PTC2324: Processamento Digital de Sinais I

Respostas: Lista de exercícios 6

MDM,FRMP-2014;ASP-2012

1. $|\alpha| < \frac{3}{5}$.

2. $$H_{\text{mín}}(z) = \frac{(1-\frac{1}{2}z^{-1})}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})} \xrightarrow{\mathrm{T}z^{-1}} h_{\text{mín}}(n) = \delta(n) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n-1).$$

3. (b)
   - $x_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$ e $x_2(n) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$ são sequências de fase mínima, e $x_3(n) = x_1(n) + x_2(n)$ também é uma sequência de fase mínima.
   - $x_1(n) = 10\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$ e $x_2(n) = -10\left(\frac{1}{5}\right)^n u(n)$ são sequências de fase mínima, mas $x_3(n) = x_1(n) + x_2(n)$ não é uma sequência de fase mínima (pois possui um zero em $z = +\infty$).

4. (a)
$$H(z) = \underbrace{\left[-2(1-0{,}75z^{-1})\right]}_{=H_{\text{mín1}}(z)} \underbrace{\left[\frac{z^{-1}-0{,}5}{z^{-1}(1-0{,}5z^{-1})}\right]}_{=H_{\text{ap}}(z)}.$$

   A menos de fatores de escala, esta decomposição é única.

   (b)
$$H(z) = \underbrace{\left[\frac{1-0{,}75z^{-1}}{(1-0{,}5z^{-1})^2}\right]}_{=H_{\text{mín2}}(z)} \underbrace{\left[\frac{(1-2z^{-1})(1-0{,}5z^{-1})}{z^{-1}}\right]}_{=H_{\text{lp}}(z)}.$$

   A menos de fatores de escala, esta decomposição é única.

5. (a)
$$H(z) = \underbrace{\left[-9\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)^2\right]}_{=H_{\text{mín}}(z)} \underbrace{\left[\frac{z^{-2}-\frac{1}{9}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1+\frac{1}{3}z^{-1})}\right]}_{=H_{\text{ap}}(z)}.$$

   A menos de fatores de escala, esta decomposição é única.

   (b) Sim, pois $H_{\text{mín}}(z)$ só possui polos na origem.

   (c) $H_{\text{mín}}(z)$ não é um sistema de fase linear generalizada pois não possui zeros em pares recíprocos conjugados. $H(z)$ pode ser representado como uma cascata de um sistema de fase linear generalizada $H_{\text{lin}}(z)$ e um sistema passa tudo $H_{\text{ap2}}(z)$, como mostrado a seguir:
$$H(z) = \underbrace{\left[\frac{z^{-2}(z^{-1}-\frac{1}{3})}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right]}_{=H_{\text{ap2}}(z)} \underbrace{\left[-3\frac{\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1+3z^{-1}\right)}{z^{-2}}\right]}_{=H_{\text{lin}}(z)}.$$

   Outras possíveis decomposições:
$$H(z) = \underbrace{\left[\frac{z^{-1}(z^{-1}-\frac{1}{3})}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right]}_{=H_{\text{ap2}}(z)} \underbrace{\left[-3\frac{\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1+3z^{-1}\right)}{z^{-1}}\right]}_{=H_{\text{lin}}(z)},$$

e

$$H(z) = \underbrace{\left[\frac{(z^{-1}-\frac{1}{3})}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}\right]}_{=H_{\text{ap2}}(z)} \underbrace{\left[-3\left(1+\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1+3z^{-1}\right)\right]}_{=H_{\text{lin}}(z)}.$$

6. (a) É passa tudo.

   (b)

$$h_{\text{mín}}(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n),$$

$$h_{\text{máx}}(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1),$$

$$h_d(n) = \frac{1}{2}\delta(n-2).$$

7. (e)

8. (a) Verdadeiro para: (c) e (d).

   (b) Verdadeiro para: (a), (b) e (c).

