**Лабораторная работа №1**

**Тема: Моделирование поведения потребителя**

**Задание:**

Дана функция полезности *U*(*x*1, *x*2, *x*3). Требуется:

1. Решить задачу оптимального поведения при заданных ценах *р*1,*р*2,*р*3 и доходе *М*.
2. Найти функцию спроса потребителя и вычислить реакции потребителя при изменении дохода и цен в точке оптимума.
3. Вычислить предельные полезности товаров в точке оптимума.
4. Вычислить норму замещения для 2-го 3-го товаров в точке оптимума.
5. Вычислить коэффициенты эластичности по доходу и ценам для заданных цен и дохода.

Серия А.

Задача 1.

*U* = 3*x*1*x*2 *+* 6*x*1*x*3 *+* 5*x*2*x*3

*р*1 = 134, *р*2 = 184, *р*3 =214, *M* = 6160.

**Ход работы:**

1) Решим задачу оптимального поведения потребителя, если цены благ соответственно равны *р*1 = 134; *р*2 = 184; *р*3 =214 и доход равен *M*= 6160.

Найдем функции спроса потребителя:

;

;

;

где *x*1,*x*2, *x*3 – количество приобретаемого блага 1-го, 2-го и 3-го вида.

Для этого решим следующую задачу оптимального поведения потребителя. Математическая модель задачи имеет вид:



 (2)

*U* = 3*x*1*x*2 *+* 6*x*1*x*3 *+* 5*x*2*x*3→ max. (3)

Левая часть условия (2) – стоимость приобретаемых благ, а условие (3) означает, что полезность этих благ должна быть максимальной.

Решим задачу методом множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа:

;

.

Найдем частные производные функции Лагранжа и приравняем их к нулю:



Рассмотрим систему, состоящую из первых трех уравнений, и решим её методом Крамера относительно *x*1, *x*2, *x*3. Найдем определители.







.

Тогда:







Подставим эти значения в уравнение: .

Получим:



Преобразуем это уравнение, умножим левую и правую части на 24 и проведем действия:





Обозначим



Тогда  и функции спроса потребителя принимают вид:

.

Найдем оптимальный набор благ потребителя:

, где  – при заданных ценах на блага и доходе:

*р*1 = 134; *р*2 = 184; *р*3 =216; *M* = 6160.







Проверим, выполняются ли для найденного оптимального решения  бюджетное ограничение:







Если речь идет о неделимых благах, то оптимальный выбор потребителя составит , т.е. ему необходимо приобрести 1-го блага 19 единиц, 2-го – 4 единицы и 3-го – 12 единиц.

Но т.к. мы условились, что речь будет идти о делимых благах, то оптимальный выбор потребителя будет:

, т.е.

1-го блага – 19,758 единиц,

2-го блага – 4,583 единицы,

3-го блага – 12,472 единицы.

2) Функции спроса потребителя найдены в пункте 1). Вычислим реакции потребителя при изменении дохода *М* и цен *р*1,*р*2,*р*3 в точке оптимума .

**Реакции потребителя при изменении дохода *М***:



Поскольку при увеличении дохода спрос на 1-благо возрастает, то это благо **ценное**.





2-е и 3-е блага также являются **ценными** для потребителя. При этом наиболее ценным является 1-е благо, а наименее ценным – 2-е.

Определим **реакции потребителя при изменении цены на 1-е благо**:







С увеличением цены на 1-е благо спрос на него уменьшается, значит, 1-е благо **нормальное**.







С ростом цены на 1-е благо спрос на 2-е благо возрастает, эти блага **взаимозаменяемые.**







С ростом цены на 1-е благо спрос на 3-е благо убывает, эти блага **взаимодополняемые.**

**Реакции потребителя при изменении цены на 2-е благо:**







С увеличением цены на 2-е благо спрос на 1-е благо растет, эти блага **взаимозаменяемые.**







С ростом цены на 2-е благо спрос на него падает, 2-е благо нормальное.







С ростом цены на 2-е благо спрос на 3-е благо растет, 3-е и 2-е блага **взаимозаменяемые.**

**Реакции потребителя при изменении цены на 3-е благо:**





С ростом цены на 3-е благо спрос на 1-е благо убывает, 1-е и 3-е блага **взаимодополняемые.**







С ростом цены на 3-е благо спрос на 2-е благо растет; эти блага **взаимозаменяемые.**







С ростом цены на 3-е благо спрос на него падает; это благо нормальное.

3) Вычислим **предельные полезности** благ в точке экстремума . Это значения частных производных функции полезности  по соответствующим аргументам в точке .



; 

; 

; 

На 1 дополнительную единицу 1-го блага приходится  единиц дополнительной полезности.

