

# Es02B: Circuito RC – Filtri passivi

Gruppo 1G.BM

Gabriele Astorino, Stefano Romboni, Matteo Morresi

14 Ottobre 2021

## Filtro passa-basso

### 1 Misura dei componenti

$$R_1 = 1.98 \pm 0.02 \quad [\text{k}\Omega]$$

$$C_1 = 9.6 \pm 0.4 \quad [\text{nF}]$$

### 2 Calcolo della frequenza di taglio e delle amplificazioni attese

$$\begin{aligned} f_1 &= 8.4 \pm 0.4 \quad [\text{kHz}] \\ A_v(f \ll f_1) &\simeq 1 \\ |A_v(3 \text{ kHz})| &= 0.941 \pm 0.005 \\ |A_v(30 \text{ kHz})| &= 0.27 \pm 0.01 \end{aligned}$$

### 3 Misura di $A_v$

Dalla misura delle ampiezze dei segnali di ingresso/uscita e del loro sfasamento si ottiene:

$f$	$V_s \pm \sigma(V_s) \text{ [V]}$	$V_{out} \pm \sigma(V_{out}) \text{ [V]}$	$A_v \pm \sigma(A_v)$	$\phi \pm \sigma(\phi) \text{ [rad]}$
100 Hz	$3.89 \pm 0.02$	$3.89 \pm 0.02$	$0.99 \pm 0.01$	$0.0126 \pm 0.0001$
3 kHz	$3.94 \pm 0.02$	$3.69 \pm 0.02$	$0.94 \pm 0.01$	$0.3436 \pm 0.0001$
30 kHz	$3.98 \pm 0.02$	$1.069 \pm 0.005$	$0.269 \pm 0.003$	$1.2694 \pm 0.0001$
8.4 kHz	$3.98 \pm 0.02$	$2.80 \pm 0.01$	$0.702 \pm 0.007$	$0.7805 \pm 0.0001$

Tabella 1: Amplificazione e sfasamento del filtro passa-basso a bassa ed alta frequenza ed alla frequenza nominale di taglio.

**Commento errori** Tutte le misurazioni sono state effettuate tramite best-fit dei dati acquisiti tramite AD2. Come errori di best-fit è stato passato lo 0.5% della misura sommato in quadratura con 0.3/3 [mV]. Successivamente, per tenere conto della componente non stocastica dell'incertezza, alla misura dell'ampiezza del segnale restituita dal fit è stato aggiunto nuovamente lo 0.5% della misura.

