

Compito di Matematica Discreta e Algebra Lineare

13 Febbraio 2019

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Scrivere il nome su ogni foglio. Mettere **TASSATIVAMENTE** nei riquadri le risposte, e nel resto del foglio lo svolgimento.

Esercizio 1. Fattorizzare il polinomio $x^8 - 1$ su $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

su \mathbb{Q}

--

su \mathbb{R}

--

su \mathbb{C}

--

Esercizio 2. 1) Determinare per quali valori del parametro intero a il seguente sistema di congruenze ammette soluzioni intere. 2) Trovare tutte le soluzioni per $a = -3$.

$$\begin{cases} ax \equiv 6 \pmod{15} \\ 4x \equiv a \pmod{15} \end{cases}$$

per quali a ha soluzione?

soluzioni per $a = -3$

Esercizio 3. Consideriamo \mathbb{R}^3 col prodotto scalare standard. Sia $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che nella base standard è rappresentata dalla matrice

$$[A] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) Trovare gli autovalori di A .
- 2) Trovare una base ortonormale di \mathbb{R}^3 che diagonalizzi A .

Autovalori

Base

Esercizio 4. Consideriamo la matrice a coefficienti in \mathbb{R}

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Sia V lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti in \mathbb{R} . Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine dell'applicazione lineare $L : V \rightarrow V$ tale che per ogni matrice X vale

$$L(X) = XB - BX$$

dimensione nucleo

dimensione immagine