

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

**ΕΡΓΑΣΙΑ #1**

***ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.***

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : Παπαδάμ Στέφανος**

**A.E.M. : 8885**

**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020**

## Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων.....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
• Ρύθμιση Κέρδους.....	5
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	7
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	11

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

### ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_p = 4400 \text{ Hz}, \quad f_s = 7040 \text{ Hz} \quad ,$$

και

$$a_{\max} = 0.55 \text{ dB}, \quad a_{\min} = 23 \text{ dB} \quad .$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[ \frac{10^{a_{\min}/10} - 1}{10^{a_{\max}/10} - 1} \right]}{\cosh^{-1} \omega_s}$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες  $f_p$  και  $f_s$  άρα θα έχουμε :

$$\omega_p = 2\pi \cdot f_p = 2\pi \cdot 4400 = 27646 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 2\pi \cdot 1923.1 = 44234 \text{ rad/sec}$$

Κανονικοποιούμε την συχνότητα  $\omega_p$  έτσι ώστε να ισχύει  $\Omega_p = 1$ . Οπότε, έχουμε:  $\Omega_s = \omega_s / \omega_p = 1.6$ .

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=4.1450$ . Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή,

$$\underline{n = 5}$$

Έπειτα υπολογίζονται οι συντελεστές  $\varepsilon$  και  $\alpha$  όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\varepsilon = \sqrt{\left(10^{\frac{amax}{10}} - 1\right)} = 0.3674 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.3453$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(10^{\frac{amax}{10}} - 1\right)^{(-1/2)}\right) = \cosh\left(\frac{1}{5} \cdot \cosh^{-1}(0.135)^{(-1/2)}\right) = 1.055$$

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\Omega_{hp}$  είναι :

$$\underline{\Omega_{hp} = 1.055 \text{ rad/sec}}$$

Η πραγματική  $\omega_{hp}$  είναι  $\omega_{hp} = 2\pi * f_{hp} = 29181 \text{ rad/sec}$ ,  $f_{hp} = \Omega_{hp} * f_p = 4644.4 \text{ Hz}$ .

Εφόσον έχουμε τάξη του φίλτρου ίση με 5 ( $n = 5$ ) τότε οι γωνίες Butterworth θα είναι

$\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ . Οι πόλοι της απόκρισης Chebyshev προκύπτουν από τη σχέση

$$p_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \pm i\cosh(a)\sin(\psi_k).$$

Παρακάτω δίνονται οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των  $Q$  και  $\omega_0$ .

$$Q = \frac{\sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}}{2 \cdot \sigma_k}, \text{ όπου } \sigma_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \text{ και } \omega_k = \cosh(a)\sin(\psi_k)$$

$$\omega_k = \sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν:

$$Q_1 = 0.5, Q_2 = 1.2024, Q_3 = 4.6591 \quad \text{και} \quad \omega_1 = 0.3522, \omega_2 = 0.6852, \omega_3 = 1.0142.$$

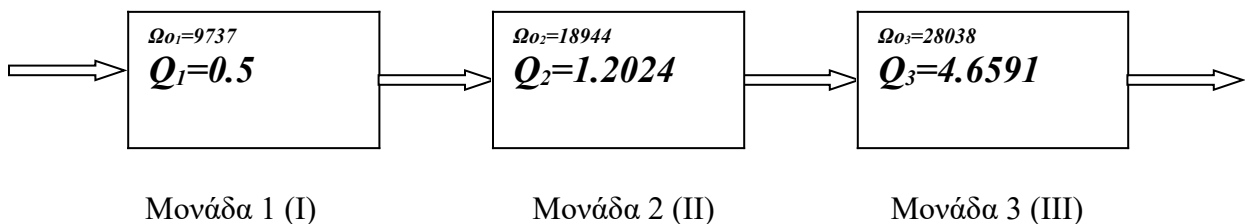
Τα πραγματικά μέτρα των πόλων προκύπτουν από τη σχέση  $\Omega_{0k} = 2\pi f_p \omega_k$  οπότε έχουμε:

$$\Omega_{01} = 9737.1, \Omega_{02} = 18944, \Omega_{03} = 28038.$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα  $Q$  των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\Psi_k$	$Q$	$p_k$
$0^\circ$	0.5	-0.35
$\pm 36^\circ$	1.2	$-0.2849 \pm i0.6232$
$\pm 72^\circ$	4.66	$-0.1088 \pm i1.0083$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τρεις μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



#### • Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0 = 1$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση τη συχνότητα με  $k_f = \omega_0$  για να υπολογιστούν οι πραγματικές τιμές των στοιχείων.

#### ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης και

αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο -0.3522. Εφόσον  $p_1 = \frac{1}{R_{11} \cdot C_{11}} = 0.3522$  Τα κανονικοποιημένα στοιχεία αυτής της μονάδας είναι  $R_1 = 1$  και  $C_1 = 2.8393$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_p = 27646 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f1} = 27646$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$  οπότε  $km_1 = \frac{C_{1\text{new}}}{k_{f1} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 1027$ . Οπότε

προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{1\text{new}} = 0.1 \mu\text{F}$  και  $R_{1\text{new}} = km_1 R_1 = 1.027 \text{ k}\Omega$ .

### ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key ακολουθώντας τη στρατηγική (2). Έχουμε:

$$R_{21} = R_{22} = 1, \quad C_{21} = \frac{1}{2 \cdot Q_{23}} = 2.4048 F, \quad C_{22} = 2 \cdot Q_{23} = 0.4158 F \quad \text{και} \quad k_2 = 1.$$

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε τό  $\Omega_{02} = 18944 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f2} = 18944$ . Από την εκφώνηση ζητείται η

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$  οπότε  $km_2 = \frac{C_{21\text{new}}}{k_{f2} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 1269.4$

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{21\text{new}} = 0.1 \mu\text{F}$ ,  $C_{22\text{new}} = 17.292 \text{ nF}$ ,  $R_{21\text{new}} = km_2 R_{21} = 1.2694 \text{ k}\Omega$  και  $R_{22\text{new}} = km_2 R_{22} = 1.2694 \text{ k}\Omega$ .

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key ακολουθώντας τη στρατηγική (2). Έχουμε:

$$R_{31} = R_{32} = 1, \quad C_{31} = \frac{1}{2 \cdot Q_{45}} = 9.3183 F, \quad C_{32} = 2 \cdot Q_{45} = 0.1073 F \quad \text{και} \quad k_3 = 1.$$

### Κλιμακοποίηση

Και σε αυτή την περίπτωση επειδή έχουμε  $\Omega_{03} = 28038 \text{ rad/sec}$  τότε προκύπτει

$k_{f3} = 28038$ . Από την εκφώνηση ζητείται η μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$

οπότε  $km_3 = \frac{C_{31\text{new}}}{k_{f3} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 3323.5$

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{31\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $C_{32\text{new}} = 1.151 \text{ nF}$ ,  $R_{31\text{new}} = km_3 R_{31} = 3.3235 \text{ k}\Omega$  και  $R_{32\text{new}} = km_3 R_{32} = 3.3235 \text{ k}\Omega$ .

#### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 0 dB. Εφόσον οι μονάδες II και III υλοποιήθηκαν με τη στρατηγική 2 η οποία δίνει κέρδος μονάδα τότε το συνολικό κέρδος το οποίο είναι το γινόμενο των επιμέρους μονάδων θα είναι 0 dB οπότε δεν χρειάζεται περαιτέρω ρύθμιση.

#### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{\Omega_{01}}{s + \Omega_{01}} = \frac{9737.1}{s + 9737.1}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{\Omega_{02}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{02}}{Q_2} s + \Omega_{02}^2} = \frac{18944^2}{s^2 + \frac{18944}{1,2024} s + 18944^2} = \frac{358875136}{s^2 + 15755 s + 358875136}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

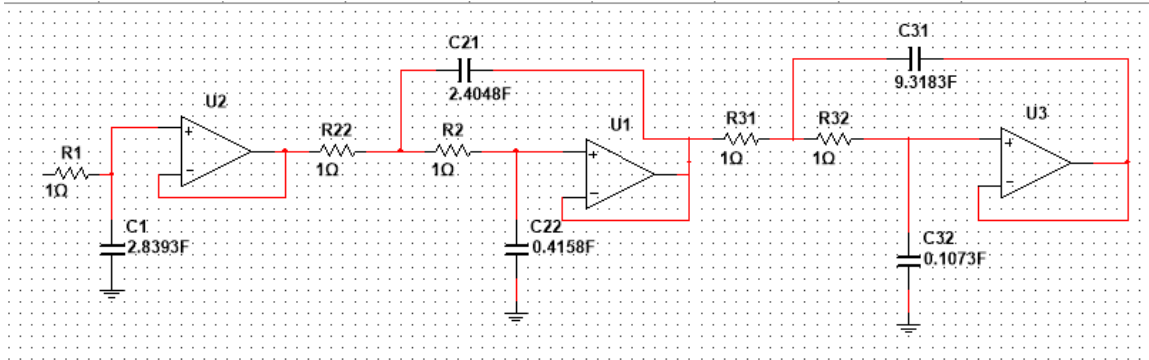
$$T_3(s) = \frac{\Omega_{03}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{03}}{Q_3} s + \Omega_{03}^2} = \frac{28038^2}{s^2 + \frac{28038}{4,6591} s + 18944^2} = \frac{786129444}{s^2 + 6017.9 s + 786129444}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου:

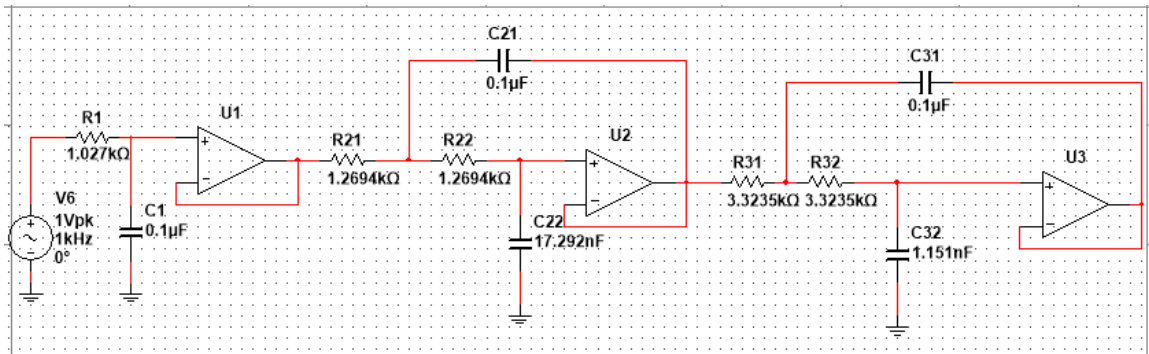
$$T_{LP}(s) = T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) :$$

$$T_{LP}(s) = \frac{2.747 \cdot 10^{21}}{s^5 + 3.151 \cdot 10^4 s^4 + 1.452 \cdot 10^9 s^3 + 2.662 \cdot 10^{13} s^2 + 4.237 \cdot 10^{17} s + 2.747 \cdot 10^{21}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη.



Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



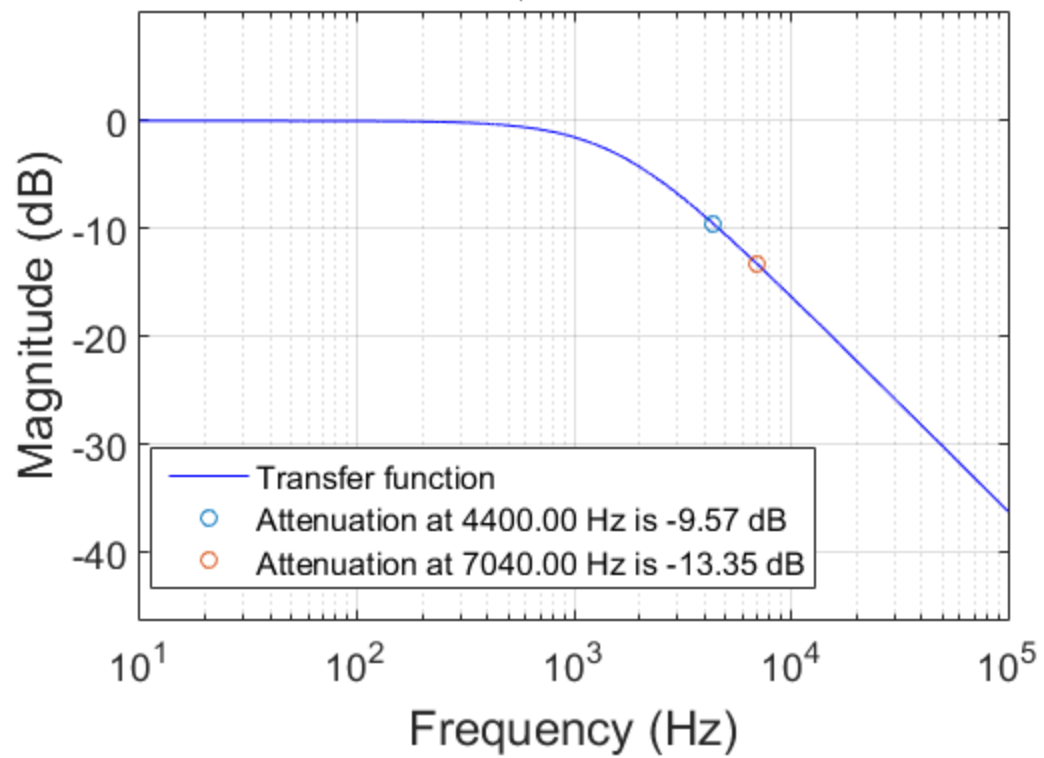
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

