

Allgemeine Relativitätstheorie

1. Übungsblatt

Aufgabe 3) Addition von Geschwindigkeiten

Die 4er-Geschwindigkeit ist definiert als

$$w^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}$$

Da $d\tau$ invariant unter Lorentztransformation ist, transformieren 4er Geschwindigkeiten wie 4er Ortsvektoren.

$$\begin{aligned} w' &= \begin{pmatrix} \gamma & -\frac{v}{c}\gamma & 0 & 0 \\ -\frac{v}{c}\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ w \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c\gamma - \frac{vw}{c}\gamma \\ -v\gamma + \gamma w \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \gamma \begin{pmatrix} c - \frac{vw}{c} \\ w - v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Es war hier explizit nach einem Ausdruck für $|v|$ gefragt :)

$$2,515$$

$$2,5 + 5,0 = 7,5$$