

AL/Autovalori/2020-07-09

1. Autovalori

- (a) Determinare il valore del parametro b in modo tale che la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & b & 7 & 6 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

abbia esattamente 3 autovalori uguali.

Soluzione: $b =$

1	✓
---	---

- (b) Stabilire se con il valore di b trovato sopra la matrice è diagonalizzabile.

Risposta:

Sì
No ✓

2. Autovalori

- (a) Determinare il valore del parametro b in modo tale che la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 5 & 8 \\ b & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

abbia esattamente 3 autovalori uguali.

Soluzione: $b =$

1	✓
---	---

- (b) Stabilire se con il valore di b trovato sopra la matrice è diagonalizzabile.

Risposta:

Sì
No ✓

AL/Indipendenza/2020-07-09

1. Indipendenza

Stabilire se per i seguenti valori del parametro a le matrici

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

sono linearmente indipendenti nello spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti reali.

(a) Per $a = 0$?

Sì ✓
No

(b) Per $a = -1$?

Sì ✓
No

(c) Per nessun valore di a ?

Sì
No ✓

(d) Per ogni valore di a ?

Sì ✓
No

2. Indipendenza

Stabilire se per i seguenti valori del parametro a le matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & a \end{pmatrix}$$

sono linearmente dipendenti nello spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti reali.

(a) Per $a = 1$?

Sì
No ✓

(b) Per $a = -2$?

Sì
No ✓

(c) Per nessun valore di a ?

Sì ✓
No

(d) Per ogni valore di a ?

Sì
No ✓

AL/Ortogonale/2020-07-09

1. Ortogonale

Si consideri la matrice 3×2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Trovare un vettore

$$v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

in \mathbb{R}^3 con le proprietà:

- (a) $x_1 \leq x_2 \leq x_3$;
- (b) la norma di v è uguale a 3;
- (c) v è ortogonale allo spazio delle colonne di A .

Soluzione: $x_1 = \boxed{-2 \quad \checkmark}$, $x_2 = \boxed{-1 \quad \checkmark}$, $x_3 = \boxed{2 \quad \checkmark}$

2. Ortogonale

Si consideri la matrice 3×2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Trovare un vettore

$$v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

in \mathbb{R}^3 con le proprietà:

- (a) $x_1 \leq x_2 \leq x_3$;
- (b) la norma di v è uguale a 3;
- (c) v è ortogonale allo spazio delle colonne di A .

Soluzione: $x_1 = \boxed{-2 \quad \checkmark}$, $x_2 = \boxed{1 \quad \checkmark}$, $x_3 = \boxed{2 \quad \checkmark}$

MD/Counting/2020-07-09

1. Counting

Una targa automobilistica è composta da due lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere), seuite da tre cifre da 0 a 9, e poi ancora da due lettere. Sia n il numero delle targhe che non hanno lettere o numeri adiacenti uguali.

- (a) Calcolare il massimo esponente a tale che 5^a divide n .
- (b) Calcolare il massimo esponente b tale che 3^b divide n .

Soluzione: $a = \boxed{5 \quad \checkmark}$, $b = \boxed{4 \quad \checkmark}$

2. Counting

Una targa automobilistica è composta da due lettere dell'alfabeto inglese (26 lettere), seuite da tre cifre da 0 a 9, e poi ancora da due lettere. Sia n il numero delle targhe che non hanno lettere o numeri adiacenti uguali.

- (a) Calcolare il massimo esponente a tale che 2^a divide n .
- (b) Calcolare il massimo esponente b tale che 3^b divide n .

Soluzione: $a = \boxed{3 \quad \checkmark}$, $b = \boxed{4 \quad \checkmark}$

MD/Congruenza/2020-07-09

1. Congruenza

Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 3^x \equiv 8^{72} \pmod{11} \\ 5x \equiv 6 \pmod{12} \end{cases}$$

Scrivere la risposta nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv \boxed{42 \quad \checkmark} \pmod{\boxed{60 \quad \checkmark}}$

2. Congruenza

Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 5^x \equiv 6^{52} \pmod{11} \\ 7x \equiv 1 \pmod{12} \end{cases}$$

Scrivere la risposta nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv \boxed{7 \quad \checkmark} \pmod{\boxed{40 \quad \checkmark}}$

3. Congruenza

Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} 3^x \equiv 5^{71} \pmod{17} \\ 5x \equiv 2 \pmod{9} \end{cases}$$

Scrivere la risposta nella forma $x \equiv a \pmod{m}$ con $0 \leq a < m$.

Soluzione: $x \equiv \boxed{67 \quad \checkmark} \pmod{\boxed{144 \quad \checkmark}}$

MD/Ricorrenza/2020-07-09

1. Ricorrenza

Consideriamo una successione di interi $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ che verifica la ricorrenza lineare $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$. Si scelgano i valori iniziali a_0 ed a_1 in modo tale che $a_3 = 24$ e $a_4 = 48$.

Soluzione: $a_0 = \boxed{3 \quad \checkmark}$, $a_1 = \boxed{6 \quad \checkmark}$

2. Ricorrenza

Consideriamo una successione di interi $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ che verifica la ricorrenza lineare $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n$. Si scelgano i valori iniziali a_0 ed a_1 in modo tale che $a_2 = 11$ e $a_3 = 29$.

Soluzione: $a_0 = \boxed{3 \quad \checkmark}$, $a_1 = \boxed{5 \quad \checkmark}$

MD/Polinomi/2020-07-09

1. Polinomi

Trovare un parametro intero a tale che il polinomio $x^6 + ax^3 - 4$ sia divisibile per $x^3 + 4$.

Soluzione: $a =$

3	✓
---	---

2. Polinomi

Trovare un parametro intero a tale che il polinomio $x^6 + ax^3 - 8$ sia divisibile per $x^3 + 4$.

Soluzione: $a =$

2	✓
---	---

3. Polinomi

Trovare un parametro intero a tale che il polinomio $x^6 + x^3 + a$ sia divisibile per $x^3 + 4$.

Soluzione: $a =$

-12	✓
-----	---