Γεώργιος Στεφανάκης (el18436)

Εργαστηριακή Άσκηση στο μάθημα «Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες»

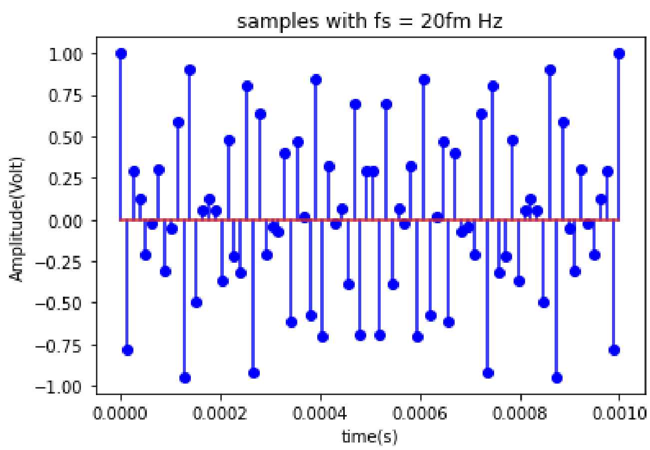
Σχολή ΗΜΜΥ – Ακαδημαϊκό Έτος 2020 – 2021

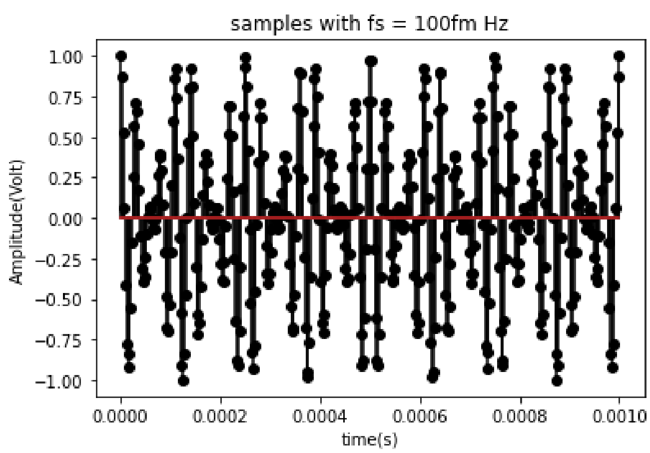
Ερώτημα 1ο

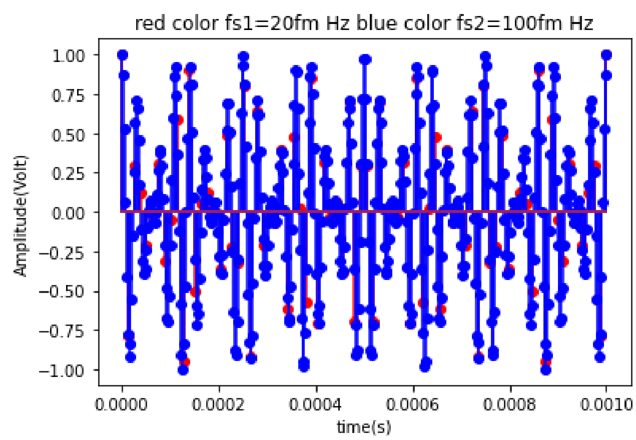
Σήμα: $y(t) = A\cos(2\pi f_m t)\cos(2\pi (AM+2) f_m t)$

A = 1 , AM = 6, $4+3+6 = 13 \rightarrow f_m = 4\ \mathrm{kHz}$

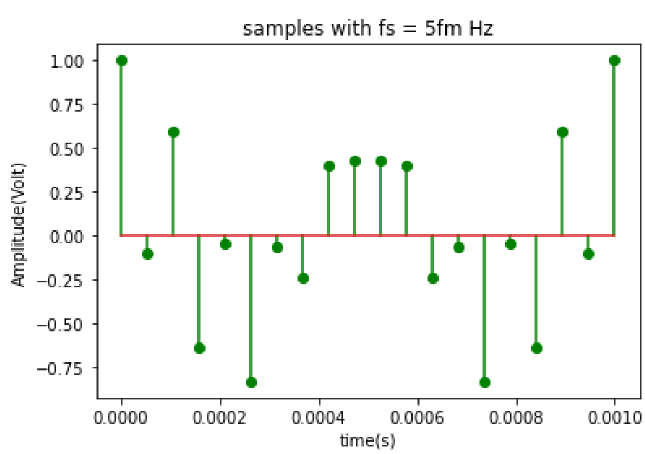
α) Δειγματοληψία σήματος με $f_{s_1} = 20\ f_m$, $f_{s_2} = 100\ f_m$, $f_{s_1} = 20\ f_m$ και το κοινό τους διάγραμμα:







β) Δειγματοληψία σήματος με $f_s = 5\ f_m$:



Γνωρίζουμε από το θεώρημα του Shannon ότι η ανακατασκευή ενός σήματος είναι εφικτή αν ισχύει $f_s > 2W$, με W το εύρος ζώνης του σήματος, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι $f_s > 8\,f_m$. Επομένως, για $f_s = 5\,f_m$ δεν είναι δυνατή η ανακατασκευή του σήματος, το οποίο παρατηρείται στο διάγραμμα ως μια παραμόρφωση του σήματος. Το εύρος ζώνης προκύπτει $8\,f_m = 32\text{ kHz}$, επειδή έχουμε σήμα της μορφης:

