

Prima parte del Compito di MDAL

10 luglio 2017

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Dato un insieme X di 10 elementi, quante sono le funzioni $f : X \rightarrow X$ la cui immagine ha esattamente 2 elementi?

Esercizio 2. Per quali valori del parametro a la retta in \mathbb{R}^2 di equazione $2x + ay$ contiene un vettore non nullo ortogonale a $(3, 4)$?

Esercizio 3. Per quanti valori di $a \in \mathbb{Z}$ il polinomio $x^3 + ax + 5$ è riducibile in $\mathbb{Q}[x]$?

Esercizio 4. Sia A la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Trovare una matrice M tale che $M^{-1}AM$ sia in forma diagonale.

Esercizio 5. Determinare per quanti valori del parametro b , con $0 \leq b < 315$ il sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv 7 & (\text{mod } 15) \\ x \equiv b & (\text{mod } 21) \end{cases}$$

è risolubile.

Esercizio 6. Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V sul campo \mathbb{C} . Sapendo che $T^2 = -I$ e che T non è un multiplo dell'identità, indicare quali fra i seguenti numeri sono autovalori di T :

$$1, 0, -1, 2, -2, i, -i, 2i, -2i, 1+i, 1-i$$