## 4 Risposta in frequenza

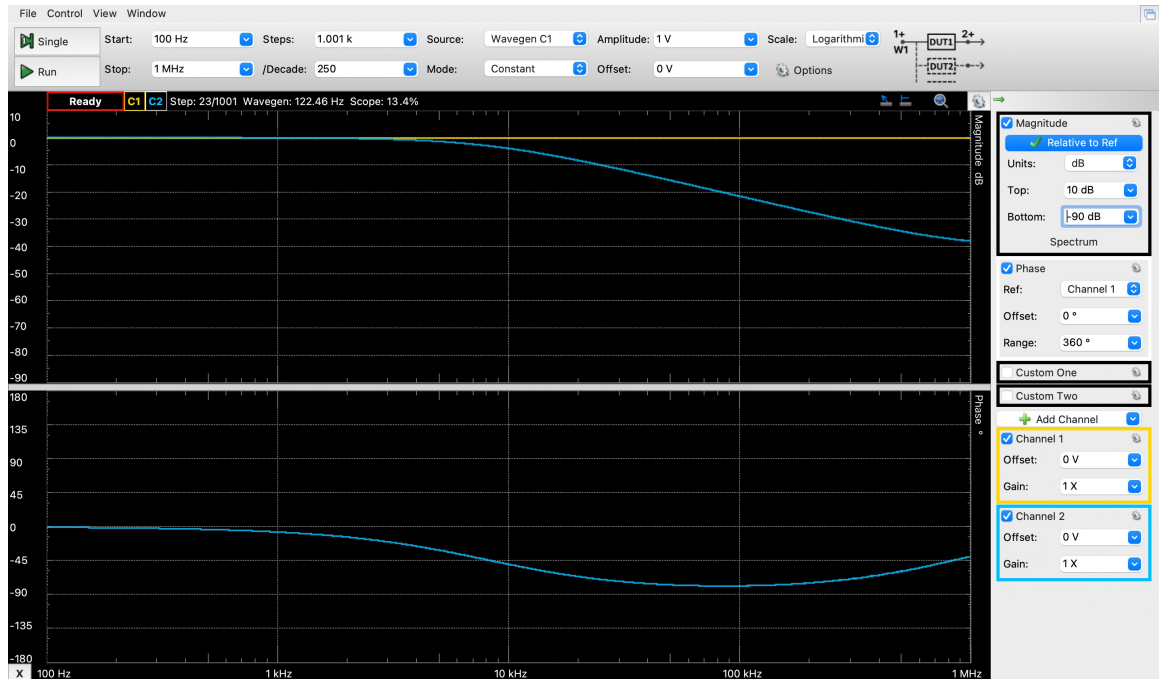


Figura 1: Plot di Bode per il filtro passa-basso.