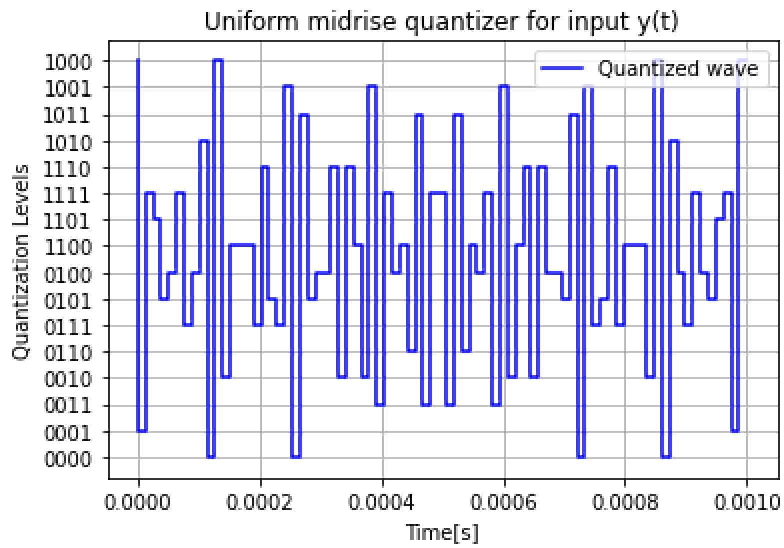
$A\cos(2\pi\,f_m\,t)\cos(2\pi\,(AM+2)\,f_m\,t) = \frac{1}{2}(\cos(2\pi\,f_m\,t + 2\pi\,(AM+2)\,f_m\,t) + \cos(2\pi\,f_m\,t - 2\pi\,(AM+2)\,f_m\,t))$ που είναι η σειρά Fourier του σήματος με ανώτερη αρμονική την $\cos(2\pi\,f_m\,t + 2\pi\,(AM+2)\,f_m\,t) = \cos(36000\pi\,t)$.

Ερώτημα 2ο

α) Το σήμα προς δειγματοληψία, κατόπιν αντικατάστασης των παραμέτρων (A = 1, AM = 6, fm = 4 kHz) είναι:

$$y(t) = \cos(16000\pi\,t)\cos(64000\pi\,t)\,, f_s = 20\,f_m = 80000\text{ Hz}$$

Δίνουμε το δειγματοληπτούμενο σήμα ως είσοδο στον κβαντιστή ο οποίος είναι τύπου mid riser και συνεπώς η έξοδός του δίνεται από τον τύπο: $xQ = Q\left(\frac{x}{Q} + \frac{1}{2}\right)$ όπου $Q = \frac{2A}{L} = \frac{2}{2^R}$ με $L = 2^R$ το πλήθος των επιπέδων κβάντισης. Το αποτέλεσμα που προκύπτει από την εκτέλεση του κώδικα είναι το παρακάτω:



β) Η τυπική απόκλιση των 10 πρώτων δειγμάτων και κατόπιν των 20 πρώτων δειγμάτων υπολογίζεται με τη χρήση της συνάρτησης numpy.std. Επίσης, η ισχύς του κβαντισμένου σήματος και του θορύβου για τα 10 και τα 20 πρώτα

δείγματα υπολογίζεται από τον γνωστό τύπο για τον υπολογισμό ισχύος διακριτού σήματος x[n]:

$$P[x] = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x^2[i]$$

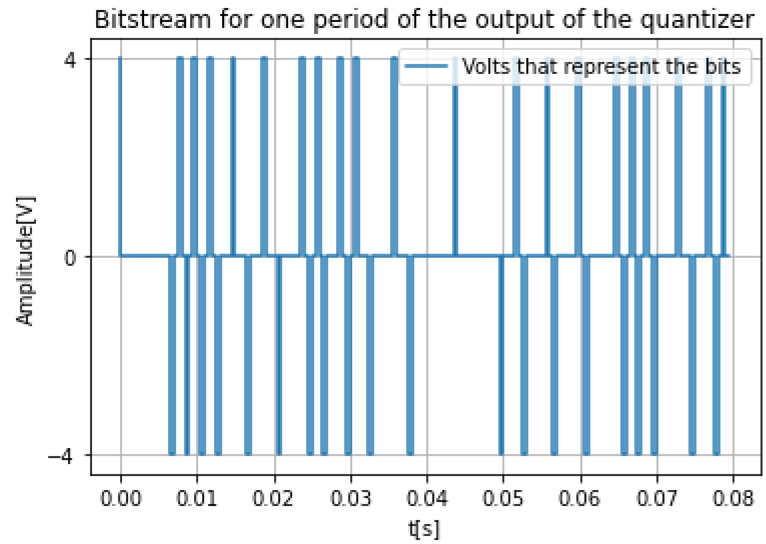
Το SNR σε dB προκύπτει από τον τύπο $SNR_{dB} = 10\log\left(\frac{P_{\text{Σήματος}}}{P_{\text{Θορύβου}}}\right)$.

