

Compito di Matematica Discreta e Algebra Lineare

13 febbraio 2020

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Scrivere il nome su ogni foglio. Mettere **TASSATIVAMENTE** nei riquadri le risposte, e nel resto del foglio o sul retro lo svolgimento.

Esercizio 1. Si trovino le radici razionali di $p(x) = x^4 - 8x^3 + 25x^2 - 36x + 20$ e si fattorizzi $p(x)$ nell'anello dei polinomi a coefficienti in \mathbb{R} , in \mathbb{C} e in $\mathbb{Z}/(5)$.

Radici razionali

--

Fattori in $\mathbb{R}[x]$

--

Fattori in $\mathbb{C}[x]$

--

Fattori in $\mathbb{Z}/(5)[x]$

--

Esercizio 2. Per quali valori del parametro intero $b \in \mathbb{Z}$ il seguente sistema di congruenze ha soluzione? Si trovino tutte le soluzioni per $b = 4$.

$$\begin{cases} 2x &\equiv 1 \pmod{9} \\ 5x &\equiv b \pmod{6} \\ x &\equiv 7 \pmod{5} \end{cases}$$

Valori di b

--

Soluzione per $b = 4$

--

Esercizio 3. Consideriamo la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

- a) Per quali valori del parametro b la matrice A ha due autovalori uguali?
- b) Per quali valori di b la matrice A è diagonalizzabile?

Risposta a)

Risposta b)

Esercizio 4. Consideriamo lo spazio vettoriale $V = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ costituito delle matrici 2×2 a coefficienti reali.

a) Determinare i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tale che la matrice $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ è contenuta nel sottospazio di generato da

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Sia $f : V \rightarrow V$ l'applicazione lineare che manda le matrici della base standard di V

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rispettivamente in

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & a \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Per quali valori del parametro a , l'applicazione f ha nel nucleo solo la matrice $\mathbf{0} \in \mathbf{V}$?

Risposta a)

Risposta b)