Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

PTC5890 – Filtros adaptativos

Profs. Maria D. Miranda e Magno T. M. Silva

Provinha 5 – 14/08/2019. Entregar até dia 04/09/2019.

Nome: ____ **N.º USP**: ________________

Questão	Valor	Nota
1	3,5	
2	2,0	
3	4,5	
Nota final		

1) Seja o problema de cancelamento de eco acústico indicado no diagrama da Figura 1. O sinal de entrada do filtro adaptativo corresponde à voz de um locutor de rádio. O sinal desejado foi captado dentro de um carro pelo microfone de um aparelho viva-voz e corresponde ao eco do sinal de entrada somado a um ruído ambiente. Deseja-se eliminar o eco do sinal desejado com um algoritmo adaptativo.

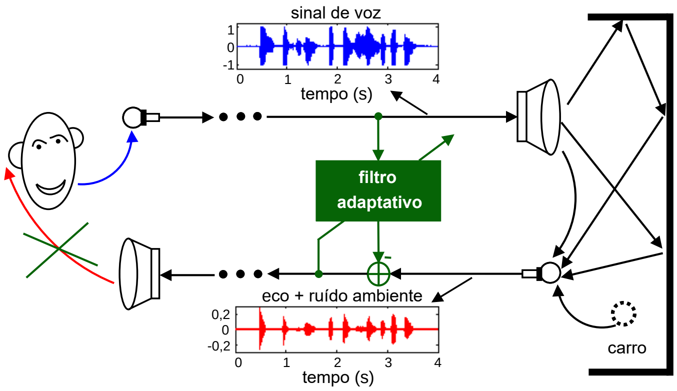

Figura 1: Diagrama simplificado de um esquema para cancelamento de eco acústico.

Entre os algoritmos adaptativos apresentados no curso, qual você aconselha para essa aplicação? Além de **indicar** um algoritmo, você também deve **determinar e justificar** todos os parâmetros usados para sua implementação. Na sua resposta, considere as seguintes recomendações:

- A fim de facilitar a escolha do algoritmo e do conjunto de parâmetros a ser usado na sua implementação, utilize os conceitos vistos em aula e também resultados de simulação.
- Especificamente, considere nas suas simulações o sinal de entrada do filtro adaptativo e o sinal desejado que estão disponíveis no Moodle. Além disso, compare os erros quadráticos dos algoritmos implementados (em dB) para diferentes valores de parâmetros. Compare também as curvas de ERLE (*Echo Return Loss Enhancement*) e ouça os sinais dos erros. Não se esqueça de entregar as listagens dos programas que você utilizou.
- A curva ERLE é definida como

$$\text{ERLE} = 10\log_{10}\left(\frac{\text{potência do sinal de eco original}}{\text{potência do sinal de eco residual}}\right).$$

  A potência do sinal de eco original pode ser estimada pela potência do sinal desejado, e a potência do eco residual pode ser estimada pela potência do sinal de erro. Como esses sinais são não estacionários, a potência deve ser estimada ao longo do tempo. Para isso, divida o sinal desejado e o sinal de erro em blocos de $L = 1024$ amostras. Para cada um desses blocos, calcule um ponto da curva ERLE como definido pela equação acima.

- Sugestões de comandos para as simulações:
  - Ler e ouvir arquivos:

    ```
    [sinal,fs]=audioread('sinal.wav');
    sound(sinal,fs)
    ```

  - Cálculo de ERLE (fazer para cada algoritmo):

    ```
    Ta=1/fs;
    r=zeros(1,N/L);
    for i=1:N/L
    ell=L*(i-1)+1:L*i;
    r(i)=mean(desejado(ell).^2)/mean((erro(ell)+eps).^2);
    end
    tr=0:(N-1)*Ta/(N/L-1):(N-1)*Ta;
    ```

    em que `erro` é o vetor de erros do algoritmo considerado.
  - Divisão da tela gráfica em quatro para facilitar a comparação dos resultados:

    ```
    tempo=[0:N-1]/fs; % tempo em segundos
    %
    subplot(411); plot(tempo,entrada_FA(1:N),'b');
    hold on
    plot(tempo,desejado(1:N),'r');
    hold off; grid
    %
    subplot(412); plot(tempo,desejado(1:N),'r');
    hold on
    plot(tempo,yALGORITMO1(1:N),'b');
    hold off; ylabel('ALGORITMO1'); grid
    %
    subplot(413) % aqui, fazer como no subplot(412) para o ALGORITMO2
    %
    subplot(414)
    plot(tr,10*log10(r_ALGORITMO1))
    hold on
    plot(tr,10*log10(r_ALGORITMO2),'r'); legend('ALGORITMO1', 'ALGORITMO2')
    title('Redução de eco (ALGORITMO1 e ALGORITMO2)')
    ylabel('ERLE (dB)'); xlabel('tempo (s)')
    hold off; grid
    ```

