Il punto di partenza è la definizione di simmetria in meccanica quantistica. Sia $\hat{U}$ un operatore unitario o anti-unitario che fornisce una rappresentazione infinito dimensionale (agente sullo spazio di Hilbert degli stati) di un gruppo di simmetria astratto ($SO(1,3)$, $SU(3)_C$, etc.); allora una teoria con Hamiltoniano $\hat{H}$ è invariante se $\hat{U}$ annichilisce lo stato di vuoto e

$$[\hat{U}, \hat{H}] = 0\,. \tag{1}$$

La precedente condizione si può riscrivere nel modo seguente

$$\int d^3x\, \hat{U} \left(:\dot{\hat{\phi}}(x)\hat{\pi}(x) - \mathcal{L}(\hat{\phi}(x), \hat{\pi}(x)): \right) \hat{U}^{-1} = \int d^3x' \left| \frac{\partial x'}{\partial x} \right|^{-1} :\dot{\hat{\phi}}(x')\hat{\pi}(x') - \mathcal{L}(\hat{\phi}(x'), \hat{\pi}(x')):\,. \tag{2}$$

Tuttavia, in pratica, verifichiamo che

$$\hat{U}\hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}(\hat{\phi}(x), \partial\hat{\phi}(x))\hat{U}^{-1} = \hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}(\hat{\phi}(x'), \partial\hat{\phi}(x'))\,, \tag{3}$$

cioè che il termine di interazione della (densità di) Lagrangiana sia uno scalare.

L'azione di $\hat{U}$ sui campi della teoria quantizzata è prescritta in analogia con il caso classico: se in quest'ultimo la legge di trasformazione è $\phi'_i(x') = \Lambda_{ij}\phi_j(x)$, in quello quantistico si postula

$$\langle \beta' | \hat{\phi}_i(x') | \alpha' \rangle = \langle \beta | \Lambda_{ij} \hat{\phi}_j(x) | \alpha \rangle\,, \tag{4}$$

dove $|\alpha'/\beta'\rangle = \hat{U}|\alpha/\beta\rangle$ ed $\hat{U}$ è lineare. Da questa si ricava

$$\hat{U}\hat{\phi}_i(x)\hat{U}^{-1} = \Lambda^{-1}_{ij}\hat{\phi}_j(x') \tag{5}$$

Fanno eccezione le inversioni temporali $\hat{T}$: in questo caso gli stati iniziali e finali si scambiano e la trasformazione nel caso classico ha la forma $\phi'(t', \mathbf{x}') = T_0 K \phi(-t, \mathbf{x})$, dove T_0 è lineare e K è l'operatore di coniugazione di complessa; pertanto la relazione postulata precedentemente va modificata nel modo seguente

$$\langle \alpha' | \hat{\phi}(t', \mathbf{x}') | \beta' \rangle = \langle \beta | T_0 \hat{\phi}^\dagger(-t, \mathbf{x}) | \alpha \rangle\,, \tag{6}$$

da cui segue

$$\hat{T}\hat{\phi}(t, \mathbf{x})\hat{T}^{-1} = \left(T_0^\dagger\right)^{-1} \hat{\phi}(-t, \mathbf{x})\,. \tag{7}$$

con $\hat{T}$ anti-unitario (quindi anti-lineare).

Bisogna tener presente che, dal momento che $\hat{U}$ agisce sullo spazio di Hilbert degli stati, esso commuta con gli indici spinoriali e tensoriali (es. $\hat{U}\not{v}\hat{\phi}\hat{U}^{-1} = \not{v}\hat{U}^{-1}\hat{\phi}\hat{U}$); tuttavia, se esso è anti-lineare, allora $\hat{U}a\hat{\phi}\hat{U}^{-1} = a^*\hat{U}\hat{\phi}\hat{U}^{-1}$.

Nel nostro caso, $\mathcal{L}_{\mathrm{I}}$ descrive interazioni tra un generico doppietto pesante T, il doppietto fondamentale H ed i mesoni vettoriali leggeri combinati nella matrice ρ. A questo punto, conviene scrivere la sua espressione più generale all'ordine 0 in $1/m$[1] compatibile con le simmetrie di Lorentz[2] [4], interne e di quark pesante

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}^{(m)} = \int d^4v\; \delta(v^2-1)\theta(v_0) \frac{g_m}{\Lambda^m} \sum_{h,l,l'} \sum_{i,j,k} \Bigg(& \overline{\hat{H}}(x;v)^{\,ij}_{\,lh}\, \hat{T}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x;v)^{\,jk}_{\,hl'}\, \Gamma_{\mu_1\ldots\mu_n}{}^{\nu_1\ldots\nu_m\alpha}(v)^{\,ki} \\ & - \overline{\hat{T}}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x;-v)^{\,ij}_{\,lh}\, \hat{H}(x;-v)^{\,jk}_{\,hl'}\, \Gamma_{\mu_1\ldots\mu_n}{}^{\nu_1\ldots\nu_m\alpha}(-v)^{\,ki} \Bigg) \left(i\hat{D}_{\nu_1}\ldots i\hat{D}_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(x) \right)_{l'l} + (\text{ h.c. })\,, \end{aligned} \tag{8}$$

[1] Più precisamente di ordine 0 sia in $1/m_H$ che $1/m_T$

dove Λ è un parametro con dimensione $+1$, $\mathcal{R}_\alpha$ è la combinazione covariante $\rho_\alpha - V_\alpha$ (V è la corrente vettoriale associata alla simmetria globale di sapore leggero) e $h, (l, l'), (i, j, k)$ sono indici rispettivamente di sapore pesante, leggero e spinoriali.

