar punctul C este simetricul punctul A faţă de punctul B, află lungimea segmentului AC.

44. Dacă A, B, C sunt puncte coliniare, în această ordine, AC = 60 cm şi AB = 2 dm, află lungimea segmentului BC.

45. Fie punctele coliniare A, B, C, în această ordine. Se știe că $AC = 3AB$, iar BC = 20 cm. Află lungimea segmentului AC.

46. Fie A, M, B trei puncte coliniare, în această ordine. Punctele N şi P sunt mijloacele lui AM, respectiv MB şi PN = 40 dm. Determinaţi lungimea segmentului AB.

47. Pliind o coală de hârtie dreptunghiulară de 8 ori pe lungime şi de 4 ori pe lăţime, se obţin pătrate identice. Perimetrul dreptunghiului este de 768 mm.

a) Determină dimensiunile colii de hârtie şi aria sa.

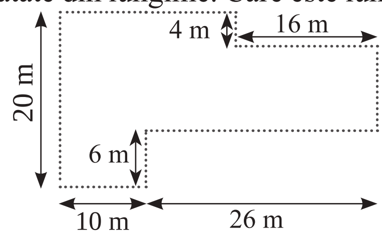
b) Câte pătrate identice se obţin prin pliere?

c) Determină perimetrul şi aria unui pătrat.

48. Care dintre seriile de mai jos are 2 axe de simetrie?
a) OAAO; b) AOA; c) AOAO; d) OIO.

49. Perimetrul unui dreptunghi este 108 cm. Lăţimea măsoară cât jumătate din lungime. Care este lungimea dreptunghiului?

50. Desenul alăturat reprezintă un teren. Care este perimetrul său?



51. Află perimetrul unui dreptunghi având lăţimea de 120 dm şi lungimea egală cu 1,5 din lăţime.

52. La 2 m distanţă exterioară de fiecare dintre laturile unui teren dreptunghiular cu dimensiunile de 40, respectiv 60 m se construieşte un gard. Află lungimea gardului nou construit.

53. Într-o grădină, în formă de pătrat, se cultivă roşii şi ardei. Dacă suprafaţa cultivată cu roşii are aria de 75 m^2, iar suprafaţa cultivată cu ardei are aria de 25 m^2, determină lungimea laturii grădinii.

54. Un dreptunghi, cu lăţimea egală cu 12 cm, are aceeaşi arie cu pătratul având lungimea laturii egală cu 24 cm. Determină lungimea dreptunghiului.

55. Un vas are formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 80 cm, 150 cm şi 20 cm. Punem apă în vas. Dacă vasul este pe jumătate gol, câţi litri de apă sunt în vas?

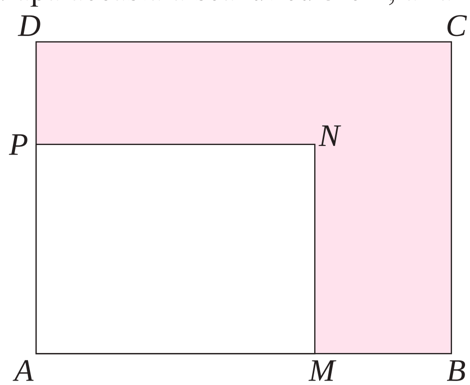
56. Care este numărul minutelor petrecute în şase ore de cursuri școlare? (O oră de curs școlar are 50 de minute.)

57. Suprafaţa unui complex comercial se întinde pe 90 de ha. Două treimi din suprafaţa complexului este ocupată de construcţii. Calculează câţi m^2 ocupă construcţiile.

58. Determină lungimea muchiei unui cub cu volumul de 27 cm^3.

59. Un bazin de înot are formă unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 24 m şi lăţimea de 8 m. Dacă într-o zi, cu temperaturi foarte ridicate, din bazinul plin cu apă aceasta a scăzut cu 3 cm, află câţi litri de apă s-au evaporat.

60. În figura alăturată este reprezentat un teren în formă de dreptunghi *ABCD* pe care este construită o clădire cu amprenta la sol dreptunghiul *AMNP*.
Se ştie că $AB = 120$ m, $BC = 90$ m, $2MB = AM$, $DP = AD : 3$.
a) Calculează aria terenului.
b) Calculează aria suprafeţei haşurate.
c) Dacă $AN = 100$ m, $NC = 50$ m, $AC = 150$ m. Sunt punctele *A*, *N*, *C* coliniare? Justifică.



