

AL/Autovalori/2020-06-18

1. Autovalori

Sia $a \in \mathbb{R}$ un parametro reale e si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3a & a \\ 0 & 9 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- (a) **Quanti** sono i valori possibili di a per i quali A è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?

Risposta: ☒

- (b) Per $a = 0$, trovare un valore **positivo** di b tale che

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ b \end{pmatrix}$$

sia un autovettore di A .

Risposta: ☒

- (c) Per $a = 0$, trovare $b \in \mathbb{R}$ tale che il sottospazio di \mathbb{R}^3

$$V = \text{Span} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ b \end{pmatrix}^\perp$$

sia un autospazio di A .

Risposta: ☒

2. Autovalori

Sia $a \in \mathbb{R}$ un parametro reale e si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 10 & a & 3a \\ 0 & 9 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- (a) **Quanti** sono i valori possibili di a per quali A è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?

Risposta: ☒

- (b) Per $a = 0$, trovare un valore **negativo** di b tale che

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$$

sia un autovettore di A .

Risposta: ☒

- (c) Per $a = 0$, trovare b tale che il sottospazio di \mathbb{R}^3

$$V = \text{Span} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}^\perp$$

sia un autospazio di A .

Risposta: ☒

AL/Matrice/2020-06-18

1. Matrice

Sia V lo spazio dei polinomi $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \in \mathbb{R}[x]$ di grado ≤ 4 e sia $\phi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$\phi(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) \\ f'(2) \\ f''(3) \end{pmatrix}.$$

dove si ricorda che $f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3$ e $f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2$.

- (a) Il vettore

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

è contenuto nell'immagine di ϕ ?

Sì	<input checked="" type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

- (b) Fissiamo basi in V e \mathbb{R}^3 e sia M la matrice di ϕ rispetto a queste basi. Qual è il rango di M ?

Risposta: ☒

(c) Le colonne di M sono linearmente dipendenti?

Sì ✓
No

Le righe di M sono linearmente dipendenti?

Sì
No ✓

2. Matrice

Sia V lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado ≤ 5 , e sia $\phi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$\phi(f) = \begin{pmatrix} f(1) \\ f'(0) \\ f''(-1) \end{pmatrix},$$

dove si ricorda che $f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3$ e $f''(x) = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2$.

(a) Il vettore

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

è contenuto nell'immagine di ϕ ?

Sì ✓
No

(b) Fissiamo basi in V e \mathbb{R}^3 e sia M la matrice di ϕ rispetto a questi basi. Qual è il rango di M ?

Risposta:

3 ✓

(c) Le colonne di M sono linearmente indipendenti?

Sì
No ✓

 Le righe

di M sono linearmente indipendenti?

Sì ✓
No

MD/Counting/2020-06-18

1. Counting

Quanti sono i numeri $n \in \mathbb{N}$ tali che $\text{MCD}(12, n) = 12$ e $\text{mcm}(30^4, n) = 30^4$?

Risposta:

60 ✓

2. **Counting**

Quanti sono i numeri $n \in \mathbb{N}$ tali che $\text{MCD}(45, n) = 45$ e $\text{mcm}(30^6, n) = 30^6$?

Risposta: ☒

3. **Counting**

Quanti sono i numeri $n \in \mathbb{N}$ tali che $\text{MCD}(24, n) = 24$ e $\text{mcm}(42^6, n) = 42^6$?

Risposta: ☒

4. **Counting**

Quanti sono i numeri $n \in \mathbb{N}$ tali che $\text{MCD}(36, n) = 36$ e $\text{mcm}(30^4, n) = 30^4$?

Risposta: ☒

MD/Congruenze/2020-06-18

1. **Congruenza**

Trovare le soluzioni della congruenza $(3+x)^5 \equiv 2 \pmod{5}$. Scrivere la soluzione nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv$ ☒ $(\text{mod }$ ☒ $)$

2. **Congruenza**

Trovare le soluzioni della congruenza $(3+x)^7 \equiv 2 \pmod{7}$. Scrivere la soluzione nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv$ ☒ $(\text{mod }$ ☒ $)$

3. **Congruenza**

Trovare le soluzioni della congruenza $(3+x)^{11} \equiv 2 \pmod{11}$. Scrivere la soluzione nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv$ ☒ $(\text{mod }$ ☒ $)$

4. **Congruenza**

Trovare le soluzioni della congruenza $(3+x)^{13} \equiv 2 \pmod{13}$. Scrivere la soluzione nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv$ ☒ $(\text{mod }$ ☒ $)$

MD/Polinomi/2020-06-18

1. Polinomi

Trovare $a \in \mathbb{R}$ tale che il polinomio $x^3 + ax^2 + x + 3$ sia divisibile per $(x^2 + 1)$ in $\mathbb{R}[x]$.

Soluzione: $a =$ ☒

2. Polinomi

Trovare $a \in \mathbb{R}$ tale che il polinomio $x^3 + ax^2 + x + 6$ sia divisibile per $(x^2 + 1)$ in $\mathbb{R}[x]$.

Soluzione: $a =$ ☒

3. Polinomi

Trovare $a \in \mathbb{R}$ tale che il polinomio $x^3 - x^2 + x + a$ sia divisibile per $(x^2 + 1)$ in $\mathbb{R}[x]$.

Soluzione: $a =$ ☒

4. Polinomi

Trovare $a \in \mathbb{R}$ tale che il polinomio $x^3 + 4x^2 + x + a$ sia divisibile per $(x^2 + 1)$ in $\mathbb{R}[x]$.

Soluzione: $a =$ ☒

MD/Numeri-Complessi/2020-06-18

1. Numeri complessi

Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{10i}{3+i}$ sia uguale ad $a + bi$.

Soluzione: $a =$ ☒, $b =$ ☒

2. Numeri complessi

Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{25i}{4+3i}$ sia uguale ad $a + bi$.

Soluzione: $a =$ ☒, $b =$ ☒

3. Numeri complessi

Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{1-i}{1+i}$ sia uguale ad $a + bi$.

Soluzione: $a =$ ☒, $b =$ ☒

4. **Numeri complessi**

Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che il numero complesso $\frac{10i}{1-2i}$ sia uguale ad $a + bi$.

Soluzione: $a = \boxed{-4 \quad \checkmark}, b = \boxed{2 \quad \checkmark}$