Informatica B - Esercitazione 0

Codifica binaria - ulteriori esercizi

Stefano Cereda
stefano1.cereda@mail.polimi.it

26/09/2017

Politecnico di Milano

Codifica posizionale

La codifica che utilizziamo tutti i giorni è detta posizionale in quanto ogni cifra assume un significato diverso a seconda della posizione occupata:

$23_{10} = 2 * 10^1 + 3 * 10^0 = 20 + 3$

Questo meccanismo può essere utilizzato per trasformare in base dieci un numero espresso in qualsiasi altra base (purchè utilizzi una codifica posizionale semplice):
$110_2 = 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 4 + 2 + 0 = 6_{10}$

Esempi conversione da base 2 a base 10

Ricordando le potenze di 2 (1,2,4,8,16,32,64,128,...) la conversione diventa molto più facile. Basta sommare le potenze in corrispondenza degli uni:

$01101101_2 = 1 + 4 + 8 + 32 + 64 = 109_{10}$

$10010010_2 = 2 + 16 + 128 = 146_{10}$

Basi 8 e 16

Altre basi molto utilizzate in ambito informatico sono la base 8 e la base 16. Questo perchè si può facilmente convertire in base 8 un numero in base 2 considerando blocchi di tre cifre:

$110011_2 \rightarrow 110\ 011 \rightarrow 6\ 3 \rightarrow 63_8$

$011110_2 \rightarrow 011\ 110 \rightarrow 3\ 6 \rightarrow 36_8$

Ovvero, la tripletta 011 si traduce sempre in un 3.

Allo stesso modo, possiamo convertire da base 2 a base 16 considerando quattro bit:

$01101101_2 \rightarrow 0110\ 1101 \rightarrow 6\ 13_{10} \rightarrow 6\ D \rightarrow 6D_{16}$

Le cifre della base 16 sono: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Conversione da base 10 a base 2

Per convertire un numero da base 10 a base 2, dobbiamo dividere il numero fino ad arrivare a 0. Nel farlo teniamo traccia dei resti: letti al contrario ci daranno la codifica in base 2.

$$\begin{array}{c|c} 12 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|c} 12 & 0 \\ 6 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|c} 12 & 0 \\ 6 & 0 \\ 3 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|c} 12 & 0 \\ 6 & 0 \\ 3 & 1 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|c} 12 & 0 \\ 6 & 0 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & \end{array}$$

$12_{10} = 1100_2$

Esempi conversione da base 10 a base 2

Per controllare se si sono fatti errori si può controllare che i resti valgano 1 solo in corrispondenza di numeri dispari. Inoltre, convertendo un numero N, il numero di cifre deve essere inferiore a $\lceil log_2 N \rceil$. Equivalentemente, detto C il numero di cifre utilizzate, si dovrà avere $2^M \geq N$ e $2^{M-1} < N$

27	1
13	1
6	0
3	1
1	1
0	

35	1
17	1
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

42	0
21	1
10	0
5	1
2	0
1	1
0	

73	1
36	0
18	0
9	1
4	0
2	0
1	1
0	

Somme e sottrazioni

Ragionando su singoli bit, le operazioni di somma e sottrazione sono definite nel seguente modo:

0+0	=0
0+1	=1
1+0	=1
1+1	=0 con riporto di 1

0-0	=0
1-0	=1
1-1	=0
0-1	=1 con prestito di 1

(si, sono giuste)

Esercizi di somma

Le somme si eseguono come in base 10. Se alla fine dell'operazione "avanza" un riporto, non possiamo inserire un nuovo bit per tenerne conto, ma dobbiamo segnalare che si è verificato un *overflow*, ovvero una condizione di errore.

$$\begin{array}{cr|c} \text{primo operando} & 1001 & + \\ \text{secondo operando} & 0101 & = \\ \text{riporti} & & \\ \hline \text{risultato} & & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c} 1001 & + \\ 0101 & = \\ 1 & \\ \hline 0 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c} 1001 & + \\ 0101 & = \\ 01 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{r|c} 1001 & + \\ 0101 & = \\ 001 & \\ \hline 110 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c} 1001 & + \\ 0101 & = \\ 001 & \\ \hline 1110 & \end{array}$$

Esercizi di somma

1101	+
0101	=
1101	
0010	OVF

0110	+
1010	=
1110	
0000	OVF

0110	+
0111	=
110	
1101	

10011	+
01101	=
11111	
00000	OVF

010101	+
001010	=
00000	
011111	

010101	+
001111	=
11111	
100100	

Controllo esercizi di somma

Convertiamo le somme in base 10 per trovare eventuali errori:

- $1 + 4 + 16 \quad + \quad 1 + 4 = 21 + 5 = 26 > 2^4 \rightarrow$ OVF
- $2 + 4 \quad + \quad 2 + 8 = 6 + 10 = 16 = 2^4 \rightarrow$ OVF (con 4 bit rappresentiamo 16 valori, ma considerando lo zero 16 diventa il *diciassettesimo*)
- $2 + 4 \quad + \quad 1 + 2 + 4 = 6 + 7 = 13 = 1 + 4 + 8$
- $1 + 2 + 16 \quad + \quad 1 + 4 + 8 = 19 + 13 = 32 = 2^5 \rightarrow$ OVF
- $1 + 4 + 16 \quad + \quad 2 + 8 = 21 + 10 = 31 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16$
- $1 + 4 + 16 \quad + \quad 1 + 2 + 4 + 8 = 21 + 15 = 36 = 4 + 32$