2) A fim de melhorar o desempenho de um sistema de equalização de canais de comunicação, um arranjo de antenas pode ser utilizado no receptor. Por meio do arranjo, tem-se acesso a diferentes versões distorcidas do sinal transmitido, captadas em diferentes posições do espaço. Ao considerar esse conjunto de sinais na equalização, pode-se melhorar a regeneração do sinal transmitido. Nesta questão, deseja-se verificar o efeito que a diversidade espacial possui sobre condições suficientes de equalização perfeita na ausência de ruído.

(a) Inicialmente, considere o esquema simplificado de equalização com uma entrada e uma saída (SISO) indicado na Figura 2. Suponha que o canal tenha resposta ao pulso unitário finita (FIR) com comprimento N_{c} e que o vetor de entrada do equalizador seja dado por

$$\mathbf{u}(n) = [\, u(n) \quad u(n-1) \quad \cdots \quad u(n-M+1)\,]^{\mathsf{T}}.$$

A saída pode ser calculada através do produto interno $y(n) = \mathbf{u}^{\mathsf{T}}(n)\,\mathbf{w}$, sendo $\mathbf{w}$ o vetor coluna de coeficientes do equalizador FIR com comprimento igual ao do vetor $\mathbf{u}(n)$. Nota-se que a equalização perfeita corresponde à obtenção de $y(n) = \alpha\, a(n-\Delta)$ com α não nulo e Δ inteiro.

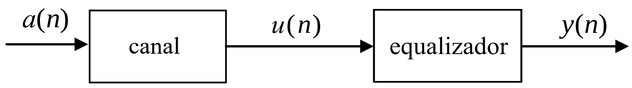

Figura 2: Esquema simplificado de equalização SISO.

i. Sabemos que o vetor de entrada do equalizador pode ser representado como $\mathbf{u}(n) = \mathbf{H}\mathbf{a}(n)$ em que $\mathbf{H}$ é a matriz de convolução do canal e $\mathbf{a}(n)$ é um vetor formado por amostras da sequência $a(n)$. Determine o número de linhas e colunas da matriz $\mathbf{H}$ em termos de N_{c} e M.

ii. Mostre que a saída do equalizador pode ser expressa como

$$y(n) = \mathbf{s}^{\mathsf{T}}\mathbf{a}(n)$$

sendo $\mathbf{s} = \mathbf{H}^{\mathsf{T}}\mathbf{w}$ o vetor de resposta combinada canal-equalizador.

iii. Nessa configuração SISO, verifique se é possível obter uma condição sobre o número de coeficientes M do equalizador para que a equalização perfeita possa sempre ser obtida, independentemente dos valores dos coeficientes do canal.

(b) Considere o esquema da Figura 3 em que são utilizadas três antenas no receptor. Suponha que cada canal $H_i(z)$, para $i = 1, 2, 3$, seja FIR com comprimento N_{c} e que o vetor de entrada do equalizador seja dado por

$$\mathbf{u}(n) = [\, \mathbf{u}_1^{\mathsf{T}}(n) \quad \mathbf{u}_2^{\mathsf{T}}(n) \quad \mathbf{u}_3^{\mathsf{T}}(n)\,]^{\mathsf{T}},$$

sendo $\mathbf{u}_i(n) = [\, u_i(n) \quad u_i(n-1) \quad \cdots \quad u_i(n-M+1)\,]^{\mathsf{T}}$ o vetor regressor obtido a partir do sinal da i-ésima antena. Dessa forma, a saída pode ser calculada através do produto interno $y(n) = \mathbf{u}^{\mathsf{T}}(n)\,\mathbf{w}$, sendo $\mathbf{w}$ o vetor coluna de coeficientes do equalizador FIR com comprimento igual ao de $\mathbf{u}(n)$.

