

Compitino di MDAL

14 giugno 2017

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Risolvere le seguenti equazioni di congruenze:

(a) $4x \equiv a \pmod{15}$, dove $a \in \mathbb{Z}$ è un parametro;

(b) $x^2 \equiv 1 \pmod{143}$;

(c) $3^{x+2} \equiv 5 \pmod{7}$.

Per quali valori di a il sistema con le equazioni (a), (b), (c) ammette soluzione?

Esercizio 2. Si consideri lo spazio vettoriale \mathbb{F}^3 , dove \mathbb{F} è un campo. Sia $L : V \rightarrow V$ una applicazione lineare che, rispetto alla base standard, è rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Trovare una base per $\text{Ker } L$ e $\text{Imm } L$ nel caso in cui $\mathbb{F} = \mathbb{R}$.
2. Trovare la dimensione di $\text{Ker } L$ e $\text{Imm } L$ nel caso in cui $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2$.
3. Trovare la dimensione di $\text{Ker } L$ e $\text{Imm } L$ nel caso in cui $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_3$.

In quale o quali dei casi precedenti $\text{Ker } L$ e $\text{Imm } L$ sono in somma diretta?

L'applicazione L è diagonalizzabile nel caso $\mathbb{F} = \mathbb{R}$?

L'applicazione L è diagonalizzabile nel caso $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2$?