Εισαγωγικό Εργαστήριο Ηλεκτρονικής & Τηλεπικοινωνιών

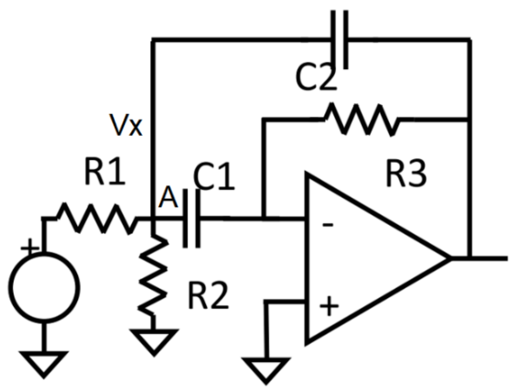
Άσκηση στα Φίλτρα

7ο Εξάμηνο, Ακαδημαϊκό Έτος 2021 – 2022

Ονοματεπώνυμο	Αριθμός Μητρώου
Μπούφαλης Οδυσσεύς – Δημήτριος	el18118
Στεφανάκης Γεώργιος	el18436

Μέρος Α

1)



Εφαρμογή ΝΡΚ στον κόμβο Α:

$I_{R_1} = I_{R_2} + I_{C_1} + I_{C_2}$ (1)

Νόμος του Ohm στην αντίσταση R_1:

$V_{in} - V_x = R_1 I_{R_1}$ (2)

Νόμος του Ohm στην αντίσταση R_2:

$V_x = R_2 I_{R_2}$ (3)

Επειδή ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός έχουμε $\begin{Bmatrix} V^- = V^+ = 0 \\ i^- = i^+ = 0 \end{Bmatrix}$ αφού το V^+ είναι γειωμένο.

Πτώση τάσης στον πυκνωτή C_1:

$V_x - 0 = \frac{1}{sC_1} I_{C_1} \Rightarrow I_{C_1} = sC_1 V_x$ (4)

Πτώση τάσης στον πυκνωτή C_2:

$V_x - V_o = \frac{1}{sC_2} I_{C_2} \Rightarrow I_{C_2} = sC_2(V_x - V_o)$ (5)

Πτώση τάσης στην αντίσταση R_3:

$0 - V_o = R_3 I_{C_1} \Rightarrow I_{C_1} = -\frac{V_o}{R_3}$ (6)

Από (4), (6) προκύπτει ότι:

$V_x = -\frac{1}{sR_3C_1}V_o$ (7)

Αντικαθιστώντας το V_x στις (2), (3), (5) έχουμε:

$$I_{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_o}{sR_1R_3C_1}$$
$$I_{R_2} = -\frac{V_o}{sR_2R_3C_1}$$
$$I_{C_2} = -sC_2V_o\left(\frac{1}{sR_3C_1} + 1\right)$$

Αντικαθιστούμε τις παραπάνω σχέσεις για τα ρεύματα στην (1):

$$\frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_o}{sR_1R_3C_1} = -\frac{V_o}{sR_2R_3C_1} - \frac{V_o}{R_3} - sC_2V_o\left(\frac{1}{sR_3C_1} + 1\right) \Rightarrow$$
$$H(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{1}{R_1C_2}\frac{s}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_3C_1} + \frac{1}{R_3C_2}\right) + \frac{1}{R_1R_3C_1C_2} + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

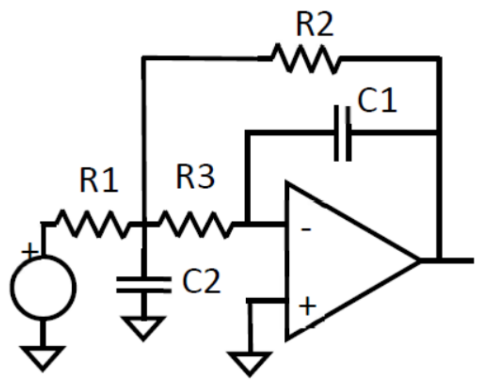
2) Έχουμε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(s) = \frac{\omega_o^2}{s^2+as+\omega_o^2}$. Για να βρούμε που μεγιστοποιείται το κλάσμα, δηλαδή που ελαχιστοποιείται το τριώνυμο του παρονομαστή, θα βρούμε το μέτρο του και υπολογίζοντας την πρώτη παράγωγο, θα δούμε εκείνη που μηδενίζεται.

