Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
PTC-5890 Filtros Adaptativos

2º período de 2019

P3 - Parte Computacional

Data de entrega: 24/07/2019

Utilize o algoritmo NLMS para identificar o seguinte sistema

$$H(z) = -0{,}34 - 1{,}00z^{-1} - 0{,}97z^{-2} + 0{,}82z^{-3} - 0{,}33z^{-4} + 0{,}61z^{-5} + 0{,}72z^{-6} + 1{,}20z^{-7} + 0{,}39z^{-8} - 0{,}69z^{-9}$$

que contém $M = 10$ coeficientes. Assuma:

- como sinal de entrada $u(n)$, um ruído branco Gaussiano de média nula e variância unitária;
- que o sinal desejado satisfaz o modelo $d(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{w}_\mathrm{o} + v(n)$, sendo $\mathbf{w}_\mathrm{o}$ o vetor de coeficientes ótimos formado pelos coeficientes do sistema que se deseja identificar e $v(n)$ um ruído branco Gaussiano de média nula e variância $\sigma_v^2 = 10^{-4}$;
- $\tilde{\mu} \in \{0{,}3;\ \ 0{,}5;\ \ 0{,}7;\ \ 0{,}9;\ \ 1{,}1;\ \ 1{,}3;\ \ 1{,}5;\ \ 1{,}7\}$
- $\delta = 10^{-5}$;
- $N = 500$ iterações;
- média de 100 realizações.

Pede-se:

a) para $\tilde{\mu} = 0{,}5$:

a1. compare a média dos coeficientes adaptados com o algoritmo NLMS com o vetor de coeficientes ótimos, fazendo um gráfico dos mesmos;

a2. determine uma expressão para passo de adaptação do algoritmo LMS para que ele convirja para o mesmo valor de erro quadrático médio em excesso (EMSE) do algoritmo NLMS quando $n \to \infty$. Para isso, utilize a expressão do EMSE em regime do algoritmo LMS que é válida para passo de adaptação suficientemente pequeno. A expressão resultante deve ser função de $\tilde{\mu}$ e $\mathrm{Tr}(\mathbf{R})$;

a3. Assuma que a convergência do algoritmo LMS é garantida no intervalo do passo de adaptação $0 < \mu < 2/\mathrm{Tr}(\mathbf{R})$. Neste caso, determine o valor máximo do passo de adaptação $\tilde{\mu}$ do NLMS que pode ser usado na expressão obtida no item a2) que ainda garante a convergência do LMS;

a4. trace a curva de EMSE para o NLMS e para o LMS com o passo calculado no item a2) e compare com o valores teóricos esperados em regime. Os algoritmos convergiram para o mesmo valor de EMSE em regime?

a5. Aumentando o valor de $\tilde{\mu}$, os algoritmos continuam convergindo para o mesmo valor em regime? Caso isso não ocorra, dê uma explicação baseada nos modelos de EMSE usados para obter a expressão do do item a2) e a condição do item a3).

b) Para os demais valores de $\tilde{\mu}$, trace uma curva do EMSE teórico e do EMSE obtido da simulação do NLMS (valores em regime), ambos em dB, em função do passo de adaptação. Verifique se o modelo teórico do NLMS concorda com os resultados da simulação. O desajuste aumenta ou diminui com o aumento do passo de adaptação do algoritmo?

Observações:

- Em cada realização, gere uma nova seqüência de entrada $\{u(n)\}$ e uma nova seqüência de sinal desejado $\{d(n)\}$, ambas de comprimento N;

- No item b), para cada passo de adaptação $\tilde{\mu}$, você deve obter um vetor de dimensão N, contendo o a média de conjunto do erro *a priori* ao quadrado, ou seja, $\mathrm{E}\{e_a^2(n)\}$, para $n = 1{,}2, \cdots N$. Verifique o patamar para o qual essa média convergiu e compare com o valor teórico. Para calcular esse patamar utilize a função `mean.m` do Matlab e calcule a média de $\mathrm{E}\{e_a^2(n)\}$ de $n = 0{,}9N, \cdots, N$, por exemplo;

- A precisão dos valores de EMSE obtidos da simulação pode ser melhorada, se for considerado um número maior de iterações e de realizações;

- Note que cada gráfico pedido no item b) deve ter apenas 8 pontos. Para cada valor de $\tilde{\mu}$, obtêm-se um valor para o EMSE teórico e um valor para o EMSE experimental em regime;

- Não se esqueça de entregar as listagens dos programas usados para a solução desse exercício.