УНИВЕРЗИТЕТ У БАЊОЈ ЛУЦИ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ФИЗИКА
СМЈЕР: ОПШТИ

МИХАЈЛО ТОВИЛОВИЋ

БОМОВА КВАНТНА МЕХАНИКА

ДИПЛОМСКИ РАД

БАЊА ЛУКА, 2021.

УНИВЕРЗИТЕТ У БАЊОЈ ЛУЦИ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ФИЗИКА
СМЈЕР: ОПШТИ

БОМОВА КВАНТНА МЕХАНИКА

ДИПЛОМСКИ РАД

Студент: Михајло Товиловић **Ментор: др Ненад Симоновић**

Број индекса: 75/15

БАЊА ЛУКА, 2021.

Свом ментору, др Ненаду Симоновићу захваљујем се на указаној помоћи, стрпљењу и савјетима при изради дипломског рада.

Неизмјерно сам захвалан својој породици, нарочито мојој мајци, на подршци и разумијевању током читавог школовања.

Велико хвала мојој колегиници и дјевојци Стефани која је помно пратила и мотивисала мој рад током студија.

На крају, захваљујем се свим професорима и асистентима који су ми на разне начине пружили помоћ у савладавању градива, а поготово др Синиши Игњатовићу на многобројним и разноврсним разговорима који су знатно утицали на мене.

Сажетак

Бомова квантна механика је једна од алтернативних нерелативистичких формулација квантне механике. Она представља најједноставнији примјер теорије скривених варијабли. Према Бомовој механици, честице имају тачно одређене вриједности положаја и импулса у сваком тренутку, које се могу одредити из тзв. водеће једначине. Стање квантног система је потпуно детерминисано таласном функцијом, која овдје има другачију улогу него у другим интерпретацијама, а еволуција стања је описана Шредингеровом једначином. Иако је суштински каузална и детерминистичка, Бомова механика дјелимично задржава пробабилистички карактер који се огледа у немогућности да се тачно измјере почетни положаји. Такође, у Бомовој механици се процес мјерења тумачи на другачији начин него у осталим формулацијама.

Кључне ријечи: Бомова механика, квантни потенцијал, формулација квантне механике, проблем мјерења.

Abstract

Bohmian quantum mechanics is one of the alternative non-relativistic formulations of quantum mechanics. It represents the simplest example of the theory of hidden variables. According to Bohmian mechanics, particles have precisely determined values of position and momentum at any given moment, which can be determined from the so-called guiding equation. The state of a quantum system is completely determined by the wave function, which has a different role here than in other interpretations, and the evolution of the quantum state is described by the Schrödinger equation. Although essentially causal and deterministic, Bohmian mechanics partially retains the probabilistic character which is reflected in the inability to accurately measure initial positions. Also, in Bohmian mechanics, the measurement process is interpreted differently than in other formulations.

Keywords: Bohmian mechanics, quantum potential, formulation of quantum mechanics, measurement problem.

САДРЖАЈ

1. Увод

Бомова квантна механика (позната и као де Број-Бомова механика, каузална интерпретација квантне механике и као модел пилот-таласа) представља алтернативну формулацију квантне теорије, као и једну другачију интерпретацију исте. Оригинално је формулисана 1927. године у радовима Луи де Бројија, али не издржавши терет критике она бива потиснута из научног дискурса. Несвјестан истих напора свог претходника, амерички физичар Дејвид Бом 1952. године наново проналази ову теорију и постаје првим човјеком који је најдубље разумио њен садржај, импликације и значај.

Бомова квантна механика представља најједноставнији примјер тзв. теорије скривених варијабли. Алберт Ајнштајн, присталица и један од иницијатора идеје о скривеним варијаблама, намјеравао је пробабилистичку интерпретацију квантне механике надопунити неким скупом варијабли које су физичарском оку тада биле скривене, како би квантној механици вратио статус детерминистичке теорије. У Бомовој механици су положаји честица, односно њихове секвенце – трајекторије – оне ''скривене варијабле'' које недостају стандардној квантној механици. Синтагма је стављена под наводнике јер, иронично, трајекторије честица су једине величине које нису скривене (у експерименталном смислу).

Дакле, у Бомовој механици стање квантног система је тек дјелимично описано таласном функцијом која, као и у стандардној теорији, еволуира према Шредингеровој једначини. Комплетирање описа стања се врши одређивањем егзактних положаја свих честица, чија је еволуција задана тзв. водећом једначином. И стандардна и Бомова интерпретација осликавају квантну механику као динамику стања, али за Бома то није значило да је из исте немогуће дедуковати и егзактну просторновременску динамику.

У Бомовој механици таласна функција говори материји како да се креће. Честица је ношена таласном функцијом слично као што је неки лагани предмет ношен воденим таласом. Назив ''модел пилот-таласа'' потиче управо од ове навигацијске улоге. Таласна функција је дефинисана свугдје, али начин њеног дјеловања на поједину честицу зависи искључиво од њене вриједности и вриједности њених извода у тачки гдје се честица налази.

Идеја о постојању неког квантног поља које кореографира еволуцију конфигурације честица налазимо и прије де Брољијевог рада. Још је Ајнштајн покушавао да интерференциону слику, која се јавља у експерименту са фотонима који пролазе кроз два уска прореза, објасни тако што је претпоставио да је кретање фотона вођено од стране електромагнетног поља (тзв. *Führungsfeld*). Идеја електромагнетног поља као водећег поља за фотоне, међутим, брзо се показала проблематичном. Макс Борн је покушао осмислити теорију у којој би сама таласна функција играла улогу пилот-таласа за електроне, али није довољно истрајао на том путу.

Предвиђања у Бомовој механици су идентична онима у Шредингеровој таласној механици. Међутим, то не значи да су оне еквивалентне теорије (као што су Шредингерова таласна и Хајзенбергова матрична механика), већ је Бомова механика једна врста продубљења, физикалног утемељења и извјесног проширења стандардне квантне механике. Ранијој, искључиво епистемолошкој равни квантне теорије, Бомовом механиком се придодаје једна онтолошка дубина. Појмови попут честице, таласа или путање нису више искључиво мисаони сазнајно-теоријски ентитети који олакшавају предочавање објективног свијета, како је то сматрао Нилс Бор, већ се њихове егзистенције одржавају у класичном и интуитивном погледу. Из ове интегративније перспективе не обистињује се само једна нова, потпунија философија, већ и једна фактички другачија реалност. Дакле, Бомова механика није само једна алтернативна интерпретација, већ и једна сасвим нова физика!

Али ако стандардна квантна теорија (тзв. копенхагеншка школа), као што се зна, даје статистичке резултате, несводиве на неки каузални принцип, на који начин они могу происходити из једне детерминистичке теорије каква је Бомова механика? Уопштеније, на који начин се јавља стохастичност у таквим теоријама? Као и у класичној механици, објашњење лежи у недовољном познавању почетних услова. Дакле, у Бомовој слици свијета не постоји квантномеханичка, принципијелна вјероватноћа, већ искључиво вјероватноћа усљед непознавања. На тај начин, вјероватноћа неке трајекторије ће бити одређена вјероватноћом одговарајућег почетног услова, а вјероватноћа квантног стања (како се оно појављује у стандардној таласној механици) ће бити детерминисана вјероватноћом трајекторије (или више њих).

Међутим, упркос томе што је газила његовим стопама, Ајнштајн је Бомову механику назвао ''физикалном бајком за дјецу''. Његово незадовољство је произилазило отуда што је Бомова механика истицала, још више него стандардна квантна теорија, за већину ондашњих физичара непожељну идеју нелокалности, то јест феномен каузалне повезаности између догађаја раздвојених просторним интервалом. Мисаоним експериментом Ајнштајна, Розена и Подолског бива очито да је стандардна квантна теорија или нелокална или непотпуна. Међутим, иако Бомова механика потпуњује стандардну теорију новим варијаблама, она се сама не може начинити нелокалном. Штавише, сјеверноирски физичар Џорџ Бел је, у својим познатим теоремама о неједнакости, показао да је свака верзија теорије скривених варијабли нужно нелокална. У Бомовој механици, нелокалност се огледа у томе што је положај једне честице одређен, због повезаности преко таласне функције, од стране свих других честица.

У посљедњих неколико деценија интересовање за Бомову механику је знатно порасло. Теорија расијања, спектралне линије, суперпроводност, квантни Холов ефекат, па чак и квантно рачунарство имају своје детерминистичко објашњење у Бомовој интерпретацији. Данас постоје новије модификације у односу на оригиналан Бомов приступ, па чак и покушаји њеног проширења на теорију поља. Како се нелокалност чини све неизбјежнијим дијелом квантне природе, теорије скривених варијабли, а нарочито Бомова механика, постају све озбиљнији кандидати за најадекватнији опис свијета који нас окружује.

Из тих разлога, овај дипломски рад је замишљен као уводно упозновање са Бомовом квантном механиком. Најприје кроз математички формализам и примјере, а затим и кроз детаљнију анализу процеса мјерења настојаће се ефикасно истаћи наважнији моменти у Бомовој механици. На крају се наводе најчешће примједбе на Бомову механику као и одговори (уколико постоје) на исте.

2. Формализам Бомове механике

У Бомовој формулацији квантне механике еволуција стања квантног система са N честица, описаног таласном функцијом $\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N, t)$, задата је Шредингеровом једначином као и у стандардној таласној механици

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N, t) = H\,\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N, t)\,,$$

гдје скуп координата $\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N$ одређује конфигурацију квантног система.[1] Хамилтонијан система H је облика

$$H = -\sum_{j=1}^{N} \frac{\hbar^2}{2m_j}\Delta_{\mathrm{j}} + V(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N),$$

гдје је V класични потенцијал, а m_j маса j-те честице.