Si fanno le seguenti osservazioni

- $\mathbf{v}$ appare come un indice di somma continuo o parametro, dunque, fermo restando la sua interpretazione cinematica, non si trasforma.
- A fissato m possono corrispondere più strutture Γ, dunque più termini di interazione, ciascuno con la sua costante di accoppiamento.
- Nel caso classico, l'azione (dunque la Lagrangiana) è una quantità reale, il che comporta che $\hat{\mathcal{L}}$ deve essere Hermitiano e la condizione addizionale

$$\gamma^0 \left(\Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v^\beta)\right)^\dagger \gamma^0 = \Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v^\beta)\,. \tag{10}$$

- Se Γ avesse indici di sapore romperebbe le simmetrie interne: il rovescio di questo fatto è che solo le simmetrie di ri-parametrizzazione e dello spaziotempo (sia continue che discrete) impongono vincoli utili per la determinazione di Γ.

Per poter ricavare questi vincoli, è necessario conoscere le leggi di trasformazione di $\hat{H}$, $\hat{T}$ e $\hat{\mathcal{R}}$, le quali sono determinate dalla relazione (4). Si considerino le trasformazioni del gruppo di Lorentz. Si ha che $\mathcal{R}$ è un vettore, pertanto

$$\hat{\Lambda}\hat{\mathcal{R}}(x)\hat{\Lambda}^{-1} = \Lambda^\top \hat{\mathcal{R}}(\Lambda x)\,, \tag{11}$$

e analogamente si può mostrare che

$$\hat{\Lambda}\left(iD_{\nu_1} \ldots iD_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(x)\right)\hat{\Lambda}^{-1} = \Lambda^{\nu_1'}{}_{\nu_1} \ldots \Lambda^{\nu_m'}{}_{\nu_m}\Lambda^{\alpha'}{}_{\alpha}\left(iD_{\nu_1'} \ldots iD_{\nu_m'}\hat{\mathcal{R}}_{\alpha'}\right)(\Lambda x) \tag{12}$$

invece su H e T agisce il prodotto tensoriale delle rappresentazioni rispettivamente spinoriale ed anti-spinoriale (duale della spinoriale), spinoriale e anti-tensoriale-spinoriale. Dalla definizione

$$H_{hl}(x; v) = \frac{1+\not{v}}{2}\psi_h(x)\overline{\psi}_l(x)\frac{1-\not{v}}{2}\,, \tag{13}$$

si ricava

$$\hat{\Lambda}\hat{H}_{hl}(x; v)\hat{\Lambda}^{-1} = \overline{\Lambda}_{\frac{1}{2}}\hat{H}_{hl}(\Lambda x; \Lambda v)\Lambda_{\frac{1}{2}}\,, \tag{14}$$

tenendo presente che

$$\hat{\Lambda}\hat{\psi}(x)\hat{\Lambda}^{-1} = \overline{\Lambda}_{\frac{1}{2}}\hat{\psi}(\Lambda x)\,, \tag{15}$$

$$\Lambda_{\frac{1}{2}}\gamma^\mu\overline{\Lambda}_{\frac{1}{2}} = \left(\Lambda^\top\gamma\right)^\mu\,. \tag{16}$$

Per T, definito come

$$T_{hl}^{\mu_1 \ldots \mu_n}(x; v) = \frac{1+\not{v}}{2}\psi_h(x)\overline{A}_l^{\mu_1' \ldots \mu_n'}(x)\frac{1-\not{v}}{2}\left(\eta^{\mu_1}{}_{\mu_1'} - v^{\mu_1}v_{\mu_1'}\right)\ldots\left(\eta^{\mu_n}{}_{\mu_n'} - v^{\mu_n}v_{\mu_n'}\right)\,, \tag{17}$$

[2] Tuttavia, non è chiaro come una Lagrangiana nella forma

$$\mathcal{L} = \int \frac{d^3v}{2v_0}\mathcal{L}_v\,, \tag{9}$$

date le relazioni di commutazione (10) in [4] e considerati stati di campi pesanti con velocità fissata, possa fornire elementi di matrice di transizione finiti. Infatti, affinché questi siano finiti, il valore medio tra lo stato iniziale e finale di $\mathcal{L}_v$ deve essere singolare, a causa della integrazione sulle velocità.

il calcolo è analogo e si ottiene

$$\hat{\Lambda}\hat{T}_{lh}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x;v)\hat{\Lambda}^{-1} = \Lambda_{\mu'_1}{}^{\mu_1}\ldots\Lambda_{\mu'_n}{}^{\mu_n}\overline{\Lambda}_{\frac{1}{2}}\hat{T}_{lh}^{\mu'_1\ldots\mu'_n}(\Lambda x;\Lambda v)\Lambda_{\frac{1}{2}}\,, \tag{18}$$

tenendo presente che

$$(\eta^\mu{}_\nu - v^\mu v_\nu)\left(\Lambda^\top\right)^\nu{}_\alpha = \left(\Lambda^\top\right)^\mu{}_\nu\left(\eta^\nu{}_\alpha - v'^\nu v'_\alpha\right) \text{ con } v' = \Lambda v\,. \tag{19}$$

Bisogna notare che, come effetto combinato della presenza dei proiettori di energia e delle leggi di trasformazione, i campi trasformati di H e T sono funzione dei vecchi campi calcolati con il nuovo valore $\mathbf{v}'$ del parametro $\mathbf{v}$.