### 5.a Stima della frequenza di taglio (metodo a)

La nostra stima della frequenza per cui  $A_v(\text{dB}) = -3 \text{ dB}$  è

$$f_{1A} = 8.2 \pm 0.4 \text{ [kHz]}$$

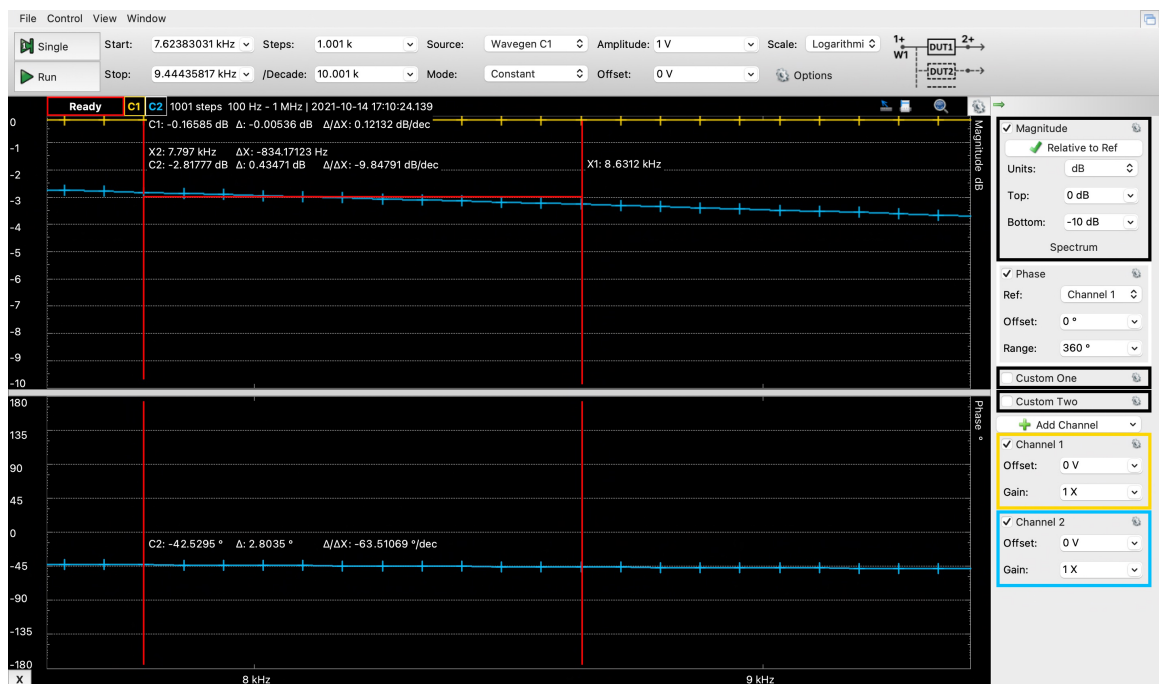


Figura 2: Immagine punto 5.a

## 5.b Misura della frequenza di taglio (metodo b)

Dal fit a bassa frequenza ( $f \ll f_1$ ) otteniamo

$$A_1(\text{dB}) = -0.0033 \pm 0.0001 \quad \chi^2 = 3 \quad d.o.f. = 199$$

Ad alta frequenza ( $f \gg f_1$ ) la retta di best-fit al plot di Bode in ampiezza ha i seguenti parametri:

$$\text{intercetta} = 74.53 \pm 0.06 \quad [\text{dB}] \quad \text{pendenza} = -19.20 \pm 0.01 \quad [\text{dB}/\log_{10}(\text{Hz})] \quad \text{covarianza} = -0.99 \quad \chi^2 = 86 \quad d.o.f. = 198$$