Το μέτρο του παρονομαστή, για $s = j\omega$ είναι: $|(\omega_o^2 - \omega^2) + ja\omega| = \sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (a\omega)^2}$

$$\frac{d}{d\omega}\left(\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (a\omega)^2}\right) = \frac{\omega(a + 2\omega^2 - 2\omega_o^2)}{\sqrt{a\omega^2 + (\omega_O^2 - \omega^2)^2}} = 0 \Rightarrow$$

$$a + 2\omega^2 - 2\omega_o^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = \omega_o^2 - \frac{a}{2} \Rightarrow \omega^2 = \omega_o^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \Rightarrow \omega = \omega_o\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

Μέρος Β



Η κεντρική συχνότητα της ομάδας είναι ίση με $27\ kHz + \frac{(6+8)}{2} = 34\ kHz$. Μπορούμε να καταλήξουμε στο φίλτρο που ζητείται χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του μέρους Α, θεωρώντας τις αντιστοιχίες μεταξύ των σύνθετων αντιστάσεων:

- R_1 του μέρους Α $\equiv$ R_1 του μέρους Β
- R_2 του μέρους Α $\equiv \frac{1}{sC_2}$ του μέρους Β
- R_3 του μέρους Α $\equiv \frac{1}{sC_1}$ του μέρους Β
- $\frac{1}{sC_1}$ του μέρους Α $\equiv R_3$ του μέρους Β
- $\frac{1}{sC_2}$ του μέρους Α $\equiv R_2$ του μέρους Β

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου είναι η εξής:

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}}{s^2 + s\left(\frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_2R_3}\right) + \frac{1}{C_1C_2R_2R_3}}$$

Η συνάρτηση είναι πλέον της γνωστής μορφής $H(s) = g\frac{\omega_o^2}{s^2+as+\omega_o^2}$, συνεπώς έχουμε:

$$g = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{C_1C_2R_2R_3}}$$

$$a = \frac{1}{C_2R_1} + \frac{1}{C_2R_2} + \frac{1}{C_2R_3}$$

$$Q = \frac{\omega_o}{a}$$

Θεωρητική Ανάλυση

Όπως έχουμε πει και στο εργαστήριο, απαιτούμε $|g| = 10 \Rightarrow R_2 = 10R_1$.

Έχουμε $f_0 = 34\ kHz \Rightarrow \omega_o^2 = (2\pi f_0)^2 = 4.56 \times 10^{10}\ (rad/sec)^2$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση $s \leftarrow j\omega_o$ έχουμε $H(j\omega_o) = \frac{g\omega_o^2}{ja\omega_o} \Rightarrow |H(j\omega_o)| = \frac{g\omega_o}{a} = 25 \Rightarrow \frac{\omega_o}{a} = Q = 2.5 \Rightarrow a = 2.13 \times 10^5$.

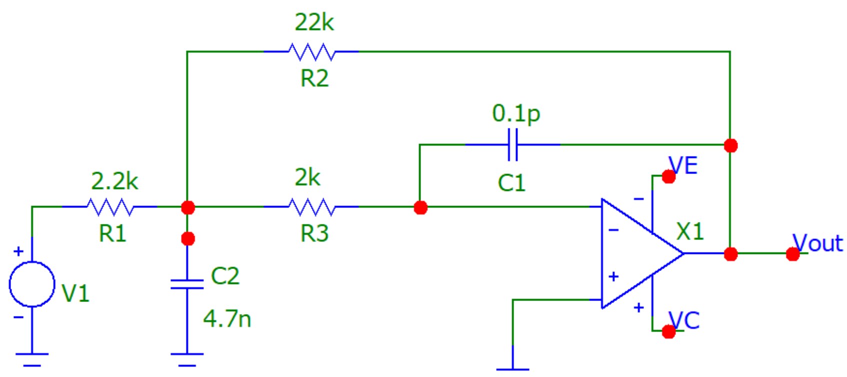
Επιλέγοντας τυχαία δύο τιμές για τα R_1 και R_3, έστω $R_1 = 2.2\ k\Omega$ και $R_3 = 2\ k\Omega$, προκύπτει $R_2 = 22\ k\Omega$.

