

Compito di MDAL

2 Febbraio 2017

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere a matita. Motivare in modo chiaro le risposte.

Esercizio 1.

Siano $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ e $v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- Si trovi un vettore $v \in \mathbb{R}^3$ ortogonale a v_1 e v_2 .
- Si trovi una base ortogonale (q_1, q_2) di $V = \text{span}\{v_1, v_2\}$.
- Si completi q_1, q_2 a una base ortogonale di \mathbb{R}^3 .

Esercizio 2.

Rispondere alle seguenti domande motivando la risposta.

- a. Si trovi una matrice 2×2 a coefficienti reali che non è diagonalizzabile su \mathbb{R} ma è diagonalizzabile su \mathbb{C} .
- b. Si trovi una matrice 2×2 a coefficienti reali tale che $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sia un suo autovettore di autovalore $\lambda_1 = 5$.
- c. Esiste una matrice 3×3 a coefficienti reali con un autovalore $\lambda_1 = 5$ di molteplicità geometrica 2 e un autovalore $\lambda_2 = 4$ anch'esso di molteplicità geometrica 2?

Esercizio 3.

- a. Fattorizzare il polinomio $x^3 + 2x^2 + x + 2$ in \mathbb{R} , in \mathbb{C} e in $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$.
- b. Quanti sono i polinomi di grado 3 (non necessariamente monici) in $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$ con tre radici distinte?

Esercizio 4.

Trovare la minima soluzione positiva $d \in \mathbb{Z}$ della congruenza $7d \equiv 1 \pmod{60}$.
Una volta determinato d , si calcoli il resto di 40^{7d} modulo 77.