9. Os valores de α e β são mostrados na tabela a seguir:

Tipo	**Simetria**	**$(M+1)$**	**Forma de $A(e^{j\omega})$**	**α**	**β**
I	Simétrico	Ímpar	$\sum_{n=0}^{\frac{M}{2}} a(n)\cos(\omega n)$	$\frac{M}{2}$	0
II	Simétrico	Par	$\sum_{n=1}^{\frac{M+1}{2}} b(n)\cos\left(\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right)$	$\frac{M}{2}$	0
III	Antissimétrico	Ímpar	$\sum_{n=1}^{\frac{M}{2}} c(n)\sin(\omega n)$	$\frac{M}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
IV	Antissimétrico	Par	$\sum_{n=1}^{\frac{M+1}{2}} d(n)\sin\left(\omega\left(n-\frac{1}{2}\right)\right)$	$\frac{M}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

Além disso,

$$a(n) = \begin{cases} h(\frac{M}{2}), & \text{se } n=0 \\ 2h(\frac{M}{2}-n), & \text{se } 1 \leq n \leq \frac{M}{2} \end{cases}$$

$$b(n) = 2h\left(\frac{M+1}{2}-n\right) \quad \text{para} \quad 1 \leq n \leq \frac{M+1}{2},$$

$$c(n) = 2h\left(\frac{M}{2}-n\right) \quad \text{para} \quad 1 \leq n \leq \frac{M}{2},$$

$$d(n) = 2h\left(\frac{M+1}{2}-n\right) \quad \text{para} \quad 1 \leq n \leq \frac{M+1}{2}.$$

10. (a) Tipo I ($M = 2$):

$$A(e^{j\omega}) = 1 + 4\cos(\omega),$$
$$\alpha = 1 \quad \text{e} \quad \beta = 0.$$

(b) Não é de fase linear generalizada.

(c) Tipo I ($M = 2$):

$$A(e^{j\omega}) = 3 + 2\cos(\omega),$$
$$\alpha = 1 \quad \text{e} \quad \beta = 0.$$

(d) Tipo II ($M = 1$):

$$A(e^{j\omega}) = 2\cos\left(\frac{\omega}{2}\right),$$
$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \beta = 0.$$

(e) Tipo III ($M = 2$):

$$A(e^{j\omega}) = 2\sin(\omega),$$
$$\alpha = 1 \quad \text{e} \quad \beta = \frac{\pi}{2}.$$

11.
- $\text{grd}[H_1(e^{j\omega})] = 2$.
- $\text{grd}[H_2(e^{j\omega})] = \frac{3}{2}$.
- $\text{grd}[H_3(e^{j\omega})] = 2$.
- $\text{grd}[H_4(e^{j\omega})] = 3$.
- $\text{grd}[H_5(e^{j\omega})] = 3$.
- $\text{grd}[H_6(e^{j\omega})] = \frac{7}{2}$.

12. (a)

$$H_c(z) = H_{\text{mín}}^{-1}(z) = \frac{1}{H_{\text{mín}}(z)}.$$

(b)

$$H_c(z) = H_{\text{mín}}^{-1}(z) = \frac{1}{H_{\text{mín}}(z)} \quad \Rightarrow \quad G(z) = H_{\text{ap}}(z).$$

(c)

$$H_{\text{ap}}(z) = G(z) = \frac{(z^{-1} - \frac{5}{6}e^{j0,7\pi})(z^{-1} - \frac{5}{6}e^{-j0,7\pi})}{(1 - \frac{5}{6}e^{j0,7\pi}z^{-1})(1 - \frac{5}{6}e^{-j0,7\pi}z^{-1})},$$

$$H_{\text{mín}}(z) = \frac{36}{25}(1 - 0{,}8e^{j0,3\pi}z^{-1})(1 - 0{,}8e^{-j0,3\pi}z^{-1})\left(1 - \frac{5}{6}e^{j0,7\pi}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{5}{6}e^{-j0,7\pi}z^{-1}\right),$$

$$H_c(z) = \frac{\frac{25}{36}}{(1 - 0{,}8e^{j0,3\pi}z^{-1})(1 - 0{,}8e^{-j0,3\pi}z^{-1})\left(1 - \frac{5}{6}e^{j0,7\pi}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{5}{6}e^{-j0,7\pi}z^{-1}\right)}.$$