Έτσι προκύπτει $C_2 = 4.7\ nF$.

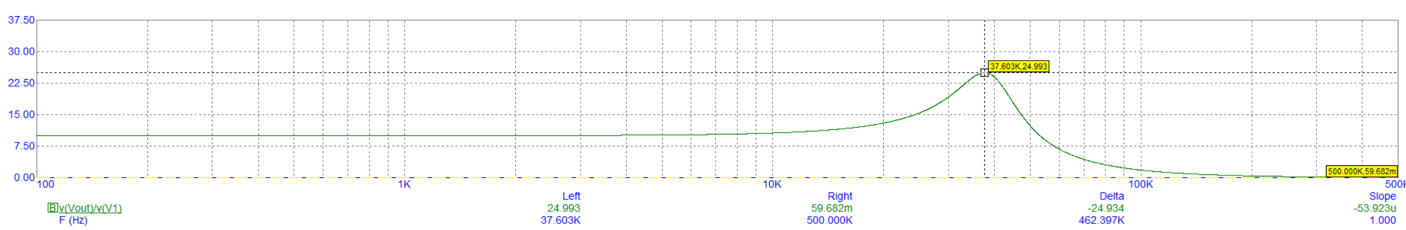
Για το C_1 έχουμε: $\omega_o^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3} \Rightarrow C_1 = 0.1\ pF$.

Πειραματική ανάλυση στο Micro-Cap

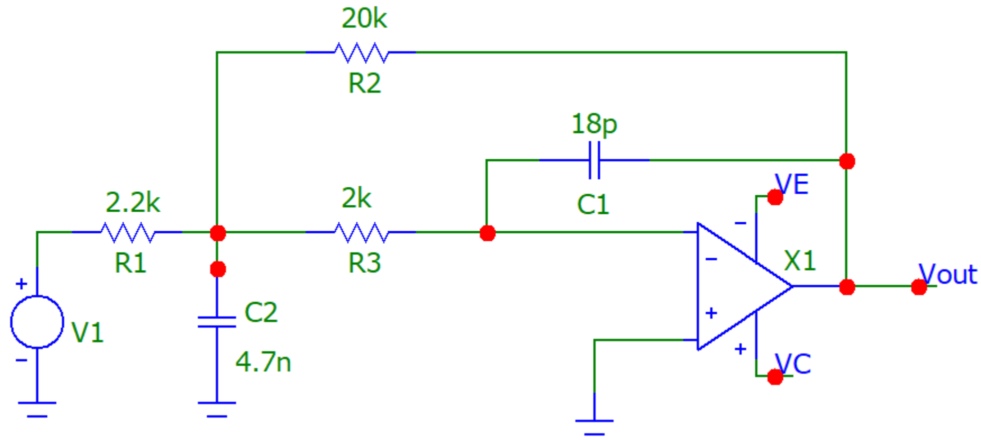
Αρχικά κατασκευάσαμε το φίλτρο στο λογισμικό με βάση τις θεωρητικές τιμές για τα στοιχεία του κυκλώματος και ύστερα εκτελέσαμε AC ανάλυση για να επαληθεύσουμε τις πράξεις μας.

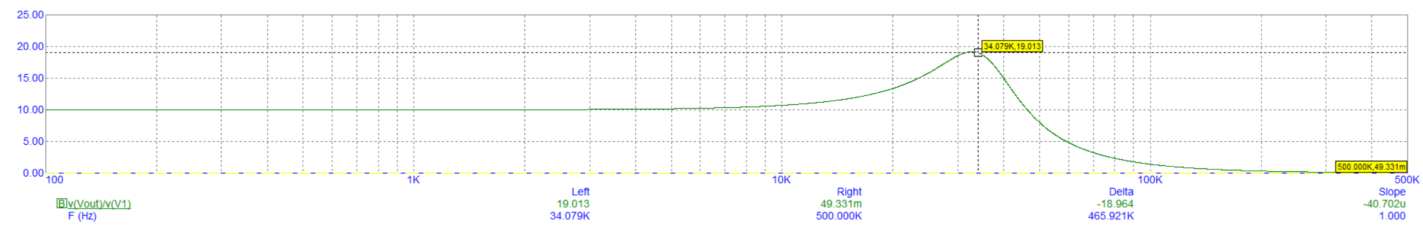


Με βάση το παραπάνω κύκλωμα, παρατηρούμε πως το πλάτος V_{out} και η κεντρική συχνότητα f_0 είναι ικανοποιητικά καθώς στις μικρές συχνότητες έχουμε ενίσχυση δέκα ενώ στην κεντρική συχνότητα, που είναι πολύ κοντά στην απαιτούμενη, έχουμε ενίσχυση σχεδόν 25.