Pertanto Γ deve soddisfare la seguente

$$\Lambda_{\mu'_1}{}^{\mu_1}\ldots\Lambda_{\mu'_n}{}^{\mu_n}\Lambda^{\nu'_1}{}_{\nu_1}\ldots\Lambda^{\nu'_m}{}_{\nu_m}\Lambda^{\alpha'}{}_\alpha\Lambda_{\frac{1}{2}}\Gamma_{\mu_1\ldots\mu_n}{}^{\nu_1\ldots\nu_m\alpha}(v)\overline{\Lambda}_{\frac{1}{2}} = \Gamma_{\mu'_1\ldots\mu'_n}{}^{\nu'_1\ldots\nu'_m\alpha'}(\Lambda v) \tag{20}$$

Le leggi per trasformazioni discrete si ricavano in maniera analoga, partendo da quelle per uno spinore [1]

$$\hat{C}\hat{\psi}(t,\mathbf{x})\hat{C}^{-1} = C_0\overline{\hat{\psi}}^\top(t,\mathbf{x}) \quad \text{con } C_0 = i\gamma^0\gamma^2\,, \tag{21}$$

$$\hat{P}\hat{\psi}(t,\mathbf{x})\hat{P}^{-1} = P_0\hat{\psi}(t,-\mathbf{x}) \quad \text{con } P_0 = \gamma^0\,, \tag{22}$$

$$\hat{T}\hat{\psi}(t,\mathbf{x})\hat{T}^{-1} = T_0\hat{\psi}(-t,\mathbf{x}) \quad \text{con } T_0 = i\gamma^1\gamma^3\,. \tag{23}$$

Da queste si ricavano le leggi di trasformazione per $\hat{H}$

$$\hat{C}\hat{H}(x^\alpha;v^\beta)\hat{C}^{-1} = C_0\overline{\hat{H}}^\top(x^\alpha;-v^\beta)C_0\,, \tag{24}$$

$$\hat{P}\hat{H}(x^\alpha;v^\beta)\hat{P}^{-1} = P_0\hat{H}(x_\alpha;v_\beta)P_0\,, \tag{25}$$

$$\hat{T}\hat{H}(x^\alpha;v^\beta)\hat{T}^{-1} = T_0\hat{H}(-x_\alpha;v_\beta)T_0\,, \tag{26}$$

e per $\hat{T}$

$$\hat{C}\hat{T}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x^\alpha;v^\beta)\hat{C}^{-1} = C_0\overline{\hat{T}}^{\top\mu_1\ldots\mu_n}(x^\alpha;-v^\beta)C_0\,, \tag{27}$$

$$\hat{P}\hat{T}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x^\alpha;v^\beta)\hat{P}^{-1} = P_0\hat{T}_{\mu_1\ldots\mu_n}(x_\alpha;v_\beta)P_0\,, \tag{28}$$

$$\hat{T}\hat{T}^{\mu_1\ldots\mu_n}(x^\alpha;v^\beta)\hat{T}^{-1} = T_0\hat{T}_{\mu_1\ldots\mu_n}(-x_\alpha;v_\beta)T_0\,. \tag{29}$$

Nel caso della ρ, la legge di trasformazione per parità è quella per un vettore

$$\hat{P}\hat{\rho}^\mu(x^\alpha)\hat{P}^{-1} = \hat{\rho}_\mu(x_\alpha)\,, \tag{30}$$

e lo stesso vale per la inversione temporale

$$\hat{T}\hat{\rho}^\mu(x^\alpha)\hat{T}^{-1} = \hat{\rho}_\mu(-x_\alpha)\,, \tag{31}$$

tenendo sempre presente che, essendo T anti-lineare, quando si valuta $\hat{T}^{-1}\hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}(\hat{H},\hat{T},\hat{\rho})\hat{T}$ bisogna complesso coniugare tutti i coefficienti numerici che compaiono nella espressione di $\hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}$.

Nel caso della coniugazione di carica, bisogna anche trasporre ρ [2], che ha due indici di sapore leggero, in modo da scambiare i mesoni vettoriali con le loro antiparticelle (i mesoni sulla diagonale, ρ^0, ϕ e ω, cambiano solo segno, in accordo al fatto che sono autostati di carica con autovalore -1)

$$\hat{C}\hat{\rho}^\mu(x^\alpha)\hat{C}^{-1} = -\hat{\rho}^{\top\mu}(x^\alpha)\,. \tag{32}$$

Infine, rimangono da chiarire due punti. Il primo è se V abbia le stesse proprietà di trasformazione di ρ (in particolare per coniugazione di carica), in modo che la definizione di $\mathcal{R}$ abbia senso. Il secondo è capire come si trasformi $iD^{\nu_1} \dots iD^{\nu_m}\mathcal{R}^\alpha$, dove D è la derivata covariante che agisce su un oggetto covariante X con due indici di sapore leggero (uno sede della rappresentazione fondamentale ed uno della sua duale)

$$D_\mu X = \partial_\mu X - [X, \rho_\mu] \; . \tag{33}$$

Si tralascia la verifica del primo punto e si assume per buona la definizione di $\mathcal{R}$. Circa il secondo, si osserva che la combinazione $i\partial_\mu$ si trasforma come un vettore per trasformazioni sia continue che discrete, dunque termini del tipo $i\partial^{\nu_1} \dots i\partial^{\nu_m}\mathcal{R}^\alpha$ si trasformano come un tensore. Si può verificare per ricorsione che il termine in cui appare il commutatore in (33) ha le corrette proprietà di trasformazione, pertanto

$$\hat{C}\left(i\hat{D}^{\nu_1} \dots i\hat{D}^{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}^\alpha(t,\mathbf{x})\right)\hat{C}^{-1} = -\left(i\hat{D}^{\nu_1} \dots i\hat{D}^{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}^\alpha(t,\mathbf{x})\right)^\top \; , \tag{34}$$

$$\hat{P}\left(i\hat{D}^{\nu_1} \dots i\hat{D}^{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}^\alpha(t,\mathbf{x})\right)\hat{P}^{-1} = i\hat{D}_{\nu_1} \dots i\hat{D}_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(t,-\mathbf{x}) \, , \tag{35}$$

$$\hat{T}\left(i\hat{D}^{\nu_1} \dots i\hat{D}^{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}^\alpha(t,\mathbf{x})\right)\hat{T}^{-1} = i\hat{D}_{\nu_1} \dots i\hat{D}_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(-t,\mathbf{x}) \, , \tag{36}$$

$$\tag{37}$$

A questo punto è necessario fare una precisazione. Se nella (8) fosse mancato il secondo termine della corrente di doppietto pesante (quello in cui compare $-v$), non sarebbe stato possibile ottenere invarianza per coniugazione di carica (come segnalato dalle leggi di trasformazione di H e T e dal fattore -1 associato a $\mathcal{R}_c$). Questo fatto ha un analogo anche in elettrodinamica, dove è necessario utilizzare la espressione anti-simmetrizzata della corrente fermionica [1] (p. 315)

$$j^\mu = \frac{e}{2}\left[\overline{\psi}, \gamma^\mu \psi\right] \; . \tag{38}$$