Για τον θεωρητικό υπολογισμό του SNR θα χρειαστούμε την μέση ισχύ του σήματος $P = \frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt = \frac{1}{1000}\int_0^{1000}\cos^2(16000\pi\,t)\cos^2(64000\pi\,t)\;dt = \frac{1}{4}$.

```
Standard deviation for first 10 samples:  0.03445453697487103
Standard deviation for first 20 samples:  0.03676824302368188
SNR for the first 10 samples of the quantized signal is equal to :  22.7717997121203 dB
SNR for the first 20 samples of the quantized signal is equal to :  22.46448637504935 dB
Theoretical SNR equals 22.833012287035498 dB
```

Το θεωρητικό SNR παρουσιάζει μια μικρή απόκλιση από τα πειραματικά SNR. Προφανώς, όσα περισσότερα δείγματα χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό των πειραματικών SNR τόσο πιο κοντά θα είναι το αποτέλεσμα στο θεωρητικό SNR.

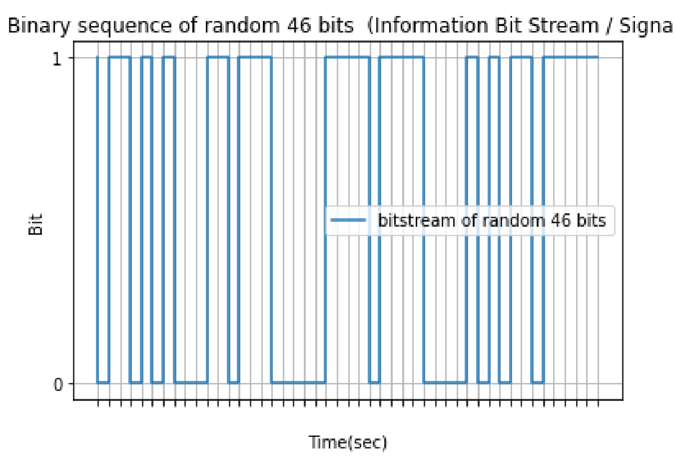
γ) Θεωρούμε κωδικοποίηση γραμμής BIPOLAR RZ, με διάρκεια bit 1 msec και πλάτος A = 4 V. Από αυτό προκύπτει μια σειρά παλμών τάσης με πλάτος 4V και 0 V, όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

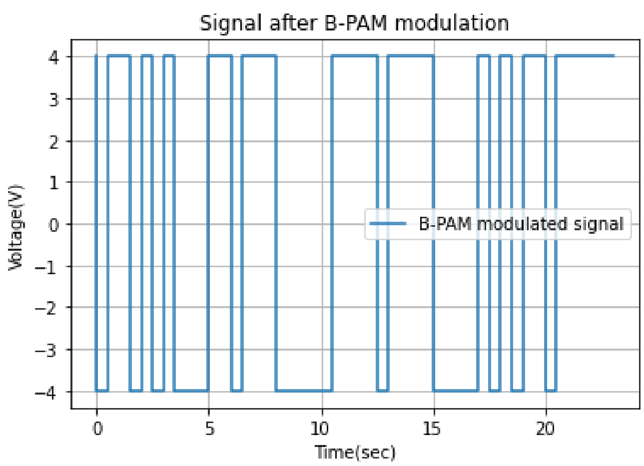


Ερώτημα 3ο

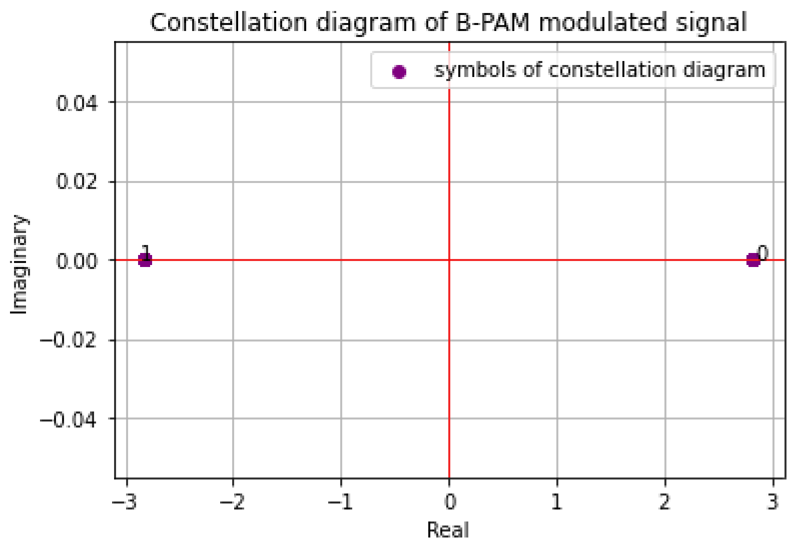
α) $A = 4 + 3 + 6 = 13\ \mathrm{V}$

Η ζητούμενη B-PAM διαμόρφωση είναι:

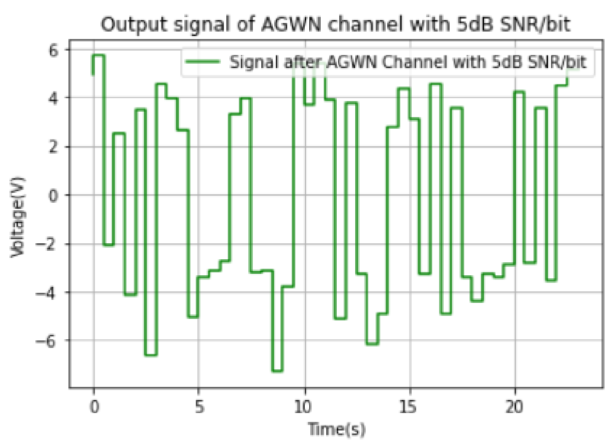


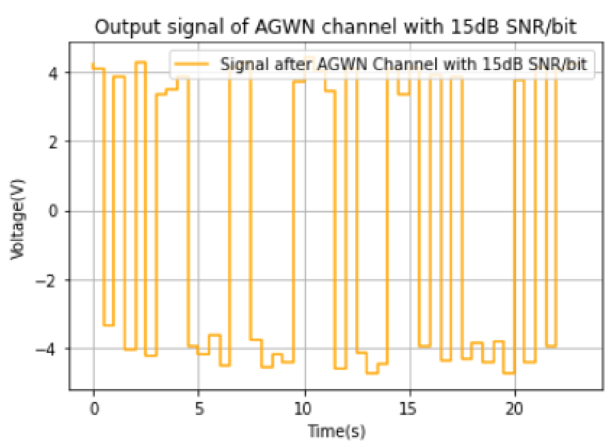


β)

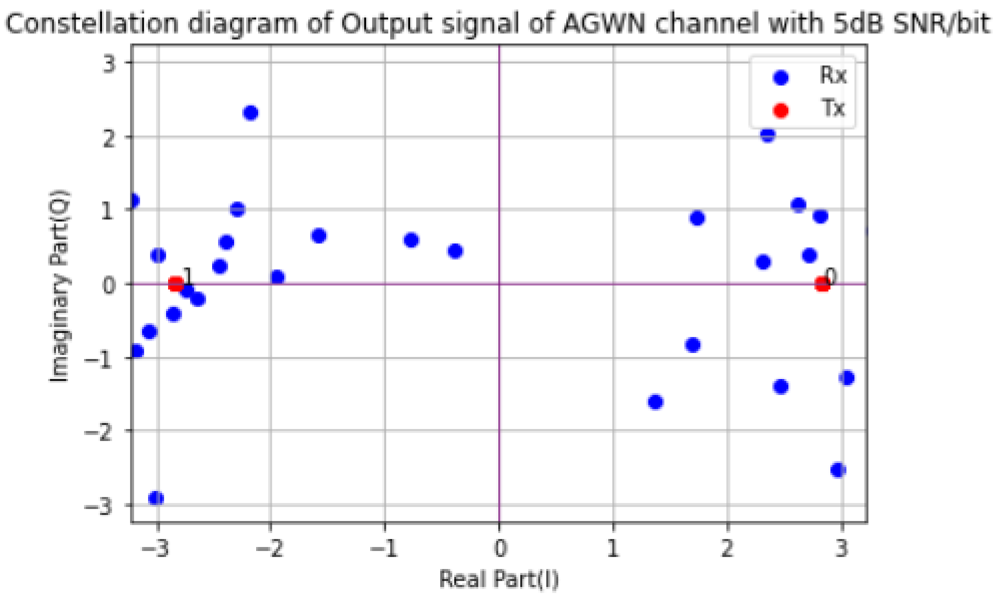


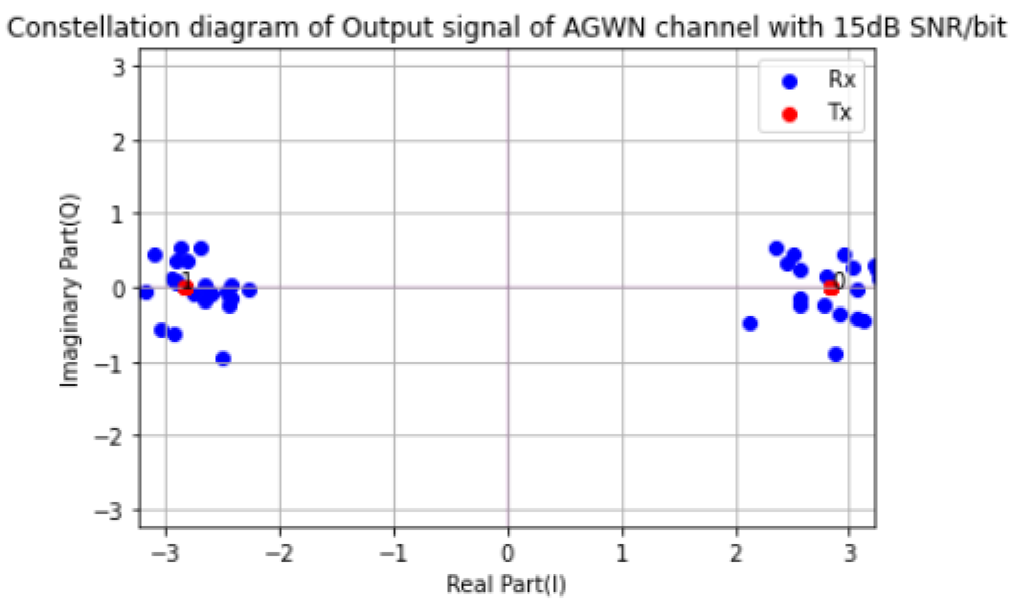
γ) Ο θόρυβος AGWN, που προστίθεται στο σήμα, προσομοιώνεται ως μιγαδική WSS στοχαστική διαδικασία με Z = X+jY, όπου X, Y ανεξάρτητες, τυχαίες διαδικασίες που ακολουθούν την κανονική κατανομή με $\mu = 0$ και $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ δηλαδή $X \sim N\left(0, \frac{N_0}{2}\right)$ και $Y \sim N\left(0, \frac{N_0}{2}\right)$. Γνωρίζουμε ότι: $SNR_{dB} = 10\log_{10}\frac{E_b}{N_0} = 10\log_{10}\frac{A^2T_b}{10^{\frac{SNR_{dB}}{10}}}$ αφού $N_0 = \frac{E_b}{10^{\frac{SNR}{10}}}$. Το πείραμα γίνεται με δύο τιμές SNR (5dB, 15dB), με αλλοιώσεις να παρατηρούνται και στα δύο, εκ των οποίων η μεγαλύτερη (όπως ήταν και αναμενόμενο) να είναι για SNR = 5dB.