Шредингерова једначина (односно таласна функција као њено рјешење) нам не даје информацију о тачним положајима честица. За то нам је потребна друга једначина из које треба да налазимо (аналитички или нумерички) трајекторије честица. Бом је до тражене једначине дошао полазећи од таласне функције представљене у поларном облику

$$\Psi = R\, e^{i\frac{S}{\hbar}}\,,$$

гдје су R и S реалне функције промјенљивих $\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_N, t$. Парцијални изводи таласне функције по временској и просторним промјенљивима су облика

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(R\, e^{i\frac{S}{\hbar}}\right) = e^{i\frac{S}{\hbar}}\left(\frac{\partial R}{\partial t} + i\,\frac{R}{\hbar}\frac{\partial S}{\partial t}\right)\,,$$
$$\nabla_j \Psi = \nabla_j\left(R\, e^{i\frac{S}{\hbar}}\right) = e^{i\frac{S}{\hbar}}\left(\nabla_j \mathrm{R} + i\,\frac{R}{\hbar}\nabla_j S\right),$$

па ће лапласијан новог облика таласне функције бити

[1] Овдје је усвојена нотација за векторски запис $\boldsymbol{r}_i = (q_{1i}, q_{2i}, q_{3i})$, гдје су q_{1i}, q_{2i}, q_{3i} генералисане координате.

$$\Delta_j\Psi = \nabla_j \cdot (\nabla_j\Psi) = \nabla_j \cdot \left(\nabla_j \mathrm{R}\ e^{i\frac{S}{\hbar}} + i\ \frac{R}{\hbar}\ e^{i\frac{S}{\hbar}}\ \nabla_j S\right) =$$
$$= \left[\Delta_j R + \frac{2i}{\hbar}\nabla_j \mathrm{R} \cdot \nabla_j S + i\ \frac{R}{\hbar}\Delta_j S - \frac{R}{\hbar^2}\left(\nabla_j S\right)^2\right] e^{i\frac{S}{\hbar}} .$$

Уврштавањем ових израза у Шредингерову једначину и скраћивањем експоненцијалних чланова добија се

$$i\hbar\frac{\partial R}{\partial t} - R\ \frac{\partial S}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N}\left[\frac{\hbar^2\Delta_j R}{2m_j} + \frac{i\hbar\left(\nabla_j \mathrm{R}\cdot\nabla_j S\right)}{m_j} + \frac{i\hbar R\Delta_j S}{2m_j} - \frac{R\left(\nabla_j S\right)^2}{2m_j}\right] + VR .$$

Груписањем реалних и имагинарних чланова горње једначине настају двије једначине

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N}\ \frac{1}{2m_j}\left(R\Delta_j S + 2\nabla_j R\cdot\nabla_j S\right) ,$$
$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N}\ \left[\frac{\left(\nabla_j S\right)^2}{2m_j} - \frac{\hbar^2}{2m_j}\frac{\Delta_j R}{R}\right] - V .$$

Густина вјероватноће је дата Борновим правилом[2]

$$\rho = |\Psi|^2 = \left|R\ e^{i\frac{S}{\hbar}}\right|^2 = R^2 \quad \Rightarrow \quad R = \rho^{\frac{1}{2}} ,$$

одакле је

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \partial_t\left(\rho^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\ \rho^{-\frac{1}{2}}\,\partial_t\rho ,$$
$$\nabla_j R = \nabla_j\left(\rho^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\ \rho^{-\frac{1}{2}}\,\nabla_j\rho ,$$
$$\Delta_j R = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}\rho^{-\frac{3}{2}}\left(\nabla_j\rho\right)^2 + \ \rho^{-\frac{1}{2}}\,\Delta_j\rho\right].$$

[2] Ово важи искључиво за случај тзв. квантне равнотеже која важи ако се једначина континуитета за густину вјероватноће узме као постулат. Према принципу еквиваријантности, једном достигнута квантна равнотежа не може да се наруши, односно $\rho(\boldsymbol{r},t_1) = |\Psi(\boldsymbol{r},t_1)|^2 \ \Rightarrow \rho(\boldsymbol{r},t_2) = |\Psi(\boldsymbol{r},t_2)|^2 ,\forall t_2 > t_1$. Међутим, то не значи да у неком тренутку $t_0 < t_1$ квантни систем није могао бити у квантној неравнотежи, односно да буде $\rho(\boldsymbol{r},t_0) \neq |\Psi(\boldsymbol{r},t_0)|^2$. Но према Бому, сваки квантно неравнотежни систем би брзо релаксирао у равнотежни. Испитивање могућности нарушења Борновог правила у раном свемиру би могло ставити Бомову механику на важан испит.

Прелазећи са функције R на густину вјероватноће ρ, прва једначина горњег система постаје

$$\frac{1}{2}\,\rho^{-\frac{1}{2}}\,\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{2m_j}\left(\rho^{\frac{1}{2}}\,\Delta_j S + 2\,\frac{1}{2}\,\rho^{-\frac{1}{2}}\,\nabla_j\rho\cdot\nabla_j S\right) =$$
$$= -\frac{1}{2}\,\rho^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{m_j}\left[\rho\,\Delta_j S + \nabla_j\rho\cdot\nabla_j S\right],$$

односно

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N}\nabla_j\cdot\left(\rho\,\frac{\nabla_j S}{m_j}\right)$$

или

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N}\operatorname{div}\left(\rho\,\frac{\nabla_j S}{m_j}\right) = 0\,.$$

Ова једначина представља једначину континуитета, са вектором струје једнаким

$$\boldsymbol{J}_j = \rho\,\frac{\nabla_j S}{m_j} = \rho\cdot\boldsymbol{v}_j\,,$$

гдје је $\boldsymbol{v}_j$ вектор брзине j-те честице. Одавде је очигледно да је

$$\boldsymbol{v}_j = \frac{\nabla_j S}{m_j}\,.$$

Ова једначина се назива водећом једначином[3] и она преставља другу једначину (поред Шредингерове) која је потребна за потпун опис квантног система. Дакле, у Бомовој квантној механици се појављују двије фундаменталне једначине, што је наизглед чини мање елегантном теоријом од стандардне квантне механике. Међутим, водећа једначина, као што смо видјели, готово тривијално слиједи из облика таласне

[3] Од енгл. *guiding equation*.

функције, тако да је и у Бомовој теорији цјелокупна информација о квантном систему садржана у таласној функцији.

Слично, трансформацијом друге једначине налазимо

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N} \left\{ \frac{\left(\nabla_j S\right)^2}{2m_j} - \frac{\hbar^2}{2m_j}\frac{1}{2}\, \rho^{-\frac{1}{2}}\left[-\frac{1}{2}\rho^{-\frac{3}{2}}\left(\nabla_j \rho\right)^2 + \rho^{-\frac{1}{2}}\, \Delta_j \rho \right] \right\} - V\,,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N} \frac{\left(\nabla_j S\right)^2}{2m_j} + V - \sum_{j=1}^{N} \frac{\hbar^2}{4m_j}\left[\frac{\Delta_j \rho}{\rho} - \frac{1}{2}\frac{\left(\nabla_j \rho\right)^2}{\rho^2} \right] = 0\ .$$

У класичном лимиту ($\hbar \to 0$) друга једначина је идентична Хамилтон-Јакобијевој једначини $\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_k, \frac{\partial S}{\partial q_k}, t\right) = 0$, гдје је $H(q_k, p_k, t)$ Хамилтонова функција, а S функција дејства[4]. Као што је случај у класичној Хамилтон-Јакобијевој теорији, тако се и овдје за коњуговани импулс узима градијент Хамилтон-Јакобијеве функције.

Водећу једначину можемо записати и у нешто другачијем облику. Користећи поново израз за таласну функцију у поларном облику, те израз за њен градијент, имамо

$$\Psi^* \nabla_j \Psi = R\, \nabla_j R + \frac{i}{\hbar} R^2\, \nabla_j S\ .$$

Замјењујући даље R^2 са $\Psi^*\Psi$, слиједи

$$\nabla_j S = \hbar\, \mathrm{Im}\left\{ \frac{\Psi^* \nabla_j \Psi}{\Psi^* \Psi} \right\},$$

одакле је

$$\boldsymbol{v}_j = \frac{\hbar}{m_{\mathrm{j}}}\ \mathrm{Im}\ \left\{ \frac{\Psi^* \nabla_j \Psi}{\Psi^* \Psi} \right\}.$$

За реалне таласне функције израз ће бити једноставнији, јер ће се једно Ψ^* у имениоцу и у бројиоцу пократити.

[4] Хамилтоново дејство са неодређеном горњом границом.

Ова једначина се може генерализовати и за честице које посједују спин на тај начин што обични производ функција постане њихов скаларни производ у Хилбертовом простору. Наравно, тада би умјесто Шредингерове једначине требало узети Паулијеву једначину.

Водећа једначина изражава брзину честица, што је чини кинематичком једначином првог реда. Међутим, у свом оригиналном раду Бом је своју теорију градио динамичком једначином другог реда, која би била еквивалент основне једначине механике. Најприје дефинишимо нови члан у модификованој Хамилтон -Јакобијевој једначини

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\sum_{j=1}^{N}\frac{\left(\nabla_j S\right)^2}{2m_j}+V+Q=0\,.$$

Израз

$$Q=Q(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\dots,\boldsymbol{r}_N,t)=-\sum_{j=1}^{N}\frac{\hbar^2}{4m_j}\left[\frac{\Delta_j\rho}{\rho}-\frac{1}{2}\frac{\left(\nabla_j\rho\right)^2}{\rho^2}\right]=-\sum_{j=1}^{N}\frac{\hbar^2}{2m_j}\frac{\Delta_j R}{R}$$

се назива квантни потенцијал.

Узимањем градијента израза модификоване Хамилтон-Јакобијеве једначине и узимајући у обзир да су просторни и временски изводи међусобно комутативни у нерелативистичким теоријама, налазимо

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla_i S)+\sum_{j=1}^{N}\frac{2(\nabla_j S)\,\nabla_i\cdot(\nabla_j S)}{2m_j}+\nabla_i(Q+V)=0\,.$$

Замјењујући редослијед дјеловања набла оператора по i и j на S, те користећи релацију $\nabla_j S=m_j\boldsymbol{v}_j$, добијамо

$$m_i\frac{\partial\boldsymbol{v}_i}{\partial t}+\sum_{j=1}^{N}m_j\boldsymbol{v}_j\nabla_j\boldsymbol{v}_i+\nabla_i(Q+V)=0\,.$$

Тотални извод производа масе и брзине по времену је једнак

$$\frac{d(m_i\boldsymbol{v}_i)}{dt}=m_i\frac{\partial\boldsymbol{v}_i}{\partial t}+\sum_{j=1}^{N}m_i\frac{\partial\boldsymbol{v}_i}{\partial\boldsymbol{r}_j}\frac{d\boldsymbol{r}_j}{dt}=m_i\frac{\partial\boldsymbol{v}_i}{\partial t}+\sum_{j=1}^{N}m_i\;\boldsymbol{v}_j\nabla_j\boldsymbol{v}_i\,.$$

Коначно, поредећи претходна два израза налазимо

$$m_i \boldsymbol{a}_i = -\nabla_i [Q + V] \,,$$

гдје је $\boldsymbol{a}_i$ убрзање честице.