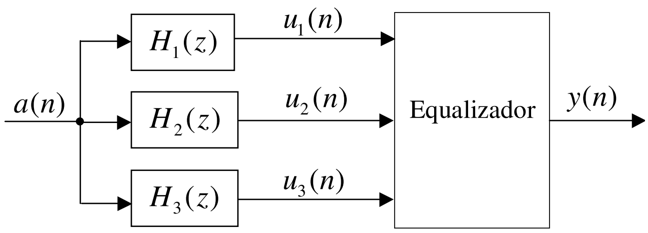

Figura 3: Esquema simplificado de equalização de canal com uma entrada e múltiplas saídas (SIMO).

i. Determine o número de linhas e colunas da matriz $\mathbf{H}$ em termos de N_{c} e M.

ii. Nessa configuração SIMO, verifique se é possível obter uma condição sobre o número de coeficientes do equalizador para que a equalização perfeita possa sempre ser obtida, independentemente dos valores dos coeficientes do canal.

DICA: Seja o sistema linear de equações

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

em que $\mathbf{A}$ é uma matriz $L \times K$, $\mathbf{x}$ é o vetor de incógnitas $K \times 1$ e $\mathbf{b}$ é um vetor $L \times 1$. No caso em que $L < K$, há mais incógnitas do que equações e o sistema possuirá infinitas soluções desde que $\mathbf{b}$ pertença ao espaço imagem de $\mathbf{A}$. Portanto, nesse caso pode-se assegurar que *sempre* haverá pelo menos uma solução para o sistema de equações.

3) Seja o problema de equalização adaptativa para um sistema de comunicação com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) que utiliza diversidade espacial e temporal. Um modelo desse sistema com $N_\mathrm{u} = 2$ usuários e $K = 3$ antenas é mostrado na Figura 4. O vetor de entrada de cada filtro do equalizador pode ser representado como

$$\mathbf{u}(n) = [\,\mathbf{u}_1^\mathsf{T}(n) \quad \mathbf{u}_2^\mathsf{T}(n) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_K^\mathsf{T}(n)\,]^\mathsf{T}$$

sendo

$$\mathbf{u}_p(n) = [\,u_p(n) \quad u_p(n-1) \quad \cdots \quad u_p(n-K_\mathrm{t}+1)\,]^\mathsf{T}$$

com $p = 1, 2, \ldots, K$. Nesse caso, o vetor de coeficientes $\mathbf{w}_i$ de cada equalizador, com $i = 1, 2, \ldots, N_\mathrm{u}$, terá KK_t elementos, sendo K_t um inteiro associado à diversidade temporal. Além disso, a saída de cada equalizador é dada por $y_i(n) = \mathbf{u}^\mathsf{T}(n)\,\mathbf{w}_i(n-1)$.

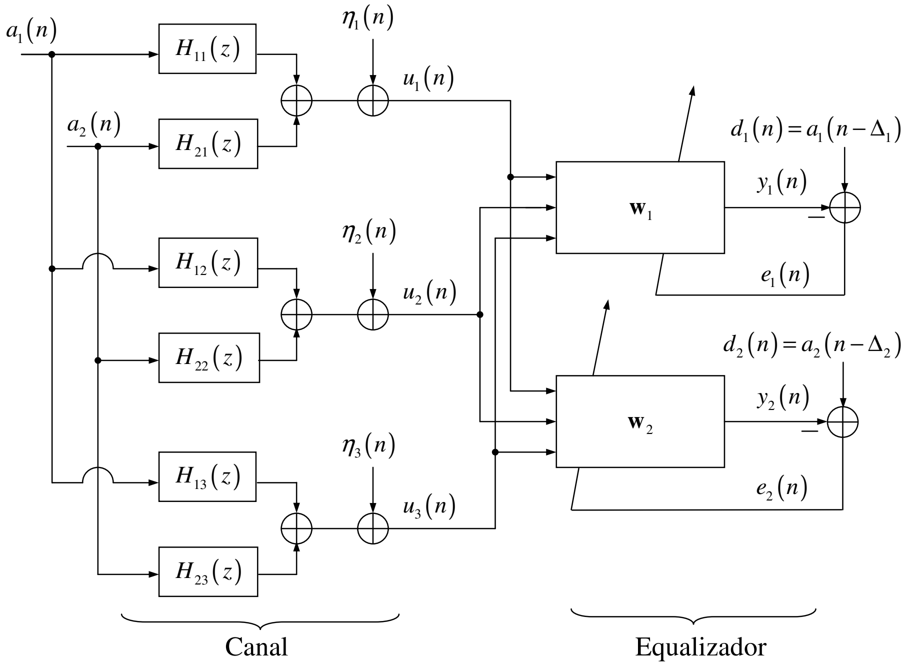

Figura 4: Modelo de um sistema de equalização espaço-temporal com $N_\mathrm{u} = 2$ usuários e $K = 3$ antenas.