Dall' intersezione delle due rette stimiamo per la frequenza di taglio il valore

$$f_{1B} = 7.7 \pm 0.1 \quad [\text{kHz}]$$

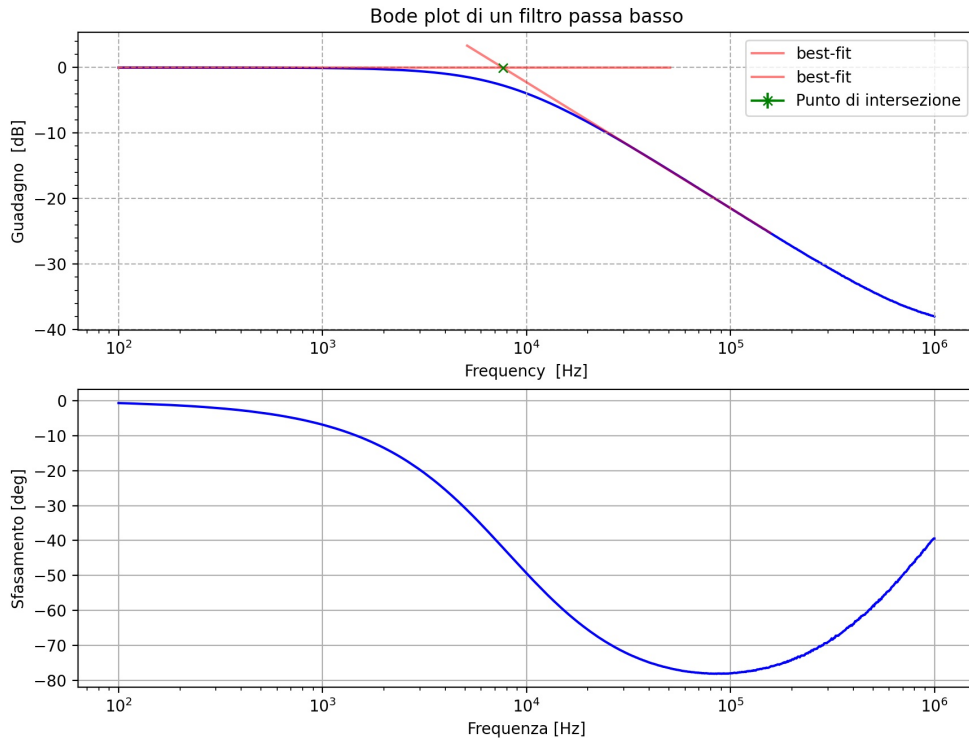


Figura 3: Immagine punto 5.b

## 5.c Confronto misure-predizione

In entrambe le misure effettuate la frequenza di taglio risulta entro 1-3 deviazioni standard dal valore teorico atteso. Notiamo dal grafico del plot di Bode la presenza di una distorsione significativa del guadagno e della fase dall'andamento atteso per frequenze superiori a 100 [kHz]. Questo comportamento può essere causato dall'utilizzo di fili non coassiali, che ad alte frequenze influenzano in maniera non trascurabile il plot di Bode tramite Network Analyzer, e dalla presenza di un'impedenza in ingresso finita all'entrata dell'oscilloscopio che per frequenze alte perturba significativamente il circuito in quanto non più molto maggiore dell'impedenza in uscita.

## 6 Risposta del filtro ad un gradino

Il fronte del segnale di uscita ha un tempo di salita di

$$t_r = 40.0 \pm 0.3 \quad [\mu\text{s}]$$

da cui

$$f_1 \simeq \frac{2.2}{2\pi t_r} = 8.76 \pm 0.07 \quad [\text{kHz}]$$

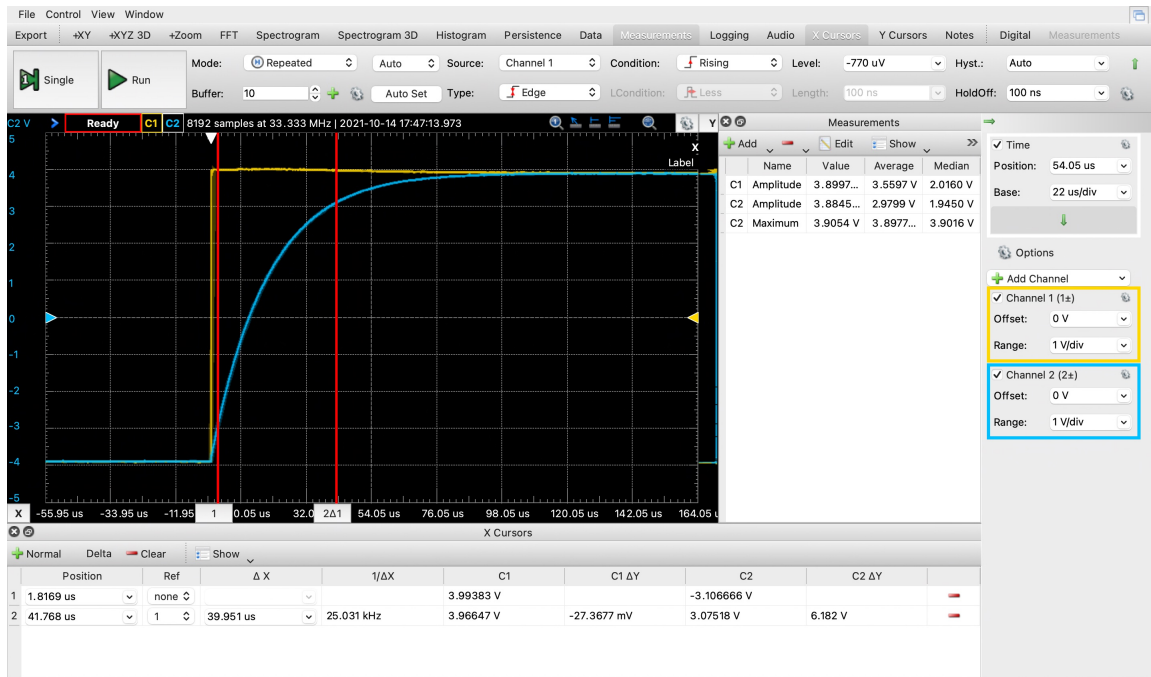


Figura 4: Risposta del filtro passa-basso ad un gradino di tensione.