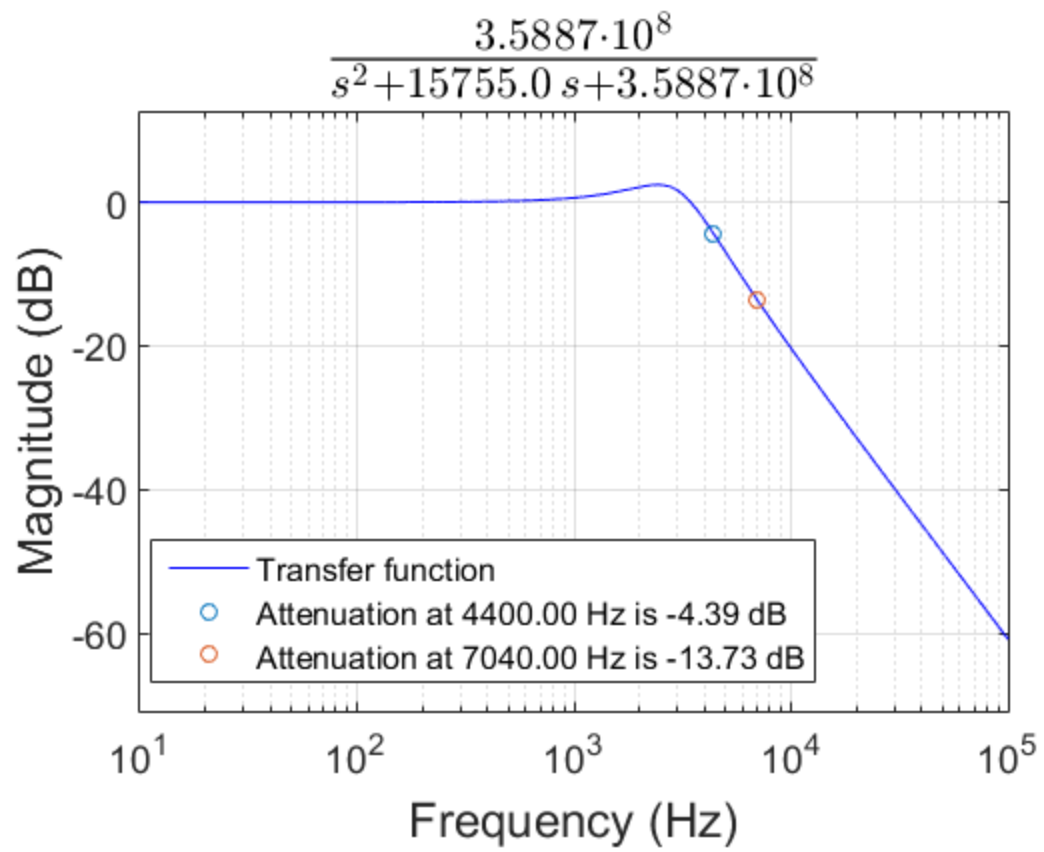


**1<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.**

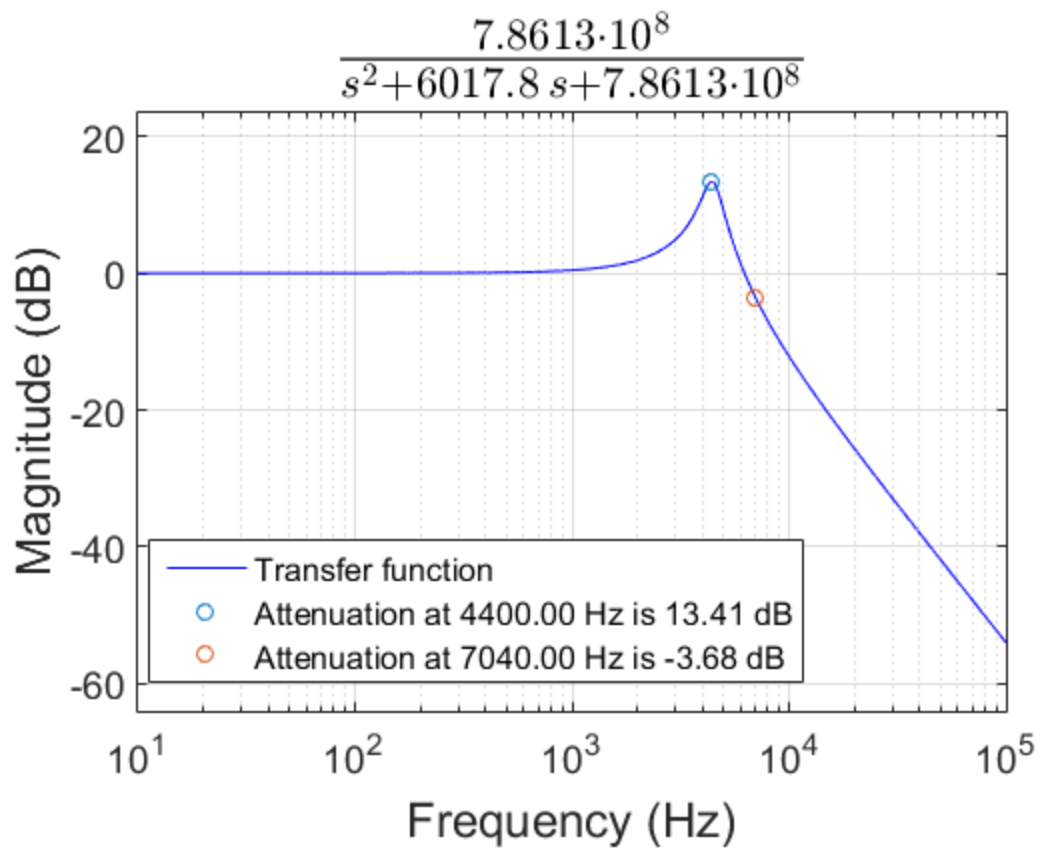
$$\frac{9737.1}{s+9737.1}$$



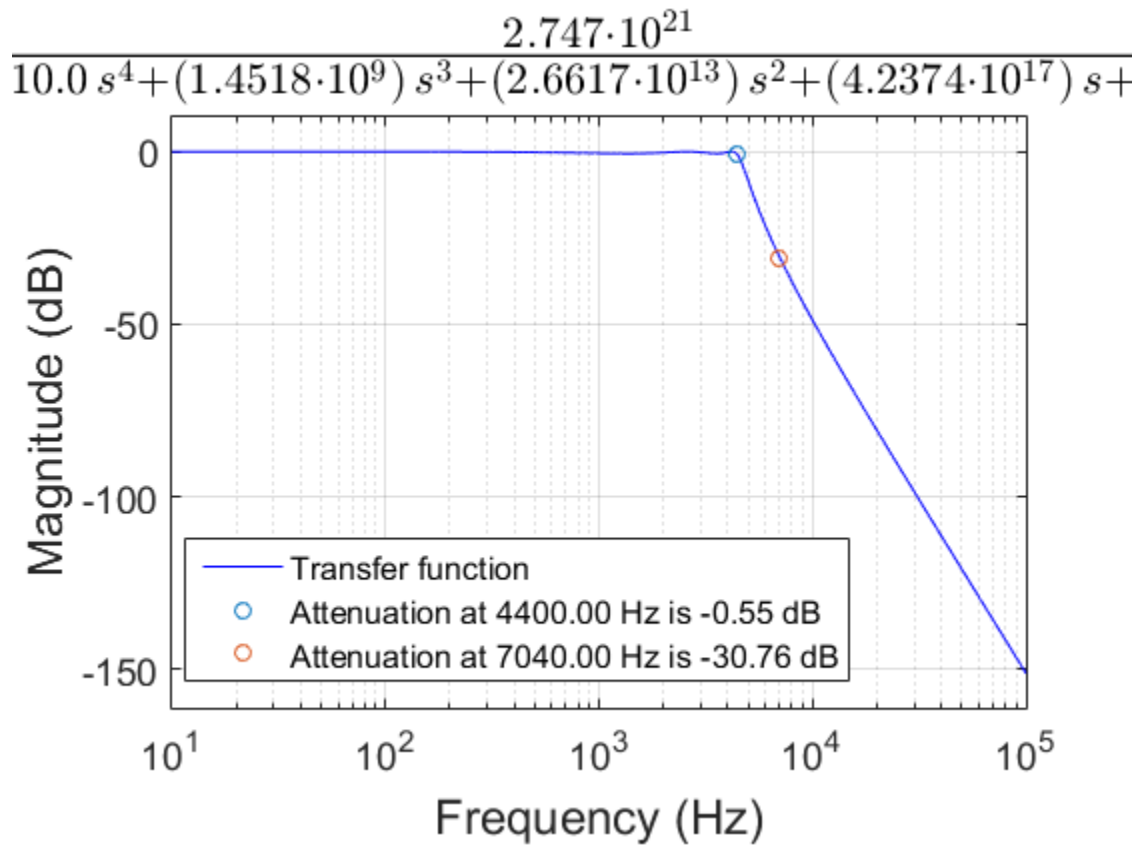
**2<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key**



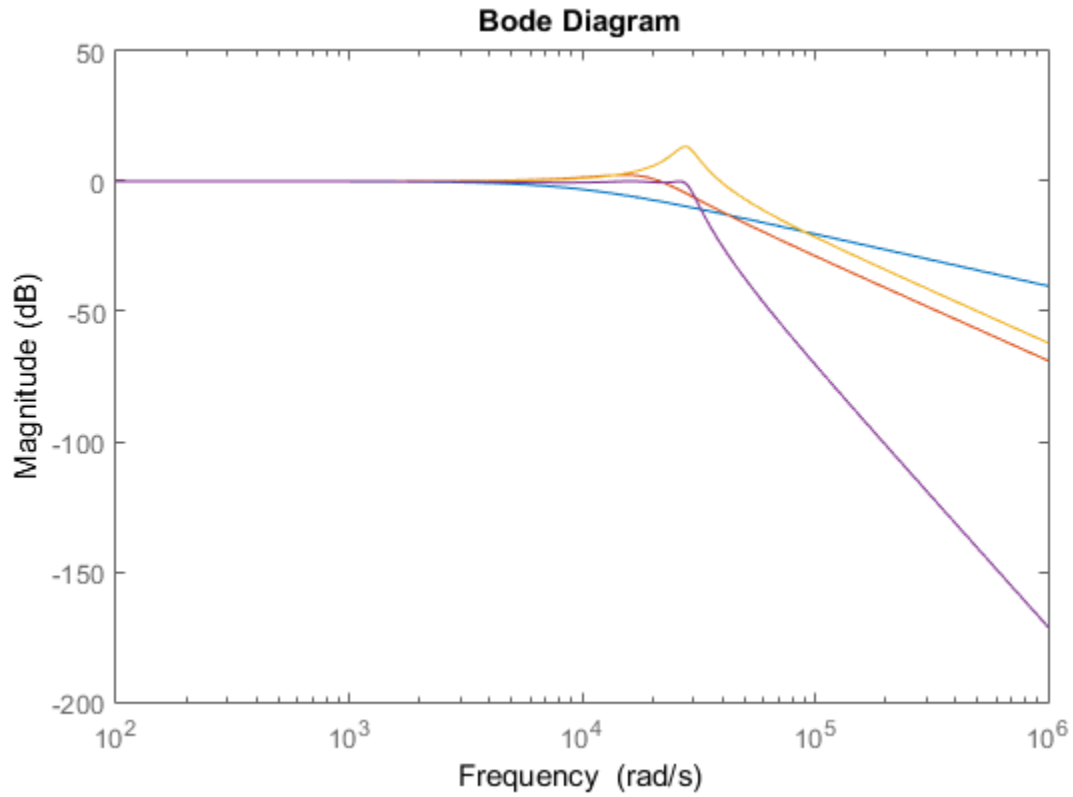
**3<sup>η</sup> Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key**



Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

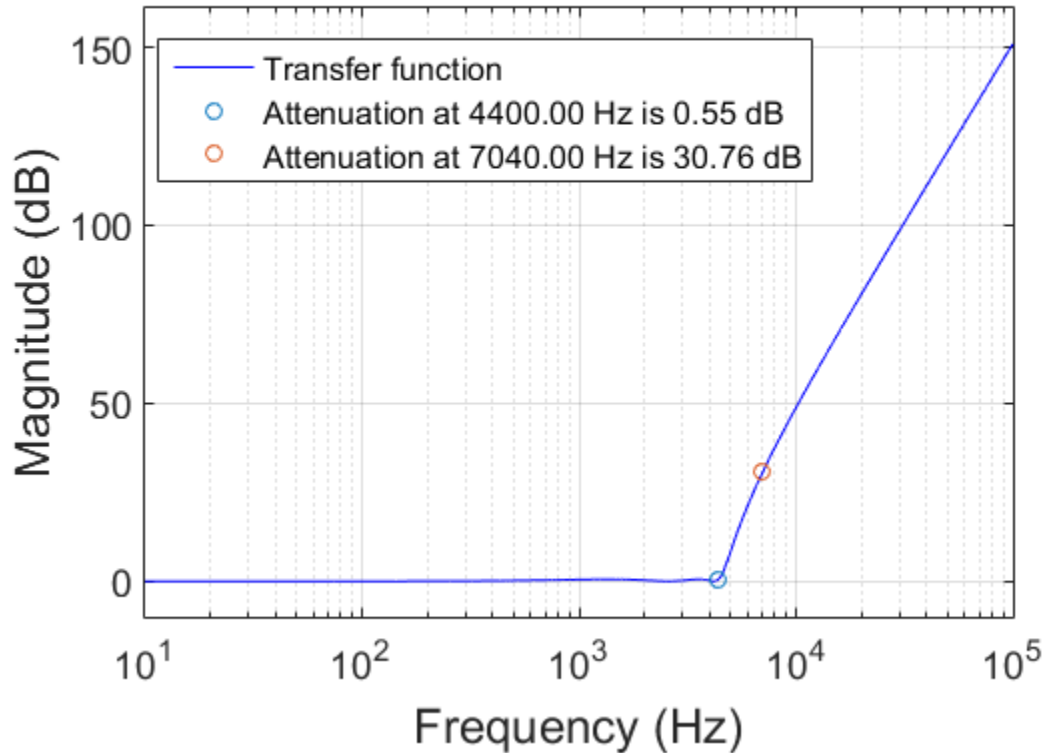


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Με μωβ χρώμα διακρίνεται η συνολική απόκριση ενώ με μπλε, πορτοκαλί και κίτρινο οι αποκρίσεις της πρώτης, δεύτερης και τρίτης μονάδας αντίστοιχα.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$10^{-17}) s^4 + (5.2851 \cdot 10^{-13}) s^3 + (9.6895$$

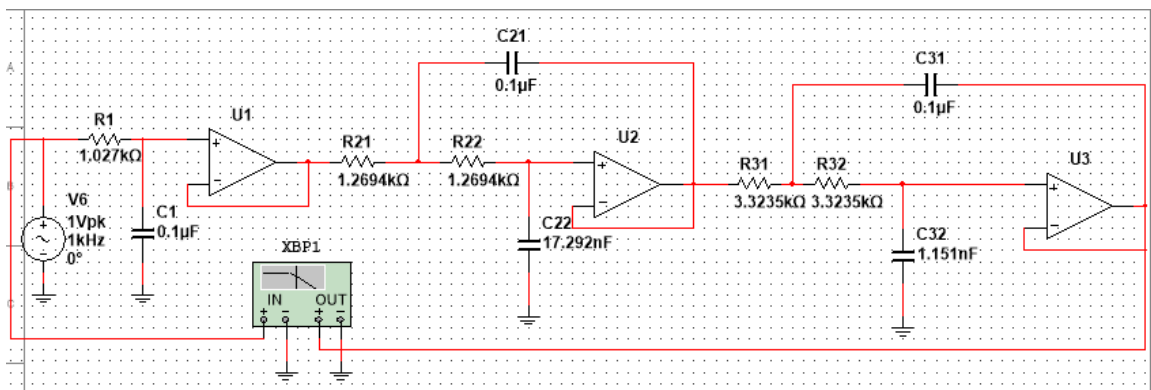


Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p = 4400$  Hz και την  $f_s = 7040$  Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόσβεση στη συχνότητα  $f_p = 4400$  Hz, δηλαδή στη ζώνη διόδου, είναι 0.55 dB που σημαίνει ότι καλύπτεται οριακά η προδιαγραφή για το  $\alpha_{\max} = 0.55$ . Στη ζώνη αποκοπής δηλαδή στη συχνότητα  $f_s = 7040$  Hz έχουμε απόκριση 30.76 dB η οποία είναι μεγαλύτερη από την προδιαγραφή  $\alpha_{\min} = 23$  το οποίο σημαίνει ότι ικανοποιείται. Στο τελικό διάγραμμα της συνάρτησης μεταφοράς φαίνεται ότι το κέρδος του φίλτρου είναι 0 dB το οποίο είναι και το ζητούμενο για αυτό και δεν χρειάζεται να εφαρμόσουμε επιπλέον ρύθμιση κέρδους. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όλες οι προδιαγραφές του φίλτρου καλύπτονται.

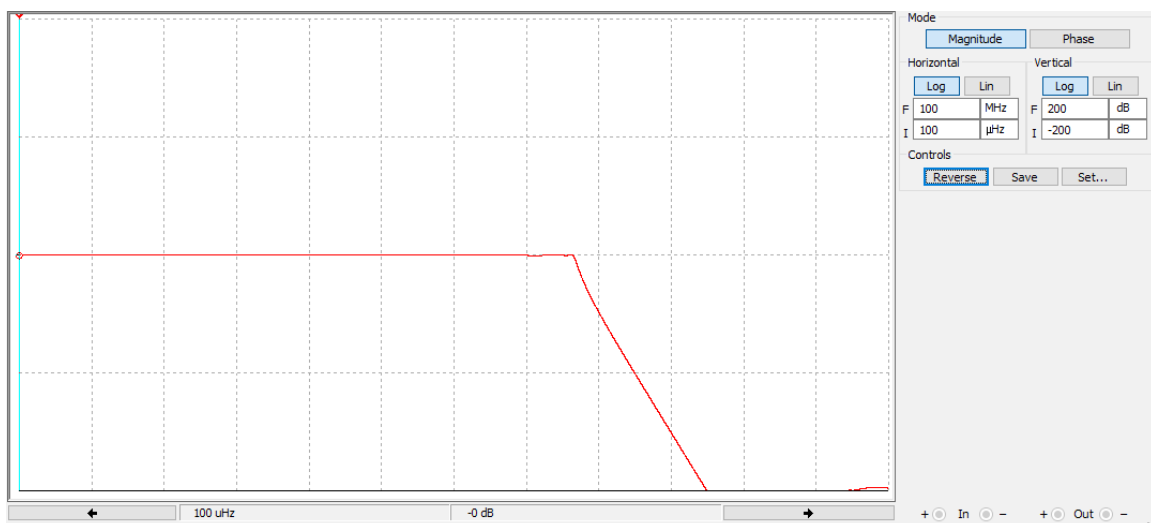
### Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

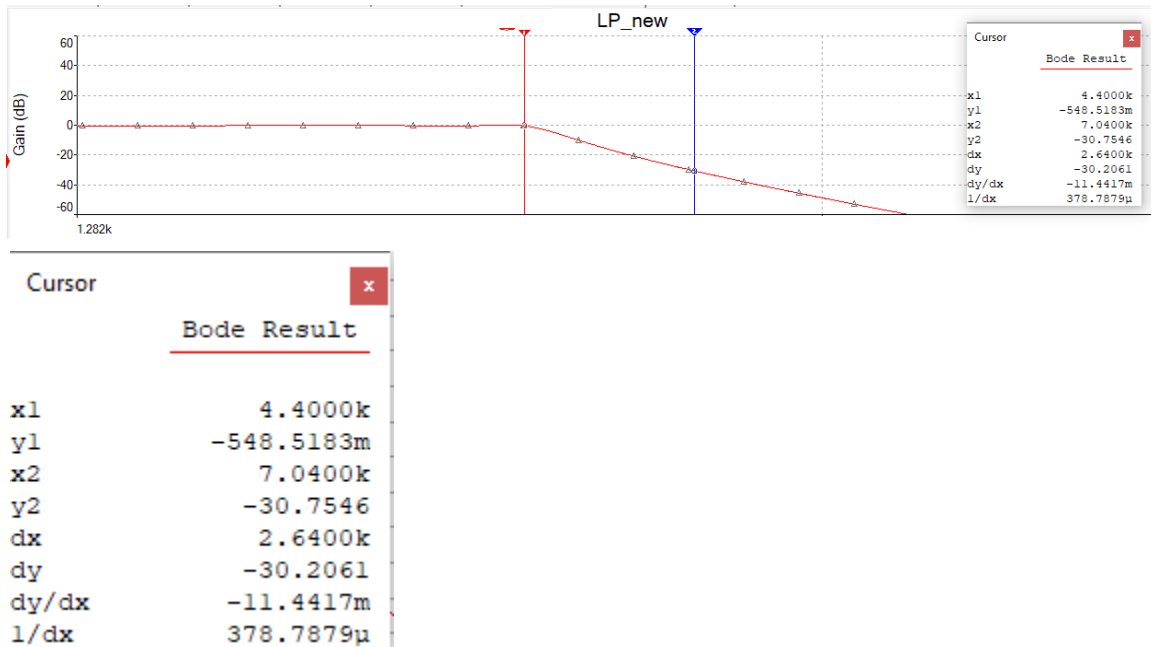
Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