Para responder os itens a seguir, considere o caso da Figura 4 com $N_\mathrm{u} = 2$, $K = 3$ e canais

$$H_{ij}(z) = h_0^{ij} + h_1^{ij} z^{-1} + h_2^{ij} z^{-2}$$

cujos coeficientes são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Coeficientes dos canais a serem simulados no caso MIMO.

(i) $n = 0, 1, 2, \ldots, \frac{N}{2}$

ij	h_0^{ij}	h_1^{ij}	h_2^{ij}
11	+0,43	+0,46	−0,30
21	+0,21	−0,26	+0,16
12	−0,37	−0,87	+0,15
22	+0,55	−0,61	−0,09
13	+0,61	+0,12	−0,24
23	+0,43	−0,52	+0,31

(ii) $n = \frac{N}{2}+1, \frac{N}{2}+2, \ldots, N$

ij	h_0^{ij}	h_1^{ij}	h_2^{ij}
11	−0,03	+0,05	−0,82
21	+0,78	+0,36	+1,21
12	+1,18	−0,19	−0,17
22	−1,77	−0,27	−0,26
13	−1,09	+1,65	−0,68
23	+1,99	−0,37	−0,98

Pede-se:

(a) Escreva funções do MATLAB para implementar os algoritmos MU-LMS (*Multiuser*-LMS) e MU-RLS.

(b) Gere $N = 10^5$ amostras de duas sequências binárias equiprováveis, independentes entre si e independentes e identicamente distribuídas no tempo (iid). Considere os canais da Tabela 1-(i) para $n \leq N/2$ e os canais da Tabela 1-(ii) para $n > N/2$. Suponha ainda que a relação sinal-ruído no receptor é de $\mathrm{SNR} = 25\,\mathrm{dB}$

e que os ruídos $\eta_1(n), \eta_2(n)$ e $\eta_3(n)$ são independentes entre si, brancos e gaussianos. Com isso, estamos simulando uma mudança abrupta nos canais e verificaremos a capacidade dos algoritmos MU-LMS e MU-RLS de acompanhar essa mudança. Nesse cenário de simulação, obtenha os sinais captados pelas antenas.

(c) Utilize os algoritmos MU-LMS e MU-RLS para recuperar os sinais transmitidos, considerando atrasos de $\Delta_1 = \Delta_2 = 3$, diversidade temporal de $K_\text{t} = 4$, fator de esquecimento $\lambda = 0{,}99$ e um passo de adaptação para que o MU-LMS alcance erro quadrático médio (MSE) em regime igual ao do MU-RLS antes da mudança abrupta dos canais. Como você inicializou a inversa da matriz de autocorrelação estimada no MU-RLS? Você notou uma grande sensibilidade do algoritmo a essa inicialização? Justifique.

(d) Para cada equalizador, obtenha um gráfico do MSE em dB e observe o sinal de saída. Considere uma média de no mínimo 100 realizações. Compare os algoritmos em termos de velocidade de convergência e custo computacional. Os algoritmos atingem o mesmo MSE em regime antes e depois da mudança abrupta dos canais?

(e) O desempenho do equalizador 1 é semelhante ao do equalizador 2 em termos de MSE? O que você proporia para melhorar o desempenho desses equalizadores?

(f) Vamos considerar agora que os canais permanecem iguais aos da Tabela 1-(i) na ausência de ruído. Gere $N = 5000$ amostras de duas sequências binárias equiprováveis e iid, mas agora fixando $a_1(n) = 1$ para $100 \leq n \leq 900$. Com isso, uma das sequências de entrada será predizível durante um certo intervalo de tempo. Considere ainda $\lambda = 0{,}9$, $K_\text{t} = 4$ e $\widehat{\mathbf{R}}^{-1}(-1)$ matriz identidade.
Para esse cenário, implemente os algoritmos MU-RLS e MU-QR-RLS e avalie seus desempenhos através das curvas de MSE e da observação da saída dos equalizadores.
Comente os resultados obtidos.

DICA: Quando ocorrer divergência, o *loop* do algoritmo deve ser interrompido. No MATLAB, os comandos `isnan`, `any` e `break` podem ser úteis para verificar a divergência. Exemplo simplificado de como usar os comandos:

```
if isnan(e(n))==1
    div=[1; n]; % guarda a iteração onde houve divergência
    e(n:N)=NaN; % coloca NaN nas amostras do erro a partir do instante de divergência
    break
end
```