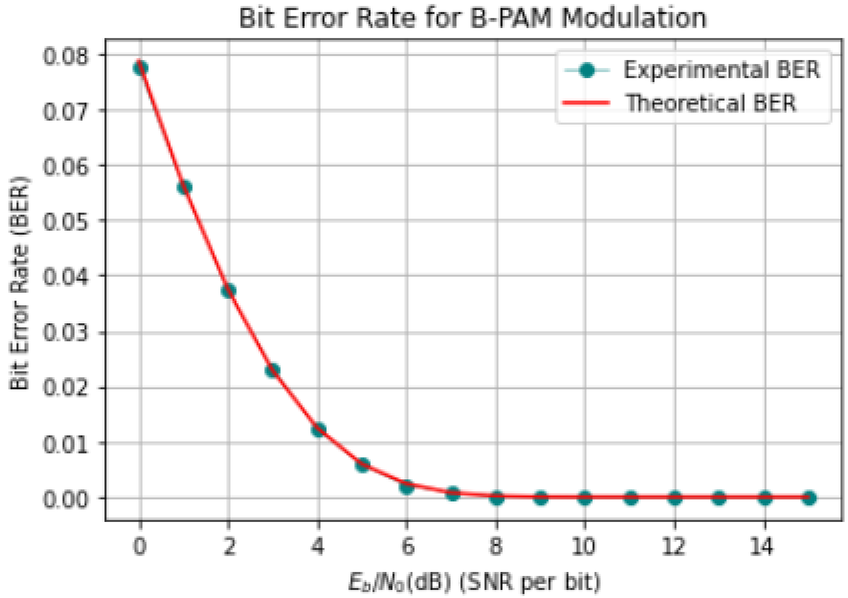
δ) Από τα διαγράμματα παρατηρείται ότι για χαμηλότερη τιμή SNR, τα λαμβανόμενα σήματα είναι πιο απομακρυσμένα από τον αστερισμό της BPAM.





ε) Η BER εξετάζει δύο ανεξάρτητα μεταξύ τους ενδεχόμενα, τα $P = P[(0 \text{ στάλθηκε } 1 \text{ αποφασίστηκε})]$ και $P = P[\,(1 \text{ στάλθηκε } 0 \text{ αποφασίστηκε})]$. Επομένως από την θεωρία πιθανοτήτων και τον ορισμό της δεσμευμένης πιθανότητας ισχύει $P = P[0]P[0|1] + P[1]P[1|0]$. Ακόμη, όπως είδαμε στο ερώτημα 3γ', ο προστιθέμενος θόρυβος ακολουθεί την κανονική κατανομή και συνεπώς τα bits είναι ισοπίθανα. Προκύπτει λοιπόν ότι $P = Q\left(\frac{\text{distance between signals}}{2\cdot\text{noise RMS value}}\right) = Q\left(\frac{2\sqrt{E_b}}{2\cdot\text{noise RMS value}}\right) = Q\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}$.

Ως προς τον πειραματικό υπολογισμό της BER, παράξαμε 10^5 τυχαία bits, προσθέσαμε AWGN θόρυβο και μετρήσαμε τα εσφαλμένα bits για τιμές SNR από 0-15 dB με βήμα 1 dB.

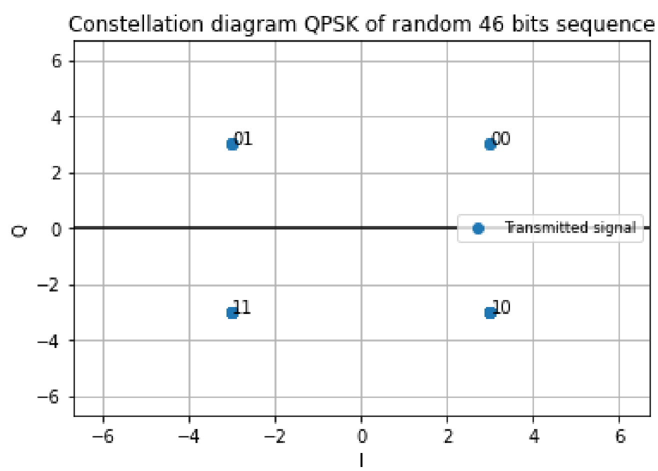


Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές προσεγγίζουν πολύ καλά την θεωρητική λύση παρουσιάζοντας μικρή απόκλιση η οποία θα γίνεται ολοένα και πιο μικρή καθώς χρησιμοποιούμε περισσότερα δείγματα για το πειραματικό σκέλος