## 7.a Impedenze di ingresso/uscita

Di seguito sono riportate le impedenze di ingresso e di uscita per il circuito passa-basso

$$Z_{in} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{out} = \frac{1}{j\omega C}$$

## 7.b Effetti dovuti all' accoppiamento con un carico

Di seguito è valutata la risposta del circuito all'aggiunta di una resistenza di carico,  $R_L$ , in parallelo al condensatore (Qui è richiesto che valutate l' amplificazione di centro-banda e la frequenza di taglio nel caso in cui il carico sia rispettivamente 100 e 10 k $\Omega$ )

$$\begin{aligned} R_L = 100 \text{ k}\Omega &\Rightarrow A_1 = 0.98 \quad f_1 = 8117[\text{Hz}] \\ R_L = 10 \text{ k}\Omega &\Rightarrow A_1 = 0.83 \quad f_1 = 9549[\text{Hz}] \end{aligned}$$

## Filtro passa-banda

In questa parte di esperienza si utilizzano le seguenti componenti circuitali:

- Filtro passa basso:  $R_1 = (1.98 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = (10.7 \pm 0.4) \text{ nF}$ ,  $f_{L,ATT} = (7.5 \pm 0.3) \text{ kHz}$ ;
- Filtro passa alto:  $R_2 = (1.99 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$ .

## 8.a Misura dei componenti

Una volta assicuratosi che il condensatore sia scaricato, viene misurato con il multimetro digitale come:

$$C_2 = (95 \pm 4) \text{ nF},$$

da cui  $f_{H,ATT} = (842 \pm 36) \text{ Hz}$ .

## 8.b Filtro passa-alto, stima della frequenza di taglio

Dalla risposta in frequenza risulta

$$A_2(\text{dB}) = (-3.03 \pm 0.06) \text{ dB} \quad f_2 = (840 \pm 3) \text{ Hz}$$

che sono compatibili con quanto atteso.

