Nitschke
Griesard

Aufgabe 27:

a) Likelihood allgemein:

$$\mathcal{L}(\vec{a}) = f(\vec{x}_1|\vec{a}) \cdot \ldots \cdot f(\vec{x}_n,\vec{a}) = \prod_{i=1}^{n} f(\vec{x}_i|\vec{a})$$

hier 1D:

$$\mathcal{L}(b) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i|b)$$

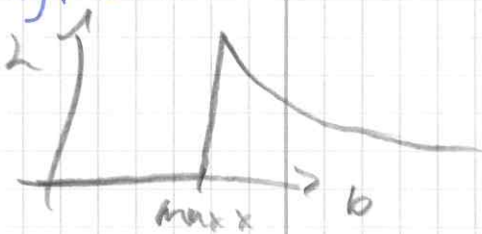
und $f(x) = \begin{cases} 1/b, & x \in [0,b] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

für ein gegebenes Sample ist die Likelihood also 0, wenn b so gewählt wird, dass min. 1 x_i nicht in $[0,b]$ liegt.

Wenn $b \geq x_i \quad \forall i \in \{1,\ldots,n\}$, dann

$f(x_i|b) = \frac{1}{b}$ und

$\mathcal{L}(b) = \frac{1}{b^n}$



$1/b^n$ fällt monoton mit b, daher ist

$\mathcal{L}(\max_{x\in\{x_i\}} x)$ maximal und der beste

Schätzer ist $b = \max_{x\in\{x_i\}}(x)$

b)

$$E[\max_{x\in\{x_i\}} x] = \int_0^{\max_{x\in\{x_i\}}(x)} \frac{1}{\max_{x\in\{x_i\}}(x)}\, x\, dx = \frac{\max_{x\in\{x_i\}}(x)}{2}$$

Für Erwartungstreue muss „Erwartungswert vom Schätzer = Schätzer" sein, wähle daher

$$b^* = 2 \cdot \max_{x\in\{x_i\}}(x)$$