61. Taxele de aeroport sunt de 160 euro de persoană. Limita de bagaje de cală este de 23 kg de persoană şi 5 kg pentru bagajele de mână. Câţi lei achită o familie formată din 4 persoane având 2 bagaje de cală şi 4 de mână pentru a călători, ştiind că în ziua respectivă un euro este de 4,53 lei?

62. Elevii clasei a V-a A au optat pentru următoarele opţionale: o treime au optat pentru opţionalul de informatică, 25% din restul clasei pentru opţionalul de astronomie, iar restul de 12 elevi au optat pentru opţionalul de literatură. Află numărul de elevi din clasa a V-a A.

TESTE FINALE

Testul de evaluare finală 1

Subiectul I (30 p)

1. Completează, pe caiet, spaţiile punctate cu răspunsul corect:

a) Fracţia ordinară $\frac{3}{4}$ transformată în fracţie zecinală este ....

b) Dreptunghiul cu dimensiunile de 0,8 m şi 1,2 m are aria de ...

c) Cubul cu muchia de 13 dm are volumul de ... *l*.

2. *Alege răspunsul corect:*

a) Cel mai mic multiplu comun al numerelor 9 şi 15 este:

A. 9 B. 3 C. 15 D. 45.

b) Într-o tabără, la fiecare grup de 12 elevi, merge un profesor. Dacă în tabără merg 144 de elevi, atunci numărul profesorilor care merg în tabără este:

A. 7 B. 120 C. 150 D. 12

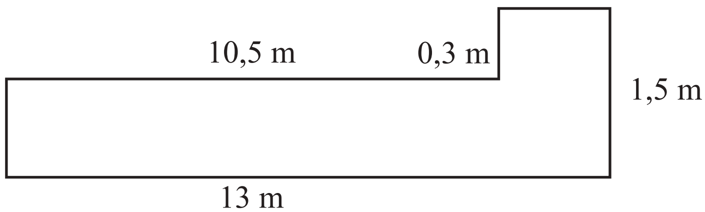
3. Precizează pentru fiecare enunţ dacă este adevărat sau fals:

a) $2^3 = 6$; b) fracţia $\frac{5}{6}$ este echivalentă cu fracţia $\frac{10}{3}$.

c) printr-un punct trec o infinitate de drepte.

Subiectul II (30p)

4. Calculează perimetrul şi aria figurii alăturate.



5. Transformă în ari:

1,2 dam^2; 50 m^2; 0,5 hm^2; 1 ha.

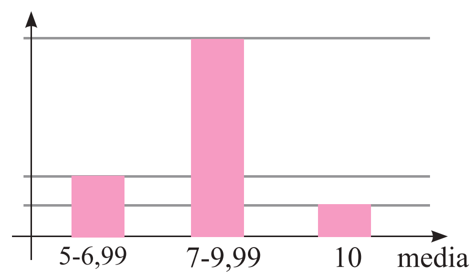
Subiectul III (30p)

6. Într-o şcoală la sfârşitul anului şcolar situaţia şcolară este dată în tabelul alăturat.

Număr total elevi	Medii între		
600 elevi	5-6,99	7-9,99	10
	150 elevi	420 elevi	20%

a) Află numărul elevilor care au media 10.

b) Completează, pe caiet, graficul alăturat cu numărul de elevi corespunzător, conform datelor din tabel.



7. Un pătrat şi un dreptunghi au ariile egală cu 36 cm^2.

Lungimea dreptunghiului este de 0,9 dm. Calculează:

a) lăţimea dreptunghiului;

b) perimetrul pătratului şi perimetrul dreptunghiului.

(10p din oficiu)

Subiectul I (30p)

1. Completează, pe caiet, spaţiile punctate cu răspunsul corect:

a) Fracţia zecimală 0,75 transformată în fracţie ordinară este ...

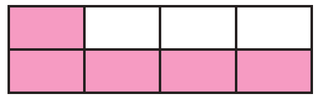
b) Pătratul cu perimetrul de 28 cm are aria de ... dm^2.

c) Paralelipipedul cu dimensiunile 2 cm, 5 cm, 7 cm şi volumul ... dm^3.