Infatti si trova che

$$\hat{C}\hat{\overline{\psi}}\gamma^\mu\hat{\psi}\hat{C}^{-1} = \hat{\psi}^\top\gamma^{\mu\top}\hat{\overline{\psi}}^\top \neq -\hat{\overline{\psi}}\gamma^\mu\hat{\psi} \, , \tag{39}$$

mentre usando la (38) si trova il risultato corretto. Detto questo, in QED non è necessario fare esplicitamente uso della espressione anti-simmetrizzata in quanto si trova che [1] (pp. 134-135)

$$\hat{C} : \hat{\overline{\psi}}\gamma^\mu\hat{\psi} : \hat{C}^{-1} = - : \hat{\overline{\psi}}\gamma^\mu\hat{\psi} : \tag{40}$$

e, dal momento che lo Hamiltoniano è definito con prescrizione di ordinamento normale, si ottiene il risultato corretto $[\hat{C}, \hat{H}] = 0$.

Tuttavia, la prescrizione di ordinamento normale non è utile nel caso della Lagrangiana effettiva in considerazione. Infatti, per effetto dei proiettori di energia nella loro definizione, $\hat{H}(x; v)$ e $\hat{T}(x; v)$ contengono solo gradi di libertà (cioè operatori di creazione e distruzione) di particella e $\hat{H}(x; -v)$ e $\hat{T}(x; -v)$ di antiparticella. Dal momento che l'operatore di coniugazione di carica scambia particelle con antiparticelle, devono apparire entrambi i campi (cioè con v e $-v$) in (8) affinché la Lagrangiana sia uno scalare. In altri termini, bisogna utilizzare esplicitamente la corrente di doppietto pesante anti-simmetrizzata. Da un punto di vista intuitivo, l'espressione anti-simmetrizzata in (8) corrisponde nella analogia con la QED a considerare sia i contributi di corrente elettronica che positronica (con carica opposta). Invece, si osserva che l'inclusione dello Hermitiano coniugato in (8) (richiesta dalla Hermitianità della Lagrangiana) non è coinvolta nella simmetria di carica; infatti, scambia operatori di creazione e distruzione associati agli stessi gradi di libertà e permette di considerare processi in cui H è nello stato iniziale e T nello stato finale e viceversa.

In virtù delle leggi di trasformazione dei campi della teoria, si trovano le seguenti

$$C_0 \Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v^\beta) C_0 = \left(\Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(-v^\beta)\right)^\top , \tag{41a}$$

$$P_0 \Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v^\beta) P_0 = \Gamma^{\mu_1 \ldots \mu_n}{}_{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v_\beta) , \tag{41b}$$

$$T_0 \left(\Gamma_{\mu_1 \ldots \mu_n}{}^{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v^\beta)\right)^* T_0 = \Gamma^{\mu_1 \ldots \mu_n}{}_{\nu_1 \ldots \nu_m \alpha}(v_\beta) . \tag{41c}$$

A questo punto è necessario considerare l'invarianza di ri-parametrizzazione. Questa simmetria è associata alla parametrizzazione dei doppietti pesanti di momento p^μ in arbitrarie velocità fissata $\mathbf{v}$ e momento residuo $\mathbf{k}$, in modo che $p = mv + k$ (m massa del doppietto pesante). La seguente osservazione è di fondamentale importanza: le componenti 0 dei quadrivettori v e k sono positive e fissate dalle condizioni

$$v^2 = 1 , \tag{42}$$

$$p^2 = m^2 , \tag{43}$$

da cui segue

$$v_0 = \sqrt{1 + \|\mathbf{v}\|^2} , \tag{44}$$

$$\frac{k_0}{m} = \sqrt{v_0^2 + 2\left\|\mathbf{v} + \frac{\mathbf{k}}{m}\right\|^2 + \left\|\frac{\mathbf{k}}{m}\right\|^2} - v_0^2 . \tag{45}$$

I parametri v e k si trasformano sotto ri-parametrizzazione di una quantità $\mathbf{q}$ nel modo seguente:

$$(v, k) \to (v + \frac{q}{m}, k - q) , \tag{46}$$

dove la componente 0 di q è fissata dalle condizioni precedenti, dunque

$$\left(v + \frac{q}{m}\right)^2 = 1 . \tag{47}$$

Si osserva che, se le trasformazioni di ri-parametrizzazione fossero definite in termini del generico quadrivettore q invece che del vettore $\mathbf{q}$, la condizione $(v - q/m)^2 = 1$, soddisfatta per ogni v, implicherebbe $q = 0$.

Si riassume brevemente il ragionamento in [3] per un campo pesante scalare ϕ_v. La Lagrangiana più generale possibile[3]

$$\mathcal{L} = \sum_{\mathbf{v}} \mathcal{L}\left(\phi_v(x), v^\mu, iD^\mu\right) , \tag{48}$$

si trasforma sotto ri-parametrizzazione nel modo seguente

$$\mathcal{L}' = \sum_{\mathbf{v}} \mathcal{L}\left(\phi_{v+q/m}, v^\mu, iD^\mu + q^\mu\right) = \sum_{\mathbf{w}} \mathcal{L}\left(\phi_w, w^\mu - \frac{q^\mu}{m}, iD^\mu + q^\mu\right) , \tag{49}$$

fatto da cui discende la prescrizione in [3] per cui v^μ e le derivate dei campi pesanti D^μ devono apparire nella combinazione covariante per trasformazioni di ri-parametrizzazione

$$\mathcal{V}^\mu = v^\mu + \frac{iD^\mu}{m} . \tag{50}$$

[3]Notare che, in accordo alla precisazione precedente, la somma è sui vettori $\mathbf{v}$.