На одну дополнительную единицу 2-го блага приходится  дополнительных единиц полезности.

На 1 дополнительную единицу 3-го блага приходится  единиц дополнительной полезности.

4) Вычислим **нормы замещения благ** в точке оптимума .

**Норма замены 1-го блага 2-м:**



Для замещения 1 единицы 1-го блага необходимо дополнительно приобрести 0,728 единиц 2-го блага, чтобы удовлетворенность осталась на прежнем уровне.

**Норма замены 1-го блага 3-м:**



Для того, чтобы удовлетворенность осталась прежней, необходимо 0,63 единицы 3-го блага, чтобы заменить 1 единицу 1-го блага.

**Норма замены 2-го блага 1-м:**



Для замещения 1 единицы 2-го блага необходимо дополнительно приобрести 1,373 единиц 1-го блага, чтобы удовлетворенность осталась той же.

**Норма замены 2-го блага 3-м:**



Для замещения 1 единицы 2-го блага необходимо дополнительно приобрести 0,859 единиц 3-го блага, чтобы удовлетворенность не изменилась.

**Норма замены 3-го блага 1-м:**



Для замещения 1 единицы 3-го блага необходимо дополнительно приобрести 1,597 единиц 1-го блага, чтобы удовлетворенность осталась той же.

**Норма замены 3-го блага 2-м:**



Для замещения 1 единицы 3-го блага необходимо дополнительно приобрести 1,163 единиц 2-го блага, чтобы удовлетворенность не изменилась.

5) Вычислим коэффициенты эластичности по доходу и ценам при заданных ценах и доходе: *р*1 = 134; *р*2 = 184; *р*3 =214; *M* = 6160.

**Для блага 1:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 1-е благо возрастает на 0,99999888%.

Коэффициенты эластичности по ценам:



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на него уменьшается на 1,482 %.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на 1-е благо увеличится на 0,75 %.



При росте цены на 3-е благо на 1 % спрос на 1-е благо уменьшается на 0,27 %.

Проверка: .

0,99999888 + (–1,4822982) + 0,752209518 – 0,26991109= - 0,00000089.

(Погрешность возникает в результате округления чисел и работы с этими округленными числами).

**Для блага 2:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 2-е благо возрастает на 0,9999936%.



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на 2-е благо увеличивается на 2,36 %.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на него уменьшается на 5,58 %.



При росте цены на 3-е благо на 1 % спрос на 2-е благо увеличивается на 2,22 %.

Проверка: .

0,9999936 +2,361530104– 5,58150413 + 2,21996811 = -0,0000123.

**Для блага 3:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 3-е благо возрастает на 1,00000130 %.



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на него уменьшится на 0,267%.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на 3-е благо растет на 0,7 %.



При увеличении цены на 3-е благо на 1 % спрос на него падает на 1,43 %.

Проверка: .

1,00000130 -0,26774807 + 0,70145157 – 1,433703991 = 0,000000809.

Все расчеты произведены достаточно точно и правильно.

Задача 2.

*р*1 = 18, *р*2 = 6,  *р*3 =26, *M* = 920.

**Ход работы:**

1) Решим задачу оптимального поведения потребителя, если цены благ соответственно равны *р*1 = 18; *р*2 = 6; *р*3 =26 и доход равен *M*= 920.

Найдем функции спроса потребителя:

;

;

;

где *x*1,*x*2, *x*3 – количество приобретаемого блага 1-го, 2-го и 3-го вида.

Для этого решим следующую задачу оптимального поведения потребителя. Математическая модель задачи имеет вид:



 (2)

(3)

Левая часть условия (2) – стоимость приобретаемых благ, а условие (3) означает, что полезность этих благ должна быть максимальной.

Решим задачу методом множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа:

;

.

Найдем частные производные функции Лагранжа и приравняем их к нулю:



Тогда:







Найдем оптимальный набор благ потребителя:

, где  – при заданных ценах на блага и доходе:

*р*1 = 18; *р*2 = 6; *р*3 =26; *M* =920.







Проверим, выполняются ли для найденного оптимального решения  бюджетное ограничение:







Если речь идет о неделимых благах, то оптимальный выбор потребителя составит , т.е. ему необходимо приобрести 1-го блага 19 единиц, 2-го – 47 единиц и 3-го – 11 единиц.

Но т.к. мы условились, что речь будет идти о делимых благах, то оптимальный выбор потребителя будет:

, т.е.

1-го блага – 19,387 единиц,

2-го блага – 47,586 единиц,

3-го блага – 10,981 единиц.

2) Функции спроса потребителя найдены в пункте 1). Вычислим реакции потребителя при изменении дохода *М* и цен *р*1,*р*2,*р*3 в точке оптимума .