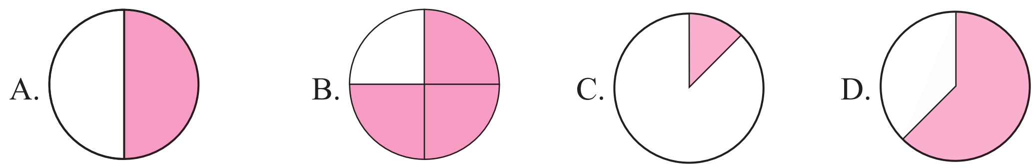
2. *Alege răspunsul corect:*

a) cel mai mare divizor comun al numerelor 9 şi 15 este:

A. 45 B. 9 C. 5 D. 3.



b) Porţiunea haşurată din dreptunghiul alăturat este aproximativ egală cu porţinea haşurată din cercul:



3. Precizează pentru fiecare enunţ dacă este adevărat sau fals:

a) $1\,325 \,\vdots\, 10$.

b) Unghiul ascuţit are măsura mai mică decât 90°.

c) Divizorii lui 7 sunt: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Subiectul II (30p)

4. Dacă $\sphericalangle SOC = 45°30'$ şi $\sphericalangle NUC = 50°15'$. Calculează $\sphericalangle SOC + \sphericalangle NUC$ şi $\sphericalangle NUC - \sphericalangle SOC$.

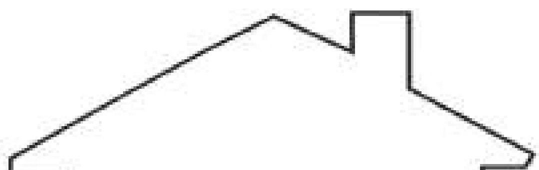
5. Transformă în *l*: 4,2 dm^3; 250 cm^3; $\frac{3}{4}$ m^3; 500 cm^3; 250 000 mm^3.

Subiectul III (30p)

6. Pentru construcţia unei locuinţe se cheltuie următoarele sume:

a) Aproximează sumele cheltuite până la mii şi estimează suma totală cheltuită.

b) Calculează suma totală cheltuită şi compar-o cu suma estimată.



Fundaţie	Zid	Acoperiş	Tencuit
8 690 lei	13 720 lei	15 110 lei	5 300 lei

7. La o casă de schimb valutar este afişat următorul curs valutar:

1 EURO	4,57 lei
1 DOLAR USA	4,16 lei

a) Ce sumă de bani este necesară pentru a cumpăra 1250 euro şi 50 dolari USA?

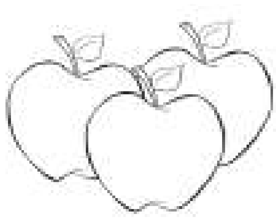
b) Câţi euro se pot cumpăra cu 5 500 lei? Câţi dolari USA se pot cumpăra cu 5 500 lei?

(10p din oficiu)

Subiectul I (30p)

1. Completează pe caiet spaţiile punctate cu răspunsul corect:
a) unghiul cu măsura de 120° este un unghi ...
b) multiplii numărului 4, mai mici decât 30 sunt...
c) fracţia $\frac{2}{3}$ transformată în fracţie zecimală este ....

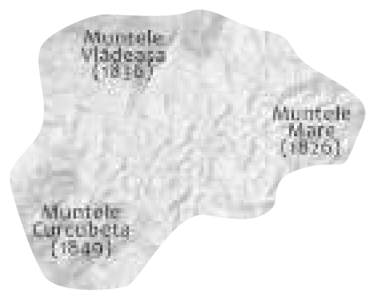
2. *Alege răspunsul corect!*
a) O frânghie lungă de 36 m se împarte în bucăţi de lungimi egale. Dacă se fac 8 tăieturi, atunci fiecare bucată are lungimea de:
A. 5 m B. 28 m C. 44 m D. 4 m



b) Dacă un kilogram de mere costă 3 lei, atunci o jumătate de kilogram de mere de acelaşi fel cost:
A. 6 lei B. 1,5 lei C. 4,5 lei D. 0,5 lei.

3. Precizează pentru enunţ dacă este adevărat sau fals:
a) Prin două puncte distincte trece o dreaptă şi numai una.
b) Pătratul cu latura de 2 cm are aria egală cu 8 cm^2.
c) Cubul cu muchia de 2 cm are volumul egal cu 4 cm^3.

Subiectul II (30p)



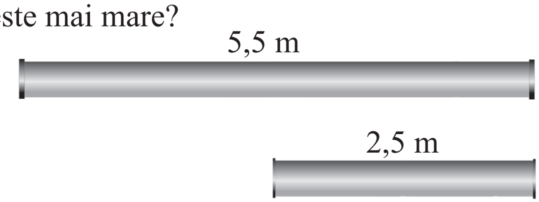
4. În figura alăturată sunt menţionate înălţimile a trei vârfuri muntoase din partea de vest a ţării noastre. Calculează înălţimea medie a vârfurilor menţionate în figura alăturată.