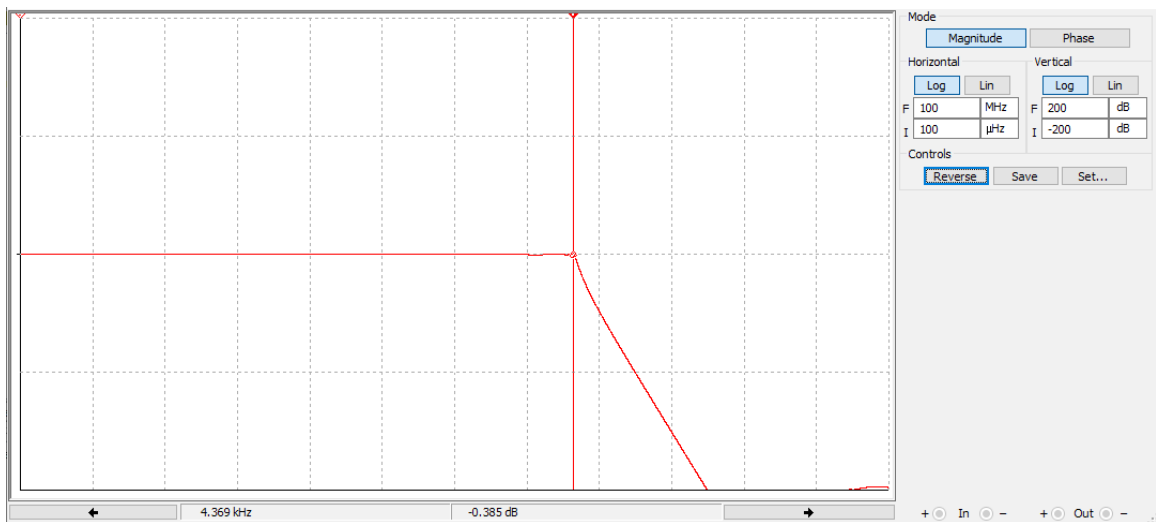
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Ο bode plotter για την  $f_p$  δίνει :

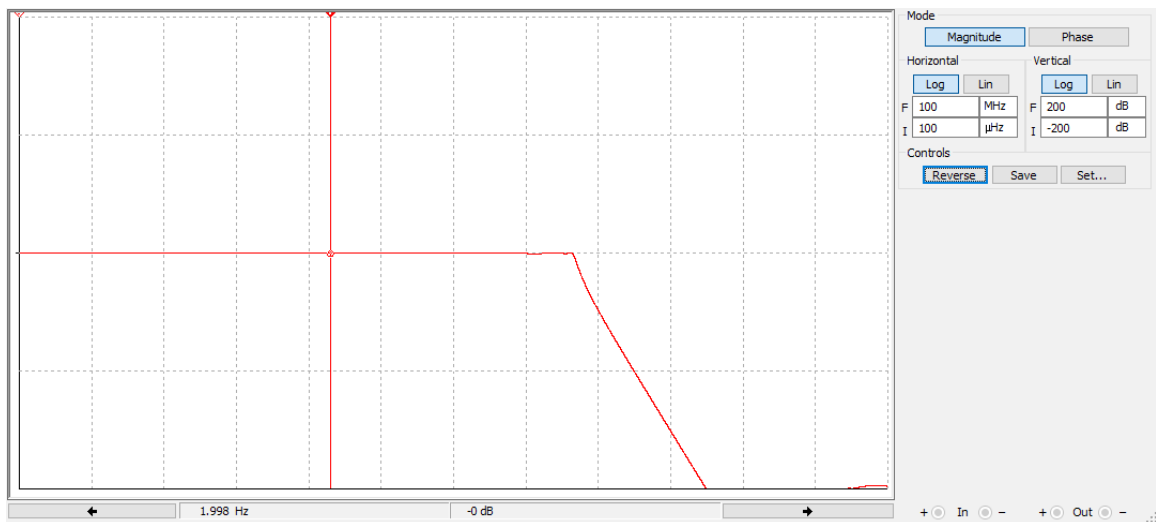




Ο bode plotter για την  $f_s$  δίνει :

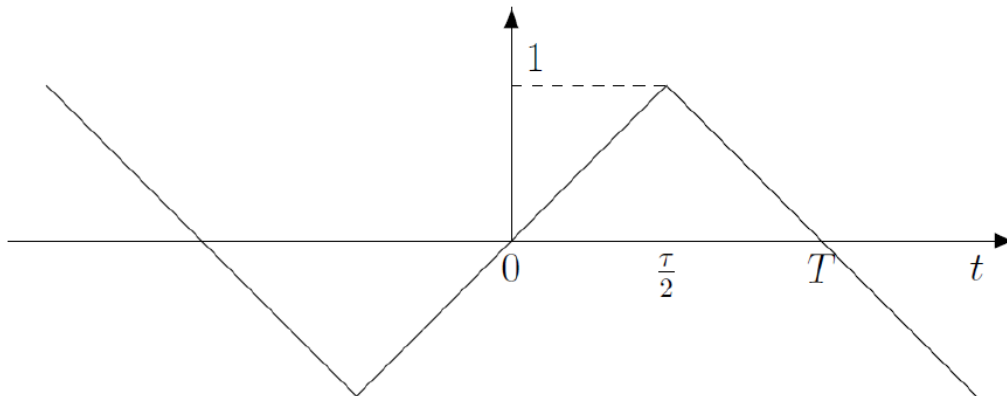


Ο bode plotter για τις χαμηλές συχνότητες δίνει :

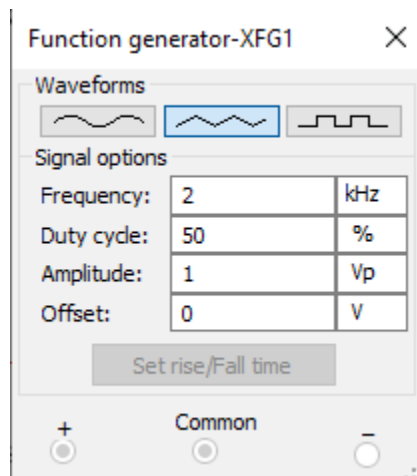


Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές καλύπτονται για τα  $a_{\min} = 23$  και  $a_{\max} = 0.55$  αφού έχουμε στις συχνότητες 4.4 kHz και 7040 Hz απόσβεση 0.548 dB και 30.75 dB αντίστοιχα.

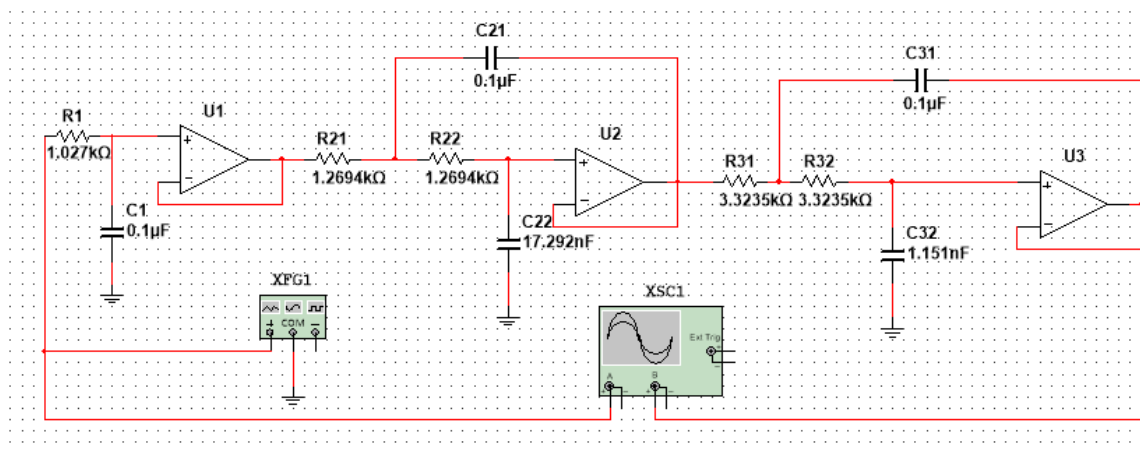
Εισάγουμε στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ένα τριγωνικό περιοδικό σήμα με θεμελιώση συχνότητα 2 kHz της μορφής :



Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Για να δημιουργήσουμε το σήμα εισόδου χρησιμοποιούμε το Function Generator του Multisim ρυθμίζοντας το όπως φαίνεται στην εικόνα.



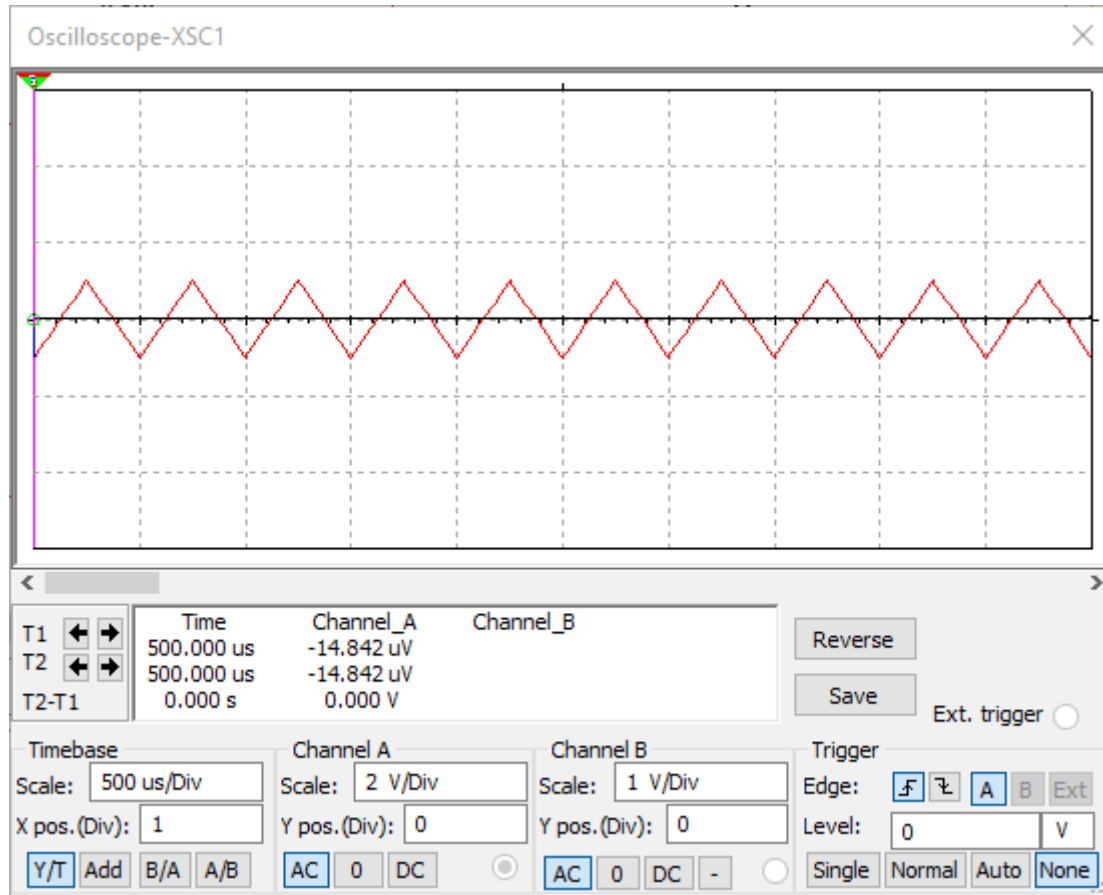
Το κύκλωμα με τον παλμογράφο και την πηγή διέγερσης φαίνεται παρακάτω.



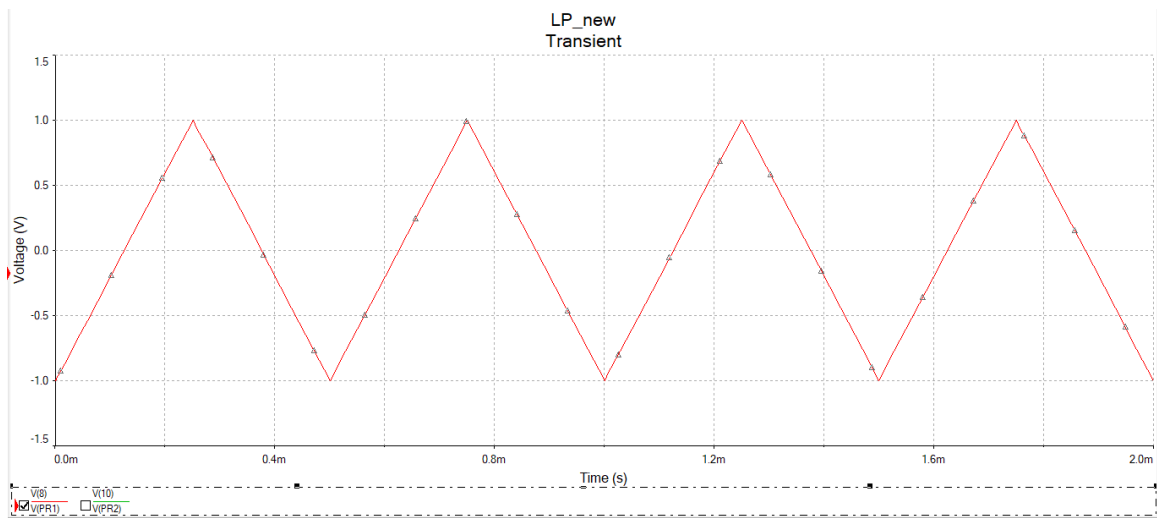
Στη συνέχεια παραθέτουμε τα διάφορα αποτελέσματα που παίρνουμε από τον παλμογράφο και την transient analysis.

Σήμα Εισόδου :

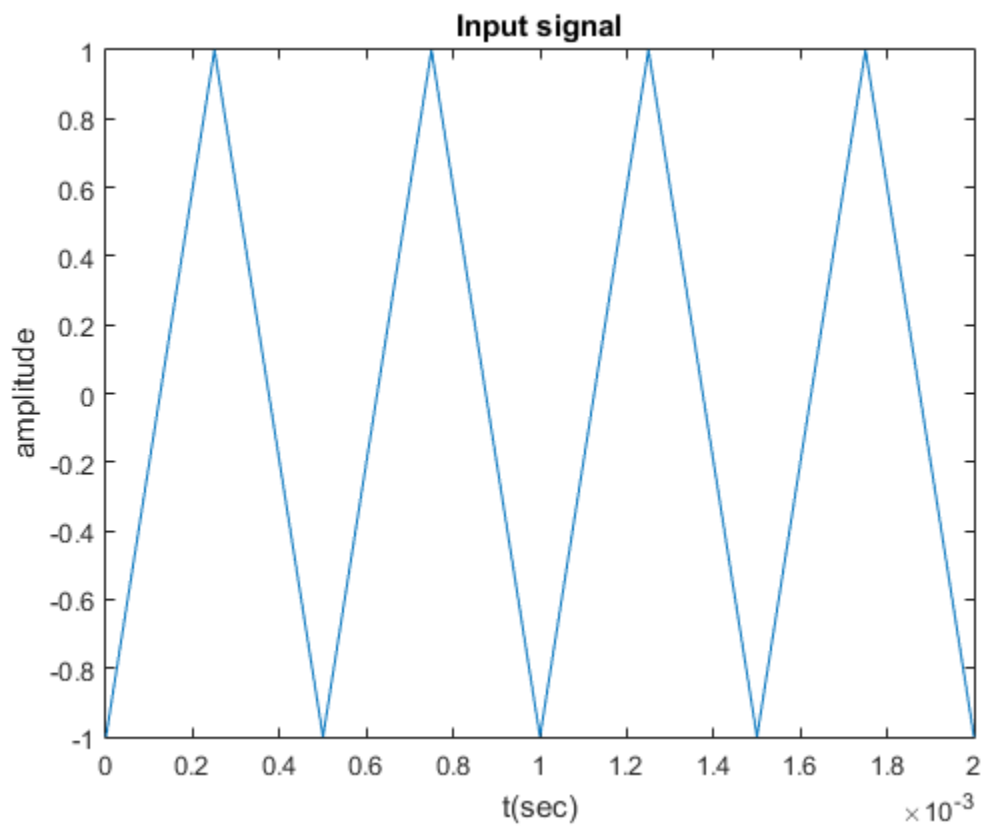
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες :

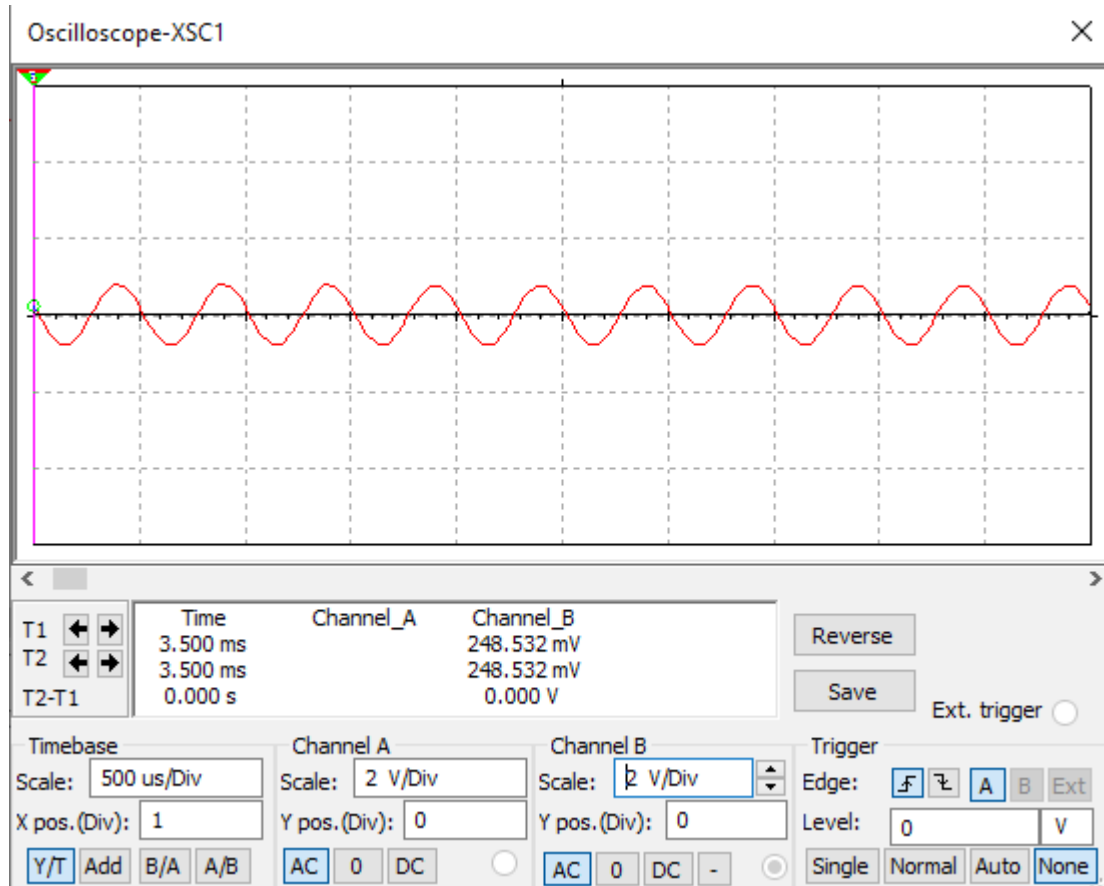


Αποτέλεσμα του Matlab:

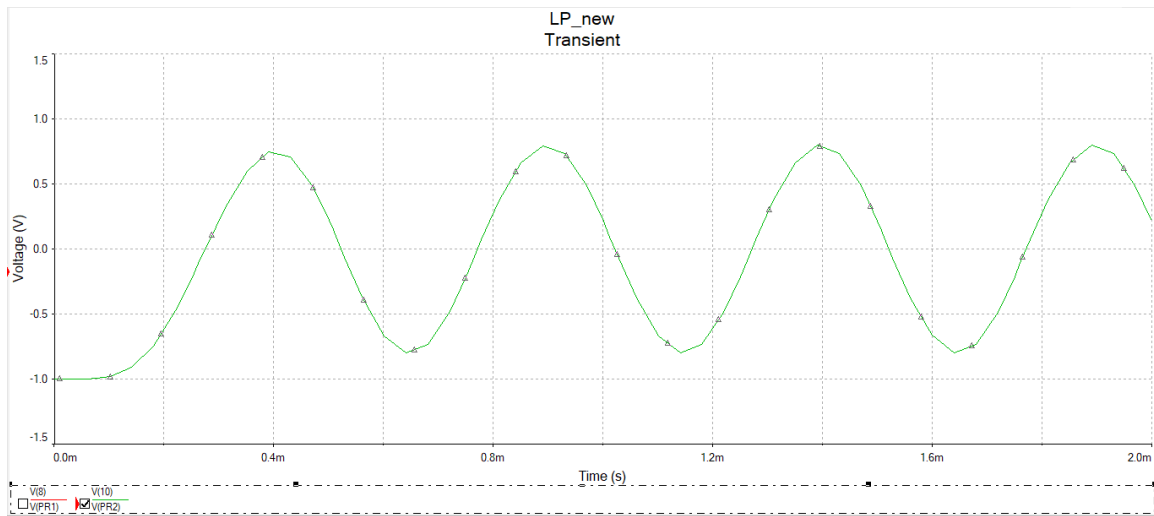


Σήμα Εξόδου :

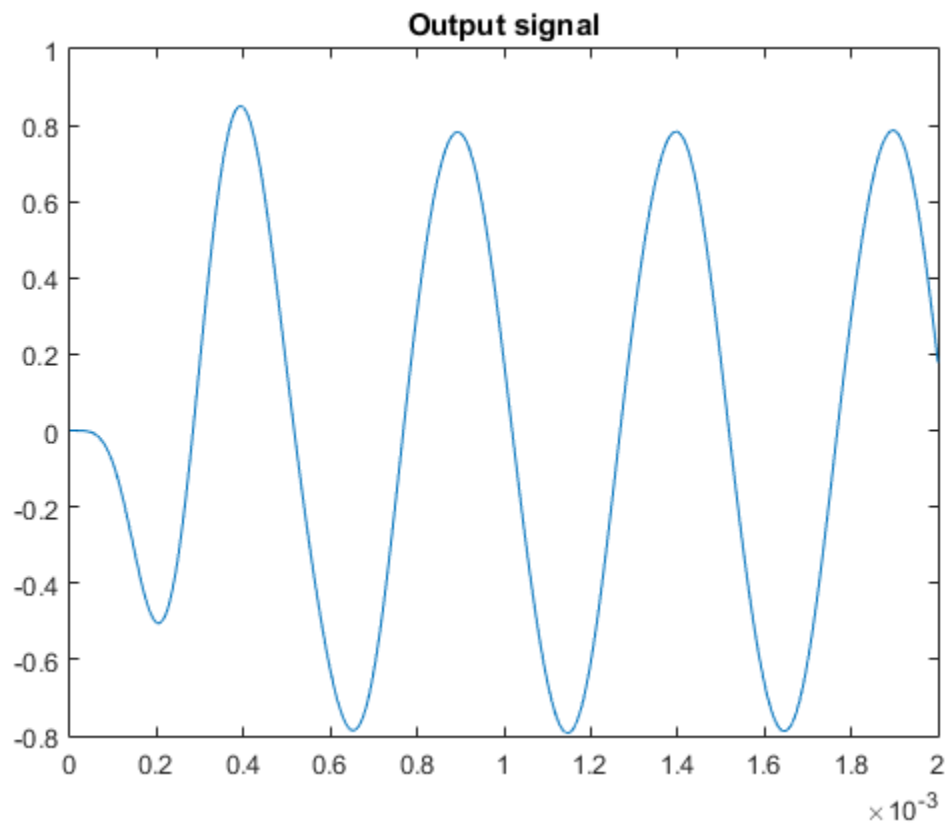
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες:

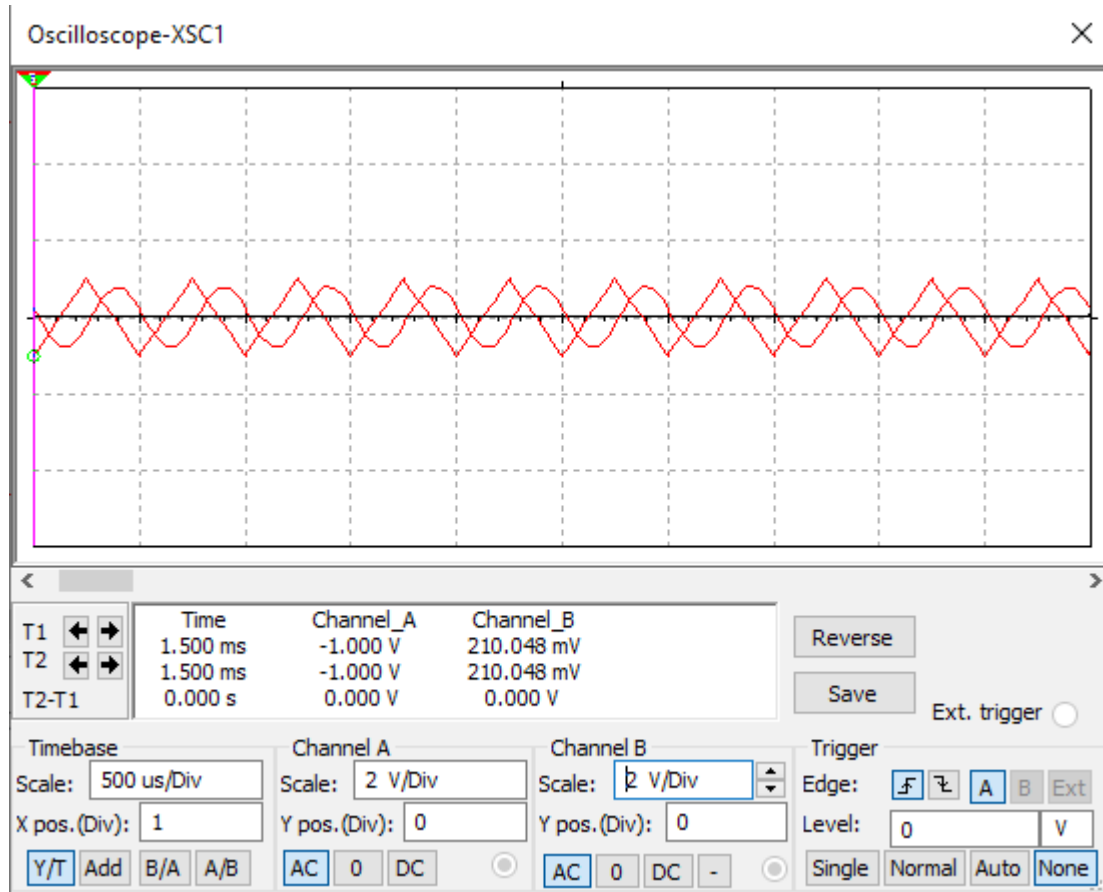


Αποτέλεσμα του Matlab:



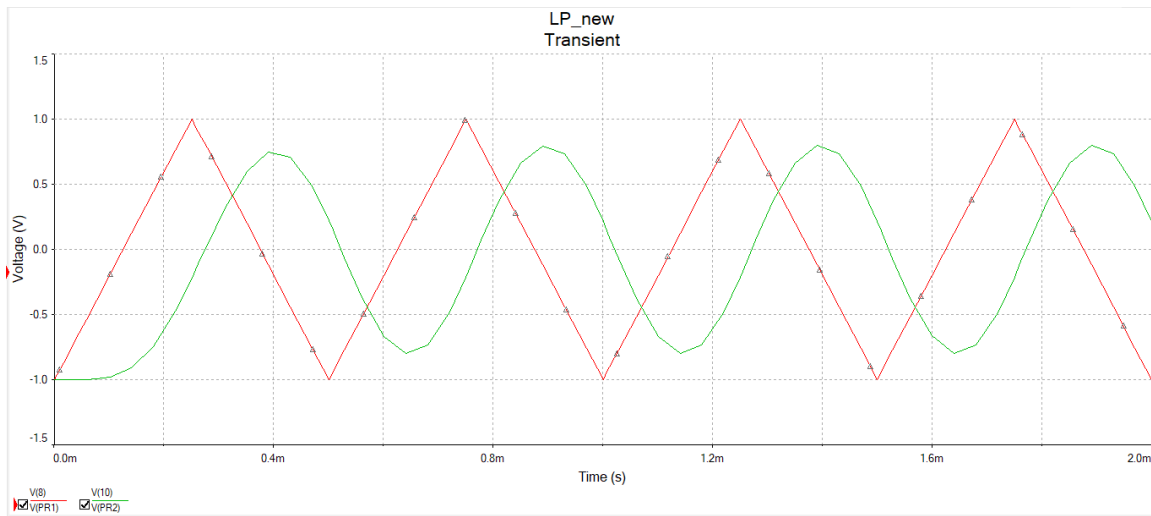
Σήμα Εισόδου - Εξόδου :

Αποτέλεσμα του παλμογράφου:

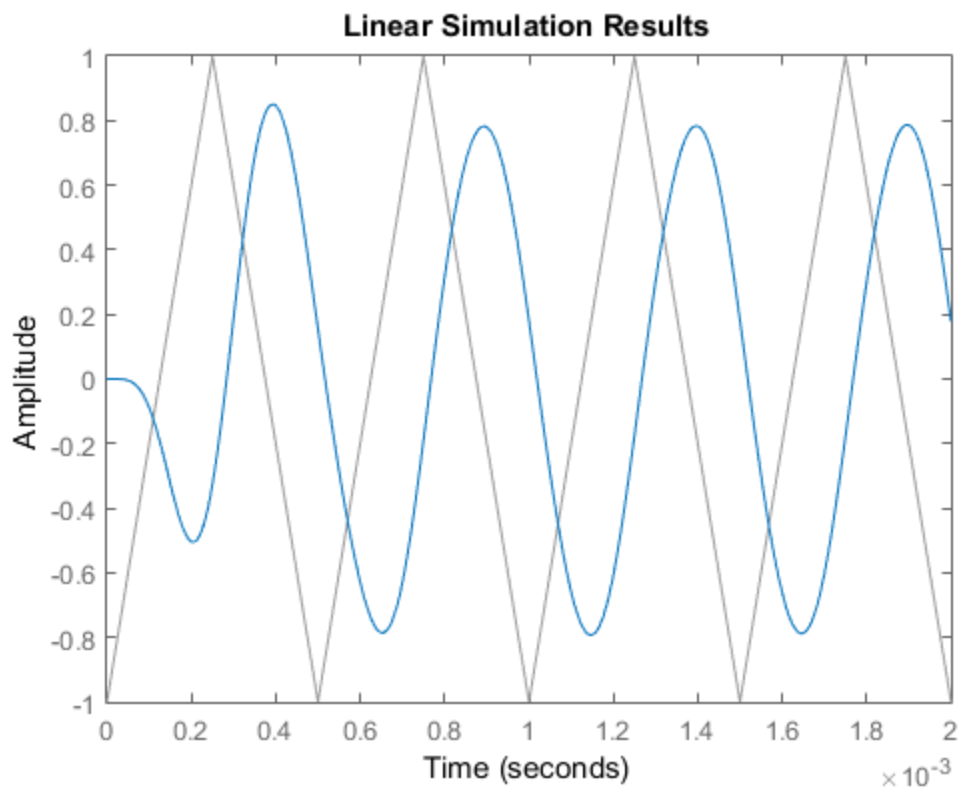




Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες (με κόκκινο απεικονίζεται το σήμα εισόδου και με πράσινο το σήμα εξόδου):



Αποτέλεσμα του Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στον παλμογράφο και όπου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2 V/Div , 500 usec/Div κτλ.). Επίσης, απεικονίζονται τα ίδια διαγράμματα στον grapher όπου διακρίνονται περισσότερες λεπτομέρειες για τα σήματα εισόδου και εξόδου. Τέλος, απεικονίζουμε και τα θεωρητικά αποτελέσματα των σημάτων που προκύπτουν από το Matlab.

