

Compito di Matematica Discreta e Algebra Lineare

10 Luglio 2019

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Scrivere il nome su ogni foglio. Mettere TASSATIVAMENTE nei riquadri le risposte, e nel resto del foglio o sul retro lo svolgimento.

Esercizio 1. Consideriamo il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{26} \\ 3^x \equiv 3 \pmod{11} \end{cases}.$$

Determinare: (a) le soluzioni della prima congruenza; (b) le soluzioni della seconda congruenza; (c) le soluzioni del sistema; (d) il numero di soluzioni x del sistema che soddisfano $0 \leq x \leq 1000$.

Risposta a)

--

Risposta b)

--

Risposta c)

--

Risposta d)

--

- Esercizio 2.** a) Trovare due numeri reali a e b tali che $\frac{-i}{3i+4} = a + bi$, dove $i = \sqrt{-1}$.
- b) Consideriamo un polinomio monico di terzo grado a coefficienti reali $x^3 + bx^2 + cx + d$ e supponiamo che sia 1 sia i siano radici del polinomio. Determinare i coefficienti b, c, d .

Risposta a)

Risposta b)

Esercizio 3. Sia $A = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$ e sia $B \subseteq \mathbb{R}^3$ il nucleo dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = 3x + 5y + 2z$. Determinare: (a) la dimensione dello spazio vettoriale $A + B$; (b) la dimensione dello spazio vettoriale $A \cap B$; (c) una base di $A \cap B$.

Risposta a)

Risposta b)

Risposta c)

Esercizio 4. Sia r un parametro reale, e consideriamo la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ r & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Per quali valori di r la matrice ha esattamente 3 autovalori reali distinti?
- b) Nel caso in cui ci siano 3 autovalori reali distinti, calcolare la dimensione dell'autospazio associato all'autovalore 1.
- c) Per quali valori di r la matrice è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?

Risposta a)

Risposta b)

Risposta c)