5. Patru pătrate identice, fiecare cu perimetrul de 20 cm, se aşază unul lângă altul formând un dreptunghi. Află perimetrul şi aria dreptunghiului format.

Subiectul III (30p)

6. Un pătrat şi un dreptunghi au fiecare perimetrele egale cu 32 cm. Lungimea dreptunghiului este de 0,9 dm. Calculează:
a) lăţimea dreptunghiului;
b) aria pătratului şi aria dreptunghiului. Care dintre ele este mai mare?

7. Pentru a racorda o stradă la reţeaua de gaze, pe o lungime de 1,125 km se folosesc 270 de ţevi cu lungimile de 5,5 m şi de 2,5 m. Câte ţevi de 5,5 m se folosesc? Dar de 2,5 m?



(10p din oficiu)

Indicații și răspunsuri

Cap. 1. NUMERE NATURALE

A. Operații cu numere naturale

pag. 16. **8.** 81. **9.** a) Nu există numere care să îndeplinească condiția dată. b) 5 613; c) 2 055, 2 145, 2 235, 2 325, 2 415, 2 505; d) 796, 886, 976. **10.** 3 012, 3 021, 3 102, 3 120, 3 201, 3 210, 4 013, 4 031, 4 103, 4 130, 4 301, 4 310. **11.** 198.

pag. 17. **11.** a) 11 111, 66 666; b) 12 345, 65 432. **12.** 599 793, 500 793. **13.** 99…91; are 224 cifre de 9, deci numărul are 225 de cifre.

pag. 22. **2.** a-4; b-2; c-1; d-5. **6.** Problema are două soluții: 4 643 și 2 287, 6 999 și 4 643. **7.** a) 3 712; b) 9 759, 8 781, 978; c) 865, 513. **8.** 609 lei. **9.** 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469.

pag. 25. **4.** a-2, b-4, c-1, d-3. **6.** b) $19(1 + 9) = 190$; i) $15(99 + 13 – 112) = 0$; j) $25(13 + 8 – 11) = 250$. **7.** $36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$. **13.** a) 365, 62; b) 92; c) 236, 49; d) 952, 68.

pag. 28. **6.** a-1, b-5, c-2, d-5. **8.** 108, 972. **9.** 7 822. **11.** 115, 989, 39 de numere. **12.** a) 10 101; b) 1 001.

pag. 29. **3.** a) 122; b) 186 857. **4.** 41 cutii, 16 sticle. **5.** 295. **6.** 979, 105. **7.** 14 numere. **8.** D.

pag. 34. **6.** a-2, b-1, c-3, d-5. **7.** $32 = 2^5$; $64 = 2^6$ etc. **9.** c) $49 = 7^2$; d) $100 \cdot 50 : 2 = 2\,500 = 50^2$. **10.** a) Ultima cifră a numărului este 8, deci numărul nu e pătratul unui număr natural; b) Ultima cifră a numărului este 8.

pag. 34. **1.** a) 2^{37}; b) 3^{64}. **2.** a) 2^{36}; b) 3^{12}. **3.** a) 6^8; g) 2^5. **4.** a) $2^{2015} \cdot 7$; b) $3^{2018} \cdot 7$; c) 5^{3015}. **5.** a) 1; b) 4.

pag. 35. **4.** a) $(3^3)^{11} = 27^{11}$, $(2^4)^{11} = 16^{11}$, deci $3^{33} > 2^{44}$. **6.** a) $5^2 > 13$; b) $2^8 > 2^6$; c) $3^{32} > 3^{10}$; d) $(2^3)^{23} < (3^2)^{23}$.

pag. 35. **2.** 100101, 10011, 1100111, 101101, 1111110, 1110001, 101100010, 101010, 11001, 110001, 11100001.

pag. 37. **2.** a) 59 ; b) 20; c) 3; d) 56 ; e) 48; f) 69; g) 54; h) 30 ; i) 56. **3.** a) 361; b) 119; c) 49; d) 29 000; e) 2 016; f) 1 300; g) 426; h) 1. **4.** 96 picioare. **5.** 186 lei. **6.** 1 487 elev. **7.** 1 008 km. **8.** a) 128; b) 0. **9.** a) 2; b) 2; c) 2 592; d) 91 800. **10.** a) 2; b) 1. **11.** a) 16; b) 6. **12.** Numerele consecutive sunt $2^{2017}– 1\,008$, $2^{2017}– 1\,007$, …, $2^{2017}– 1$, 2^{2017}, $2^{2017}+ 1$, …, $2^{2017}+ 1\,007$, $2^{2017}+1\,008$.