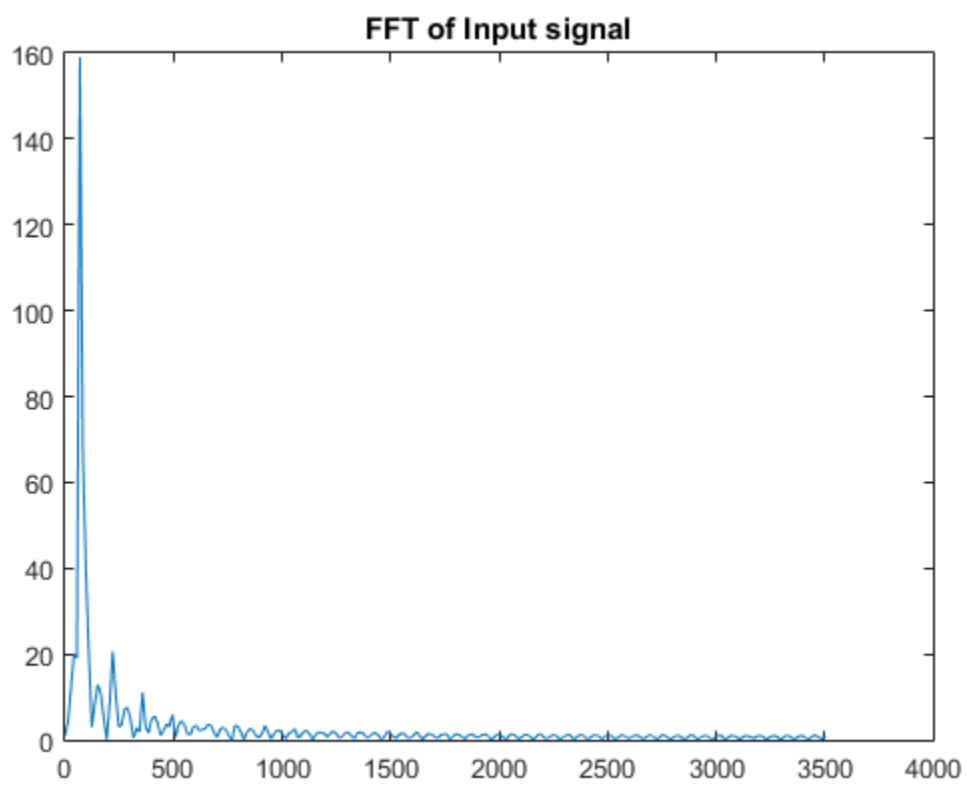
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα διαγράμματα είναι ότι το κέρδος του φίλτρου είναι 0 dB καθώς φαίνεται ότι η έξοδος έχει ελαφρώς μικρότερο πλάτος σε σχέση με την είσοδο όπως φαίνεται από το κοινό διάγραμμα εισόδου εξόδου. Το κέρδος των 0 dB οφείλεται στο γεγονός πως ακολουθήσαμε για τις μονάδες στρατηγική 2 η οποία δίνει  $k=1$ . Επίσης, το σήμα εξόδου φαίνεται παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου έχοντας και μια μικρή καθυστέρηση. Αυτό οφείλεται στον μικρό χρόνο που χρειάζεται το κύκλωμα για να σταθεροποιηθεί. Η αποκοπή των υψηλών συχνοτήτων και η διατήρηση των χαμηλών φαίνεται αναλυτικά στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

## Ανάλυση Fourier

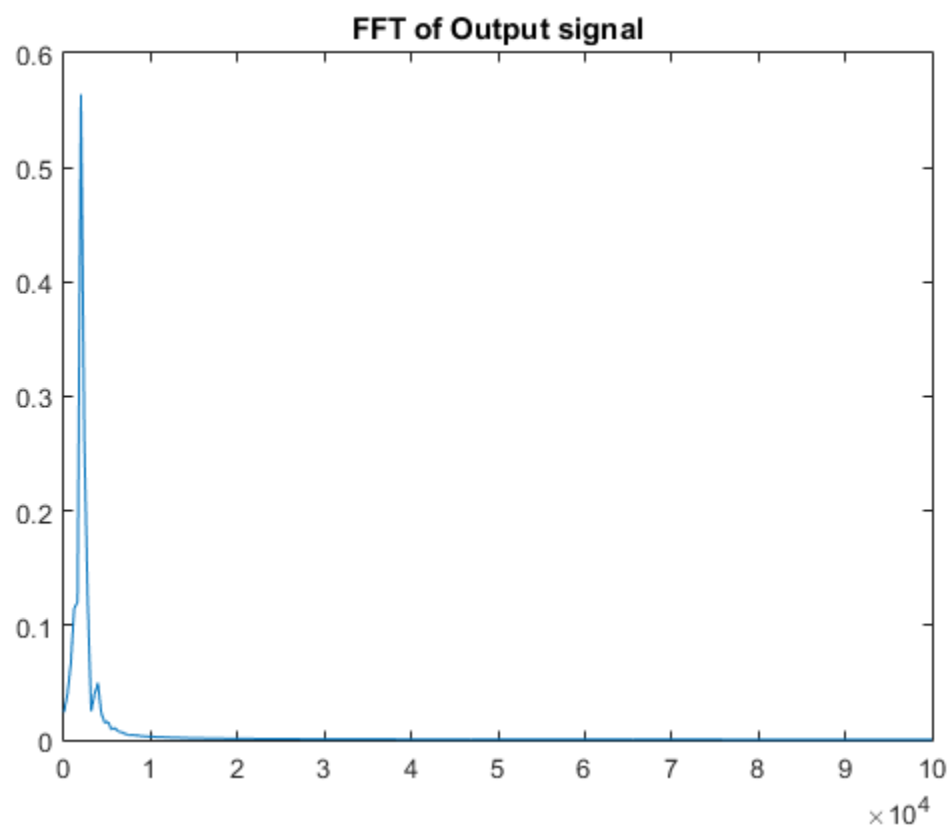
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

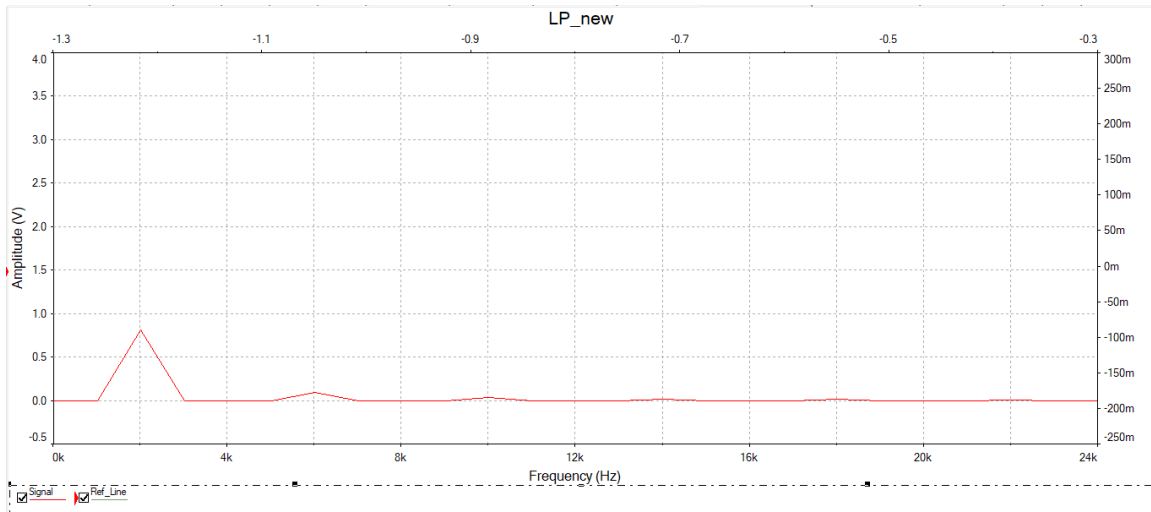
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



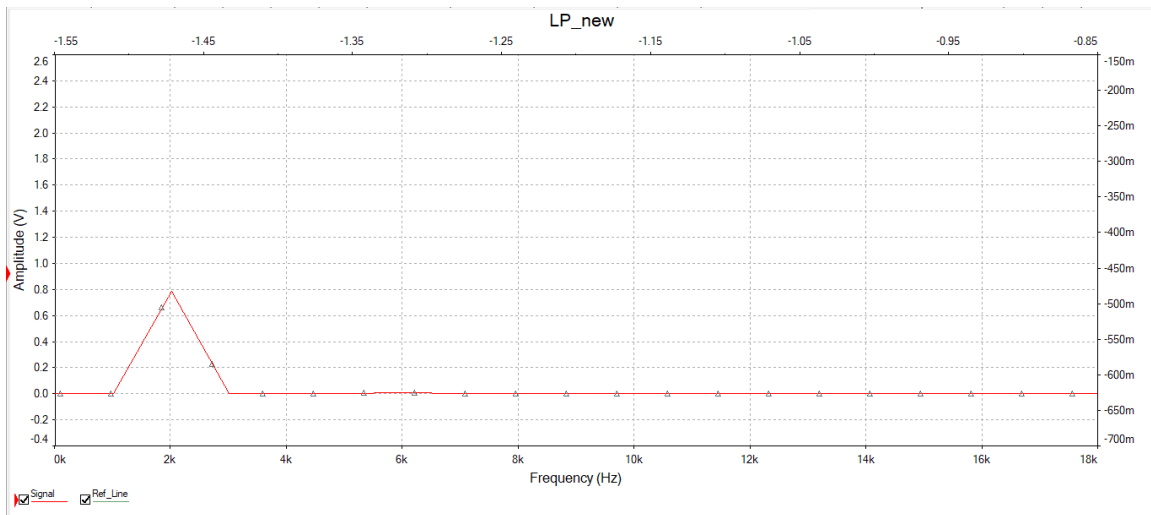
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



### Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:

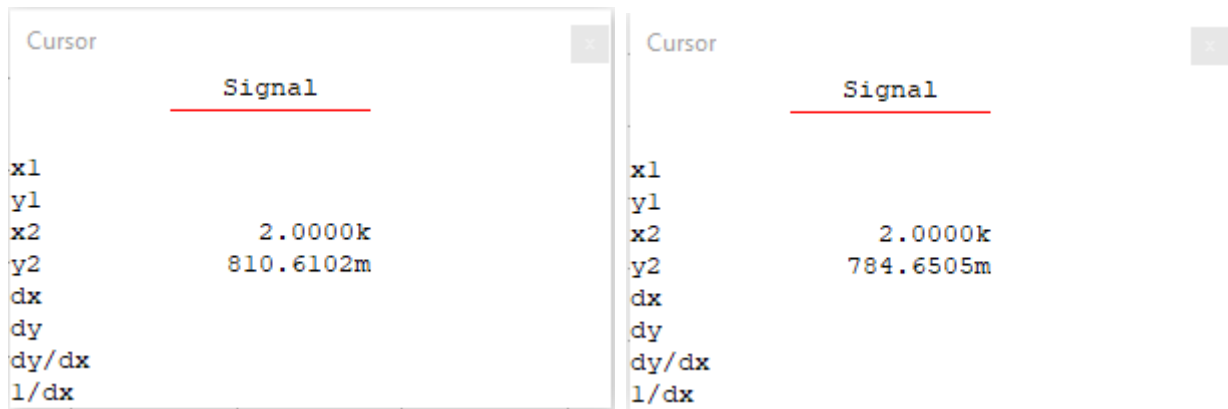


### Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε την θεμελιώδη ώση στα 2 kHz που δημιουργείται από την πηγή εισόδου. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι  $f_p = 4.4$  kHz και  $f_s = 7040$  Hz. Στο φάσμα εξόδου φαίνεται ότι μετά τη συχνότητα των 7040 Hz όλες οι ώσεις εξαλείφονται πράγμα το οποίο αποδεικνύει την κατωδιαβατή συμπεριφορά του

φίλτρου. Επίσης, παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει κάποια ενίσχυση του σήματος οπότε το κέρδος του φίλτρου είναι στα 0 dB άρα λειτουργεί σωστά. Αυτό επιβεβαιώνεται και από την Εικόνα 1 καθώς φαίνεται ότι στη συχνότητα 2 kHz το πλάτος μειώνεται ελάχιστα εξαιτίας του μηδενικού κέρδους. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το κύκλωμα λειτουργεί σωστά. Τα συμπεράσματα αυτά είναι ίδια και για τα αποτελέσματα που πήραμε από το Matlab αλλά και από το MULTISIM οπότε η θεωρητική με την πρακτική ανάλυση ταυτίζονται.



Εικόνα 1: Πλάτος της συχνότητας 2 kHz στην είσοδο και έξοδο του φίλτρου.

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

**ΕΡΓΑΣΙΑ #2**

***ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.***

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : Παπαδάμ Στέφανος**

**A.E.M. : 8885**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

## Περιεχόμενα

Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων.....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
• Ρύθμιση Κέρδους.....	5
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	7
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	11



# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

### ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 650 \text{ Hz}, f_1 = 600 \text{ Hz}, f_2 = 704.17 \text{ Hz}, f_3 = 541.15 \text{ Hz}, f_4 = 780.73 \text{ Hz},$$

και

$$a_{\max} = 0.8 \text{ dB}, a_{\min} = 32.5 \text{ dB}.$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[ \frac{10^{a_{\min}/10} - 1}{10^{a_{\max}/10} - 1} \right]^{1/2}}{\cosh^{-1} \Omega_s}$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες  $f_0, f_1, f_2, f_3$  και  $f_4$  άρα θα έχουμε :

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot 650 = 4084.1 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 2\pi \cdot 600 = 3769.9 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot f_2 = 2\pi \cdot 704.17 = 4424.4 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot f_3 = 2\pi \cdot 541.16 = 3400 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi \cdot f_4 = 2\pi \cdot 780.73 = 4905.5 \text{ rad/sec}$$

$$\text{Θεωρούμε } \Omega_p = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{(\omega_4 - \omega_3)}{(\omega_2 - \omega_1)} = 2.3$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=3.5481$ .

Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή ,

$$\mathbf{n = 4}$$

Έπειτα υπολογίζονται οι συντελεστές  $\varepsilon$  και  $\alpha$  όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\varepsilon = \sqrt{(10^{\frac{am_{\max}}{10}} - 1)} = 0.4497 \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.3848$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) = 1.0653$$

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\Omega_{hp}$  είναι :

$$\mathbf{\Omega_{hp} = 1.0653 \text{ rad/sec}}$$

$$\text{Επίσης υπολογίζονται οι ποσότητες } bw = \omega_2 - \omega_1 = 654.4985 \text{ και } q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 6.24$$

Εφόσον έχουμε τάξη του φίλτρου ίση με 4 ( $n = 4$ ) τότε οι γωνίες Butterworth θα είναι

$\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ . Οι πόλοι της απόκρισης Chebyshev προκύπτουν από τη σχέση

$$p_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \pm i\cosh(a)\sin(\psi_k).$$

Παρακάτω δίνονται οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των  $Q$  και  $\omega_0$ .

$$Q = \frac{\sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}}{2 \cdot \sigma_k}, \text{ όπου } \sigma_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \text{ και } \omega_k = \cosh(a)\sin(\psi_k)$$

$$\Omega_k = \sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα  $Q$  και  $\Omega$  των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\psi_k$	$Q$	$\Omega_k$	$p_k$
$\pm 22.5^\circ$	0.75	0.55	$-0.3644 \pm i0.4114$
$\pm 67.5^\circ$	3.33	1	$-0.1509 \pm i0.9931$

Έπειτα χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Geffe για να μετασχηματίσουμε τους πόλους.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου  $-0.3644 \pm i0.4114$  :

$$p_{1,2} = -0.3644 \pm i0.4114 \rightarrow \Sigma_{1,2} = 0.3644 \text{ και } \Omega_{1,2} = 0.4114$$

$$C_1 = \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 0.3020$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot \Sigma_{1,2}}{q_c} = 0.1168$$

$$E_1 = 4 + \frac{C_1}{q_c^2} = 4.0078$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 - 4 \cdot D_1^2} = 4.0009$$

$$Q_1 = \frac{1}{D_1} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E_1 + G_1)} = 17.1341$$

$$k_1 = \frac{\Sigma_{1,2} \cdot Q_1}{q_c} = 1.0005$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 1.0335$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 4221$$

$$\omega_{01} = \frac{\omega_0}{W_1} = 3951$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου  $-0.1509 \pm i0.9931$  :

$$p_{3,4} = -0.1509 \pm i0.9931 \rightarrow \Sigma_{3,4} = 0.1509 \text{ και } \Omega_{3,4} = 0.9931$$

$$C_2 = \Sigma_{3,4}^2 + \Omega_{3,4}^2 = 1.0091$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot \Sigma_{3,4}}{q_c} = 0.0484$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{q_c^2} = 4.0259$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 - 4 \cdot D_2^2} = 4.0248$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E_2 + G_2)} = 41.4736$$

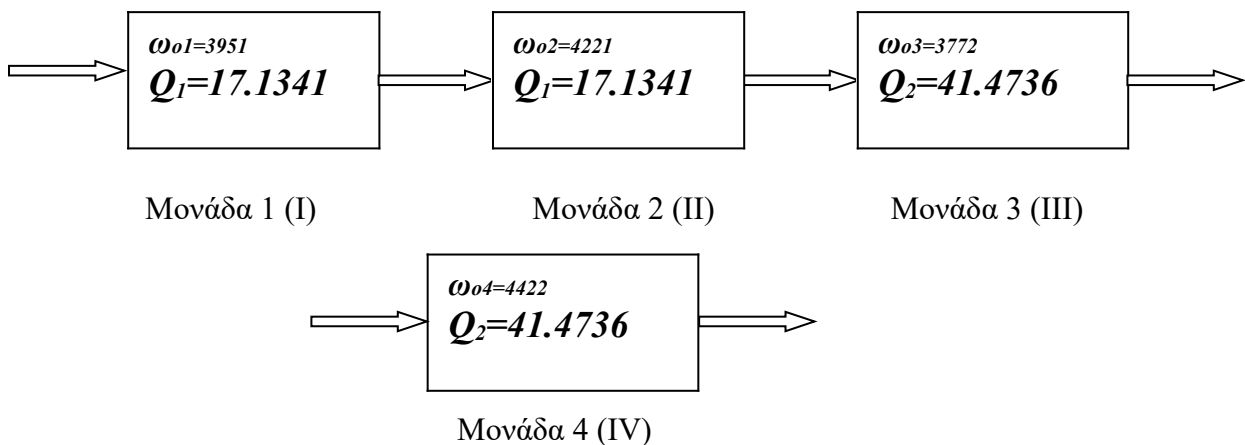
$$k_2 = \frac{\Sigma_{3,4} \cdot Q_2}{q_c} = 1.0032$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.0827$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 4422$$

$$\omega_{03} = \frac{\omega_0}{W_2} = 3772$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τέσσερις μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



#### • Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των τεσσάρων μονάδων σύμφωνα με την εκφώνηση θα πρέπει να ακολουθήσουμε την στρατηγική (1) από τα κυκλώματα Delyiannis-Fried, ωστόσο θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική του Q-enhancement διότι τα Q<sub>1</sub> και Q<sub>2</sub> είναι 17.1341 και 41.4726 αντίστοιχα δηλαδή πολύ μεγαλύτερα από 5. Το κύκλωμα που θα χρησιμοποιηθεί και στις τέσσερις μονάδες είναι αυτό του σχήματος 7.18. Η σταθερά κλιμακοποίησης συχνότητας επιλέγεται ανάλογα με την κεντρική συχνότητα κάθε μονάδας, ωστόσο η σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους επιλέγεται έτσι ώστε κάθε μονάδα να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή ίση με 0.01 μF.