## 9.a Filtro passa-banda, risposta in frequenza

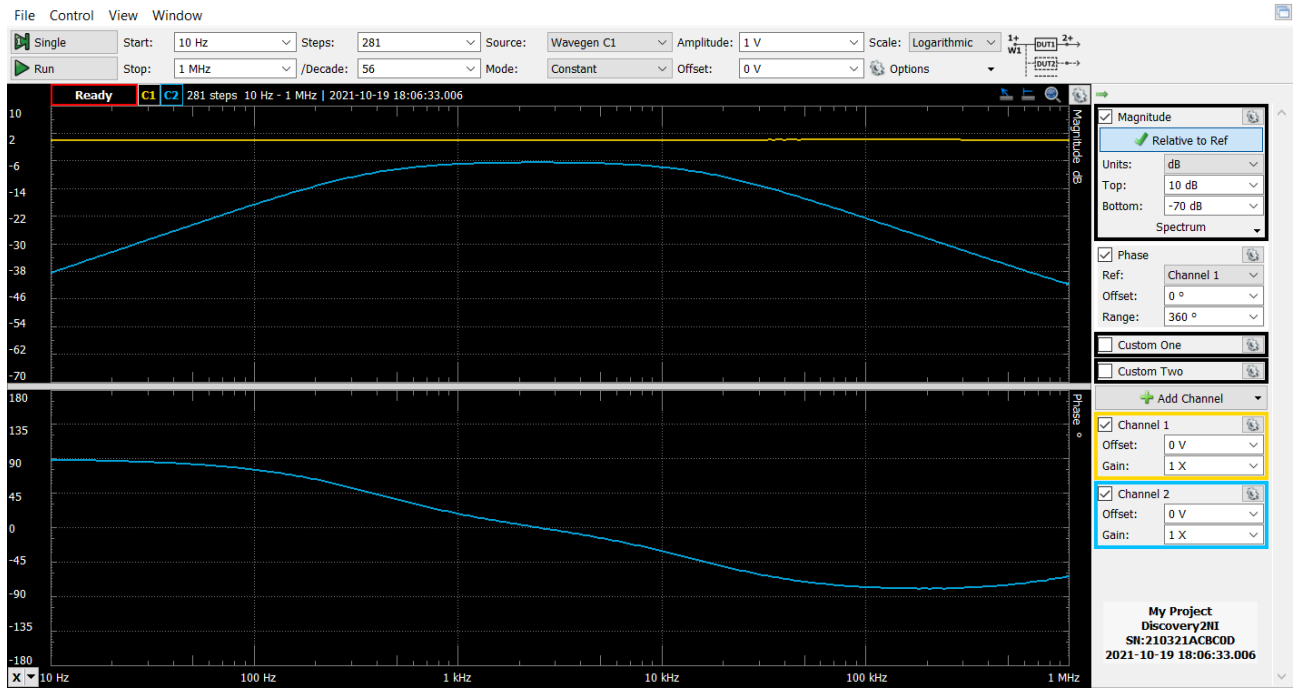


Figura 5: Plot di Bode per il filtro passa-banda.

La nostra stima dell' amplificazione di centro-banda e delle frequenze di taglio (per cui il guadagno si riduce di 3 dB rispetto a centro-banda) è

$$A(\text{dB}) = (-6.50 \pm 0.06) \text{ dB} \quad f_L = (16.21 \pm 0.04) \text{ kHz} \quad f_H = (385 \pm 1) \text{ Hz},$$

da cui  $A = (0.473 \pm 0.003)$ .

### 9.b Differenze

Le frequenze di taglio si discostano rispetto ai filtri presi separatamente in quanto le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$  sono simili tra loro. Questo comporta che i due circuiti in cascata, non essendo indipendenti, si influenzino tra loro e la curva di guadagno risulti con una banda passante maggiore rispetto al caso con i due circuiti che commutano.

### 9.c Dipendenza dai valori delle resistenze

Osserviamo il guadagno del filtro passa banda:

$$A(f) = \frac{1}{R_1/R_2 + (A_L(f)A_H(f))^{-1}}$$

Affinché i due filtri commutino, cioè risultino indipendenti l'uno dall'altro, così che la funzione di trasferimento del circuito sia il prodotto delle singole risposte in frequenza del filtro passa alto e passa basso, si sarebbe dovuto optare per una resistenza  $R_2 \gg R_1$ .

Bisogna stare attenti, supponendo di avere le capacità giuste, a non utilizzare valori di resistenza troppo elevati in quanto ciò potrebbe comportare una perturbazione non trascurabile da parte dell'oscilloscopio.

Un primo risultato ragionevole si ottiene con  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  nominali, misurata a  $R_2 = (10.00 \pm 0.08) \text{ k}\Omega$  da cui  $f_{H,ATT} = (168 \pm 7) \text{ Hz}$ . Con questi parametri circuitali si ottengono i seguenti valori:

$$A(\text{dB}) = -1.76 \text{ dB} \quad f_L = 9.2 \text{ kHz} \quad f_H = 134 \text{ Hz}$$

nei quali si riportano esclusivamente i valori nominali in quanto stime utili alla giustificazione e non a misure effettive.