Да би ријешили ову диференцијалну једначину другог реда, потребно је да се, поред почетних положаја, наведе и почетни услов за брзине, који је истог облика као и водећа једначина. Због тога многи аутори сматрају да је овај приступ неприродан. Једина погодност јесте могућност поређења са класичном Њутновом механиком.

Квантни потенцијал се може схватити као иницијација једног новог поља. Ово поље, за разлику од нпр. електромагнетног, нема свој извор. Необичност овог квантномеханичког поља се огледа и у самом облику његовог потенцијала Q који не подсјећа ни на један познат облик потенцијала у физици. Иако ова специфичност није разлог за нарочиту критику Бомове механике, очигледно је да не можемо бити задовољни прихватањем таквог потенцијала у дефинитивној верзији теорије. Умјесто тога, квантни потенцијал би у најбољем случају требало сматрати шематским приказом неке вјероватније физичке идеје, која још није установљена.

3. Примјери

Сада ћемо се кроз неколико примјера детаљније упознати са Бомовом механиком. Најприје ћемо размотрити два случаја једнодимензионалног кретања слободне честице ($V = 0$), а затим и експеримент са два прореза.

3.1. Слободно кретање честице са одређеном вриједношћу импулса

Нека се кретање одвија дуж x-осе. Уколико честица има одређену вриједност импулса, онда је она описана равним таласом

$$\Psi_k(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} \ ,$$

гдје је k таласни број, ω угаона фреквенција, а $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = const.$ амплитуда равног таласа. У овом случају је очигледно

$$R = \Psi_k^* \, \Psi_k = A = const.$$

Одавде је

$$Q = \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{dR}{dx} = 0 \ ,$$

јер је извод константе једнак нули.

Према томе, водећа једначина ће гласити

$$v(t) = \frac{\hbar}{m} \, \mathrm{Im} \left\{ \frac{\Psi_k^* \, (d\Psi_k/dx)}{\Psi_k^* \Psi_k} \right\} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} \quad \Rightarrow \quad p = mv \ ,$$

гдје је p импулс честице, односно

$$ma(t) = -\frac{d}{dx}[Q + V] = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \ ,$$

гдје је a убрзање честице.

Дакле, у овом случају се Бомове трајекторије поклапају са класичним Њутновим трајекторијама, односно, честица се креће по инерцији.

3.2. Динамика ансамбла слободних честица описаних гаусијанским таласним пакетом

Нетривијални случај ($Q \neq 0$) настаје ако је стање слободне честице описано таласним пакетом. Посматрајмо једнодимензионални гаусијански таласни пакет који је у почетном тренутку облика

$$\Psi(x, t = 0) = Ae^{-ax^2} .$$

Константу A налазимо из услова нормирања

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx = 1 \qquad \Rightarrow \qquad A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2ax^2} dx = 1 .$$

Интеграл који се јавља је тзв. Поасонов интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$. У нашем случају је $\alpha = 2a$, па ће константа A бити једнака

$$A = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} ,$$

а почетна гаусијанска таласна функција

$$\Psi(x, t = 0) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-ax^2} .$$

Да бисмо одредили еволуцију таласног пакета, тј. израчунали функцију $\Psi(x, t)$, искористићемо чињеницу да се та функција може представити као суперпозиција равних таласа $\Psi_k(x, t)$ који чине потпун скуп стационарних[5] стања слободне честице

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k)\, \Psi_k(x, t) dk \; = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k) e^{i(kx - \omega t)} dk ,$$

гдје су $\Phi(k)$ коефицијенти развоја. Овај развој у почетном тренутку $t = 0$ гласи

[5] У стационарним стањима густина вјероватноће ρ не зависи од времена. Као посљедица тога, у тим стањима квантномеханички потенцијал такође не зависи од времена.

$$\Psi(x, t=0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k) e^{ikx} dk \ .$$

Дакле, видимо да је $\Psi(x, t=0)$ заправо инверзна Фуријеова трансформација функције $\Phi(k)$. Преводећи инверзну у директну Фуријеову трансформацију налазимо

$$\Phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x, t=0) e^{-ikx} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2 - ikx} dx \ .$$

Интеграл се једноставно рјешава допуном до квадрата бинома у експоненту

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a\left(x^2 + \frac{ikx}{a} - \frac{k^2}{4a^2} + \frac{k^2}{4a^2}\right)} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a\left[\left(x + \frac{ik}{2a}\right)^2 + \frac{k^2}{4a^2}\right]} dx =$$

$$e^{-\frac{k^2}{4a}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ay^2} dy = e^{-\frac{k^2}{4a}} \sqrt{\frac{\pi}{a}},$$

гдје је $y = \ x + \frac{ik}{2a}$, што коначно даје

$$\Phi(k) = \left(\frac{1}{2\pi a}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{k^2}{4a}} .$$

Према томе, таласни пакет у произвољном тренутку има облик

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{2\pi a}\right)^{\frac{1}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k^2}{4a}} e^{ikx} e^{-\frac{i\hbar k^2 t}{2m}} dk \ ,$$

гдје је угаона фреквенција ω замијењена изразом

$$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{p^2}{2m\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m} .$$

Интеграл који се појављује у изразу за таласни пакет рјешава се аналогно претходном интегралу, па је $\Psi(x, t)$ коначно облика

$$\Psi(x,t) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{e^{\frac{-ax^2}{1+\frac{2i\hbar at}{m}}}}{\sqrt{1+\frac{2i\hbar at}{m}}} \ .$$

Напоменимо да иако функције $\Psi_k(x,t)$ описују стационарна стања, таласни пакет $\Psi(x,t)$, као њихова суперпозиција, представља у општем случају нестационарно стање и не може се записати као производ просторне и временске функције.

Сада функцију $\Psi(x,t)$ треба да запишемо у поларном облику

$$\Psi(x,t) = R(x,t)\ e^{\frac{i}{\hbar}S(x,t)} \ ,$$

одакле је

$$\Psi^*(x,t)\Psi(x,t) = R^2(x,t) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{-2ax^2}{1+\beta^2t^2}}}{\sqrt{1+\beta^2t^2}} \ ,$$

гдје је $\beta = \frac{2\hbar a}{m}$. Одавде једноставно слиједи

$$R(x,t) = \left[\frac{2a}{\pi(1+\beta^2t^2)}\right]^{\frac{1}{4}} e^{\frac{-ax^2}{1+\beta^2t^2}} \ .$$

Узимањем природног логаритма таласне функције $\Psi(x,t)$ записане у поларном облику може се изразити функција $S(x,t)$

$$S(x,t) = -i\hbar \ln\frac{\Psi(x,t)}{R(x,t)} = -i\hbar \ln\left\{\left(\frac{1-i\beta t}{1+i\beta t}\right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{ia\beta x^2 t}{1+\beta^2t^2}}\right\} =$$

$$= -i\hbar\left\{\frac{1}{4}\ln\left(\frac{1-i\beta t}{1+i\beta t}\right) + \frac{ia\beta x^2 t}{1+\beta^2t^2}\right\}.$$

Према формули за логаритамски облик инверзних тригонометријских функција

$$\arctan z = \frac{i}{2}\ln\left(\frac{1-iz}{1+iz}\right)$$

коначно имамо

$$S(x,t) = -\frac{\hbar}{2}\arctan\beta t + \frac{\hbar a\beta x^2 t}{1+\beta^2 t^2}\,.$$

Водећа једначина сада гласи

$$v(x,t) = \frac{1}{m}\frac{dS(x,t)}{dt} = \frac{2\hbar a\beta x t}{m(1+\beta^2 t^2)}\,.$$

Користећи израз $v = \frac{dx}{dt}$, затим множећи крајње стране једначине са dt, дијелећи их са x, те узимајући њихов интеграл, слиједи

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{2\hbar a\beta t}{m(1+\beta^2 t^2)}\,dt\,,$$

односно

$$\ln x = \frac{\hbar a}{\beta m}\ln(1+\beta^2 t^2) + \ln C\,.$$

Коначно, користећи једнакост

$$\frac{\hbar a}{\beta m} = \frac{\hbar a}{m}\frac{m}{2\hbar a} = \frac{1}{2}$$

добијамо

$$x = C\sqrt{1+\beta^2 t^2}\,.$$

Константу C одређујемо из почетног услова $x(t=0) = x_0$, који даје $C = x_0$, односно

$$x = x_0\sqrt{1+\frac{4\hbar^2 a^2}{m^2}t^2}\,.$$

Ова једначина у потпуности одређује Бомове трајекторије за наш случај.

Расподјела густине вјероватноће ρ је гаусијан

$$\rho = |\Psi(x,t)|^2 = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{e^{\frac{-2ax^2}{1+\beta^2 t^2}}}{\sqrt{1+\beta^2 t^2}}\,,$$

чија је ширина (стандардна девијација)

$$\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sigma_0 \sqrt{1 + \beta^2 t^2} \ ,$$

гдје је $\sigma_0 = \frac{1}{2\sqrt{a}}$ ширина дистрибуције у почетном тренутку[6]. Физичко значење величине σ је неодређеност положаја честице описане овим таласним пакетом. Повећање ширине дистрибуције је посљедица тзв. ефекта расплињавања таласног пакета, који настаје због различите фазне брзине равних таласа садржаних у таласном пакету.

Коефицијент β се сада може изразити преко σ_0

$$\beta = \frac{\hbar}{2m{\sigma_0}^2} ,$$

што значи да ће Бомове трајекторије бити у потпуности одређене када се зада маса честице m, њен почетни положај x_0, те почетну ширина дистрибуције σ_0.

Пошто се почетни положај честице (нпр. електрона) не може егзактно одредити, већ је стохастички ситуиран, погодно је у духу статистичке механике прећи на ансамбл електрона – скуп електрона описаних истим гаусијанским таласним пакетом који се међусобно разликују само према почетном положају. Преласком на атомске јединице *a.j.* (код којих је $m_e = \hbar = 1$) и бирајући $a = \frac{1}{2}$, односно $\sigma_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, добија се да је $\beta = 1$. Одавде непосредно слиједи да су Бомове трајекторије облика

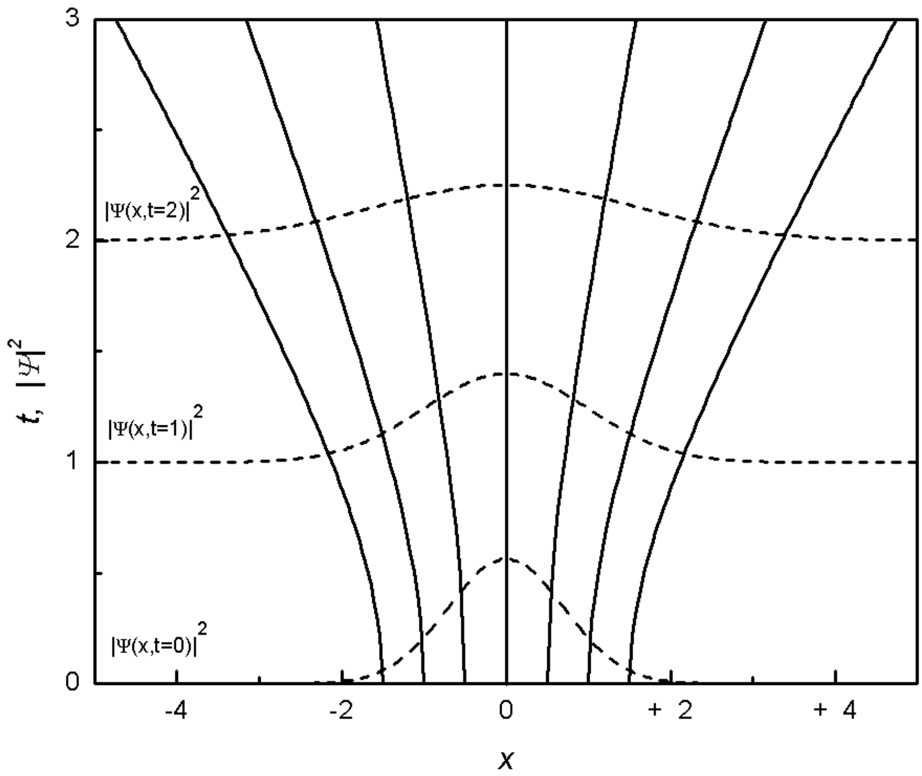
$$x = x_0 \sqrt{1 + t^2} ,$$

а густина вјероватноће је

$$|\Psi(x,t)|^2 = \frac{e^{\frac{-x^2}{1+t^2}}}{\sqrt{\pi(1+t^2)}} .$$

[6] Ово се види поређењем општег облика гаусијана $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma_0}\right)^2}$ са расподјелом густине вјероватноће у почетном тренутку $\rho_0 = |\Psi(x, t=0)|^2 = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-2ax^2}$.

На слици 1. приказане су Бомове трајекторије за ансамбл електрона са почетним положајима $x_0 = 0, \pm 0.5, \pm 1, \pm 1.5\, a_0$, гдје је $a_0 = 5.29 \cdot 10^{-11} m$ атомска јединица за дужину, тј. Боров радијус. Расподјела густине вјероватноће у тренуцима $t = 0, 1, 2$ a. j.[7] је на графику представљена испрекиданом кривом.



Слика 1. Бомове трајекторије и расподјела густине вјероватноће за квантни ансамбл слободних електрона описан гаусијанским таласним пакетом са $\boldsymbol{a} = \frac{1}{2}$ (у атомским јединицама).

Еволуција расподјеле густине вјероватноће је посљедица расплињавања таласног пакета. Ширење и смањење амплитуде гаусијана са временом доводи до тога да њен градијент, а тиме и квантномеханички потенцијал, постаје све мањи, што има за посљедицу да се Бомове трајекторије све

[7] Једна атомска јединица за вријеме износи приближно $2{,}419 \cdot 10^{-17} s$.

више подударају са Њутновим трајекторијама.[8] Неинерцијално кретање слободног електрона у близини почетног положаја је посљедица дјеловања квантномеханичког потенцијала, чији облик зависи од амплитуде таласног пакета

$$R = \sqrt{\rho} = \left[\frac{2a}{\pi(1+\beta^2 t^2)}\right]^{\frac{1}{4}} e^{\frac{-ax^2}{1+\beta^2 t^2}} \quad ,$$

као и од њених просторних извода

$$\nabla_j R = \frac{dR}{dx} = \frac{-2axR}{1+\beta^2 t^2},$$

$$\Delta_j R = \frac{d^2R}{dx^2} = -\frac{2ax\frac{dR}{dx}}{1+\beta^2 t^2} - \frac{2aR}{1+\beta^2 t^2} = \frac{2aR}{1+\beta^2 t^2}\left(\frac{2ax^2}{1+\beta^2 t^2} - 1\right).$$

Према томе, израз за квантномеханички потенцијал је у овом случају

$$Q(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\frac{\frac{d^2R}{dx^2}}{R} = -\frac{\hbar^2 a}{m_e(1+\beta^2 t^2)}\left(\frac{2ax^2}{1+\beta^2 t^2} - 1\right).$$

У почетном тренутку он гласи

$$Q(x,t=0) = \frac{\hbar^2 a}{m_e}(1 - 2ax^2)\,,$$

док за велике вриједности t овај потенцијал брзо тежи нули. Сила која би одговарала потенцијалу је облика

$$F = -\frac{dQ}{dx} = \frac{4\hbar^2 a^2 x}{m_e(1+\beta^2 t^2)^2}\,.$$

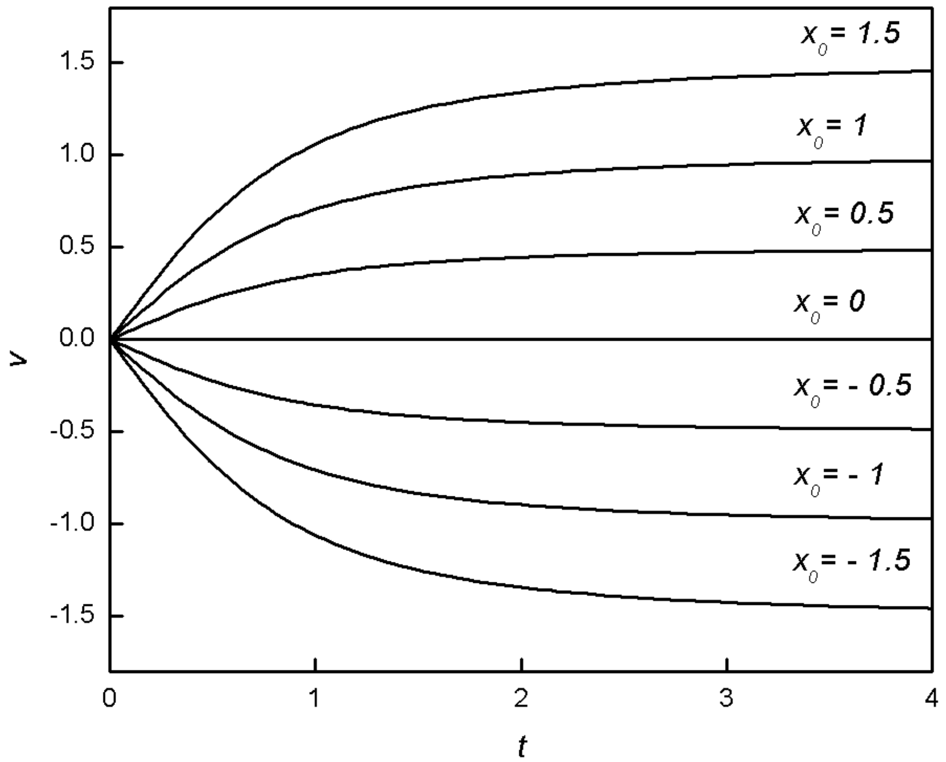
Очигледно, њено дјеловање на честице ансамбла је одбојно у односу на центар таласног пакета, што представља интерпретацију ефекта расплињавања са становишта Бомове механике.

Узимањем првог извода по времену израза $x = x_0\sqrt{1+\beta^2 t^2}$, налазимо аналитичку зависност брзине од времена

[8] Заправо, Њутнове трајекторије су асимптоте Бомових трајекторија. Све ове асимптоте се сијеку у тачки $x = t = 0$ што указује да је почетни положај честице у Њутновој физици увијек егзактно одредив.

$$v(t) = \frac{x_0 \beta^2 t}{\sqrt{1 + \beta^2 t^2}},$$

која је представљена на Слици 2. за исте почетне положаје као и у претходном случају.



Слика 2. Временска зависност брзине честица које се крећу дуж трајекторија са претходне слике.

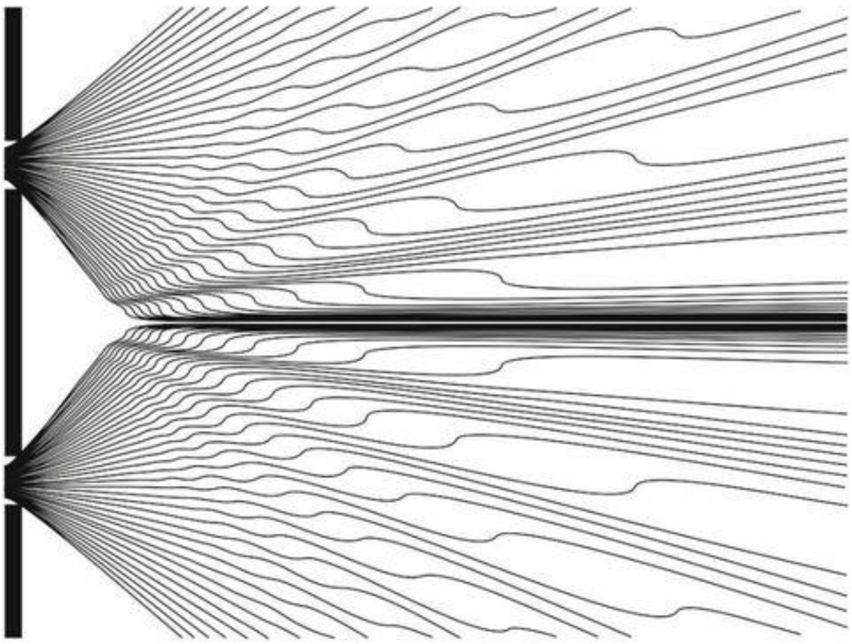
Очигледно, са порастом вриједности t, брзине честица теже ка константној вриједности

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{\beta x_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{\beta^2 t^2}}} = \beta x_0 ,$$

што одговара ефективном престанку дјеловања квантномеханичког потенцијала – кретање је инерцијално.

3.3. Опис експеримента са два прореза у формализму Бомове механике

На крају ћемо још укратко дати квалитативну анализу Бомове механике на познатом примјеру експеримента у којем се честице, једна по једна, шаљу на физичку препреку са два уска прореза, иза које се налази заклон на којем се очитавају завршни положаји честица. Бомове трајекторије честица између препреке и заклона се могу израчунати нумеричким рјешавањем прво одговарајуће Шредингерове, а затим водеће једначине. Примјер тако добијених трајекторија дат је на Слици 3.



Слика 3. Бомове трајекторије за честице у експерименту са два уска прореза

Међутим, још је занимљивије да су такве трајекторије недавно реконструисане у експерименту овог типа са фотонима. У експерименту се скуп појединачних фотона пропушта кроз интерферометар који је аналогон заклона са два прореза и врши тзв. слабо мјерење[9] сваког фотона да би се добила минимална информација о његовом импулсу. Непосредно након

[9] Под "слабим мјерењем" се подразумијева мјерење неке физичке величине на квантном систему при чему је интеракција између тог система и мјерног инструмента довољно слаба да се процесом мјерења не ремети значајно почетно стање система. Резултати добијени оваквим мјерењем, међутим, имају велику неодређеност.

тога врши се "јако" (тј. обично) мјерење које накнадно изабира подскуп фотона који достижу одређени положај на изабраној попречној равни. Слабо мјерење импулса не ремети значајно систем тако да се интерференција и даље опажа. Два узастопна мјерења (слабо и јако) потребно је поновити на великом ансамблу честица како би се извукла довољна количина информација о систему. Из овог скупа мјерења може се одредити средњи импулс фотона који стижу у било који задани положај у равни. Понављањем овог поступка, бирајући низ узастопних равни у правцу простирања фотона, могу се реконструисати њихове трајекторије.[10]

У Бомовој механици интерференциона слика се формира захваљујући различитој густини трајекторија које завршавају на заклону. Да би се то објаснило, овдје се (за разлику од стандардне теорије) не претпоставља да материја испољава различита својства у различитим ситуацијама: таласно својство када наилази на препреку са прорезима и честично својство када наилази на заклон. Напротив, када би се почетни положај честице егзактно познавао, онда би се са сигурношћу могло рећи кроз који прорез је честица прошла. Штавише, из тачке удара честице на заклону може се *a posteriori* одредити њена трајекторија.

Међутим, интерференција је очигледно таласни, а не честични феномен. Честица не може проћи кроз оба отвора истовремено да би интераговала сама са собом, али зато талас може! За појаву интерференције је, дакле, одговорна таласна функција која ''носи'' честице различитим путањама које су потпуно детерминисане њиховим почетним положајем. Парадигма ''талас или честица'' је замијењена парадигмом ''талас и честица''. Према томе, Боров принцип комплементарности у Бомовој механици није неопходан.

Затварањем једног прореза или постављањем детектора иза неког од њих ремети се пријашњи облик таласне функције, а самим тим и трајекторија, што имплицира другачију слику на заклону. Прорези се ефективно могу посматрати као извори нових таласа, у складу са Хајгенсовим принципом.

[10] Ово не противрјечи Хајзенберговим релацијама неодређености, јер је наводни импулс дедукован статистичком анализом, а не директним мјерењем.

4. Мјерење у Бомовој механици

Мјерење у физици представља квантификацију физичких својстава неког система (предмета или догађаја). Бројно параметризовано својство система назива се физичком величином. Скуп свих физичких величина којим је могуће одредити неки систем јесте стање тог система. Да би се измјерила нека физичка величина на посматраном систему, потребно је да се тај систем изложи дјеловању другог система, који има довољан број степени слободе да региструје и бројно одрази својство посматраног система (које одговара траженој физичкој величини). Тај други систем назива се мјерним инструментом.

Дјеловањем мјерног инструмента на систем могуће је нарушити пријашње стање овог система. У класичној физици се сматра да је ово нарушење инфинитезимално, па се рачунски може занемарити. Међутим, у квантној механици интеракција мјерног инструмента и квантног система није занемарива, што значи да процес мјерења захтијева посебан третман. Како се међудјеловање мјерног инструмента и квантног система одвија у исувише малом интервалу времена да би се њихова интеракција могла детаљније проучити, то значи да анализа процеса мјерења неће бити једнозначна. Неодређеност структуре процеса мјерења и пратећих динамика квантног система и мјерног инструмента назива се проблемом мјерења у квантној механици и представља окосницу различитих интерпретација квантне механике.

Приступи проблему мјерења у стандардној и Бомовој интерпретацији се међусобно разликују. Ове разлике се огледају у другачијим одговорима на питања постојаности и анализу механизма тзв. колапса таласне функције.

У стандардној квантној механици се закључује да при интеракцији квантног система са околином, у шта спада и мјерни инструмент, долази до неунитарне еволуције стања квантног система у времену која се не може досљедно описати Шредингеровом једначином. Ово се образлаже тиме да околина, као систем са јако великим бројем степени слободе, врши неконтролисан утицај на квантни систем, што коначно доводи до разарања интерференције (декохеренције) које се у процесу мјерења манифестује као колапс таласне функције. Овдје треба додати да сам мјерни инструмент треба да се понаша као класични систем да не би уносио сопствену неодређеност у резултате мјерења, што у пракси значи да се ради о макроскопском систему. Пошто је за такав систем Планкова константа занемарљиво мала величина ($\hbar \to 0$), таласна функција која описује његово стање биће $\Psi_{kl} \sim e^{-i\frac{S}{\hbar}} \to e^{-i\infty}$, дакле екстремно брзо осцилујућа функција. Неконтролисан утицај мјереног инструмента на квантни систем би се у том случају могао објаснити спрезањем ове таласне функције и таласне функције квантног система до којег долази при њиховој интеракцији. Дакле, осим основног постулата према којем таласна функција квантног система еvoулира према Шредингеровој једначини, неопходно је додатно постулирати да приликом мјерења вриједности неке физичке величине, таласна функција квантног система колапсира у својствену функцију која одговара датој вриједности.

Бомова интерпретација, с друге стране, третира процес мјерења као интеракцију између посматраног и било ког другог квантног система, те стога постулат о мјерењу није потребан. Ово ћемо илустровати полазећи од једноставног модела интеракције између квантног система и мјерног инструмента.

Претпоставимо да желимо измјерити физичку величину A (којој је придружен ермитски оператор у Хилбертовом простору) неке честице. Нека промјенљива x одређује положај честице у њеном конфигурационом простору, а промјенљива y нека карактерише стање мјерног инструмента[11]. Под претпоставком импулсног мјерења[12], у току интеракције мјерног инструмента и честице могу се занемарити дијелови хамилтонијана који се односе на мјерни инструмент и честицу засебно, а задржати само само онај дио H_I који описује интеракцију међу њима. Бом је за илустрацију његовог рјешења проблема мјерења узео интеракциони дио хамилтонијана облика

$$H_I = \gamma A p_y ,$$

[11] То може да буде положај неког дијела мјерног инструмента који се мијења при интеракцији; у крајњој инстанци положај казаљке тог инструмента.

[12] Импулсно мјерење подразумијева интензивну интеракцију мјерног инструмента и квантног система која се одвија у довољно малом временском интервалу, тако да се промјене стања мјерног инструмента и квантног система у одсуству интеракције могу занемарити у том интервалу.

гдје је γ нека константа (јачина интеракције), а $p_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}$ импулс коњугован координати y. Иако је рачун могуће спровести и у општем случају, ради једноставности, претпоставимо да опсервабла A комутира са p_y.[13]

Да бисмо одредили облик таласне функције $\Psi(x, y, t)$ која дјелује на честицу и мјерни инструмент, потребно је ријешити Шредингерову једначину

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x, y, t) = H_I\Psi(x, y, t) ,$$

односно

$$\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x, y, t) = -\gamma A\frac{\partial}{\partial y}\Psi(x, y, t) .$$

Таласну функцију $\Psi(x, y, t)$ можемо развити по базису којег чини комплетан скуп $\psi_a(x)$ својствених функција опсервабле A, гдје су a њене својствене вриједности, односно

$$A\psi_a(x) = a\psi_a(x).$$

Претпостављајући да је спектар опсервабле A дискретан, развој је облика

$$\Psi(x, y, t) = \sum_a f_a(y, t)\psi_a(x) .$$

Уметањем овог израза у нови облик Шредингерове једначине налазимо

$$\sum_a \frac{\partial f_a(y, t)}{\partial t}\psi_a(x) = \sum_a -\gamma A\psi_a(x)\frac{\partial f_a(y, t)}{\partial y} = \sum_a -\gamma a\psi_a(x)\frac{\partial f_a(y, t)}{\partial y} ,$$

то јест, Шредингерова једначина, уз почетни услов $f_a(y, t = 0) = f_a^0(y)$, своди се на Кошијев проблем

$$\frac{\partial f_a(y, t)}{\partial t} + \gamma a\frac{\partial f_a(y, t)}{\partial y} = 0 .$$

[13] Некомутирање опсервабли, које одговара мјерењу некомпатибилних физичких величина, према Бомовом тумачењу настаје када у процесу мјерења квантни систем и мјерни инструмент интерагују тако да мијењају таласну функцију на начин да се статистика резултата промијени.

Лако се провјерава да је опште рјешење ове једначине облика

$$f_a(y,t) = f(y - \gamma a t) \ ,$$

гдје је f произвољна функција, а Кошијево рјешење

$$f_a(y,t) = f_a^0(y - \gamma a t) \ .$$

Наиме, уврштавањем овог рјешења у претходну једначину, записујући $y' = y - \gamma a t$, слиједи

$$\frac{\partial f_a^0(y')}{\partial t} = \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial t} = -\gamma a \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} \ ,$$

$$\frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y} = \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} \ .$$

Тада је

$$\frac{\partial f_a(y,t)}{\partial t} + \gamma a \frac{\partial f_a(y,t)}{\partial y} = -\gamma a \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} + \gamma a \frac{\partial f_a^0(y')}{\partial y'} = 0 \ .$$

Према томе, таласна функција $\Psi(x,y,t)$ се може записати на сљедећи начин

$$\Psi(x,y,t) = \sum_a f_a^0(y - \gamma a t)\psi_a(x) \ .$$

Ако прије мјерења честица и мјерни инструмент нису били у интеракцији, почетна таласна функција је облика

$$\Psi_0(x,y) = \psi_0(x) g_0(y) \ .$$

Овакво укупно стање назива се некорелисаним. Функција $g_0(y)$ представља почетну таласну функцију мјерног инструмента, која ће бити у форми таласног пакета. Претпоставићемо да је овај таласни пакет центриран у тачки $y = 0$ и да му је ширина Δy. Како је мјерни инструмент заправо класичан систем, дефиниција таласног пакета $g_0(y)$ је мање прецизна него што је то дозвољено релацијама неодређености.

Таласну функцију $\psi_0(x)$ можемо такође развити по истом базису

$$\psi_0(x) = \sum_a c_a \psi_a(x) \,,$$

гдје су c_a непознати коефицијенти развоја. Почетну таласну функцију сада можемо записати на сљедећи начин

$$\Psi_0(x,y) = g_0(y) \sum_a c_a \psi_a(x) \,,$$

што поредећи са

$$\Psi(x,y,t) = \sum_a f_a(y,t) \psi_a(x) \,,$$

даје $f_a^0(y) = c_a g_0(y)$. Уметањем овог израза у

$$\Psi(x,y,t) = \sum_a f_a^0(y - \gamma a t) \psi_a(x) \,,$$

коначно се добија

$$\Psi(x,y,t) = \sum_a c_a \psi_a(x) g_0(y - \gamma a t) \,.$$

Ова таласна функција је корелисана јер се не може представити у облику производа једне функције од x и друге функције од y. У току интеракције, функција $\Psi(x,y,t)$ је изразито компликована, па ако је запишемо у поларном облику

$$\Psi(x,y,t) = R(x,y,t) e^{i\frac{S(x,y,t)}{\hbar}} \,,$$

видимо да ће функције R и S, а самим тим и квантни потенцијал Q, те импулси p_x и p_y, нелинеарно брзо осциловати.[14] Међутим, уколико интеракција довољно дуго потраје[15], понашање система честица + мјерни инструмент ће постајати све једноставнија јер ће пакети $g_0(y - \gamma a t)$, који

[14] Јер у класичном лимиtu $\hbar \to 0$ фаза $\frac{S}{\hbar}$ тежи бесконачности.

[15] Довољно дуго да сепарација δy сусједних таласних пакета $g_0(y - \gamma a t)$ окупираних око вриједности w премаши ширину пакета Δy. Према изразу $\delta y = \gamma t \delta a$, гдје је δa сепарација сусједних вриједности w, то ће бити могуће за довољно јаку интеракцију и довољно велики временски интервал интеракције. Све док расплињивање није узело маха, односно док је $\delta y \ll \Delta y$, никакво прецизно мјерење није могуће, јер се таласни пакети са различитим вриједностима w међусобно преклапају, па кажемо да мјерење нема неопходну тачност (дефинисану оквирима релација недређености).

одговарају различитим вриједностима a, престати да се преклапају – укупна таласна функција као (композитни таласни пакет) се просторно разлаже. У том процесу, таласни пакети који одговарају различитим вриједностима a постају толико раздвојени дуж y координате да се тај степен слободе композитног система може третирати класично.

Пошто је густина вјероватноће одређене конфигурације композитног система дата са $|\Psi|^2$, промјенљива y коначно мора да узме вриједност положаја једног од пакета и ту вриједност задржи, јер вјероватноћа њеног наласка у простору између таласних пакета тежи нули. Таласни пакет за чији положај се фиксира вриједност промјенљиве y ће у потпуности одредити резултат мјерења. Други таласни пакети се практично могу занемарити пошто не утичу на вриједности квантномеханичког потенцијала и импулса. Привидна редукција таласне функције на један таласни пакет у околини измјерене вриједности назива се ефективним колапсом.

Укупну таласну функцију сада можемо ренормализовати. Како је након разлагања укупне таласне функције $\Psi(x,y,t)$ на појединачне пакете, од којих само један ''носи'' резултат мјерења, вриједност физичке величине A потпуно детерминисана[16], за све практичне потребе довољно је разматрати таласну функцију

$$\Psi(x,y) = \psi_a(x) g_0(y - \gamma a t) ,$$

гдје a сада одговара пакету чији положај је задат измјереном вриједношћу варијабле y. То значи да се након мјерења еволуција мјерног инструмента и посматране честице може разматрати одвојено.

Илуструјмо понашање укупне таласне функције узевши за примјер честицу у параболичном потенцијалу, дакле линеарни хармонијски осцилатор, а за опсерваблу A хамилтонијан H тог осцилатора. Својствене вриједности изабране опсерваблe су

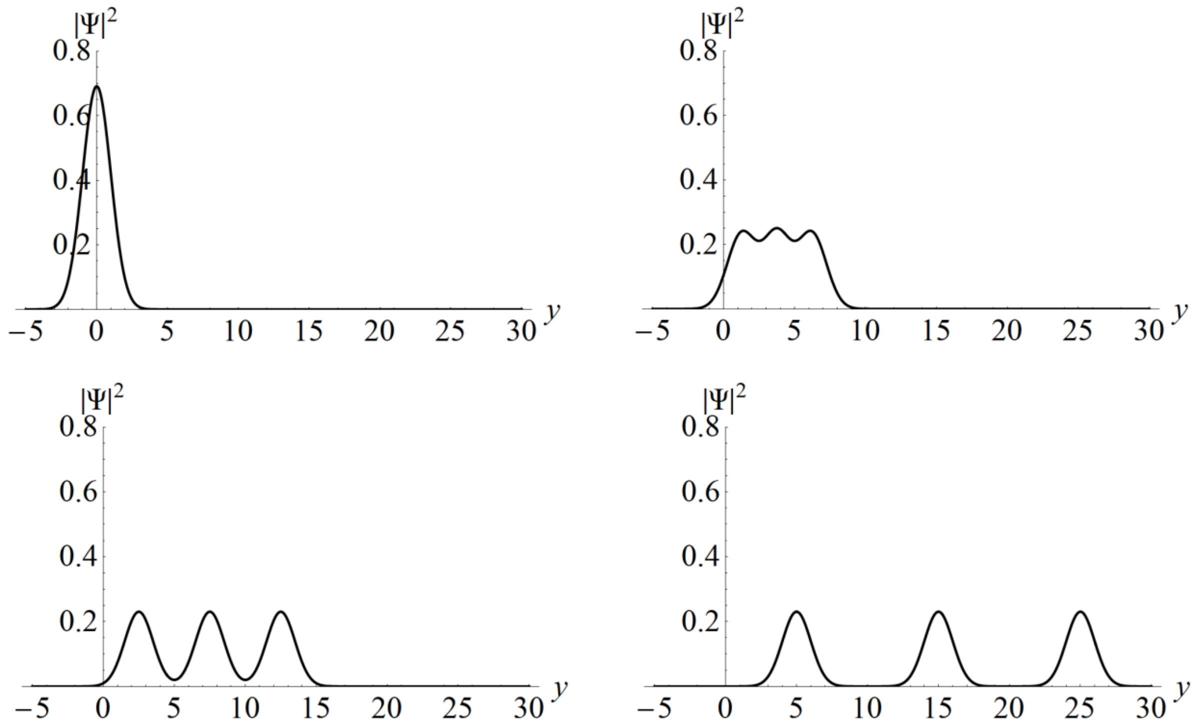
$$a_n = E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right).$$

[16] Односно, вјероватноћа јединствене вриједности w је једнака један, док је за све остале вриједности једнака нули.

Претпоставимо нпр. да је корелисана таласна функција суперпозиција три таласна пакета $(n = 0,1,2)$ са $c_0 = c_1 = c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\Psi(x,y,t) = \frac{1}{\sqrt{3}}[\varphi_0(x)g_{00}(y,t) + \varphi_1(x)g_{01}(y,t) + \varphi_2(x)g_{02}(y,t)],$$

гдје су $\varphi_n(x)$ својствене функције осцилатора, а $g_{0n}(y,t) = g_0(y - \gamma a_n t)$ функције гаусијанског облика (овдје бирамо $\gamma = -1$, $\hbar = 1$, $\omega = 1\ a.j.$). Занемарујући зависност од x, на слици 4. цртамо функције $|\Psi|^2$ у зависности од y у четири тренутка ($t = 0, 2.5, 5, 10$).



Слика 4. Зависност $|\Psi|^2$ од y у тренуцима $t = 0, 2.5, 5, 10$.

Размак међу пиковима је $\delta y = \gamma a t$, при чему је овдје $\delta a = 1$. Уочимо да за $t > 10$ више нема преклапања међу пакетима и вриједност промјенљиве y, коју показује мјерни уређај, биће локација једног од ова три пакета.

У принципу, коначни резултат мјерења је одређен почетним обликом таласне функције комбинованог система $\psi_0(x,y)$, те почетним положајем честице x_0 и почетном варијаблом мјерног инструмента y_0. У току значајних флуктуација, односно прије разлагања таласног пакета, једино што можемо одредити јесте густина вјероватноће $|\Psi(x,y)|^2$ за одређене почетне услове. Помоћу те информације може се израчунати вјероватноћа да се у одређеном експерименту мјерењем величине A добије вриједност a

$$P(A \to a) = \iint |\Psi(x,y)|^2 d\,x\,dy\,,$$

гдје се интеграција одвија по свим вриједностима x и по свим вриједностима y у околини a-тог пакета. Пошто се пакети не преклапају, слиједи

$$P(A \to a) = \iint |c_a \psi_a(x) g_0(y - \gamma a t)|^2 d\,x\,dy\,.$$

Како су, по дефиницији, функције $\psi_a(x)$ и $g_0(y)$ нормиране, укупна вјероватноћа да се честица нађе у a-том пакету је

$$P(A \to a) = |c_a|^2\,,$$

што је идентично резултату који је понудила стандардна квантна механика.

Просторно разлагање укупне таласне функције које је добијено користећи горе изабрани модел интеракције на исти начин слиједи и из стандардне квантне механике. Разлика између ње и Бомове механике је у томе што, у случају неког реалистичног мјерења (дакле са макроскопским мјерним инструментом), прва теорија као крајњи исход предвиђа декохеренцију, а друга очување суперпозиције укупне таласне функције. Уколико се мјерење врши на хомогеном ансамблу квантних система (сви су, дакле, у истом почетном суперпонираном стању), резултат декохеренције је нехомоген ансамбл гдје се системи налазе у различитим својственим стањима која су чинила суперпозицију, и то са статистичким тежинама једнаким квадратима модула коефицијената у тој суперпозицији. При томе, у ком својственом стању ће се наћи сваки појединачни квантни систем, по стандардној квантној механици потпуно је случајан резултат. С друге стране, у Бомовој механици случајни су једино почетни услови за трајекторије појединачних квантних система, али је због исте почетне таласне функције статистика резултата мјерења иста као у стандардној теорији. На овај начин Бомова механика даје анализу проблема мјерења, остајући досљедна експерименталним подацима.

Међутим, претходни рачун има неколико недостатака. Прије свега, интеракциони дио хамилтонијана није довољно општи, али је добра илустрација онога шта се дешава при интеракцији два система од којих један игра улогу мјерног инструмента. Наиме, мјерни инструмент, с обзиром да се понаша као класичан систем, никад "не види" суперпозицију својствених стања, већ само једно од њих. Наведени једноставни модел управо симулира такво "класично" понашање мјерног инструмента. Други проблем се огледа у специфичном временском интервалу (који мора бити довољно кратак да не укључује преостале дијелове хамилтонијана и довољно дуг да се корелисано стање честице и мјерног инструмента раздвоји на појединачне пакете са тачно одређеном вриједношћу мјерене величине) који омогућује да се процес мјерења детерминистички одреди. Такође остаје отворено питање да ли је при интеракцији квантног система и стварног (макроскопског) мјерног инструмента укупна таласна функција довољно регуларна да је њена временска еволуција унитарна. Изгледа да обје теорије (стандардна и Бомова) *ad hoc* полазе свака од свог става (да није, односно јесте), а заправо нису у могућности да то и докажу.

Напоменимо да процес мјерења у квантној механици, па ни у њеним релативистичким формулацијама, није локални феномен. Колапс таласне функције неког вишечестичног квантног система се дешава истовремено за све честице, ма колико оне биле удаљене, што га чини нелокалним процесом *par excellence*. Зато ни у квантним теоријама поља нема анализе процеса мјерења, већ само лоренцовских догађаја попут расијања.

Бомова механика такође истиче евидентну чињеницу да се сва мјерења у принципу своде на мјерење положаја. На примјер, ако се жели измјерити брзина честице, то се чини тако што измјери удаљеност између два положаја између којих је честица путовала у одређеном временском интервалу.[17] У Штерн-Герлаховом експерименту спин се не мјери директно, већ се имплицитно претпоставља као објашњење различитог

[17] Иако је ово принципијелно тачно, то је веома тешко изводиво за фотоне.

скретања честица, што се опет своди на мјерење положаја.[18] Исту логику можемо примијенити и за друге физичке величине које су у односу на положај секундарне.

Природна импликација наведеног указује да ни онтолошки статус опсервабли (у које не спада положај честице) неће остати исти у Бомовој механици. У стандардном квантном формализму постулира се да свакој физичкој величини одговара линеарни ермитски оператор (опсервабла) који дјелује у Хилбертовом простору, а њеном мјерењу кореспондира рјешавање својственог проблема тог оператора, односно налажење својствених вриједности. Замисао је да физичка величина у неком стању система (осим ако оно није својствено) прије мјерења нема одређену вриједност, а самим чином мјерења на неки необјашњив начин поприма једну од могућих вриједности. Овакав став се често назива наивним реализмом оператора.[19]

У Бомовој механици ситуација је другачија. Операторски формализам опсервабли опстаје и у Бомовој интерпретацији, али не као постулат, већ као теорема. Опсервабле не одговарају физичким величинама чије би се вриједности могле мјерити, већ су оне математички апарати који кодирају статистику приликом мјерења. То значи да се процесом мјерења неке физичке величине не одређује њена вриједност као својство квантног система, већ као непотпуно предвидљива и неконтролисана потенцијалност која припада колико квантном систему, толико и мјерном инструменту. Мјерења брзине, момента импулса, спина, енергије и других величина не сугеришу одговарајућа својства честица на којима се мјерење врши, већ облик таласне функције чији је облик одређен интеракцијом мјерног инструмента и квантног система. Истина, у стандардној интерпретацији се такође признаје да се мјерењем не показује пријашње

[18] Ова чињеница није само ограничена на квантну физику. Масу Сунца мјеримо или боље рећи процјењујемо уз помоћ Њутновог закона гравитације, уз познавање вриједности растојања положаја Сунца у односу на Земљу и масе Земеље. Опет, маса Земље се процјењује преко масе неког тијела чију масу очитавамо опет положајем казаљке на ваги.

[19] Треба нагласити да нису сви подржаваоци стандардне интерпретације имали овакав став. Према Боровој интерпретацији, ништа није мјерено у квантном свијету, јер сви концепти које повезујемо са чином мјерења су чисто класични и немају смисла у квантном свијету.

стање квантног система, али се, за разлику од Бомове механике, тврди да измјерене вриједности кореспондирају стању квантног система.

У теоријама скривених варијабли, чињеница да мјерење не одређује унапријед одређену вриједност, већ да она увелико зависи од начина мјерења (односно интеракције систем – околина), назива се контекстуалност. Једино су положаји честица имуни на контекстуалност. Честица је ту гдје јесте, али она не ''посједује'' додатне скривене параметре мимо оних који јој се приписују анализом резултата мјерења.

На нивоу оператора, контектуалност се огледа у сљедећем. Нека је дат оператор *A* који комутира са операторима *B* и *C* који међусобно не комутирају. У случају неконтектуалности, резултат мјерења опсервабле *A* не зависи од тога да ли смо истовремено са њом мјерили опсерваблу *B* или *C*. Како у реалности то није случај, контектуалност је наизбјежна. Штавише, контекстуалност се испољава чак и када се опсервабла *A* мјери истовремено са опсерваблом *B*, али на два различита начина. [20]

Због тога присталице Бомове механике често наглашавају да је сам појам мјерења неприкладан. Једино што икада ''видимо'' су положаји честица, а рачун са операторима нам омогућује да израчунамо статистику тих позиција у одређеним врстама интеракција названим, помало заваравајуће, мјерењима. Али то не значи да је заправо ''измјерена'' нека физичка величина инхерентна квантном систему, већ му је додијељена чином мјерења.

[20] Дејвид Алберт је дао посебно једноставан и упечатљив примјер ове зависности за Штерн - Герлахове експерименте мјерења z-компоненте спина. Обртање поларитета у магнету уз задржавање исте геометрије ефективно дјелује као други магнет за исто мјерење. Употреба једног или другог од ова два магнета често ће довести до супротних закључака о вриједности z-компоненте спина прије мјерења (за исту почетну вриједност положаја честице).

5. О статусу Бомове механике у односу на друге интерпретације квантне механике

Идеја овог дипломског рада била је да представи Бомову механику као физичку теорију која игра непотцјењљиву улогу у објашњењу димамике квантног свијета. Видјели смо да она, на њој својствен начин успијева да предвиди и објасни све физичке појаве које су обзнањене и у стандардној таласној механици. Међутим, најчешће примједбе исте нису усмјерене на пољу њених могућности да опстане као физичка теорија, већ се највише односе на Бомово тумачење, односно, разумијевање импликација сопствене теорије. Иако то често прелази у чисту философију, не може се прихватити став да интерпретацијска слика није важан елемент у физичарском разумијевању свијета. Занемаривши примједбе, које су резултат недовољног познавања теорије, испод су наведене најрелевантније позиције са којих се критикује Бомова интерпретација квантне механике.

Најчешће критике усмјерене су на нарушење тзв. теоријског минимализма. Наиме, Бомова теорија је конструисана на такав начин да су резултати било које врсте мјерења идентични онима које предвиђа стандардна квантна теорија. Другим ријечима, из експерименталних резултата не може се наћи било какав доказ о постојању скривених варијабли. Штавише, чак ни сама теорија не дозвољава да њихова дефиниција буде довољно добра за предвиђање било којих резултата тачнијих од оних у стандардној теорији. Не ради ли се ту, онда, о нарушењу принципа Окамове оштрице, односно о безразложном увођењу додатних експликата? Нису ли појмови положаја, трајекторија и квантномеханичког потенцијала испражњени од стварног физичког садржаја?

Ову критику треба најприје ослабити чињеницом да се веома дуго одбацивала и сама могућност увођења скривених варијабли[21]. Али чак и након обистињења ове могућности кроз Бомов рад, она је и даље заузимала инфериорно мјесто међу конкурентним описима квантног свијета и њој су подвлачене немогућности одговора на извјесна питања на

[21] од стране Хајзенберга, Зомерфелда, Бора, Паулија, фон Нојмана, Вигнера и многих других.

које ни стандардна теорија није имала одговор. Ово се може схватити кроз куновски моменат социјеталног залеђивања прве усвојене парадигме у научној сфери, која је одредила хијерархијску структуру међу постојећим интерпретацијама.[22]

Са друге стране, то што до сада експерименти нису довели до раскрснице која би арбитрирала између стандарнднe, Бомове и других интерпретација квантне теорије, не значи да то у будућности неће бити случај. Изналажењем оних мјеста, уколико она постоје, гдје се неке од формулација квантне механике неће експериментално усагласити, требало би донијети превагу у корист некој од формулација.

У облику у којем је овдје представљена, Бомова механика не може објаснити феномене креације и анихилације честица, као ни честичну конверзију. Додуше, постоје варијанте проширења Бомове механике на квантну теорију поља којима би се објаснили наведени феномени, али и у том случају она неће бити инваријантна у односу на Лоренцове трансформације. Наиме, да би ријешили водећу једначину, потребно је да одредимо положаје свих честица истовремено![23]

У реалности, овај проблем је практично показатељ егзистенције нелокалних каузалних повезаности (између догађаја раздвојених просторним интервалом), које су иницирани Беловом теоремом. Нелокалност се јавља и у стандардној таласној механици када је ријеч о истовременом колапсу таласних функција свих честица, ма колико оне удаљене биле. Овај феномен не демистификује ни квантна теорија поља, јер је и она примјенљива само на лоренцовски инваријантне догађаје (попут расијања). Вјероватно је због тога Бел рекао да ако људи желе да говоре о правим проблемима квантне механике они морају говорити о Лоренцовој инваријантности.