### ΜΟΝΑΔΑ (I)

Για τη μονάδα αυτή χρησιμοποιούμε  $\beta = R_{12} / R_{11} = 1$ . Οπότε έχουμε:  $C_{11} = C_{12} = 1 \text{ F}$ ,

$$R_{11} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1 \Omega, \quad R_{12} = \sqrt{\beta} = 1 \Omega, \quad k_1 = \frac{Q_1 \cdot (\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2 \cdot Q_1 - \sqrt{\beta}} = 1.5150,$$

$RA1 = 1 \Omega$  και  $RB1 = 0.5150 \Omega$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{01} = 3951 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f1} = 3951$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_1 = \frac{C_{11\text{new}}}{k_{f1} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 25306$ .

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{11\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $C_{12\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,

$R_{11\text{new}} = km_1 R_{11} = 25306 \Omega$ ,  $R_{12\text{new}} = km_1 R_{12} = 25306 \Omega$ ,

$RA1 = km_1 RA1 = 25306 \Omega$  και  $RB1 = km_1 RB1 = 13033 \Omega$ .

Το κέρδος της μονάδας είναι  $H_1 = \frac{k_1 \cdot \beta}{2 \cdot (k_1 - 1) - \beta} = 50.4$

### ΜΟΝΑΔΑ (II)

Για τη μονάδα αυτή χρησιμοποιούμε  $\beta = R_{22} / R_{21} = 1$ . Οπότε έχουμε:  $C_{21} = C_{22} = 1 \text{ F}$ ,

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1 \Omega, \quad R_{22} = \sqrt{\beta} = 1 \Omega, \quad k_2 = \frac{Q_1 \cdot (\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2 \cdot Q_1 - \sqrt{\beta}} = 1.5150,$$

$RA2 = 1 \Omega$  και  $RB2 = 0.5150 \Omega$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{02} = 4221 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f2} = 4221$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_2 = \frac{C_{21\text{new}}}{k_{f2} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 23691$ .

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{21\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $C_{22\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,

$R_{21\text{new}} = km_2 R_{21} = 23691 \Omega$ ,  $R_{22\text{new}} = km_2 R_{22} = 23691 \Omega$ ,

$RA2 = km_2 RA2 = 23691 \Omega$  και  $RB2 = km_2 RB2 = 12202 \Omega$ .

Το κέρδος της μονάδας είναι  $H_2 = \frac{k_2 \cdot \beta}{2 \cdot (k_2 - 1) - \beta} = 50.4$

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Για τη μονάδα αυτή χρησιμοποιούμε  $\beta = R_{32} / R_{31} = 1$ . Οπότε έχουμε:  $C_{31} = C_{32} = 1 \text{ F}$ ,

$$R_{31} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1 \Omega, \quad R_{32} = \sqrt{\beta} = 1 \Omega, \quad k_3 = \frac{Q_2 \cdot (\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2 \cdot Q_2 - \sqrt{\beta}} = 1.5061,$$

$RA_3 = 1 \Omega$  και  $RB_3 = 0.5061 \Omega$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{03} = 3772 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f3} = 3772$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_3 = \frac{C_{31\text{new}}}{k_{f3} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 26511$ .

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{31\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $C_{32\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,

$R_{31\text{new}} = km_3 R_{31} = 26511 \Omega$ ,  $R_{32\text{new}} = km_3 R_{32} = 26511 \Omega$ ,

$RA_3 = km_3 RA_3 = 26511 \Omega$  και  $RB_3 = km_3 RB_3 = 13417 \Omega$ .

Το κέρδος της μονάδας είναι  $H_3 = \frac{k_3 \cdot \beta}{2 \cdot (k_3 - 1) - \beta} = 123.42$

### ΜΟΝΑΔΑ ( IV )

Για τη μονάδα αυτή χρησιμοποιούμε  $\beta = R_{42} / R_{41} = 1$ . Οπότε έχουμε:  $C_{41} = C_{42} = 1 \text{ F}$ ,

$$R_{41} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 1 \Omega, \quad R_{42} = \sqrt{\beta} = 1 \Omega, \quad k_4 = \frac{Q_2 \cdot (\beta + 2) - \sqrt{\beta}}{2 \cdot Q_2 - \sqrt{\beta}} = 1.5061,$$

$RA_4 = 1 \Omega$  και  $RB_4 = 0.5061 \Omega$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{04} = 4422 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f4} = 4422$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_4 = \frac{C_{41\text{new}}}{k_{f4} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 22614$ .

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{41\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,  $C_{42\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$ ,

$R_{41\text{new}} = km_4 R_{41} = 22614 \Omega$ ,  $R_{42\text{new}} = km_4 R_{42} = 22614 \Omega$ ,

$RA_4 = km_4 RA_4 = 22614 \Omega$  και  $RB_4 = km_4 RB_4 = 11445 \Omega$ .

Το κέρδος της μονάδας είναι  $H_4 = \frac{k_4 \cdot \beta}{2 \cdot (k_4 - 1) - \beta} = 123.42$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 10 dB. Το κέρδος κάθε μονάδας υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Η πρώτη μονάδα έχει κέρδος } k_1 = |T_1(j\omega_0)| = 33.4016$$

$$\text{Η δεύτερη μονάδα έχει κέρδος } k_2 = |T_2(j\omega_0)| = 33.4016$$

$$\text{Η τρίτη μονάδα έχει κέρδος } k_3 = |T_3(j\omega_0)| = 18.4855$$

$$\text{Η τέταρτη μονάδα έχει κέρδος } k_4 = |T_4(j\omega_0)| = 18.4855$$

Οπότε το συνολικό κέρδος θα είναι το γινόμενο των τεσσάρων επιμέρους όρων δηλαδή:

$$K = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 = 381.24 \cdot 10^3$$

Το κέρδος που επιθυμούμε να πετύχουμε είναι 10 dB ή 3.1623 οπότε θα πρέπει να μειώσουμε το κέρδος του φίλτρου. Επομένως κάνουμε τους εξής υπολογισμούς:

$$20 \log(a \cdot K) = 10 \Rightarrow a \cdot K = 10^{0.5} \Rightarrow a = \frac{10^{0.5}}{K} \Rightarrow a = \frac{10^{0.5}}{381.24 \cdot 10^3} \Rightarrow a = 8.29 \cdot 10^{-6}$$

Επειδή  $a < 1$  τότε θα πρέπει να έχουμε εξασθένιση εισόδου προσθέτοντας τις εξής

$$\text{αντιστάσεις: } Z_a = \frac{R_{11\text{new}}}{a} = 3.0509 \text{ G}\Omega \quad \text{και} \quad Z_\beta = \frac{R_{11\text{new}}}{1-a} = 25.306 \text{ k}\Omega$$

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{H_1 \cdot \frac{\omega_{01}}{Q_1} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_1} s + \omega_{01}^2} = \frac{1.162 \cdot 10^4 \cdot s}{s^2 + 230.6 \cdot s + 1.562 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{H_2 \cdot \frac{\omega_{02}}{Q_1} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_1} s + \omega_{02}^2} = \frac{1.242 \cdot 10^4 \cdot s}{s^2 + 246.3 \cdot s + 1.782 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = \frac{H_3 \cdot \frac{\omega_{03}}{Q_2} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_2} s + \omega_{03}^2} = \frac{1.122 \cdot 10^4 \cdot s}{s^2 + 90.95 \cdot s + 1.423 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_4(s) = \frac{H_4 \cdot \frac{\omega_{04}}{Q_2} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_2} s + \omega_{04}^2} = \frac{1.316 \cdot 10^4 \cdot s}{s^2 + 106.6 \cdot s + 1.955 \cdot 10^7}$$

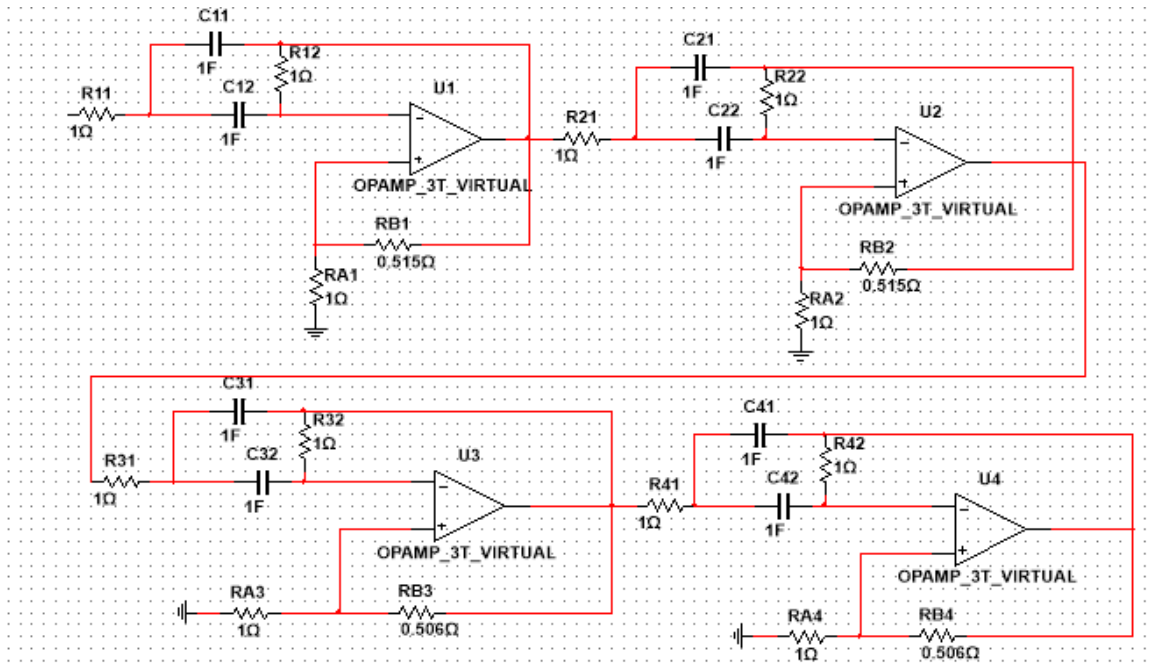
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου είναι:

$$T_{BP}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) =$$

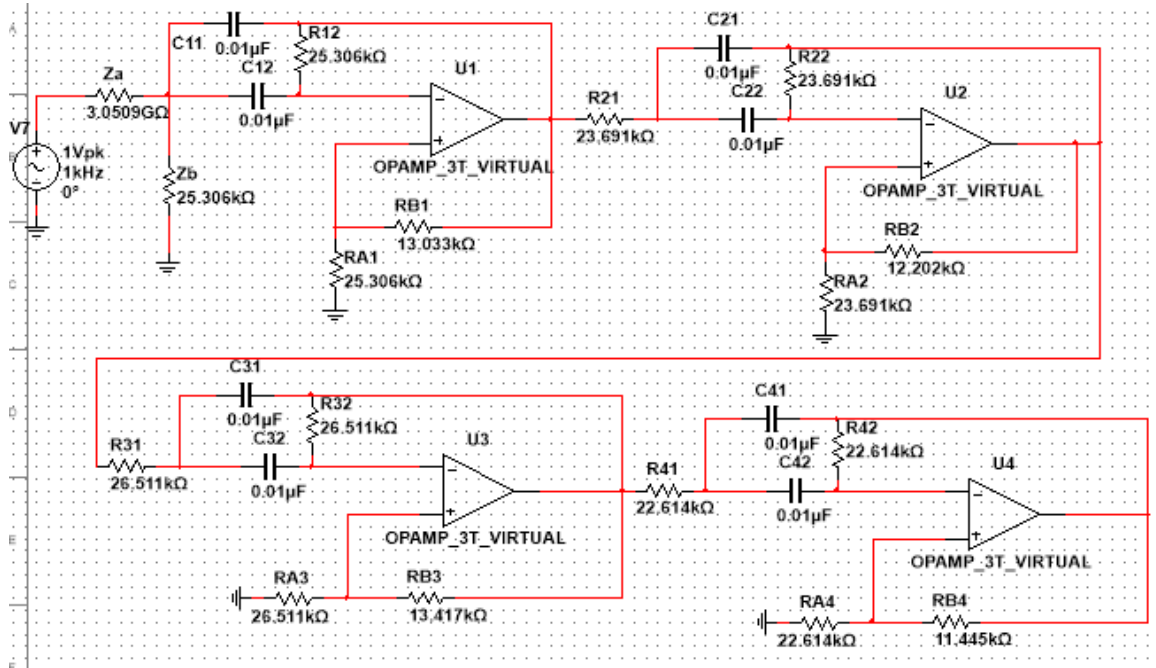
$$\frac{1.768 \cdot 10^{11} \cdot s^4}{s^8 + 674.5 \cdot s^7 + 6.737 \cdot 10^7 s^6 + 3.399 \cdot 10^{10} s^5 + 1.691 \cdot 10^{15} s^4 + 5.669 \cdot 10^{17} \cdot s^3 + 1.874 \cdot 10^{22} s^2 + 3.13 \cdot 10^{24} \cdot s + 7.74 \cdot 10^{28}}$$



Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες .



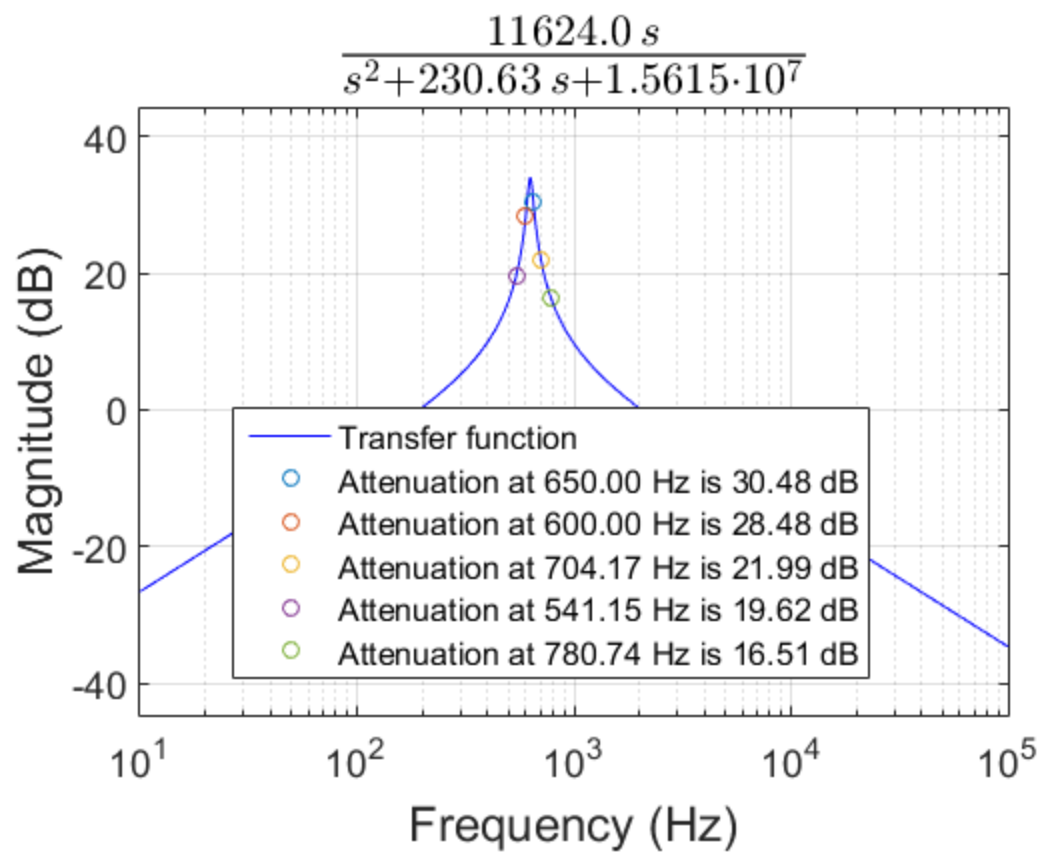
Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών. Επίσης φαίνεται και η ρύθμιση κέρδους που εφαρμόζεται στην είσοδο του κυκλώματος.