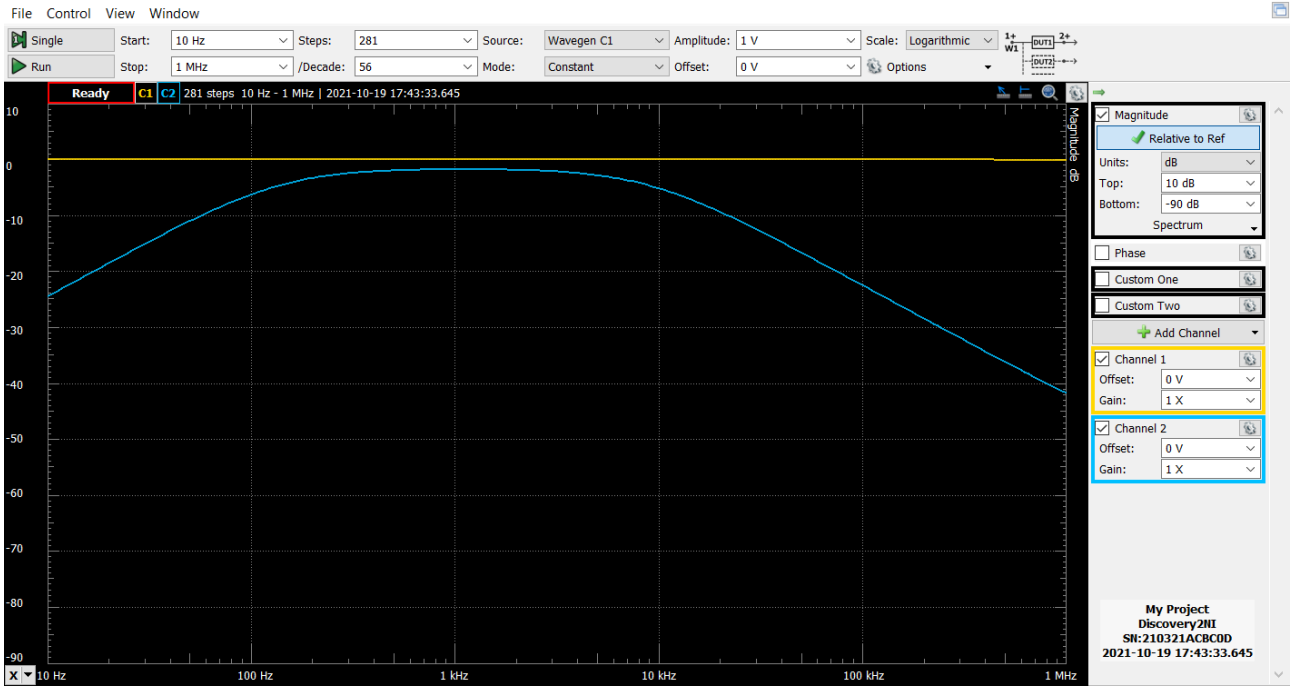


Figura 6: Diagramma di Bode per il filtro passa banda con  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  (nominali). I risultati per  $f_L, f_H, A$  sono riportati nominali in quanto utili alla giustificazione e non a misure utili effettive.

Considerando invece un valore che effettivamente rispetta la disuguaglianza cercata,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  nominali,  $R_2 = (100.4 \pm 0.8) \text{ k}\Omega$  da cui  $f_{H,ATT} = (16.7 \pm 0.7) \text{ Hz}$ . Con questi parametri circuitali si ottengono i seguenti valori:

$$A(\text{dB}) = -0.2 \text{ dB} \quad f_L = 7.6 \text{ kHz} \quad f_H = 17.6 \text{ Hz}$$

nei quali si riportano esclusivamente i valori nominali in quanto stime utili alla giustificazione e non a misure effettive.

In questo ultimo caso si riscontra bene il comportamento indipendente dei due circuiti. Cambiando a questo punto anche i condensatori correttamente si può ottenere una frequenza di taglio più alta per entrambi i singoli filtri con un guadagno del passa banda circa uguale al prodotto delle attenuazioni dei due.