**Реакции потребителя при изменении дохода *М***:



Поскольку при увеличении дохода спрос на 1-благо возрастает, то это благо **ценное**.





2-е и 3-е блага также являются **ценными** для потребителя. При этом наиболее ценным является 2-е благо, а наименее ценным – 3-е.

Определим **реакции потребителя при изменении цены на 1-е благо**:



С увеличением цены на 1-е благо спрос на него уменьшается, значит, 1-е благо **нормальное**.



С ростом цены на 1-е благо спрос на 2-е благо остается неизменным, эти блага **независимые.**



С ростом цены на 1-е благо спрос на 3-е благо не изменяется, эти блага **независимые.**

**Реакции потребителя при изменении цены на 2-е благо:**



С ростом цены на 2-е благо спрос на 1-е благо не изменяется, эти блага **независимые.**



С ростом цены на 2-е благо спрос на него падает, 2-е благо нормальное.



С ростом цены на 2-е благо спрос на 3-е благо не изменяется, 3-е и 2-е блага **независимые.**

**Реакции потребителя при изменении цены на 3-е благо:**



С ростом цены на 3-е благо спрос на 1-е благо не изменяется, 1-е и 3-е блага **независимые.**



С ростом цены на 3-е благо спрос на 2-е благо не изменяется; эти блага **независимые.**



С ростом цены на 3-е благо спрос на него падает; это благо нормальное.

3) Вычислим **предельные полезности** благ в точке экстремума . Это значения частных производных функции полезности  по соответствующим аргументам в точке .



 

 

 

На 1 дополнительную единицу 1-го блага приходится 0,11347826 единиц дополнительной полезности.

На одну дополнительную единицу 2-го блага приходится 0,037826086 дополнительных единицы полезности.

На 1 дополнительную единицу 3-го блага приходится 0,16391304 единиц дополнительной полезности.

4) Вычислим **нормы замещения благ** в точке оптимума .

**Норма замены 1-го блага 2-м:**



Для замещения 1 единицы 1-го блага необходимо дополнительно приобрести 3,0 единицы 2-го блага, чтобы удовлетворенность осталась на прежнем уровне.

**Норма замены 1-го блага 3-м:**



Для того, чтобы удовлетворенность осталась прежней, необходимо 0,69 единицы 3-го блага, чтобы заменить 1 единицу 1-го блага.

**Норма замены 2-го блага 1-м:**



Для замещения 1 единицы 2-го блага необходимо дополнительно приобрести 0,33333332 единиц 1-го блага, чтобы удовлетворенность осталась той же.

**Норма замены 2-го блага 3-м:**



Для замещения 1 единицы 2-го блага необходимо дополнительно приобрести 0,23 единицы 3-го блага, чтобы удовлетворенность не изменилась.

**Норма замены 3-го блага 1-м:**



Для замещения 1 единицы 3-го блага необходимо дополнительно приобрести 1,44444442 единицы 1-го блага, чтобы удовлетворенность осталась той же.

**Норма замены 3-го блага 2-м:**



Для замещения 1 единицы 3-го блага необходимо дополнительно приобрести 4,33333335 единиц 2-го блага, чтобы удовлетворенность не изменилась.

5) Вычислим коэффициенты эластичности по доходу и ценам при заданных ценах и доходе: *р*1 = 18; *р*2 = 6; *р*3 =26; *M* =920.

**Для блага 1:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 1-е благо возрастает на 0,99999966%.

Коэффициенты эластичности по ценам:



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на него уменьшается на 0,999999993%.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на 1-е благо не изменится.



При росте цены на 3-е благо на 1 % спрос на 1-е благо не изменится.

Проверка: .

0,99999966 + (–0,999999993) +0 + 0 = -0,000000333.

(Погрешность возникает в результате округления чисел и работы с этими округленными числами).

**Для блага 2:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 2-е благо возрастает на 0,9999999821%.



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на 2-е благо не изменится.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на него уменьшается на 0,9999999997 %.



При росте цены на 3-е благо на 1 % спрос на 2-е благо не изменится.

Проверка: .

0,9999999821 +0 – 0,9999999997+ 0 = -0,0000000176.

**Для блага 3:**



При увеличении дохода на 1 % спрос на 3-е благо возрастает на 0,9999999562%.



При росте цены на 1-е благо на 1 % спрос на него не меняется.



При росте цены на 2-е благо на 1 % спрос на 3-е благо не меняется.



При увеличении цены на 3-е благо на 1 % спрос на него падает на 0,9999999927 %.

Проверка: .

0,9999999562 + 0 + 0 – 0,9999999927 = -0,0000000365.

Все расчеты произведены достаточно точно и правильно.