На крају, издвојимо једну интерпретациону критику која је посљедњих година постала све популарнија. Наиме, тврди се како је Бомова механика

---

[22] На овом мјесту треба нагласити да поред стандардне и Бомове формулација постоји још и неколицина других: Фајнманова формулација квантне механике преко интегралних путања, Вигнерова формулација у фазном простору, формулација преко матрице густине, формулација путем друге квантизације, варијациона формулација и Хамилтон - Јакобијева формулација.

[23] Ови положаји улазе у водећу једначину као аргументи фазне функције $S(\boldsymbol{r},t)$.

у принципу еквивалентна Еверетовој интерпретацији многих свјетова. Разлога за то су два. Прво, обје интерпретирају таласну функцију не само као математички апарат, већ као реалан (немјерљив, али имплицитно присутан) физички феномен. Друго, како у Бомовој механици космичка таласна функција никада не колапсира, сви њени подогранци опстају, а не само онај који се односи на посматрани систем. Ови огранци, сматрају критичари, су управо они ''паралелни свјетови'' у Еверетовој слици. Стога физичар Дејвид Дојч каже да су *теорије пилот-таласа заправо теорије паралелних универзума у стању хроничног порицања*.

Међутим, Бомове ''ненасељене'' трајекторије имају само потенцијал физичке реалности, док су Еверетови паралелни свјетови, на неки (мета)физички начин присутни. Бом не тврди да је честица узела све могуће трајекторије, а да се мјерењем ефикасно потврђује само један од њих, него је честица дословно само на једној трајекторији одређеној почетним условом, а све остале трајекторије постоје само као могућности скривене у сјенци таласне функције. Чињеница постојања празних огранака таласне функције може се сматрати донекле сличном чињеници да је електромагнетно поље дефинисано чак и тамо гдје нема честица на које дјелују. У Бомовој механици се, као и у стандардној интерпретацији (осим у Вигнеровој и фон-Нојмановој формулацији исте), инсистира да (свјесни) посматрач нема никаквог утицаја на постојање и динамику квантног система. Посматрач не присуствује једном од паралелних свјетова нити свјесном активношћу приписује мјерену величину некој опсервабли.

Из свега наведеног је јасно да Бомова квантна механика води битку на два фронта: најприје сама са собом, односно својим неконзистентностима у процесу херменеутичког разумијевања квантног свијета, али такође и против конкурентних формулација квантне теорије, нарочито стандардне интерпретације. Бомова механика нема кардиналну унутрашњу противрјечност нити толико слабих тачака да не буде у конкуренцији за најадекватнији опис квантног свијета. Да ли ће се у будућности издигнути као побједник или ће на површину избити њена недосљедност у квантном свијету, пресудиће вријеме и неконтаминирана научна свијест.

6. Закључак

Бомова механика детерминистички формулише законе квантног свијета елиминишући неке, а засигурно стварајући друге концептуалне потешкоће при тумачењу које налазимо у другим формулацијама квантне механике. Честице су, према Бомовом виђењу, дословно честице (у класичном смислу те ријечи), те такве остају у свакој прилици: и кад пролазе кроз узане отворе и кад ударају у заклон и кад их посматрамо и кад их не посматрамо. Ове честице ''јашу'' на седлима таласне функције која испуњава цио космос. Таласна функција води честице из тачке у тачку по тачно одређеном закону, израженим Бомовом једначином, а она сама еволуира према Шредингеровој једначини. Ово водство није просторновременски уклијештено, већ је нелокално, што се чини незаобилазном мучнином у квантној природи. Бомова механика је покушај наставка приче коју је започела стандардна квантна механика и на тај начин, техничким језиком речено, она даје једну бољу резолуцију у слици квантног свијета.

Уколико се физика своди само на оно што се може измјерити и израчунати[24], лако је разумјети зашто се интерпретацијска анализа често протјерује у философски домен. Због великог броја различитих формулација и интерпретација, постоји проблем како квантну механику треба представити у настави. Педагошки не би било добро у старту изнијети различита супротстављена гледишта са којима се квантна механика суочава, већ се треба фокусирати на неку усаглашену цјелину, а у тој ситуацији природно се намеће формулација која је најшире прихваћена. Због тога понекада изгледа као да је довољно описати, не и разумјети физичке феномене. Међутим, историја физике нас учи да су највећи пробоји остварени управо покушајима дубљег разумијевања окружујућег свијета. С друге стране, у људској природи је да осмишљава, дакле, разумије ствари. Иако овај психолошки механизам понекад пролази неопажено (да не кажемо несвјесно), упадљиво је да ипак на крају

[24] Овдје се често цитира чувена фраза *ћути и рачунај!* за коју се погрешно вјерује да ју је смислио Ричард Фајнман. Аутор фразе је Дејвид Мермин који каже да, ако би био приморан да у једној реченици сумира тумачење Копенхагенске школе, то би било *ћути и рачунај!* .

физичари потписују ову или ону интерпретацијску школу и то баш ону која је у научном консензусу најприхваћенија.

Ако би се у настави проблеми физике проширили и на нужно разумијевање ствари, макар и на неку нејасну интуицију о њима, проблематика вишеструкости интерпретација квантне механике постаје круцијална. Осјећа се потреба да се просуђује о најбољој формулацији квантне механике. Чак и да се коначна пресуда не доведе до краја (а преурањено прихватање само једног тумачења је нerијетка ограниченост у научном свијету), размишљање у вишеструким перспективама је у најмању руку плодоносно и инспиративно. У том духу лежи мотивација избора теме за овај дипломски рад.

Бомова механика, уопштено теорија скривених варијабли, даје (можда лажну) наду да је на свим скалама природу могуће разумјети на скоро класично-интуитиван начин. Сама могућност да се деконструишу неки парадоски присутни у другим интерпретацијама, за многе физичаре је веома ослобађајуће. Нико није боље срочио усхићење и зачуђеност при открићу Бомове механике него Џон Стјуарт Бел. Његовим подужим цитатом желим да завршавим овај дипломски рад.

Али 1952. године видио сам да је немогуће учињено. Било је то у радовима Дејвида Бома. Бом је изричито показао како се параметри заиста могу увести у нерелативистичку таласну механику, уз помоћ којих би се индетерминистички опис могао трансформисати у детерминистички. Још важније, по мом мишљењу, субјективност ортодоксне верзије, неопходно позивање на „посматрача“, могла би бити елиминисана. … Али зашто ми Борн тада није рекао за овај „пилот-талас“? Макар само да укаже на оно што није било у реду са тим? Зашто фон Нојман то није разматрао? Необичније, зашто су људи наставили да доказују теореме о „немогућности“ након 1952. године? ... Зашто се слика пилот-таласа занемарује у уџбеницима? Зар га не треба поучавати, не као једини начин, већ као противпримјер превладавајућем разумијевању? Он треба да нам покаже да неодређеност, субјективност и индетерминизам не намећу експерименталне чињенице, већ намјерни теоријски избор.

Додатак: Кратка биографија Дејвида Бома

Дејвид Бом (рођен 20. децембра 1917, САД - умро 27. октобра 1992, Енглеска) је америчко-британски теоријски физичар који је развио каузалну интерпретацију квантне механике. Сматра се једним од најзначајнијих теоријских физичара XX вијека, а такође је дао допринос нестандардним идејама у квантној неуропсихологији и филозофији ума. Добитник је награде Краљевског друштва у Лондону.

Бом је сматрао да квантна физика сугерише да је стари дуалистички ментално-физички модел реалности превише ограничен. Да би допунио овај модел, развио је математичку и физичку теорију ''имплицитног'' и ''експлицитног'' реда. Сматрао је да мозак, на ћелијском нивоу, ради у складу са математиком неког квантног ефекта, па је постулирао да је мисао нелокализована баш као и квантни ентитети. Његова библиографија је изузетно плодна, а на домаће језике су преведене његове три књиге: *Узрочност и случајност у савременој физици*, *О дијалогу* и *Цјеловитост и имплицитни ред*.

Бомово главно интересовање је било разумијевање природе реалности уопште, а посебно свијести као кохерентне цјелине, која, по Бому, никада није статична и завршена, већ је процес који се непрекидно одвија. На његову личну философију је највише утицао индијски мистик Џиду Кришнамурти.

Дејвид Бом

Литература

[1] Bohm, D*., A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ''Hidden'' Variables I.*, Physical Review **85**, 166 (1952).

[2] Bohm, D*., A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of ''Hidden'' Variables II.*, Physical Review **85**, 188 (1952).

[3] Bohm, D., *Wholeness and the Implicate Order*, Routledge 1980.

[4] Bricmont, J., *Making Sense of Quantum Mechanics*, Springer 2016.

[5] Goldstein, S., *Bohmian Mechanics*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2017.

[6] Tumulka, R., *Understanding Bohmian Mechanics: A Dialogue,* American Journal of Physics **72**, 1220 (2004).

[7] Joos, E. and Zeh, H.D., *The Emergence of Classical Properties Through Interaction with the Environment*, Condensed Matter – Zeitschrift für Physik B **59**, 223 (1985).

[8] Styer, D. F., *Nine Formulations of Quantum Mechanics*, American Journal of Physics **70**, 288 (2002).

[9] Pan, A. K., *Understanding the Spreading of a Gaussian Wave Packet Using the Bohmian Machinery*, Pramana – Journal of Physics, **74**, 867 (2010).

[10] Griffiths, D. J., *Introduction to Quantum Mechanics, 2nd Edition*, Pearson Education, 2005.

[11] Kocsis, A., Braverman, B., Ravets, S., Stevens, M. J., Mirin, R. P., Shalm, L. K., Steinberg, A. M., *Observing the Average Trajectories of Single Photons in a Two-Slit Interferometer*, Science **332**, 1170 (2011).

Биографија аутора

Михајло Товиловић рођен је 23. oktobra 1996. године у Котор Вароши. Основну школу ''Свети Сава'' завршио је 2011. године. Након тога је уписао Гимназију у Бањој Луци коју завршава 2015. године. Студије физике је уписао 2015. године.