Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
PTC-5890 Filtros Adaptativos

2º período de 2019

P2 - Parte Computacional

Data de entrega: 03/07/2019

Considere o diagrama da Figura 1, para o qual valem as seguintes definições:

- $s(n)$ é o sinal que se deseja medir, após eliminada a interferência. Assuma que $s(n)$ é um ruído branco, Gaussiano, de média nula e variância $\sigma_s^2 = 0{,}01$;
- a interferência que se deseja eliminar é dada por $x(n) = \text{sen}(2\pi n/10 + \pi/6 + \phi_v)$, sendo ϕ_v uma variável aleatória distribuída uniformemente entre 0 e 2π;
- $u(n)$ é um sinal correlacionado com a interferência e dado por $u(n) = 5\text{sen}(2\pi n/10 + \phi_u)$ com $\phi_u = \phi_v$;
- $d(n) = s(n) + x(n)$ é a resposta desejada para o filtro adaptativo;
- $e(n) = d(n) - y(n)$ é o erro de estimação.

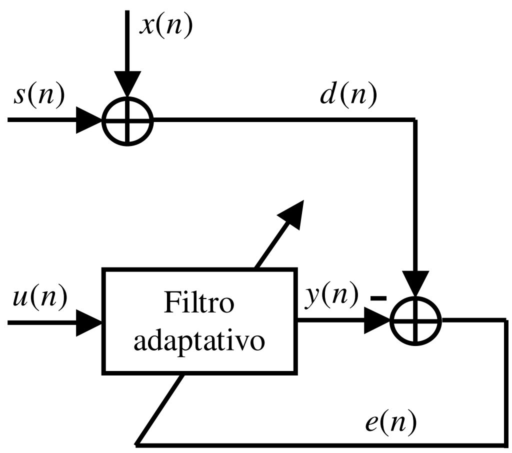

Figura 1: Filtragem adaptativa para eliminação de interferências

Assumindo que o filtro adaptativo tenha $M = 2$ coeficientes, pede-se:

a) Utilize a identidade $\text{sen}(a)\text{sen}(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b)$ para obter a matriz $\mathbf{R} = \text{E}\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\}$ de autocorrelação da entrada e o vetor $\mathbf{p} = \text{E}\{\mathbf{u}(n)d(n)\}$ de correlação cruzada entre a entrada e o sinal desejado. Calcule:
   - o vetor de coeficientes ótimos $\mathbf{w}_\text{o} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}$;
   - o erro quadrático médio mínimo $J_{\min} = \sigma_d^2 - \mathbf{p}^T\mathbf{w}_\text{o}$, justificando a relação entre $J_{\min}$ e σ_s^2; e
   - a resposta em freqüência do filtro ótimo na freqüência da interferência e compare com $x(n)$ e $u(n)$.

b) Com a matriz $\mathbf{R}$ e a função `eig.m` do Matlab, calcule a faixa de valores do passo de adaptação μ que garante a convergência do algoritmo *Steepest Descent*.

c) Aplique o algoritmo LMS com $\mu = 0{,}03$ e $N = 500$ iterações. Neste caso, pede-se:

- observe inicialmente os sinais de entrada $u(n)$, de erro $e(n)$ e $s(n)$ em gráficos na mesma escala;
- compare os coeficientes do filtro adaptativo com os coeficientes ótimos calculados no item a), fazendo um gráfico dos coeficientes ao longo das iterações;
- trace as curvas de nível da superfície de erro e sobre elas, a trajetória dos coeficientes;
- trace a curva do erro quadrático $e^2(n)$ em dB.

d) Determine experimentalmente o valor máximo de μ para convergência do algoritmo LMS e compare-o com o valor calculado no item b) para o algoritmo *Steepest Descent*.

e) Obtenha uma aproximação para $J(n) = \mathrm{E}\{e^2(n)\}$ considerando uma média de 500 realizações de $e^2(n)$. Note que em cada realização, um novo valor de ϕ e um novo $s(n)$ devem ser considerados. Pede-se:

- obtenha graficamente o valor do MSE em regime;
- a partir do valor do MSE experimental e do $J_{\min}$ calculado no item a), estime os valores experimentais do EMSE e do desajuste;
- calcule os valores teóricos do desajuste e do EMSE e compare com os valores experimentais.

f) Repita o item e) para $\mu = 0{,}01$ e $\mu = 0{,}05$. Trace num mesmo gráfico as curvas de $J(n)$ em dB para $\mu = 0{,}01$, $\mu = 0{,}03$ e $\mu = 0{,}05$ e verifique o compromisso entre velocidade de convergência e erro quadrático médio.