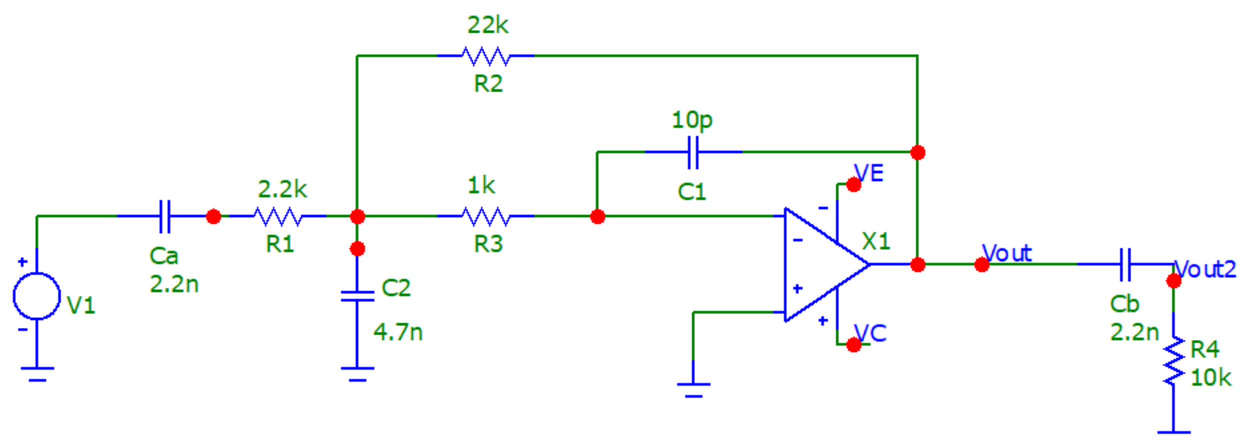
Όμως είναι πολύ προβληματική η τιμή $C_1 = 0.1\,pF$ καθώς τόσο μικρής χωρητικότητας πυκνωτής δεν υπάρχει στο πρότυπο E12 ενώ είναι πρακτικά αδύνατον να χρησιμοποιηθεί λόγω του θορύβου που δημιουργείται στο εργαστήριο. Για αυτό το λόγο δοκιμάσαμε διάφορες τιμές για το C_1 και καταλήξαμε ότι χρειαζόμαστε έναν πυκνωτή τιμής από 18 έως 22 pF ώστε να καλύπτονται οι απαιτήσεις του φίλτρου. Παρακάτω φαίνεται και η απόκριση στο πεδίο της συχνότητας για $C_1 = 18\,pF$.





Βλέπουμε ότι έχουμε μία πολύ καλή προσέγγιση για την ενίσχυση του πλάτους στην κεντρική συχνότητα, η οποία είναι πολύ κοντά στη ζητούμενη.

Για την κατασκευή του ζωνοπερατού φίλτρου που ζητείται προσθέσαμε τους πυκνωτές C_a, C_b, των οποίων την τιμή βρήκαμε μέσω δοκιμών στην προσομοίωση, και την αντίσταση φορτίου R_4. Παρατηρήσαμε απόκλιση από το επιθυμητό διάγραμμα χρησιμοποιώντας τις θεωρητικές τιμές $C_a = \frac{1}{R_1 \omega_o}$, $C_b = \frac{1}{(10\ k\Omega)\omega_o}$ και με χρήση της λειτουργίας stepping καταλήξαμε στο εξής κύκλωμα.



Η απόκριση του κυκλώματος φαίνεται στο παρακάτω $\frac{v_o}{v_{in}} - f$ διάγραμμα: