PTC5005 – Processamento Digital de Sinais I

Terceira Provinha (19/03/2019)

Nome: Stéfano A. Vilela Rezende

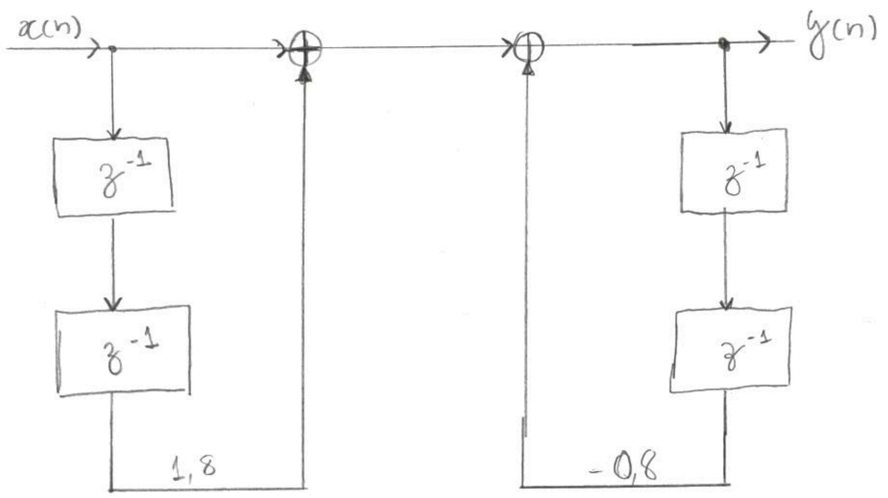
Sem consulta e com duração de 30 minutos.

Considere um sistema definido pela seguinte equação de diferenças

$$y(n) = 1{,}8x(n) + 1{,}8x(n-2) - 0{,}8y(n-2).$$

Pede-se:

a) (1,0) Apresente um diagrama de blocos consistindo de atrasos, multiplicadores e somadores que implementa o sistema. Trata-se de um sistema FIR ou IIR? Justifique



Trata-se de um sistema IIR, pois o sistema possue realimentação e isso faz com que novas amostras sejam geradas infinitamente a partir de amostras anteriores.

b) (3,0) Obtenha uma expressão analítica para sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$ em função de exponenciais complexas em ω. Calcule o módulo e a fase da resposta em frequência nas frequências normalizadas $\omega = 0$, $\omega = \pi/2$, e $\omega = \pi$ rad/amostra.

Sendo: $y(n) = \sum_{l=0}^{M} b(l)\, x(n-l) - \sum_{K=1}^{N} a(K)\, y(n-K)$

Temos: $$H(e^{j\omega}) = \frac{\sum_{l=0}^{M} b(l)\, e^{-j\omega l}}{1 + \sum_{K=1}^{N} a(K)\, e^{-j\omega K}}$$

$$\therefore H(e^{j\omega}) = \frac{1{,}8\, e^{-j\omega 0} + 1{,}8\, e^{-j\omega 2}}{1 + 0{,}8\, e^{-j\omega 2}} = \frac{1{,}8 + 1{,}8\, e^{-j\omega 2}}{1 + 0{,}8\, e^{-j\omega 2}}$$

p/ $\omega = 0$

$$H(e^{j0}) = \frac{1{,}8 + 1{,}8\, e^{-j\omega \emptyset 2}}{1 + 0{,}8\, e^{-j\omega \emptyset 2}} = 2$$

$|H(e^{j0})| = 2$

$\angle H(e^{j0}) = 0^\circ$

p/ $\omega = \pi/2$

$$H(e^{j\pi/2}) = \frac{1{,}8 + 1{,}8\, e^{-j\pi}}{1 + 0{,}8\, e^{-j\pi}} = \frac{1{,}8 + 1{,}8\,(-1)}{1 + 0{,}8(-1)} = \emptyset$$

$|H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = 0$

$\angle H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = \pm\pi$

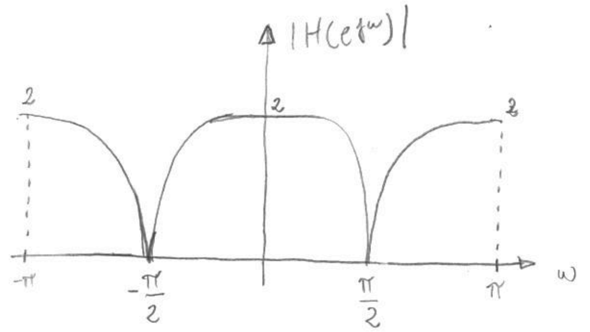
p/ $\omega = \pi$

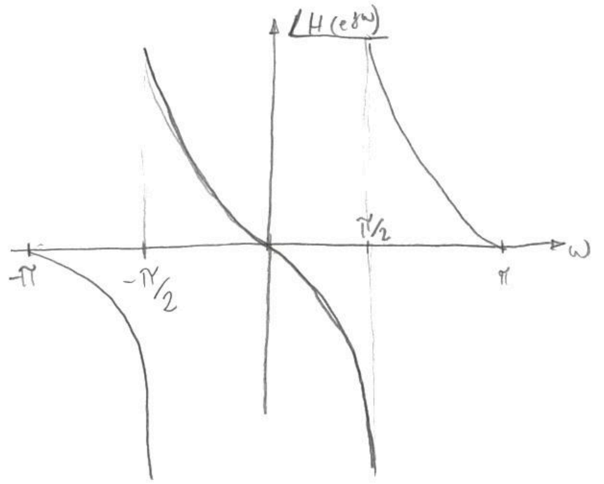
$$H(e^{j\pi}) = \frac{1{,}8 + 1{,}8\, e^{-j2\pi}}{1 + 0{,}8\, e^{-j2\pi}} = \frac{1{,}8 + 1{,}8\,.(1)}{1 + 0{,}8\,(1)} = 2$$

$|H(e^{j\pi})| = 2$

$\angle H(e^{j\pi}) = \emptyset^\circ$

Vide Verso


|H(e^{jω})|
2
2
2
-π
-π/2
π/2
π
ω


∠H(e^{jω})
π/2
-π
-π/2
π
ω

c) (2,0) Determine a saída $y(n)$ quando a entrada é

$$x(n) = 2 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right) + \text{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$$

Analisando pela Resposta em frequência, temos:

$\omega = DC \Rightarrow 2 \cdot 2 = 4$

$\omega = \pi \Rightarrow 2 \cdot \text{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$

$\omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \cdot 5\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\therefore y(n) = 4 + 2\,\text{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$

d) (1,0) Se um sinal co-senoidal de tempo contínuo dado por

$$x_c(t) = 2\cos\left(2\pi 60 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

fosse amostrado com $f_a = 240$ Hz e o correspondente sinal de tempo discreto entrasse no sistema, qual seria o sinal de saída?

$x(n) = 2\cos\left(2\pi \frac{f_c}{f_a} \cdot n + \frac{\pi}{3}\right) = 2\cos\left(2\pi \frac{60}{240} n + \frac{\pi}{3}\right)$

$x(n) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} n + \frac{\pi}{3}\right)$

$\omega = \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 \cdot 2\cos\left(\frac{\pi}{2} n + \frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore y(n) = \emptyset$

e) (1,0) Baseado nos resultados obtidos nos itens anteriores, para que você usaria esse sistema? Justifique.

O sistema é um filtro rejeita-faixa em $\frac{\pi}{2}$. Ele é utilizado para eliminar espúrios nas frequências de $K\frac{\pi}{2}$, $K = 1, 2, \ldots$

f) (2,0) Considere agora que o sistema anterior foi substituído pelo descrito pela seguinte equação de diferenças

$$y(n) = x(n) + x(n-1).$$

Determine a saída $y(n)$ desse novo sistema quando a entrada é

$$x(n) = 2 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right) + \text{sen}\left(\pi n + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1\,e^{-j\omega 0} + 1\,e^{-j\omega 1}}{1 + 0} = 1 + e^{-j\omega}$$

p/ $\omega = 0$

$$H(e^{j0}) = 1 + 1 = 2 \qquad |H(e^{j0})| = 2 \qquad \angle H(e^{j0}) = 0^\circ$$

$$H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = 1 + e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 - j \qquad |H(e^{j\frac{\pi}{2}})| = \sqrt{2} \qquad \angle H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = -\frac{\pi}{4}$$

$$H(e^{j\pi}) = 1 + (-1) = \emptyset \qquad |H(e^{j\pi})| = 0 \qquad \angle H(e^{j\pi}) = \pm\pi$$