pag. 42. **2.** 6 lei, 5 lei. **3.** 4 mărțișoare, 3 mărțișoare. **4.** 5 m. **6.** 2 lei, 5 lei. **7.** 8 kg, 24 kg. **8.** 240 g, 20 g.

pag. 43. **1.** 50, 65, 100, 115, 150. **2.** 90. **3.** 280. **4.** 110 lei. **5.** 200 km. **6.** 32 elevi. **7.** 5 139.

pag. 44. **1.** 36 mașini, 14 motociclete. **2.** 100 lădițe de 10 kg, 50 lădițe de 12 kg. **3.** 24 de 10 lei, 10 de 5 lei. **4.** 5 de 8 kg, 7 de 5 kg. **5.** 70. **6.** 10. **7.** 15. **8.** 32. **9.** 5 de 3 lei și 11 de 5 lei. **10.** 10 de 5 euro. **13.** 35 rațe, 4 capre.

B. Divizibilitatea numerelor naturale

pag. 50. **6.** a) 5; 10, 20; 40. **7.** 4, 8, 12, 16. **8.** a) F; b) A; c) F; d) A. **9.** 10, 12, 15, 20. **11.** a) 3, 9, 15, 21; b) 5, 15, 25. **13.** $m + n = 14 \cdot (1 + 3 + 5 + … + 19)$. **14.** (3, 1); (6, 2); (9, 3); (12, 4); (15, 5). **15.** x poate lua valorile: a) 0; 2; 4; 14; b) 2; 23; c) 0; 2; 3; 7; 18; d) 1; 5.

pag. 51. **2.** a) 2; b) 3; c) 5; i) 3; j) 5. **5.** 15, 25, 35, ..., 95. **6.** 2 sau 4. **7.** $13 \cdot 3^{2n}$. **8.** 7.

pag. 52. **1.** a) 12; b) 12; c) 60; g) 50; h) 91; i) 171. **4.** 3. **5.** 60 min. **6.** 120. **7.** 120.

pag. 58. **3.** a) 1002, 1004, 1006, 1008; b) 1005, 1015, 1025, 1035. **4.** 590, 592, ..., 598. **6.** 270, 720, 702. **7.** 2570, 2750, 5270, 5720, 7250, 7520, 2705, 2075, 7205, 7025. **11.** 10, 20, 30, …, 90. **12.** x poate fi: a) 0, 2, 4, 6, 8; b) 0, 5; d) 0. **14.** Cel mai mic dintre numere este a; suma este egală cu $5 \cdot (a + 2)$. **15.** a) Echipa are 5 fete și 2 băieți; b) 2 nu divide pe 25.

pag. 59. **9.** a) $9 \cdot 6 = 54$ care se divide cu 9.

pag. 59. **7.** $a = 2$, $b = 5$. **8.** 31.

Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul de evaluare 1. 1. a) 28 și 29; b) 4^{13}; c) 3598. **2.** a) D; b) B. **3.** a-3; b-4; c-1; d-11. **4.** a) 25; b) 177; c) 4. **5.** a) 140; b) 100; c) 120. **6.** 14; 7. **7.** 90.

Testul de evaluare 2. 1. a) 26 700; b) 125; c) 2 și 4. **2.** a) C; b) B. **3.** a-2; b-3; c-1; d-5. **4.** a) 612; b) 4 030; 4 232, 4 434; 4 636; 4 838; c) 1 420; b) 2 420; 4 420; 5 420; 6 420; 7 420; 8 420; 9 420. **5.** a) 232 554; 279 010; b) IV-2015; II-2014; c) C. **6.** 3. **7.** a) Da; b) 63.

Testul de evaluare 3. 1. a) 4; 5; 6; 7; 8; 9; b) 1 052 406; c) un milion cincizeci și patru de mii cinci. **2.** a) B; b) A. **3.** a-2; b-1; c-4; d-3. **4.** a) 372; b) 308; c) 50. **6.** 462; 693; 1396. **7.** 3; 4; 5.

