1. Übungszettel zur Vorlesung **SS 2015**
Allgemeine Relativitätstheorie **Priv.-Doz. Dr. Ute Löw**
Abgabe bis Mo. 20. April 2015, 18:00 Uhr **Becker, Zeissner (Kasten 233)**

Aufgabe 1: Lorentz-Transformationen I **(Präsenz 0 Punkte)**
Führen Sie die Berechnung der Lorentz-Transformationen $\Lambda(v)$, die in der Vorlesung begonnen wurde zu Ende. Verwenden sie die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.
Hinweis: Überlegen Sie sich, was sich aus der Hintereinanderausführung zweier Lorentz-Transformation mit v und $-v$ ergibt.

Aufgabe 2: Ko- und kontravariante Tensoren **(Präsenz 0 Punkte)**
a) Was ist ein Vektor?
b) Was sind die ko- und kontravariante Komponenten eines Vektor und wie hňagen sie zusammen?
c) Wie transformieren die ko- und kontravariante Komponenten eines Vektor unter Koordinatentransformation?
d) Zeigen Sie dass die Kontraktion von ko- und kontravariante Komponenten eines Vektor invariant unter Koordinatentransformation ist?

Aufgabe 3: Addition von Geschwindigkeiten **(5 Punkte)**
Betrachten Sie zwei Koordinatensysteme K und K'. K' bewege sich mit der Geschwindigkeit v relativ zu K in x_1-Richtung.
Ein Teilchen fliegt mit Geschwindigkeit w im Koordinatensystem K in x_1-Richtung. Berechnen Sie seine Geschwindigkeit w' in K'.

Aufgabe 4: Zum Einstieg **(5 Punkte)**
Berechnen oder vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke. Verwenden Sie dafür die aus der Vorlesung bekannte Konvention der Minkowski-Metrik

$$\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1) \qquad \eta^{\mu\nu} = (\eta_{\mu\nu})^{-1} \qquad \eta^{\mu}{}_{\nu} = \delta^{\mu}{}_{\nu} \tag{1}$$

unter Beachtung der Einsteinschen Summenkonvention, d.h. über doppelt auftretende Indizes wird summiert.
a)

1) $\eta_{\mu\nu}\eta^{\nu\lambda}$
2) $\eta_{\mu\nu}\eta^{\mu\nu}$
3) $x_\mu x_\nu \eta^{\mu\nu}$
4) $\eta^{\mu}{}_{\nu} x_\mu \eta^{\nu}{}_{\lambda} x^\lambda$

b) Zeigen Sie, dass die Kontraktion $x^\mu x_\mu$ invariant unter einer Lorentz-Transformation ist.