Ερώτημα 4ο

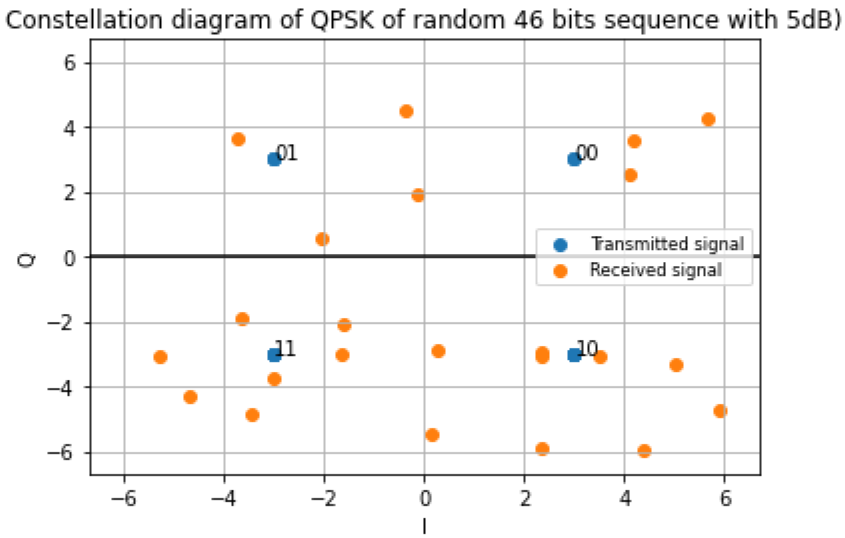
Η διαμόρφωση QPSK με κωδικοποίηση (π/4) Gray προσθέτει στη φάση των διαμορφωμένων κυματομορφών π/4 ακτίνια και έτσι οι διαμορφωμένες κυματομορφές έχουν την παρακάτω μορφή:

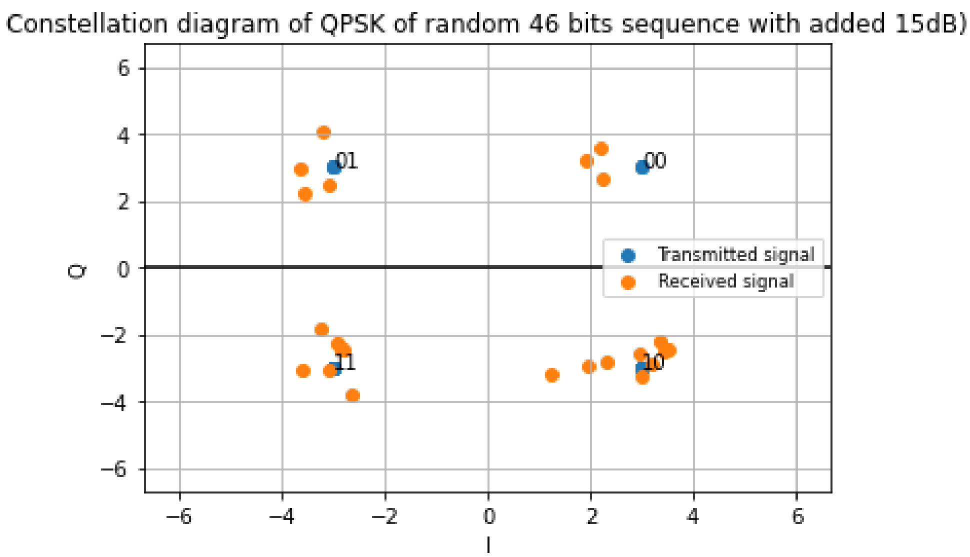
$$s_i = A\cos\left(2\pi\, f_c\, t + \frac{2\pi\, i}{4} + \frac{\pi}{4}\right), 0 \le i \le 4, 0 \le t \le T_s = 2T_b$$



Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, κάθε τεταρτημόριο περιέχει ένα σύμβολο.

β) Τα διαγράμματα και για 5 dB και 15 dB αντίστοιχα:

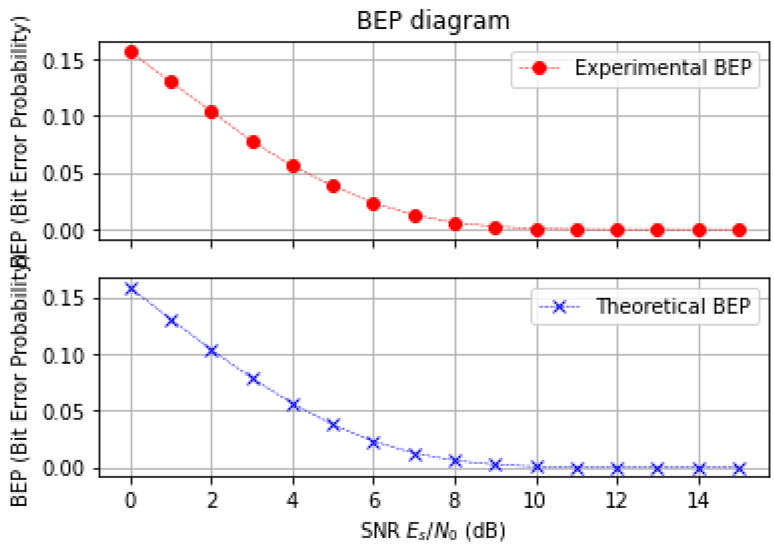




Αντίστοιχα με το $3^{ο}$ ερώτημα, παρατηρούμε ότι για χαμηλότερες τιμές SNR (στην προκειμένη 5 dB) τα λαμβανόμενα σήματα είναι πιο μακριά από τον αστερισμό της (π/4) QPSK.

