

# Aufgabe 3.2

Gruppe 3

Skiven Becker  
Stefan Gnissard  
Sebastian Pape

$$f(x) = 5 \sin(3\pi x) + 36x^2$$

$$y_0 = f(x_0) = 0, \quad y_1 = f(x_1) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{4} = \frac{10\sqrt{2} + 1}{4}$$

$$y_2 = f(x_2) = 6$$

$$\approx 3,5 + 7,5 = 11 \sqrt{12}$$

Zunächst Koeffizienten:

$$\begin{array}{l|l} x_0 = 0 & 0 = y_0 \\ x_1 = \frac{1}{12} & \frac{10\sqrt{2} + 1}{4} = y_1 \\ x_2 = \frac{1}{6} & 6 = y_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \gamma_3 \\ \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \gamma_4 \\ \frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0} \end{array}$$

Einsetzen der Werte liefert:  $0, \sim 45,4, \sim -113,1$

$$\Rightarrow p(x) = 45,4 x(x - \frac{1}{12}) - 113,1 x(x - \frac{1}{12})(x - \frac{1}{6}) \quad \checkmark$$

Ohne Zwischenrunden ergibt sich:  $p(\frac{1}{24}) \approx 2,089 \quad \checkmark$

4/4  
Abschätzung 2.4:  $|f(x) - p(x)| \leq \max_{\xi \in [a,b]} \left| f^{(n+1)}(\xi) \right| \frac{n}{(n+1)!} |x - x_j|$

hier:  $n = 2$ , bestimme 3. Ableitung:

$$|f^{(3)}(x)| = |135\pi^3 \cos(3\pi x)| \quad \checkmark$$

für  $\xi \in [0, \frac{1}{6}]$  maximal für  $\xi = 0$  ( $3\pi\xi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ )

$$\Rightarrow |f(x) - p(x)| \leq \frac{135}{6} \frac{n}{n!} |x - x_j| \quad \checkmark$$

$$\frac{n}{n!} |x - x_j| \leq \left( \max_{j \in \{0, \dots, n\}} |x - x_j| \right)^n$$

$\hookrightarrow$  maximale Dispers hoch  $n$  ? War?

für  $n = 2$  und  $x = \frac{1}{24}$  ist  $\max_{j \in \{0, 1, 2\}} |x - x_j| = \left| \frac{1}{24} - \frac{1}{6} \right|^2$

$$\Rightarrow |f(x) - p(x)| \leq \frac{135}{6} \left( \frac{3}{24} \right)^3 \approx 0,35 \quad \text{geht besser} \quad (0,5)$$

$$f\left(\frac{1}{24}\right) \approx 1,98 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow |f(x) - p(x)| \approx 0,11 \quad \checkmark$$

$\hookrightarrow$  Abschätzung ok.  $\checkmark$

$$3,514$$

$$7,518$$



4.3.1.)

$x_i$	1	2	5
$y_i$	6	28	24

-0.5

$$L_k^{(n)} = \frac{n}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}} \frac{x - x_j}{x_k - x_j}} \quad \checkmark$$

$$L_0 = \frac{x-2}{1-2} \frac{x-5}{1-5} = \frac{x^2}{4} - \frac{7}{4}x + \frac{5}{2} \quad \checkmark$$

$$L_1 = \frac{x-1}{2-1} \frac{x-5}{2-5} = -\frac{x^2}{3} + 2x - \frac{5}{3} \quad \checkmark$$

$$L_2 = \frac{x-1}{5-1} \frac{x-2}{5-2} = \frac{x^2}{12} - \frac{x}{4} + \frac{1}{6} \quad \checkmark$$

$$\Phi(x) = \sum_{k=0}^3 y_k L_k = 10x^2 - 8x + 4 \quad \text{Wie geht das mit falschem } y_i$$

$$\Phi(-1) = 10(-1)^2 - 8(-1) + 4 = 22 \quad \checkmark$$

3.5/4