Cap. 2. FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

A. Fracții ordinare

pag. 69. **4.** $\frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{8}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{8}{2}, \frac{8}{3}, \frac{8}{4}, \frac{8}{6}$. **8.** a) *a* poate fi 0; 1; 2; b) *a* poate fi: 4; 5; 6. **9.** b) $\left(\frac{4}{3}\right)^7$; c) $\left(\frac{25}{24}\right)^{15}$. **10.** (9, 0), (4, 5), (5, 2), (6, 1). **11.** $a = 4$ și $b = 0$ sau $a = 4$ și $b = 5$. **12.** $n = 1$.

pag. 70. **2.** 10%. **3.** 37%; 41%. **4.** a) 20%; b) 12%; c) 36%; d) 8%; e) 24%.

pag. 70. **4.** a) 8; b) 27; c) 3. **5.** a) 3; b) 9. **7.** 2. **8.** $a = 0$; $b = 0$; $c = 17$ sau $a = 6$; $b = 3$; $c = 2$ sau $a = 8$; $b = 4$; $c = 1$ sau $a = 2$; $b = 1$; $c = 7$.

pag. 73. **2.** cititul. **8.** 0, 1. **9.** a) 12; b) 14, 23; c) 97, 98, 99. **10.** $a = 0$, $b = 2$, $c = 1$.

pag. 76. **8.** $x = 2$ sau $x = 5$ sau $x = 8$. **9.** 452.

pag. 79. **6.** a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{58}{3}$; c) $\frac{2}{3}$. **8.** *x* poate fi: a) 1; 4; 7; b) 1; 3; 7; 9. **9.** a) 11; b) 111; c) $\frac{a+b+c}{x+y+z}$.

pag. 81. **7.** *a* poate fi 0; 3; 6; 9. **10.** a) numitorul comun este $30(a + b + 1)$; b) numitorul comun este $11(a + b + c)$; c) se simplifică fracțiile; apoi numitorul comun este 36.

pag. 84. **4.** 4. **7.** a) 1; b) 3; c) $\frac{19}{15}$; d) $\frac{85}{7}$. **8.** 0. **9.** a) 424; b) 100. **10.** $\frac{1}{4}$.

pag. 85. **4.** a) $1\frac{4}{5}$ m; b) $1\frac{1}{4}$ m; c) $\frac{11}{20}$ m. **5.** 6 kg. **6.** $1095\frac{2}{5}$ kg. **7.** a) $\frac{98}{15}$; b) $\frac{99}{28}$. **8.** 5.

pag. 89. **2.** $5\frac{3}{4} \cdot 12 = \frac{23 \cdot 12}{4} = 23 \cdot 3 = 69$. **3.** $\frac{9}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{8}$. **5.** $\frac{3}{8}$. **6.** $\frac{200}{9}$ t. **7.** a) 1; b) $\frac{1}{81}$; c) 1; d) 1. **8.** $\frac{9}{2}$. **9.** $n = 2$.

pag. 89. **2.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{7}{10}$; c) 25; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{2}{5}$. **3.** $\frac{1}{7}$. **4.** $\frac{1}{7}$. **5.** de $\frac{5}{42}$ ori. **6.** $n = 15$.

pag. 92. **4.** 18 fete și 12 băieți. **5.** 250 lei. **6.** Rareș a rezolvat corect. **7.** 450 km. **8.** 36 pruni, 30 meri, 54 cireși. **9.** $a + b + c = \frac{2+3+4}{9} + \frac{3+4+5}{12} + \ldots + \frac{1003+1004+1005}{3012} = 1 + 1 + \ldots + 1 = 1 \cdot 1002 = 1002$. O treime este 334. **10.** 93 000 kg. **11.** 12 bile verzi, 15 bile roșii, 13 bile albastre, 20 bile galbene.

B. Fracții zecimale

pag. 97. **8.** a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{7}$; f) $\frac{1}{4}$; g) $\frac{1}{2}$; h) $\frac{1}{4}$; i) $\frac{1}{10}$.

pag. 100. **4.** C. **5.** A.

pag. 104. **5.** D. **6.** 402 lei. **7.** 24,96 ha. **8.** 380,25 kg. **9.** 1,95 m. **10.** 3,12 m. **11.** $205{,}8 \cdot 12{,}7 = 2613{,}66$; $27 \cdot 4{,}7 = 128{,}34$; $80{,}3 \cdot 7{,}5 = 602{,}25$; $205{,}8 \cdot 12{,}7 = 2613{,}66$. **12.** SUPER. **14.** 123,64 m. **15.** 3,15 m.

pag.108. **2.** a) 25,5; b) 9,375; c) 7,48.

pag.108. **1.** a) 8,4; b) 6,8; c) 51,5. **2.** D. **3.** A. **4.** 2,5 lei/kg. **5.** 68,75 ani. **6.** 28,2 ºC. **7.** 9 *l*.

pag. 111. **1.** a) 10; b) 30,1; c) 101; d) 202; e) 3; f) 5; g) 0,7; h) 31. **2.** de 8 ori. **4.** a) 5,4; b) 1,0403; c) 23. **5.** D. **6.** C. **7.** D. **9.** 2,75 lei. **10.** 59 borcane.