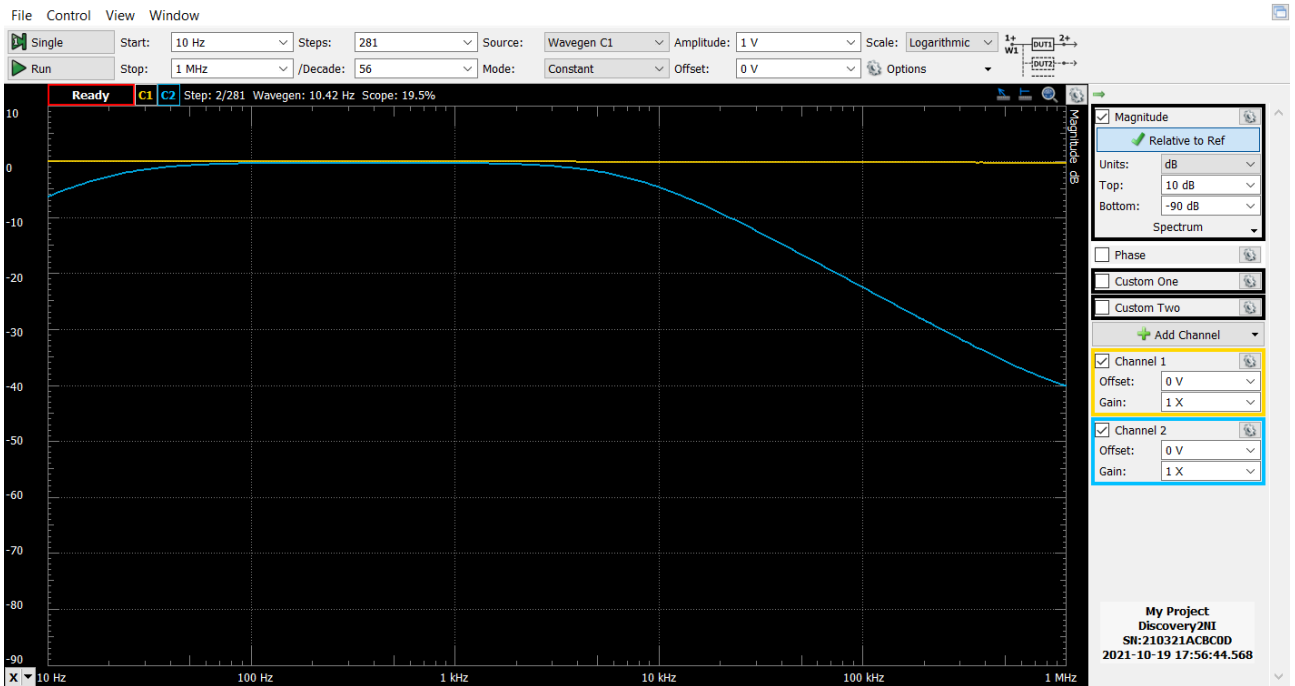


Figura 7: Diagramma di Bode per il filtro passa banda con  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  (nominali). I risultati per  $f_L, f_H, A$  sono riportati nominali in quanto utili alla giustificazione e non a misure utili effettive.

## 9.d Andamento della fase

Osserviamo il plot in basso della Figura 5 che è il grafico della fase in funzione della frequenza. Partendo dalle basse frequenze fino a circa centro banda, il grafico in questione ha l'andamento tipico di quello relativo ad un filtro passa alto con frequenza di taglio attorno ai 400 Hz, per la precisione pari ad  $f_H$ .

Arrivato ad una fase di valore  $0^\circ$ , a centro-banda, in cui il segnale passa perfettamente come all'ingresso (anche se attenuato a causa di  $R_2 \simeq R_1$ , da cui  $A(\sqrt{f_H f_L}) \simeq 1/2$ ) e possiede un andamento simile ad un passo basso di frequenza di taglio di circa 15 kHz, pari ad  $f_L$ . Prestando attenzione si nota però che per le frequenze più alte il comportamento non risulta più in linea con quanto atteso: in particolare invece di assestarsi ad un valore di  $-90^\circ$ , la curva tende a rialzarsi e ciò succede in concomitanza con un piccolo rialzo anche della curva del guadagno.

Questo comportamento del guadagno e quindi della fase può essere spiegato come da sezione 5.c.

## Dichiarazione

I firmatari di questa relazione dichiarano che il contenuto della relazione è originale, con misure effettuate dai membri del gruppo, e che tutti i firmatari hanno contribuito alla elaborazione della relazione stessa.