Nel caso di campi pesanti con una struttura tensoriale o spinoriale, questi ultimi vengono ridefiniti in maniera opportuna utilizzando combinazioni di trasformazioni di Lorentz $\Lambda(p/m, u)$, nella opportuna rappresentazione (spinoriale o tensoriale), definite in modo da ruotare u su p/m. In questo modo si ottiene che i campi ridefiniti (dove il momento p appare tramite le derivate iD), per trasformazioni di ri-parametrizzazione, acquistano semplicemente un fattore di fase.

Detto questo, esistono alcune difficoltà nel caso in esame. Per cominciare, il fatto che i campi di doppietto pesante a velocità fissata non vengono ottenuti con una procedura *ab initio* come nel caso dei quark pesanti in HQET; in altri termini non esiste,ad esempio, una Lagrangiana per $H(x)$ ed una definizione di $H(x;v)$ in termini di $H(x)$.

Nonostante questo, si può richiedere ragionevolmente che l'operatore unitario $\hat{R}(\mathbf{q}/m)$ associato alla ri-parametrizzazione di una quantità $\mathbf{q}$ faccia corrispondere a $H(x;v)$ il campo $H(x;v+q/m)$, dunque

$$\hat{R}\left(\frac{\mathbf{q}}{m}\right)\hat{H}(x;v)\hat{R}^{-1}\left(\frac{\mathbf{q}}{m}\right) = \hat{H}(x;v-q/m) \tag{51}$$

ed analogamente per il campo di anti-doppietto $H(x;-v)$, dove in quest'ultimo caso la legge di ri-parametrizzazione è

$$(-v,k) \to (-v - \frac{q}{m}, k-q)\,. \tag{52}$$

Inoltre, la relazione tra $H(x;v-q/m)$ ed $H(x;v)$ può essere ottenuta, a partire dalla definizione di H, usando le trasformazioni di Lorentz $\Lambda(v,p/m)$ e $\Lambda(v',p/m)$ seguendo quanto in [3]

$$H\left(x;v-\frac{q}{m}\right) = e^{-iq\cdot x}\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(v-\frac{q}{m},\frac{p}{m}\right)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{m},v\right)H(x;v)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(v,\frac{p}{m}\right)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{m},v-\frac{q}{m}\right) \tag{53}$$

ed applicando la sostituzione (all'ordine opportuno in $1/m$)

$$\frac{p^\mu}{m} \to \frac{v^\mu + i\frac{D^\mu}{m}}{\left\|v^\mu + i\frac{D^\mu}{m}\right\|}\,. \tag{54}$$

In maniera analoga può essere fatto per T.

Un'altra difficoltà deriva dal fatto che nella teoria che si vuole descrivere appaiono almeno due diversi doppietti di campo pesante (T e H). Infatti, nella legge di ri-parametrizzazione appare la massa di doppietto pesante, che sarà diversa nei due casi. Dunque, affinché la invarianza per ri-parametrizzazione sia compatibile con la regola di super-selezione delle velocità, non è possibile fissare indipendentemente i due momenti residui e dovrà valere

$$\frac{\mathbf{q}_H}{m_H} = \frac{\mathbf{q}_T}{m_T}\,. \tag{55}$$

Con queste precisazioni, è possibile ridefinire i campi di doppietto pesante in modo che acquistino semplicemente una fase per trasformazioni di ri-parametrizzazione

$$\mathcal{H}(x;v) = \Lambda_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{m_H},v\right)H(x;v)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(v,\frac{p}{m_H}\right)\,, \tag{56}$$

$$\mathcal{T}^{\mu_1\dots\mu_n}(x;v) = \Lambda^{\mu_1}{}_{\mu_1'}\left(\frac{p}{m_H},v\right)\dots\Lambda^{\mu_n}{}_{\mu_n'}\left(\frac{p}{m_H},v\right)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{m_H},v\right)\left(T^{\mu_1'\dots\mu_n'}(x;v)\right)\Lambda_{\frac{1}{2}}\left(v,\frac{p}{m_H}\right)\,. \tag{57}$$

In questo modo si può ripercorrere il ragionamento di [3] senza problemi e concludere che Γ deve dipendere da $\mathcal{V}$ e non da v. Pertanto la nuova Lagrangiana sarà nella forma (utilizzando una

Doppietto	H	S	T	X	X'	F
$m_{\min}$	1	0	2	1	3	2

Tabella 1: Valori minimi di m per ogni doppietto.

notazione leggermente più compatta)

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{L}}_{\mathrm{I}}^{(m)} = \int d^4v\ \delta(v^2-1)\theta(v_0)\frac{g_m}{\Lambda^m}\,\mathrm{Tr}\left(\overline{\hat{\mathcal{H}}}(x;\mathcal{V})\hat{\mathcal{T}}^{\mu_1\dots\mu_n}(x;\mathcal{V})\Gamma_{\mu_1\dots\mu_n}{}^{\nu_1\dots\nu_m\alpha}(\mathcal{V})i\hat{D}_{\nu_1}\dots i\hat{D}_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(x)\right)\\ -\,\mathrm{Tr}\left(\overline{\hat{\mathcal{H}}}(x;-\mathcal{V})\hat{\mathcal{T}}^{\mu_1\dots\mu_n}(x;-\mathcal{V})\Gamma_{\mu_1\dots\mu_n}{}^{\nu_1\dots\nu_m\alpha}(-\mathcal{V})i\hat{D}_{\nu_1}\dots i\hat{D}_{\nu_m}\hat{\mathcal{R}}_\alpha(x)\right) + (\text{ h.c. })\,, \quad (58)\end{aligned}$$