pag. 113. **4.** D. **5.** C. **6.** a) 0,(84); b) 4; c) 8. **7.** a) 2,7(857142); b) 7; c) 2; d) 1; e) 460.

pag. 115. **9.** 5,6. **10.** 7,08(3). **11.** 0,(81).**12.** 4,04. **13.** 3,97. **14.** 1,13. **15.** 4,4. **16.** 70,3. **17.** 120. **18.** 1,2(6). **19.** 7,(3). **20.** 1,25. **21.** 6,(6). **22.** 0,(1). **23.** 0,72 km. **24.** 136,25 m. **25.** 10,363 lei. **26.** a) 26,7555 litri; b) 120,40 lei.

pag. 118. **1.** 30 m^2. **2.** 59,5 litri. **3.** 13 caserole.

pag. 118. **2.** 1,50 lei un kg de cartofi, 0,8 lei un kg de ceapă. **3.** 4,5 kg a cules o fată, 5,5 kg a cules un băiat. **4.** 5,5 km/oră pe jos și 11 km/oră cu bicicleta.**5.** 1,5 lei legătura ceapă și 1,25 lei legătura de pătrunjel.

pag. 119. **1.** 300 lei. **2.** 1500 km. **3.** 16 kg. **4.** 100 ari.

pag. 119. **2.** 45 monede de 0,05 și 30 monede de 0,10 lei. **3.** 4 fuste și trei bluze. **4.** 50 pași fiul și 30 pași tatăl.

Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul de evaluare 1. 3. a-3; b-1; c-4. **5.** a) 200 meri; b) 56 peri; c) 104 cireși. **6.** 70, 140. **7.** 25, 28, 30 lei.

Testul de evaluare 2. 5. 7,9 mii lei. **6.** 31 500 lei. **7.** 60 viorele, 30 gălbenele, 30 ghiocei, 120 nuntași.

Testul de evaluare 3. 4. 25,5 lei cu preț mic; 29 lei cu preț mare. **5.** 9,2 km. **6.** b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{11}{23}$; d) $\frac{11}{24}$. **7.** 120 ha.

Cap. 2. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

pag. 132. **5.** a) D; b) A; c) D.

pag. 135. **5.** a) B; b) B. **6.** $AC = 8$ cm; $BD = 7{,}7$ cm; $AD = 10$ cm. **7.** a) $MN = 3{,}5$ cm; b) $AB = 3$ cm; $BC = 9$ cm; $AC = 12$ cm; c) $AB = 5$ cm; $BC = 2{,}4$ cm; $MN = 3{,}7$ cm; $AC = 7{,}4$ cm; d) $AB = 4$ cm; $AM = 2{,}4$ cm; $BN = 3{,}5$ cm; $NC = 3{,}5$ cm; $MN = 5{,}5$ cm; e) $AB = 9$ cm; $BC = 7$ cm; $AM = 4{,}5$ cm; $MB = 4{,}5$ cm; $BA = 9$ cm. **8.** $AM = MB = 4{,}5$ cm.

pag. 137. **7.** a) G, E, F; b) niciunul; c) P, Q, R; d) M, N; e) M, N, P, Q.

pag. 140. **1.** a) 90; b) 0; c) 180. **2.** B. **3.** C. **6.** $\sphericalangle RAC = \sphericalangle CAP$; $\sphericalangle SUC = \sphericalangle SOC$; $\sphericalangle NUC = \sphericalangle DOI$; $\sphericalangle MOR = \sphericalangle ABC$.

pag. 142. **1.** a) 900'; b) 1740'; c) 4380'; d) 6120'; e) 90'; f) 749'; g) 3001'; h) 87'; i) 4248. **2.** a) 2°15'; b) 9°; c) 16°3'; d) 8°25'; e) 18°50'; f) 80°96'; g) 127°3'; h) 155°48'. **4.** a) 32°49', 55°28', 45°44'; b) 5°25', 52°39', 3°11'; c) 46°28', 159°30', 44°48'; d) 120°23', 101°21', 304°28'. **5.** a) 73°65', 107°19', 58°16'; b) 44°24', 7°54', 17°51'; c) 72°40', 4°30', 500°48'; d) 224°, 77°19', 875°40'. **6.** a) 33°31', 43°45', 72°23'; b) 7°30', 26°46', 157°14'; c) 36°15', 35°4', 21°7'; d) 40°44', 126°31', 102°3'. **7.** a) 64°30'; b) 96°45'; c) 32°15'; d) 96°45'; e) 612°45'; f) 129°; g) 147°45'; h) 25°30'.