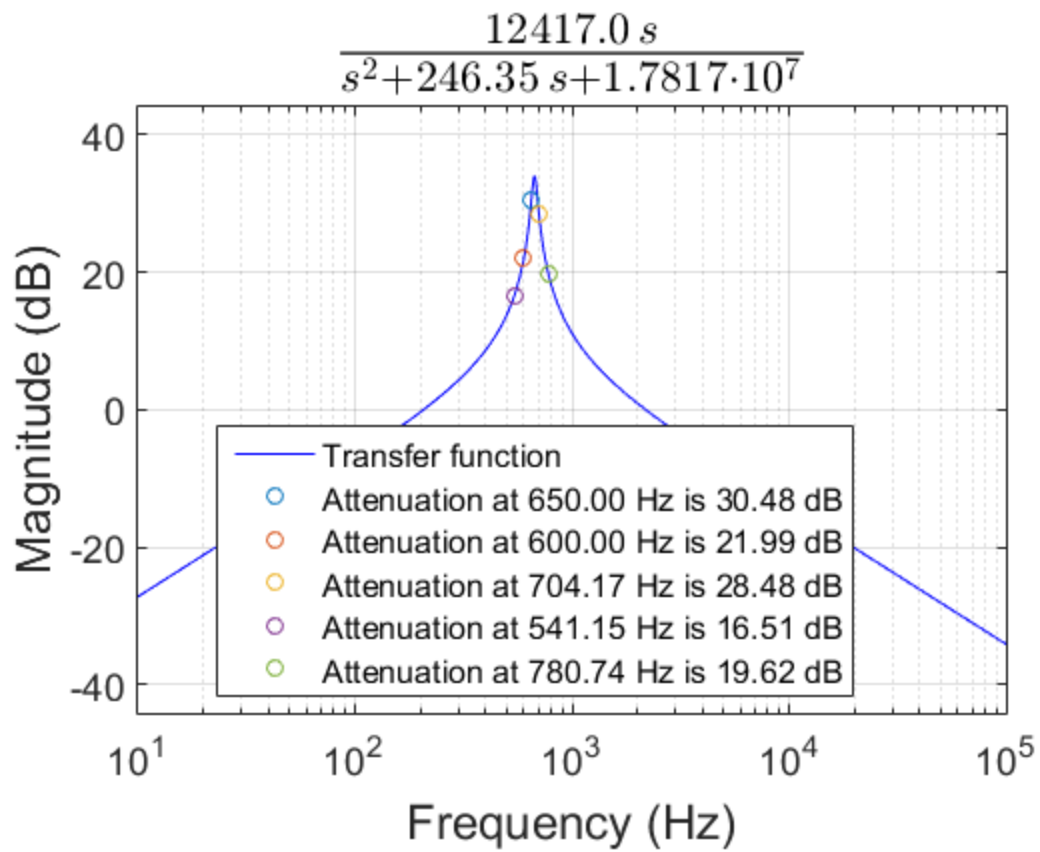
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

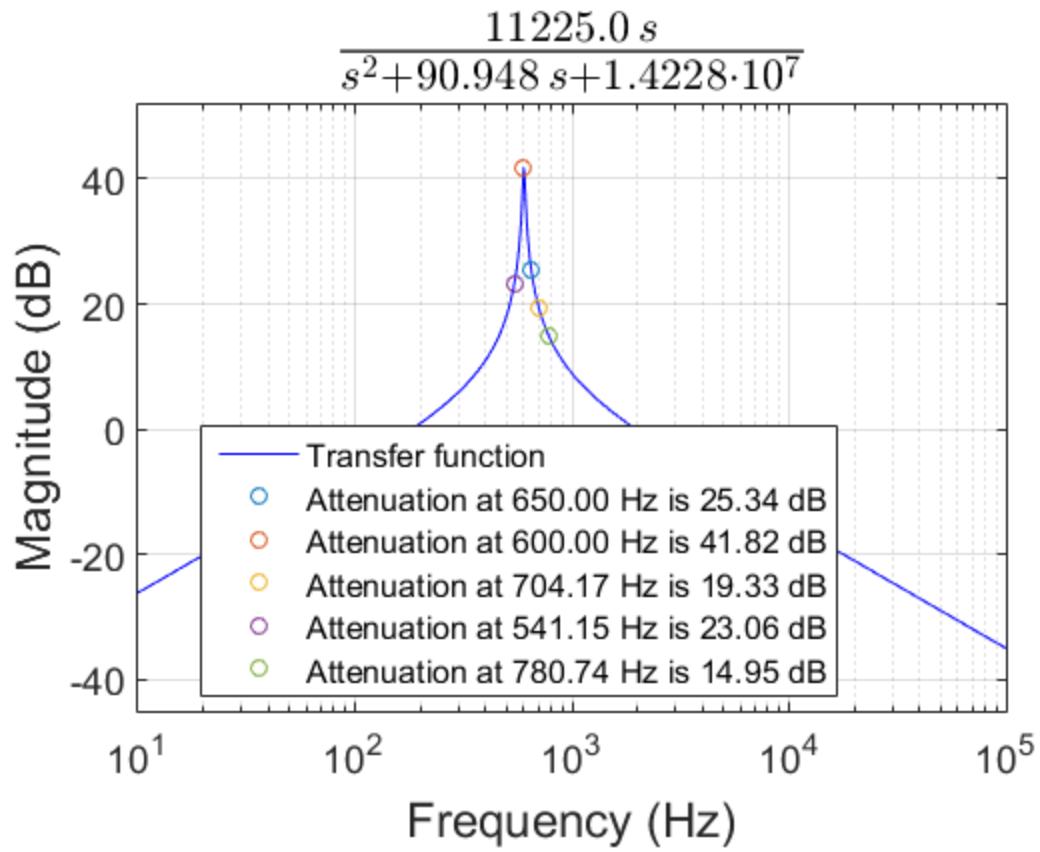
**1<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο με Q-enhancement.**



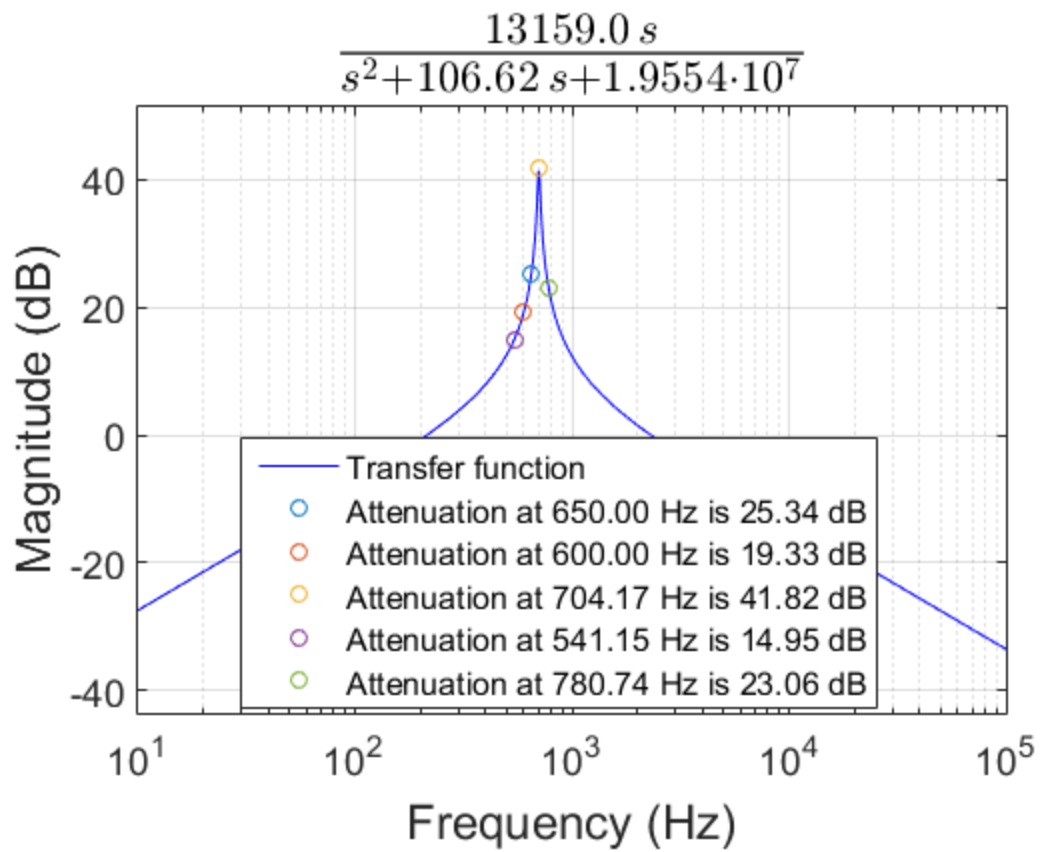
**2<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο με Q-enhancement.**



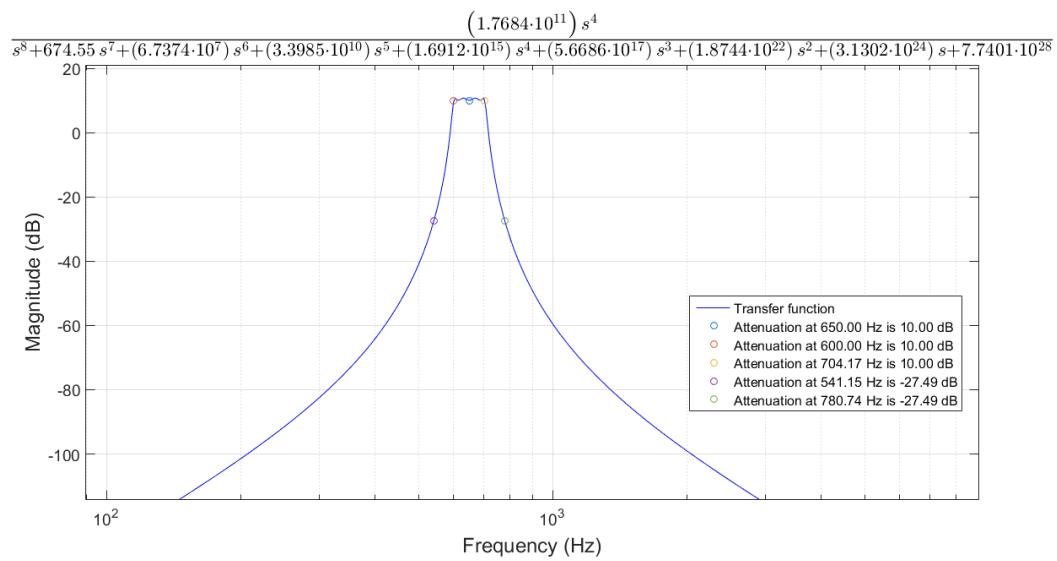
**3<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο με Q-enhancement.**



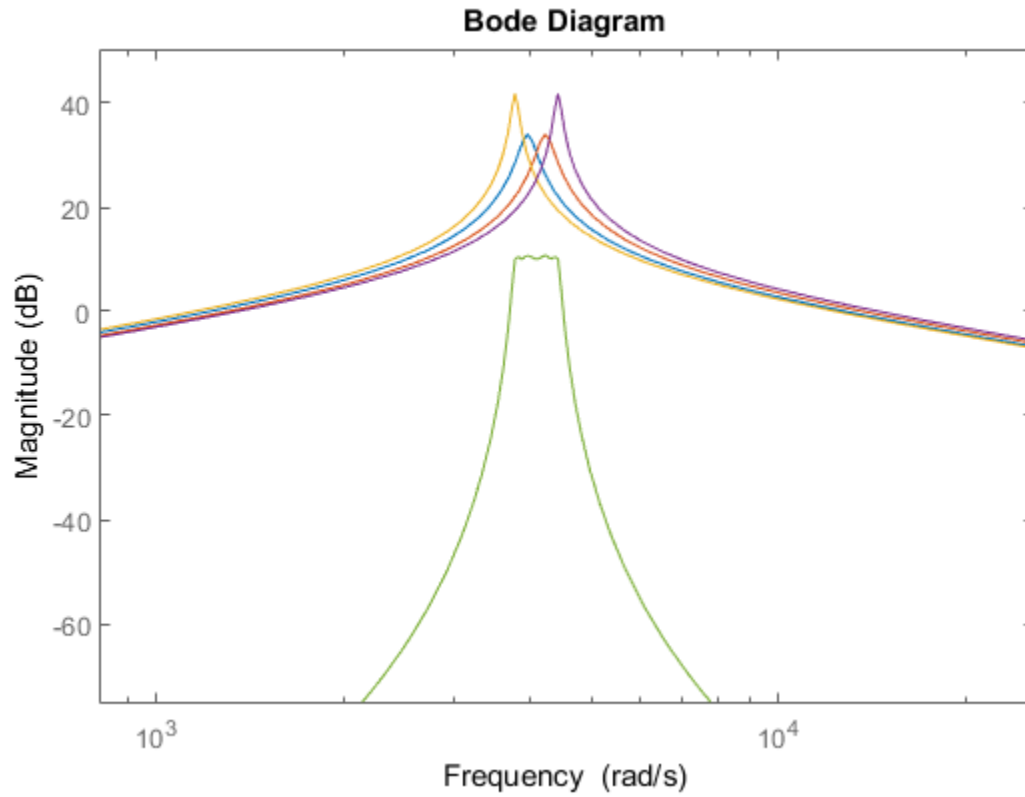
**4<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο με Q-enhancement.**



Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



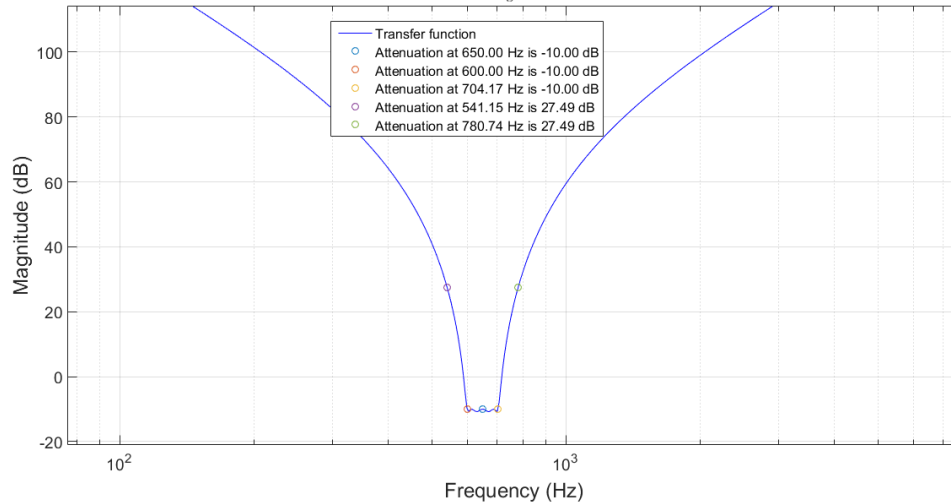
Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Με πράσινο χρώμα διακρίνεται η συνολική απόκριση ενώ με μπλε, πορτοκαλί, μωβ και κίτρινο οι αποκρίσεις των τεσσάρων μονάδων.





Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$i.6548 \cdot 10^{-12} \left( s^8 + 674.55 s^7 + (6.7374 \cdot 10^7) s^6 + (3.3985 \cdot 10^{10}) s^5 + (1.6912 \cdot 10^{15}) s^4 + (5.6686 \cdot 10^{17}) s^3 + (1.8744 \cdot 10^{22}) s^2 + (3.1302 \cdot 10^{24}) s + 7.740 \right)$$



Από το διάγραμμα απόσβεσης γίνεται φανερό ότι το κέρδος είναι 10 dB το οποίο είναι και το επιθυμητό. Έπειτα παρατηρούμε ότι στις συχνότητες αποκοπής 541.15 Hz και 780.74 Hz οι οποίες μας ενδιαφέρουν για την ικανοποίηση του  $a_{min} = 32.5$  ότι η απόσβεση είναι  $27.49 - (-10) = 37.49 > a_{min}$  πράγμα που σημαίνει ότι η προδιαγραφή για το  $a_{min}$  ικανοποιείται. Στη συνέχεια παρατηρούμε ότι στις συχνότητες διόδου 600 Hz και 704.17 Hz οι οποίες μας ενδιαφέρουν για την ικανοποίηση του  $a_{max} = 0.8$  η απόσβεση είναι

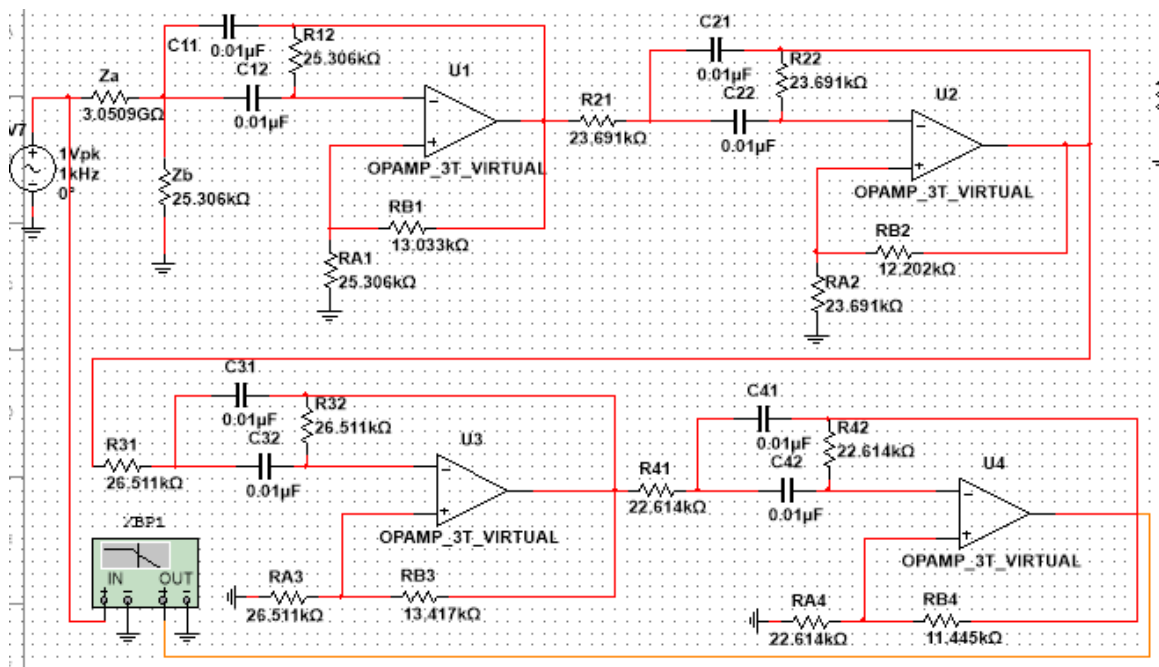
$-10 - (-10) = 0 < a_{max}$  το οποίο σημαίνει ότι η προδιαγραφή για το  $a_{max}$  ικανοποιείται.