Ma a questo punto si ricorda che la Lagrangiana di interazione che si vuole costruire è di ordine 0 in $1/m$. A quest'ordine i campi pesanti ridefiniti coincidono con le loro versioni non-covarianti per ri-parametrizzazione

$$\mathcal{H}(x;v) = H(x;v) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m}\right)\,, \quad (59)$$

$$\mathcal{T}^{\mu_1\dots\mu_n}(x;v) = T^{\mu_1\dots\mu_n}(x;v) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m}\right)\,, \quad (60)$$

e la Lagrangiana più generale possibile non potrà contenere derivate di questi ultimi (che è l'ansatz fatto in partenza nella (8)), dunque Γ torna a dipendere solo da v. Il nodo della questione è che ora l'invarianza per ri-parametrizzazione richiede che

$$\Gamma_{\mu_1\dots\mu_n}{}^{\nu_1\dots\nu_m\alpha}(v) = \Gamma_{\mu_1\dots\mu_n}{}^{\nu_1\dots\nu_m\alpha}\left(v - \frac{q}{m}\right)\,, \quad (61)$$

ovvero che Γ non può dipendere da v. Lo stesso risultato si sarebbe potuto ottenere molto più brevemente invocando direttamente la prescrizione in [3] su v^μ e iD^μ; tuttavia si è preferito ripercorrere i passaggi più in dettaglio per verificare che il caso dei campi di doppietto pesante non costituisce una eccezione rispetto alle considerazioni in [3] ed evidenziare alcuni punti concettualmente rilevanti (es. la condizione (55)).

Le equazioni (61), (10), (20) e (41), costituiscono i vincoli disponibili per stabilire le strutture possibili di Γ. Inoltre, bisogna tener conto delle seguenti proprietà di T:

- T è completamente simmetrico ed a traccia nulla (ovvero è un tensore puro),
- le contrazioni di un indice μ con v o γ sono nulle (trasversalità di T)

e di $\mathcal{R}$ (nei processi ad albero considerati):

- $\mathcal{R}$ coincide con ρ
- $iD_{\nu_1}\dots iD_{\nu_m}$ coincide con $i\partial_{\nu_1}\dots i\partial_{\nu_m}$ e gli indici ν sono completamente simmetrici,
- le contrazioni di un indice ν con α sono nulle (trasversalità di ρ).

Da una verifica diretta, per avere larghezze non nulle ad albero, bisogna considerare strutture fino ad un certo valore minimo di m per ciascun doppietto (tabella 1). Riporto di seguito le possibili strutture per

$$\mathcal{G}_{\mu_1\dots\mu_n} = \sum_{m,k}\frac{g_{m,k}}{\Lambda^m}\,\Gamma^{(k)}{}_{\mu_1\dots\mu_n}{}^{\nu_1\dots\nu_m\alpha}i\partial_{\nu_1}\dots i\partial_{\nu_m}\rho_\alpha\,, \quad (62)$$

fino al valore minimo di m considerato (si sottintende che le costanti di accoppiamento siano diverse per ogni doppietto) e le corrispondenti larghezze di decadimento, dove q è l'impulso del vettore leggero nello stato finale.

Decadimenti di $\tilde{H}$

$$\mathcal{G} = g_0 \not{\rho} + \frac{g_1}{\Lambda} i\not{\partial} \not{\rho}\,, \tag{63}$$

$$\Gamma\left(\tilde{P} \to PV\right) = \frac{m_P \|\mathbf{q}\|^3}{2\pi m_V^2 m_{\tilde{P}}} g_0^2\,, \tag{64}$$

$$\Gamma\left(\tilde{P} \to P^* V\right) = \frac{m_{P^*} \|\mathbf{q}\|^3}{\pi \Lambda^2 m_{\tilde{P}}} g_1^2\,, \tag{65}$$

$$\Gamma\left(\tilde{P}^* \to PV\right) = \frac{m_P \|\mathbf{q}\|^3}{3\pi \Lambda^2 m_{\tilde{P}^*}} g_1^2\,, \tag{66}$$

$$\Gamma\left(\tilde{P}^* \to P^* V\right) = \frac{m_{P^*} \|\mathbf{q}\|^3}{6\pi \Lambda^2 m_V^2 m_{\tilde{P}^*}} \left(3 g_0^2 \Lambda^2 + 4 g_1^2 m_V^2\right)\,. \tag{67}$$

Decadimenti di S

$$\mathcal{G} = g_0 \not{\rho}\,, \tag{68}$$

$$\Gamma\left(P_0^* \to P^* V\right) = \frac{m_{P^*} \|\mathbf{q}\|}{2\pi m_{P_0^*} m_V^2} g_0^2 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\,, \tag{69}$$

$$\Gamma\left(P_1' \to PV\right) = \frac{m_P \|\mathbf{q}\|}{6\pi m_V^2 m_{P_1'}} g_0^2 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\,, \tag{70}$$

$$\Gamma\left(P_1' \to P^* V\right) = \frac{m_{P^*} \|\mathbf{q}\|}{3\pi m_V^2 m_{P_1'}} g_0^2 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\,. \tag{71}$$