γ) Η BER θεωρητικά αντίστοιχα με το 3ε προκύπτει: $\mathrm{P} = \mathrm{Q}\sqrt{\mathrm{E_s}/\mathrm{N_0}}$.

Ως προς τον πειραματικό υπολογισμό της BER, παράξαμε 10^5 τυχαία bits, προσθέσαμε AWGN θόρυβο και μετρήσαμε τα εσφαλμένα bits για τιμές SNR από 0-15 dB με βήμα 1 dB. Το προκύπτον πειραματικό διάγραμμα καθώς και το αντίστοιχο θεωρητικό είναι:

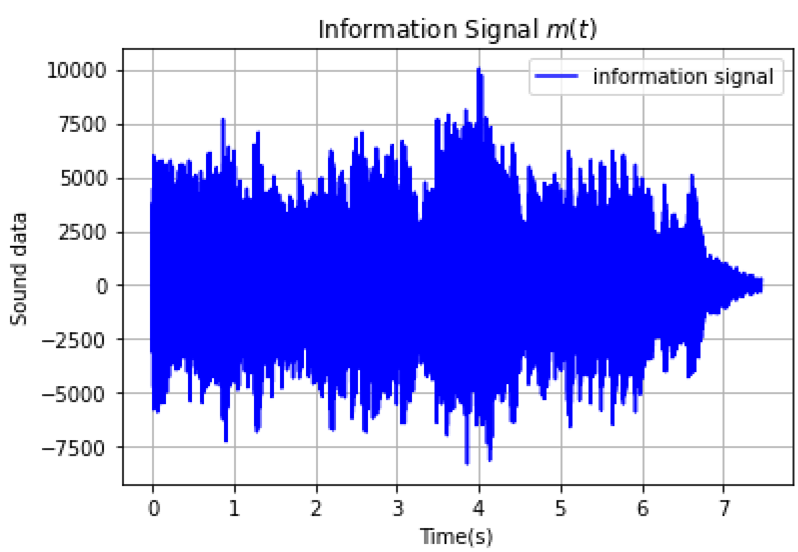


Παρατηρείται μια μικρή απόκλιση μεταξύ των τιμών της QPSK και της BPAM. Αυτό εξηγείται από το διαφορετικό τρόπο που προκύπτει το SNR σε κάθε διαμόρφωση. Δηλαδή στην BPAM είναι $\frac{\mathrm{E_b}}{\mathrm{N_0}}$ ενώ για την QSPK είναι $\frac{\mathrm{E_s}}{\mathrm{N_0}}$ με $\mathrm{E_s} = 2\,\mathrm{E}'_\mathrm{b}$ και συνεπώς μεταβάλλοντάς το στο εύρος 0 – 15 dB, προκύπτουν και διαφορετικές τιμές $\mathrm{N_0}$.

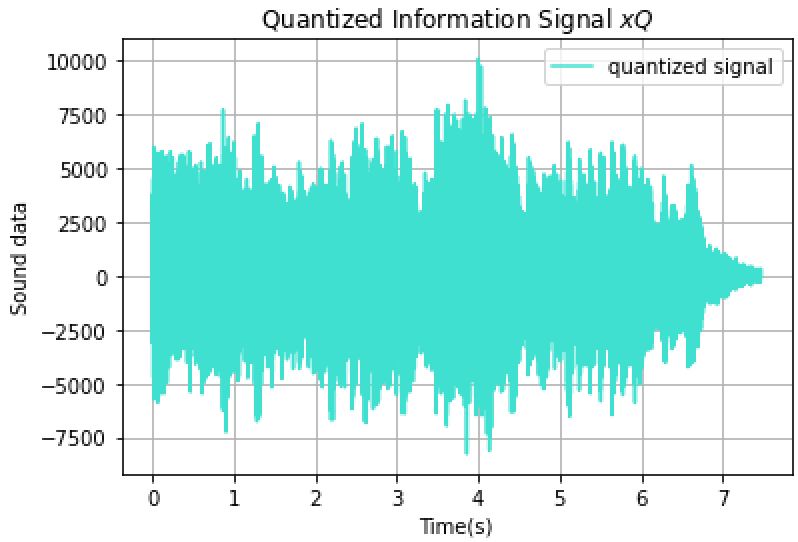
Ερώτημα 5ο

Το άθροισμα των τελευταίων τριών ψηφίων του ΑΜ μου είναι $4 + 3 + 6 = 13 \rightarrow$ περιττό (soundfile1_lab2.wav).

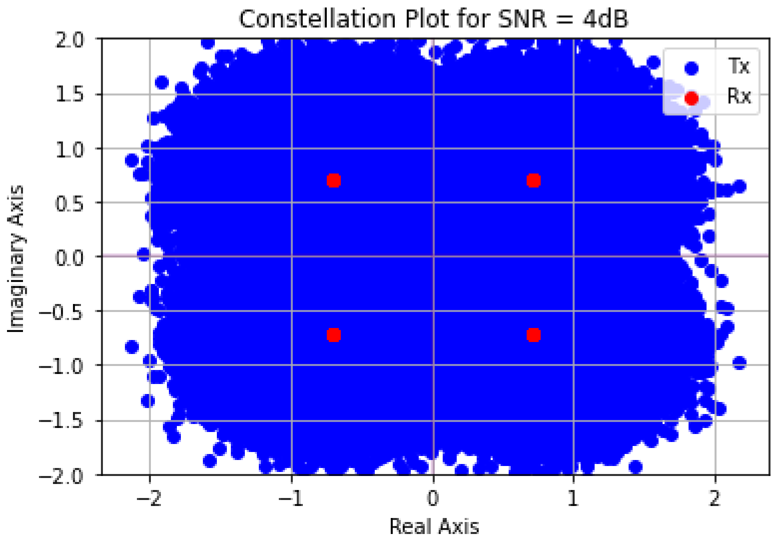
α)

