PTC5005 – Processamento Digital de Sinais I

Terceira Provinha (19/03/2019)

Nome:____

Sem consulta e com duração de 30 minutos.

Considere um sistema definido pela seguinte equação de diferenças

$$y(n) = 1{,}8x(n) + 1{,}8x(n-2) - 0{,}8y(n-2).$$

Pede-se:

a) (1,0) Apresente um diagrama de blocos consistindo de atrasos, multiplicadores e somadores que implementa o sistema. Trata-se de um sistema FIR ou IIR? Justifique

b) (3,0) Obtenha uma expressão analítica para sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$ em função de exponenciais complexas em ω. Calcule o módulo e a fase da resposta em frequência nas frequências normalizadas $\omega = 0$, $\omega = \pi/2$, e $\omega = \pi$ rad/amostra.

c) (2,0) Determine a saída $y(n)$ quando a entrada é

$$x(n) = 2 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right) + \mathrm{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$$

d) (1,0) Se um sinal co-senoidal de tempo contínuo dado por

$$x_c(t) = 2\cos\left(2\pi 60t + \frac{\pi}{3}\right)$$

fosse amostrado com $f_a = 240$ Hz e o correspondente sinal de tempo discreto entrasse no sistema, qual seria o sinal de saída?

e) (1,0) Baseado nos resultados obtidos nos itens anteriores, para que você usaria esse sistema? Justifique.

f) (2,0) Considere agora que o sistema anterior foi substituído pelo descrito pela seguinte equação de diferenças

$$y(n) = x(n) + x(n-1).$$

Determine a saída $y(n)$ desse novo sistema quando a entrada é

$$x(n) = 2 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right).$$

Formulário

Relações importantes: $\cos(\theta n) = \dfrac{e^{j\theta n} + e^{-j\theta n}}{2}$ $\qquad$ $\sin(\theta n) = \dfrac{e^{j\theta n} - e^{-j\theta n}}{2j}$

$$S = \sum_{k=L_1}^{L_2} \alpha^k = \frac{\alpha^{L_1} - \alpha^{(L_2+1)}}{1-\alpha}$$

Somatório de convolução: Um sistema **linear e invariante no tempo** com resposta ao pulso unitário $h(n)$ e entrada $x(n)$ tem com saída

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = x(n) * h(n) \text{ (somatório de convolução)}$$

A convolução satisfaz as propriedades

- Comutativa
$$x(n) * h(n) = h(n) * x(n)$$
- Associativa
$$[x(n) * h_1(n)] * h_2(n) = x(n) * [h_1(n) * h_2(n)]$$
- Distributiva
$$x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n)$$

Resposta em frequência: Um sistema descrito pela equação de diferenças

$$y(n) = \sum_{\ell=0}^{M} b(\ell)x(n-\ell) - \sum_{k=1}^{N} a(k)y(n-k)$$

tem como resposta em frequência

$$H(e^{j\omega}) = \frac{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{M} b(\ell)e^{-j\omega\ell}}{1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{N} a(k)e^{-j\omega k}}.$$