Decadimenti di T^μ

$$\mathcal{G}_\mu = g_0 \rho_\mu + \frac{g_{1,1}}{\Lambda} i\not{\partial} \rho_\mu + \frac{g_{1,2}}{\Lambda} i\partial_\mu \not{\rho} + \frac{g_{2,1}}{\Lambda^2} (i\partial)^2 \rho_\mu + \frac{g_{2,2}}{\Lambda^2} \frac{1}{2} \left(i\partial_\mu i\not{\partial} + i\not{\partial} i\partial_\mu\right) \not{\rho}\,, \tag{72}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma\left(P_1 \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\| m_P}{18\pi \Lambda^4 m_{P_1} m_V^2} \Bigg(& (2\Lambda^2 g_{1,1}^2 \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \\
& -4 g_0 \Lambda^2 \left(\Lambda \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(3 g_{1,1} m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2 \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)\right) - g_{2,1} m_V^2 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 \left(-g_{2,2}\right) m_V^2\right) \\
& + \|\mathbf{q}\|^4 \left(2\Lambda^2 g_{1,2}^2 + g_{2,2}^2 m_V^2\right) - 4\Lambda \|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} g_{2,1} m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \\
& + 4\Lambda g_{1,1} \left(\Lambda \|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(g_{2,1} \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 g_{2,2}\right)\right) \\
& + 2 g_{2,1}^2 m_V^4 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + 4 \|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1} g_{2,2} m_V^4 + 2 g_0^2 \Lambda^4 \left(3 m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \Bigg)\,,
\end{aligned} \tag{73}$$

$$\Gamma\left(P_1 \to P^* V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\| m_{P^*}}{18\pi\Lambda^4 m_{P_1} m_V^2} \Bigg(\Lambda^2 g_{1,1}^2 \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)$$

$$+2g_0\Lambda^2 \left(-\Lambda\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(3g_{1,1}m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2 \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)\right) + g_{2,1}m_V^2 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 g_{2,2} m_V^2 \right)$$

$$+ \|\mathbf{q}\|^4 \left(\Lambda^2 g_{1,2}^2 + 5g_{2,2}^2 m_V^2\right) - 2\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} g_{2,1} m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}$$

$$+ 2\Lambda g_{1,1} \left(\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(g_{2,1} \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 g_{2,2}\right) \right)$$

$$+ g_{2,1}^2 m_V^4 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + 2\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1} g_{2,2} m_V^4 + g_0^2 \Lambda^4 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \Bigg), \quad (74)$$

$$\Gamma\left(P_2^* \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^5 m_P}{10\pi\Lambda^4 m_{P_2^*}} g_{2,2}^2 \,, \quad (75)$$

$$\Gamma\left(P_2^* \to P^* V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\| m_{P^*}}{30\pi\Lambda^4 m_{P_2^*} m_V^2} \Bigg(5\Lambda^2 g_{1,1}^2 \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)$$

$$-10g_0\Lambda^2 \left(\Lambda\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(3g_{1,1}m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2 \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)\right) - g_{2,1}m_V^2 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 \left(-g_{2,2}\right) m_V^2 \right)$$

$$+ \|\mathbf{q}\|^4 \left(5\Lambda^2 g_{1,2}^2 + 7g_{2,2}^2 m_V^2\right) - 10\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} g_{2,1} m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}$$

$$+ 10\Lambda g_{1,1} \left(\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{1,2} \left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2 \sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2} \left(g_{2,1} \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + \|\mathbf{q}\|^2 g_{2,2}\right) \right)$$

$$+ 5g_{2,1}^2 m_V^4 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) + 10\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1} g_{2,2} m_V^4 + 5g_0^2 \Lambda^4 \left(3m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) \Bigg). \quad (76)$$

Decadimenti di X^μ

$$\mathcal{G}_\mu = g_0 \rho_\mu + \frac{g_{1,1}}{\Lambda} i\not{\partial}\rho_\mu + \frac{g_{1,2}}{\Lambda} i\partial_\mu \not{\rho} \,, \quad (77)$$

$$\Gamma\left(P_1^* \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 \left(g_{1,1} - g_{1,2}\right)^2 m_P}{18\pi\Lambda^2 m_{P_1^*}} \,, \quad (78)$$

$$\Gamma\left(P_1^* \to P^* V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_{P^*}}{18\pi\Lambda^2 m_{P_1^*} m_V^2} \left(2\left(4g_{1,1}^2 + 7g_{1,2}g_{1,1} + 4g_{1,2}^2\right) m_V^2 + 3\|\mathbf{q}\|^2 \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)^2 \right) \,, \quad (79)$$

$$\Gamma\left(P_2 \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_P}{30\pi\Lambda^2 m_{P_2} m_V^2} \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)^2 \left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right) \,, \quad (80)$$

$$\Gamma\left(P_2 \to P^* V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_{P^*}}{30\pi\Lambda^2 m_{P_2} m_V^2} \left(10\left(g_{1,1}^2 + g_{1,2}g_{1,1} + g_{1,2}^2\right) m_V^2 + 3\|\mathbf{q}\|^2 \left(g_{1,1} + g_{1,2}\right)^2 \right) . \quad (81)$$

Decadimenti di $X'^{\mu\nu}$

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \frac{g_1}{\Lambda}\frac{1}{2}\left(i\partial_\mu\rho_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right) + \frac{g_{2,1}}{\Lambda^2}\frac{1}{2}\left(i\partial_\mu i\partial_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right)\not{\rho} + \frac{g_{2,2}}{\Lambda^2}\frac{1}{4}\left(i\not{\partial} i\partial_\mu\rho_\nu + i\partial_\mu i\not{\partial}\rho_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right)$$
$$+ \frac{g_{3,1}}{\Lambda^3}\frac{1}{2}\left(i\partial\right)^2\left(i\partial_\mu\rho_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right) + \frac{g_{3,2}}{\Lambda^3}\frac{1}{6}\left(i\not{\partial} i\partial_\mu i\partial_\nu + i\partial_\mu i\not{\partial} i\partial_\nu + i\partial_\mu i\partial_\nu i\not{\partial} + \mu \leftrightarrow \nu\right)\not{\rho}\,, \quad (82)$$