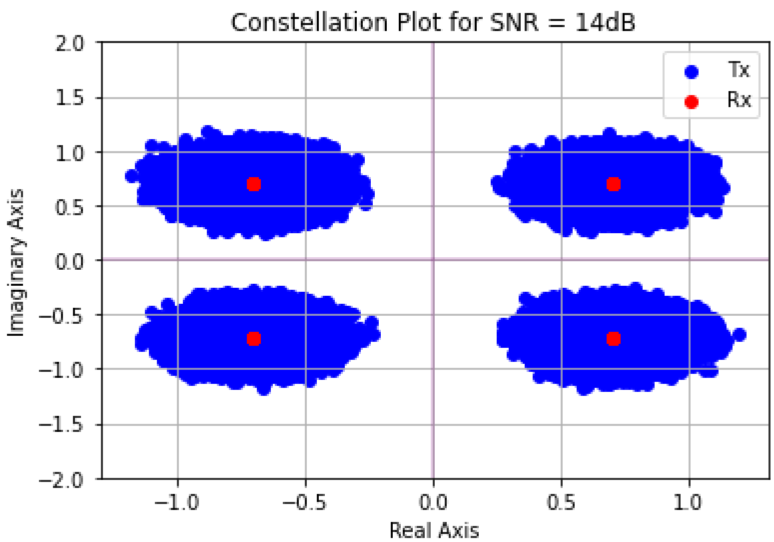


β) Θα χρησιμοποιήσουμε έναν mid riser κβαντιστή με βήμα κβαντισμού $\Delta = \frac{\mathrm{data_{max}} - \mathrm{data_{min}}}{\mathrm{L}-1}$, το οποίο προκύπτει από τα τμήματα που μεσολαβούν μεταξύ L επιπέδων, τα οποία είναι σε πλήθος L – 1 . Η συνάρτηση εξόδου του κβαντιστή θα είναι: $\mathrm{Q[n]} = \Delta\left(\frac{\mathrm{n}}{\Delta} + \frac{1}{2}\right)$.



γ, δ, ε, στ) Θα διαμορφώσουμε το σήμα κατά QPSK στην πλευρά του πομπού προκειμένου να το στείλουμε στο δέκτη μέσω του AWGN καναλιού. Ζευγοποιούμε ανά 2 τα ψηφία του bit stream και τα απεικονίζουμε στους αντίστοιχους φασιθέτες στο μιγαδικό επίπεδο σύμφωνα με κωδικοποίηση GRAY. Τέλος στο σήμα, δηλαδή στο σύνολο αυτών των παραστατικών μιγάδων προσθέτουμε θόρυβο AWGN 4dB και 14dB. Η αποκωδικοποίηση γίνεται μέσω των προσήμων των φασιθετών. Τα γραφικά αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα εξής:



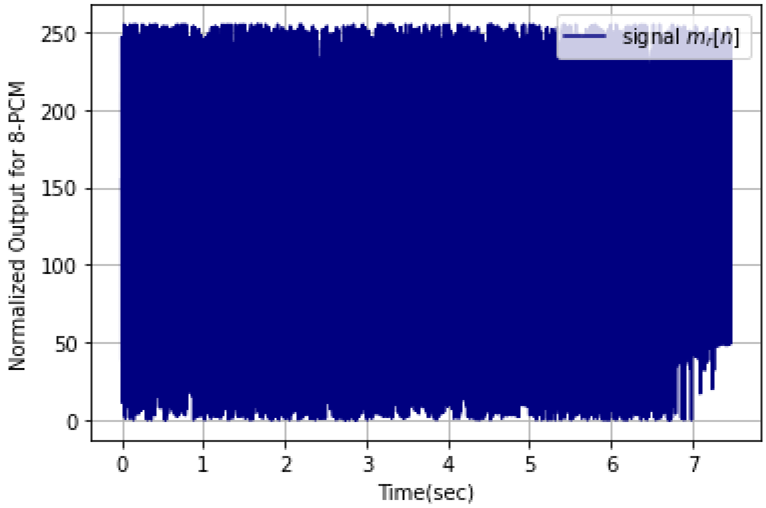



```
SNR = 4dB: Theoretical BER = 0.01250081804073755, Experimental BER = 0.0
SNR = 14dB: Theoretical BER = 6.810189128780772e-13, Experimental BER = 0.0
```

ζ) Τέλος, θα ανακατασκευάσουμε το σήμα ήχου για τις δύο περιπτώσεις Es/N0 και θα το ακούσουμε. Ομαδοποιήσαμε το σήμα μας σε οκτάδες και απεικονίσαμε τις τιμές στις κανονικοποιημένες στάθμες κβάντισης στο διάστημα 0-255 που ορίζονται ως:

$$k_i = 255 \cdot \frac{k_i - k_{min}}{k_{max} - k_{min}}$$

information signal $m_r[n]$ received through AWGN channel with 4db SNR per symbol



information signal $m_r[n]$ received through AWGN channel with 14db SNR per symbol