pag. 144. **7.** a) F; b) A; c) F; d) A.

pag. 150. **7.** a) 5,6 m; b) 130,4 cm; c) 0,12 km. **8.** a) 16 m; b) 48,6 cm; c) 92, 5 dm; d) 70,5 km. **9.** 758 m.

pag. 151. **3.** a) 49; b) 1200; c) 5; d) 0,09. **4.** a) 7,32; b) 53,42; c) 4500; d) 0,836. **5.** 2 ha; 5 ha; 0,36 ha; 12 ha; 6,23 ha. **7.** a) 6,25 m^2; b) 0,09 dm^2; c) 1,44 dam^2; d) 0,0225 hm^2. **8.** a) 1,5 m^2; b) 132,7229 cm^2; c) 362,3326 dm^2; d) 279 km^2. **9.** 72 m^2.

pag. 152. **1.** 2103; 72300; 0,012403; 0,0000807; 0,0002054. **2.** a) 27 m^3; b) 60 dm^3. **4.** 12; 5,421; 430; 14,26; 3200000. **6.** 0,125 m^3; b) 9,261 dm^3; c) 1331 cm^3; d) 216 km^3. **7.** a) 7 cm^3; b) 14 dm^3; c) 0,9 m^3; d) 9 m^3. **8.** 250.

Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul de evaluare 1. 3. a-4; b-3; c-2. **5.** 7,5 cm; b) 9 cm; c) 4 cm. **6.** 10; 36. **7.** dreaptă, punct, segment de dreaptă, semidreaptă, unghi ascuțit, unghi obtuz, unghi drept, drepte paralele, drepte concurente, dreptunghi, pătrat.

Testul de evaluare 2. 3. a-3; b-4; c-1. **4.** a) 45833,4 m; b) 13778 cm^2; c) 2 dm^3. **5.** 35,28 m^2. **6.** 6,53 ha. **7.** a) 128 m^2; b) 12,4 ari.

Testul de evaluare 3. 5. $AB = 7$ dm; $BC = 9$ dm; $CD = 4{,}5$ dm. **6.** a) 512 dm^3; 504 dm^3. **7.** 2 380 m.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME RECAPITULATIVE

1. a) 0 ; b) 1; c) 4 034; d) 1; e) 0; f) 32; g) 2; h) 4 480; i) 26; j) 10^5. **2.** 2 017^2. **3.** 80 găini, 120 iepuri. **4.** 11 011 011. **5.** 248. **6.** 2. **7.** 36 ani. **8.** 576 pagini. **9.** 60 lei. **10.** 8. **11.** 1024. **12.** 2 000 kg mere, 4 000 kg prune. **13.** 12; 90. **14.** 54 km. **15.** 10 lei, 70 lei. **16.** 450 pagini. **20.** Maria. **22.** 1 845. **24.** a) 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88; b) 8. **25.** a) 1, 2, 11, 22, 44; b) 6. **26.** Batman. **27.** a) $n = 9$; b) 3, 1, 9. **31.** 4,5 km; 10,5 km. **32.** 11; 10. **37.** 16 lei. **38.** 12; 13; 14; 2. **39.** a) 3,5 km; b) 0,5 km. **40.** 32 ore. **42.** 20 cm; **43.** 24 cm. **44.** 40 cm. **45.** 30 cm. **46.** 80 dm. **47.** a) 128 mm, 256 mm, 32 768 mm^2; b) 32; c) 128 mm, 1 024 mm^2. **48.** D. **49.** 36 cm. **50.** 112 m. **51.** 600 dm. **52.** 216 m. **53.** 10 m. **54.** 48 cm. **55.** 120 *l*. **56.** 300 minute. **57.** 6 000 000 m^2. **58.** 3. **59.** 5,76 m^3. **60.** a) 10 800 m^2; b) 6 000 m^2; c) Da, deoarece $AC = AN + NC$. **61.** 2899,2 lei.

TESTE FINALE

Testul de evaluare finală 1. 4. 29 m; 16,35 m^2. **6.** a) 120 elevi. **7.** 9 cm; b) 24 cm; 26 cm.

Testul de evaluare finală 2. 6. a) 13 000 lei; b) 42 820 lei. **7.** 5920,5 lei; b) 1203,5 Euro; 1322,11 Dolari SUA.

Testul de evaluare finală 3. 4. 1 837 m. **5.** 50 cm; 100 cm^2. **6.** a) 7 cm; b) 64 cm^2; 63 cm^2. **7.** 120 țevi, 150 țevi.

ISBN 978-606-727-232-1