$$\Gamma\left(P_2' \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_P}{150\pi\Lambda^6 m_V^2 m_{P_2'}}\Bigg(3\Lambda^2 g_{2,2}^2\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)$$
$$-6g_1\Lambda^2\left(\Lambda\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{2,2}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)\right) - 2\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,2}m_V^2 - g_{3,1}\left(2\|\mathbf{q}\|^2 m_V^2 + 5m_V^4\right)\right)$$
$$+ 2\|\mathbf{q}\|^4\left(3\Lambda^2 g_{2,1}^2 + 2g_{3,2}^2 m_V^2\right) - 12\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}g_{3,1}m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}$$
$$+ 6\Lambda g_{2,2}\left(2\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{3,1}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{3,1} + g_{3,2}\right)\right)\right)$$
$$+ 3g_{3,1}^2 m_V^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right) + 12\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,1}g_{3,2}m_V^4 + 3g_1^2\Lambda^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)\Bigg)\,, \quad (83)$$

$$\Gamma\left(P_2' \to P^*V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_{P^*}}{75\pi\Lambda^6 m_V^2 m_{P_2'}}\Bigg(\Lambda^2 g_{2,2}^2\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)$$
$$+2g_1\Lambda^2\left(-\Lambda\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{2,2}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)\right) + 2\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,2}m_V^2 + g_{3,1}\left(2\|\mathbf{q}\|^2 m_V^2 + 5m_V^4\right)\right)$$
$$+ 2\|\mathbf{q}\|^4\left(\Lambda^2 g_{2,1}^2 + 4g_{3,2}^2 m_V^2\right) - 4\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}g_{3,1}m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}$$
$$+ 2\Lambda g_{2,2}\left(2\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{3,1}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{3,1} + g_{3,2}\right)\right)\right)$$
$$+ g_{3,1}^2 m_V^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right) + 4\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,1}g_{3,2}m_V^4 + g_1^2\Lambda^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)\Bigg)\,, \quad (84)$$

$$\Gamma\left(P_3^* \to PV\right) = \frac{4\|\mathbf{q}\|^7 m_P}{105\pi\Lambda^6 m_{P_3^*}}g_{3,2}^2\,, \quad (85)$$

$$\Gamma\left(P_3^* \to P^*V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^3 m_{P^*}}{210\pi\Lambda^6 m_{P_3^*} m_V^2}\Bigg(7\Lambda^2 g_{2,2}^2\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right)\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)$$
$$-14g_1\Lambda^2\left(\Lambda\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{2,2}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)\right) - 2\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,2}m_V^2 - g_{3,1}\left(2\|\mathbf{q}\|^2 m_V^2 + 5m_V^4\right)\right)$$
$$+ 2\|\mathbf{q}\|^4\left(7\Lambda^2 g_{2,1}^2 + 10g_{3,2}^2 m_V^2\right) - 28\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}g_{3,1}m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}$$
$$+ 14\Lambda g_{2,2}\left(2\Lambda\|\mathbf{q}\|^2 g_{2,1}\left(m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2\right) - m_V^2\sqrt{m_V^2 + \|\mathbf{q}\|^2}\left(5g_{3,1}m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{3,1} + g_{3,2}\right)\right)\right)$$
$$+ 7g_{3,1}^2 m_V^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right) + 28\|\mathbf{q}\|^2 g_{3,1}g_{3,2}m_V^4 + 7g_1^2\Lambda^4\left(5m_V^2 + 2\|\mathbf{q}\|^2\right)\Bigg)\,. \quad (86)$$

Decadimenti di $F^{\mu\nu}$

$$\mathcal{G}_{\mu\nu} = \frac{g_1}{\Lambda}\frac{1}{2}\left(i\partial_\mu\rho_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right) + \frac{g_{2,1}}{\Lambda^2}\frac{1}{2}\left(i\partial_\mu i\partial_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right)\phi + \frac{g_{2,2}}{\Lambda^2}\frac{1}{4}\left(i\partial\!\!\!/ i\partial_\mu\rho_\nu + i\partial_\mu i\partial\!\!\!/\rho_\nu + \mu \leftrightarrow \nu\right) , \tag{87}$$

$$\Gamma\left(P_2'^* \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^5 m_P}{150\pi\Lambda^4 m_{P_2'^*}}\left(g_{2,2} - 2g_{2,1}\right)^2 , \tag{88}$$

$$\Gamma\left(P_2'^* \to P^*V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^5 m_{P^*}}{75\pi\Lambda^4 m_V^2 m_{P_2'^*}}\left(\left(13g_{2,1}^2 + 22g_{2,2}g_{2,1} + 12g_{2,2}^2\right)m_V^2 + 5\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)^2\right) , \tag{89}$$

$$\Gamma\left(P_3 \to PV\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^5 m_P}{105\pi\Lambda^4 m_{P_3} m_V^2}\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)^2\left(7m_V^2 + 3\|\mathbf{q}\|^2\right) , \tag{90}$$

$$\Gamma\left(P_3 \to P^*V\right) = \frac{\|\mathbf{q}\|^5 m_{P^*}}{210\pi\Lambda^4 m_{P_3} m_V^2}\left(7\left(4g_{2,1}^2 + 4g_{2,2}g_{2,1} + 3g_{2,2}^2\right)m_V^2 + 8\|\mathbf{q}\|^2\left(g_{2,1} + g_{2,2}\right)^2\right) . \tag{91}$$

Riferimenti bibliografici

[1] Greiner, Walter, and Joachim Reinhardt. *Field quantization.* Springer Science & Business Media, 2013.

[2] Tyutin, I. V., and B. B. Lokhvitskii. "Charge conjugation of non-Abelian gauge fields." *Soviet Physics Journal* 25.4 (1982): 346-348.

[3] Luke, M. E., and Manohar, A.V. "Reparametrization Invariance Constraints on Heavy Particle Effective Field Theories." *Phys. Lett. B* 286 (1992): 348.

[4] Georgi, Howard. "An effective field theory for heavy quarks at low energies." *Physics Letters B* 240.3-4 (1990): 447-450.