

**Compitino di Matematica Discreta e Algebra Lineare**

6 Giugno 2019

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

IMPORTANTE: Scrivere il nome su ogni foglio. Mettere **TASSATIVAMENTE** nei riquadri le risposte, e nel resto del foglio o sul retro lo svolgimento.

**Esercizio 1.** Sia  $p(x) = x^6 + 1$ .

- a) Si fattorizzi  $p(x)$  in  $\mathbb{Q}[x]$  in fattori irriducibili.
- b) Si fattorizzi  $p(x)$  in  $\mathbb{R}[x]$  in fattori irriducibili.
- c) Si fattorizzi  $p(x)$  in  $\mathbb{Z}/(3)[x]$  in fattori irriducibili.

Risposta a)

--

Risposta b)

--

Risposta c)

--

**Esercizio 2.** Consideriamo una matrice reale simmetrica  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix}$  tale che il determinante

di  $A$  è 12 e  $\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ .

Si calcolino se possibile:

- a) gli autovalori di  $A$ ;
- b) la dimensione di  $\ker(A - 2I)$ ;

oppure si stabilisca che le informazioni non sono sufficienti.

Risposta a)

Risposta b)

**Esercizio 3.** Consideriamo in  $\mathbb{R}^4$  i vettori  $u = (1, -1, 2, -1)$  e  $v = (2, \lambda, 4, -2)$  dove  $\lambda \in \mathbb{R}$  è un parametro. Sia  $U$  il sottospazio ortogonale a  $u$ , e  $V$  il sottospazio ortogonale a  $v$  in  $\mathbb{R}^4$ .

- a) Per quali valori di  $\lambda$  l'intersezione  $U \cap V$  ha dimensione 2?
- b) Per quali valori di  $\lambda$  si ha  $U + V \neq \mathbb{R}^4$ ?

Risposta a)

Risposta b)

**Esercizio 4.** Consideriamo l'insieme  $\mathbb{N}_{30}$  dei numeri interi da 1 a 30 inclusi e una coppia ordinata  $(A, B)$  di sottoinsiemi  $A \subseteq \mathbb{N}_{30}$  e  $B \subseteq \mathbb{N}_{30}$ .

- a) Quanti sono tutte le possibili coppie  $(A, B)$ ?
- b) Quante sono le coppie  $(A, B)$  tali che  $A$  e  $B$  hanno entrambi cardinalità 5 e la loro intersezione  $A \cap B$  ha un solo elemento?
- c) Quante sono le coppie  $(A, B)$  tali che nessun elemento di  $A$  è congruo modulo 3 a qualche elemento di  $B$ ?

Risposta a)

Risposta b)

Risposta c)