SMD Blatt 6

A16

a) $H(S)$: Fußball ins. 14 Tage → 9 gespielt

→ 5 nicht

$$H(S) = -\frac{9}{14}\log_2\left(\frac{9}{14}\right) - \frac{5}{14}\log_2\left(\frac{5}{14}\right) \approx 0.940286$$

b) Wind = schwach: 8x → 6 gespielt

→ 2 nicht

$$H(W_{schw}) = -\frac{6}{8}\log_2\left(\frac{6}{8}\right) - \frac{2}{8}\log_2\left(\frac{2}{8}\right) = 0.8112781$$

Wind = stark: 6x → 3 gespielt

→ 3 nicht

$$H(W_{stark}) = -\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$Gain(W_{schw}) = 0.940286 - 0.811278 = 0{,}129008$$

$$Gain(W_{stark} = 0{,}940286 - 1 = -0{,}059714$$

Gesamt: $Gain(Wind) = H(S) - \frac{8}{14}H(W_{schw}) - \frac{6}{14}H(W_{stark})$

$= 0.048127$

c) / d) : siehe ipynb

A18

a) $$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B\cap A)}{P(B)} = \frac{P(B|A)\,P(A)}{P(B)}$$

b) $$P(W|F) = P(W_1|F)\,P(W_2|F)\,P(W_3|F)\,P(W_4|F)$$

$P(W) = P(W_1)P(W_2)P(W_3)P(W_4)$ da W_i unabhängig

gesucht P(ja| stark, hoch, kalt, sonnig)

$P(\text{stark}|\text{ja}) = 1/3$ $P(\text{hoch}|\text{ja}) = 1/3$ $P(\text{kalt}|\text{ja}) = 1/3$

$P(\text{sonnig}|\text{ja}) = 2/9$ $P(\text{ja}) = 9/14$

$P(\text{stark}) = 3/7$ $P(\text{hoch}) = 1/2$ $P(\text{kalt}) = 3/7$

$P(\text{sonnig}) = 3/14$

$$\Rightarrow P(F|W) = \frac{P(W|F) \cdot P(F)}{P(W)}$$

$$P(W|F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{243} \qquad P(F) = 9/14$$

$$P(W) = 3/7 \cdot 1/2 \cdot 3/7 \cdot \frac{3}{14} = \frac{27}{1372}$$

$$\Rightarrow P(F|W) = \frac{196}{729} \approx 0{,}27$$

$\Rightarrow$ Die Wahrscheinlichkeit, dass Fußball gespielt wird beträgt 27 %

c) $P(\text{heiß}|\text{ja}) = 0$

$\rightarrow$ Wahrscheinlichkeit wäre direkt null

$\rightarrow$ Berechne stattdessen ~~P(heiß|nein)~~ $P(\text{nein}|W_{morgen})$

$$P(W_{morgen}|\text{nein}) = 2/5 \cdot 4/5 \cdot 1/5 \cdot 1/5 = \frac{8}{625}$$

$$P(W_{morgen}) = 4/7 \cdot 1/2 \cdot 1/14 \cdot 3/14 = \frac{3}{686}$$

$$P(\text{nein}) = 5/14$$

$$P(\text{nein}|W_{morgen}) = \frac{\frac{8}{625} \cdot \frac{5}{14}}{\frac{3}{686}} \approx 0{,}976$$

$$\Rightarrow P(\text{ja}|W_{morgen}) = 1 - P(\text{nein}|W_{morgen}) \approx 2{,}4\ \%$$

andere Möglichkeit:

$$P(\text{ja}|\text{schwach} \wedge \text{hoch} \wedge \text{sonnig})$$

$$= \frac{2/3 \cdot 1/3 \cdot 2/9 \cdot 9/14}{4/7 \cdot 1/2 \cdot 3/14} = \frac{14}{27} \Rightarrow \approx 52\ \%$$