Τέλος, παρατηρούμε ότι το κέρδος στη συχνότητα  $f_0 = 650$  Hz είναι 10 dB. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όλες οι προδιαγραφές του φίλτρου καλύπτονται.

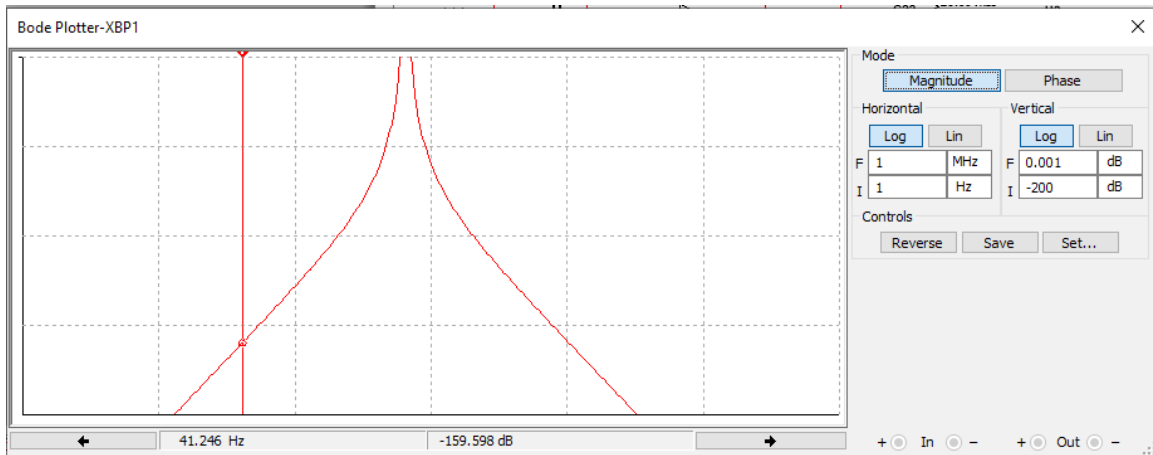
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

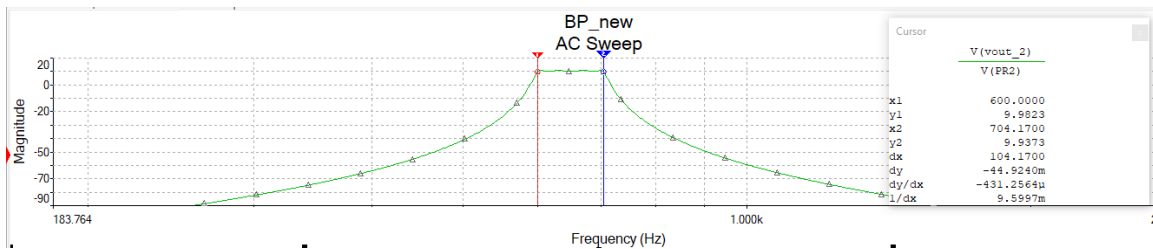


Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



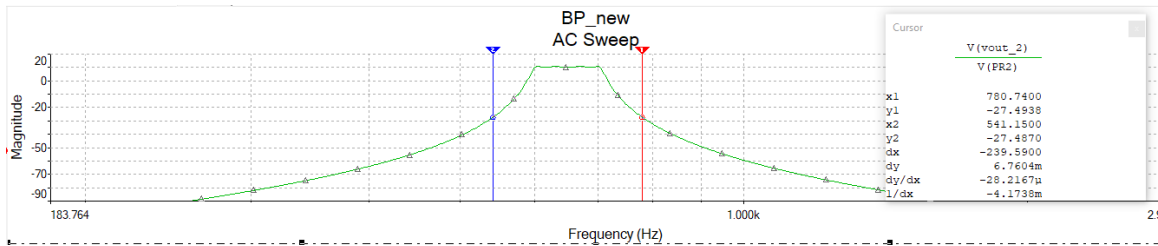
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών. Αποτελεί το αποτέλεσμα της AC sweep ανάλυσης.

Για τις συχνότητες  $f_1 = 600 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 704.17 \text{ Hz}$  :



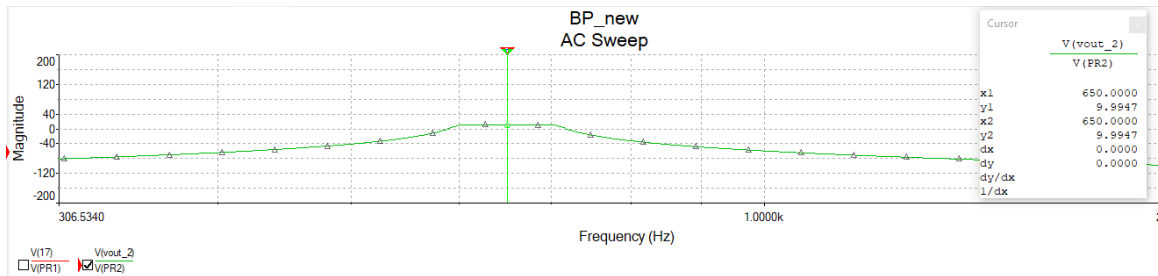
Cursor	
V(vout_2)	
V(PR2)	
x1	600.0000
y1	9.9823
x2	704.1700
y2	9.9373
dx	104.1700
dy	-44.9240m
dy/dx	-431.2564μ
1/dx	9.5997m

Για τις συχνότητες  $f_3 = 541.15 \text{ Hz}$  και  $f_4 = 780.74 \text{ Hz}$  :



Cursor	
V(vout_2)	
V(PR2)	
x1	780.7400
y1	-27.4938
x2	541.1500
y2	-27.4870
dx	-239.5900
dy	6.7604m
dy/dx	-28.2167μ
1/dx	-4.1738m

Για τη συχνότητα  $f_0 = 650 \text{ Hz}$  :



Cursor	
V(vout_2)	
V(PR2)	
x1	650.0000
y1	9.9947
x2	650.0000
y2	9.9947
dx	0.0000
dy	0.0000
dy/dx	0.0000
1/dx	0.0000

Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές καλύπτονται για τα  $a_{\min} = 32.5$  και  $a_{\max} = 0.8$  αφού έχουμε στις συχνότητες  $f_3 = 541.15 \text{ Hz}$  και  $f_4 = 780.74 \text{ Hz}$  απόσβεση  $37.5 \text{ dB}$  και στις συχνότητες  $f_1 = 600 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 704.17 \text{ Hz}$  απόσβεση  $0.1 \text{ dB}$ . Επίσης, έχουμε κέρδος σχεδόν  $10 \text{ dB}$  το οποίο είναι και το ζητούμενο.

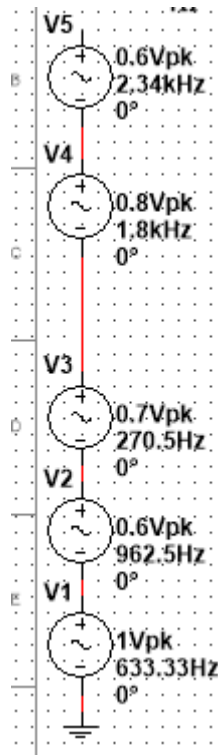
Εισάγουμε στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής :

$$f(t) = \cos((\omega_0 - (\omega_0 - \omega_1) / 3)t) + 0.6\cos((\omega_0 + (\omega_0 + \omega_1) / 4)t) + 0.7\cos(0.5\omega_3 t) + 0.8\cos(2.4\omega_4 t) + 0.6\cos(3\omega_4 t)$$

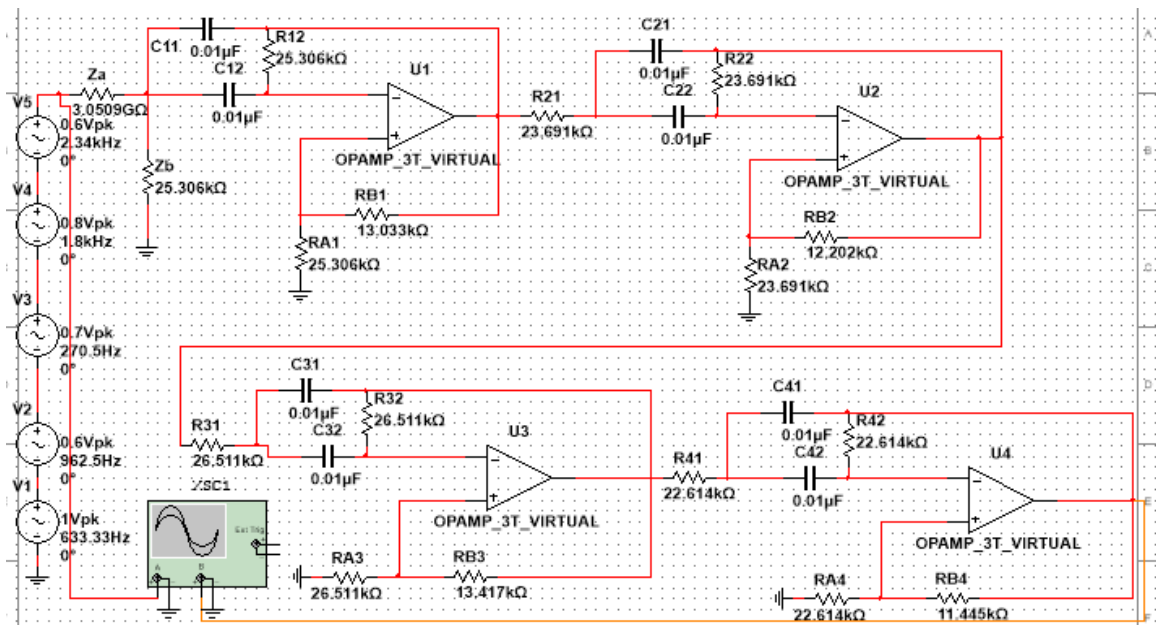
Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει αυτό το σήμα είναι :

$$f_1 = 633.33 \text{ Hz}, f_2 = 962.5 \text{ Hz}, f_3 = 270.5773 \text{ Hz}, f_4 = 1.873 \text{ kHz}, f_5 = 2.3422 \text{ kHz}$$

Το σήμα αυτό δημιουργείται με 5 AC πηγές σε σειρά, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

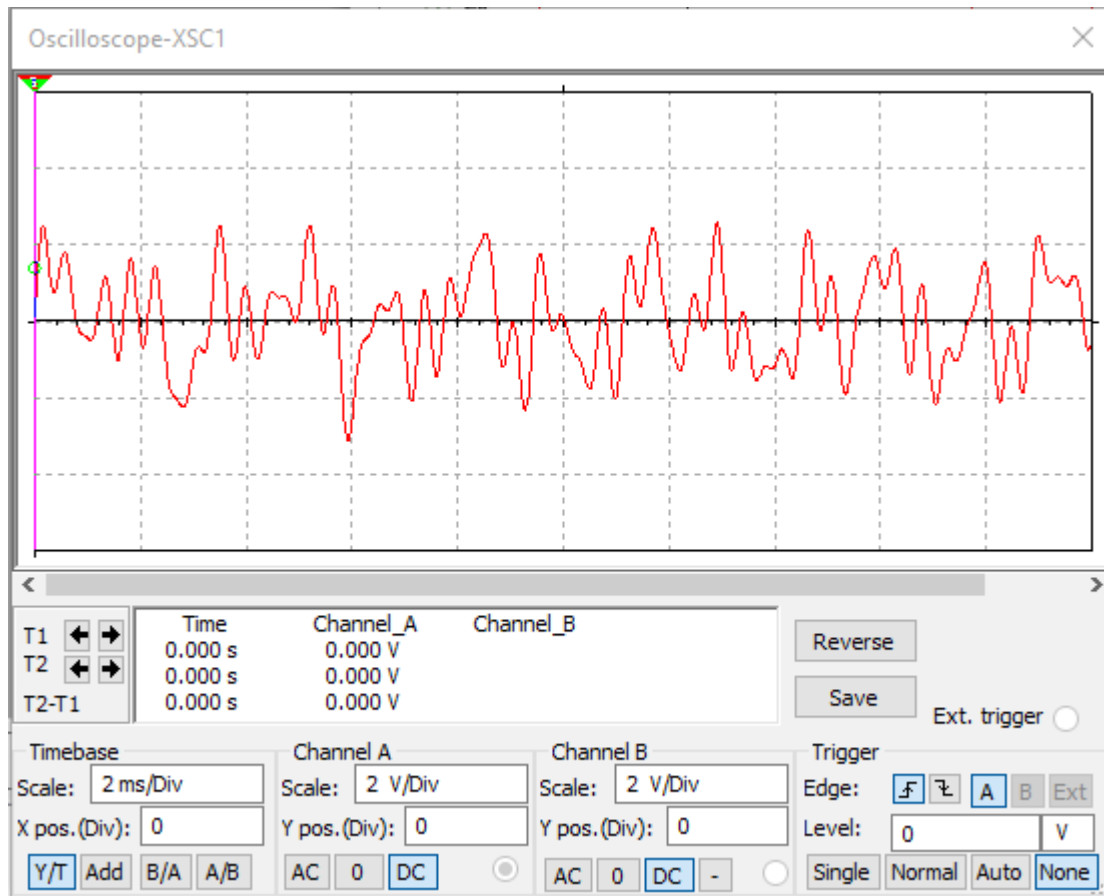


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με τον παλμογράφο και τις 5 AC πηγές φαίνεται παρακάτω.

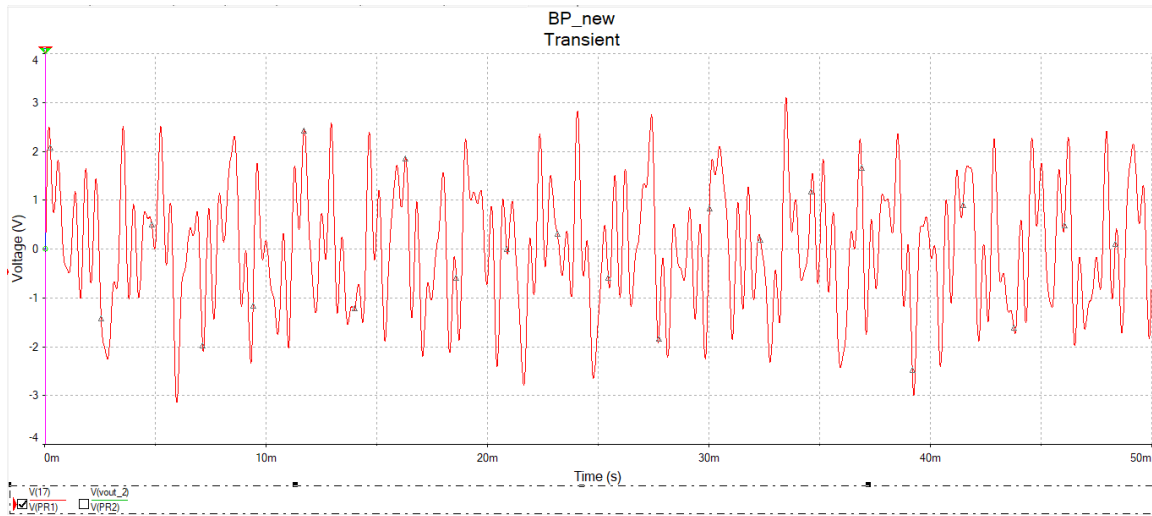


Σήμα Εισόδου :

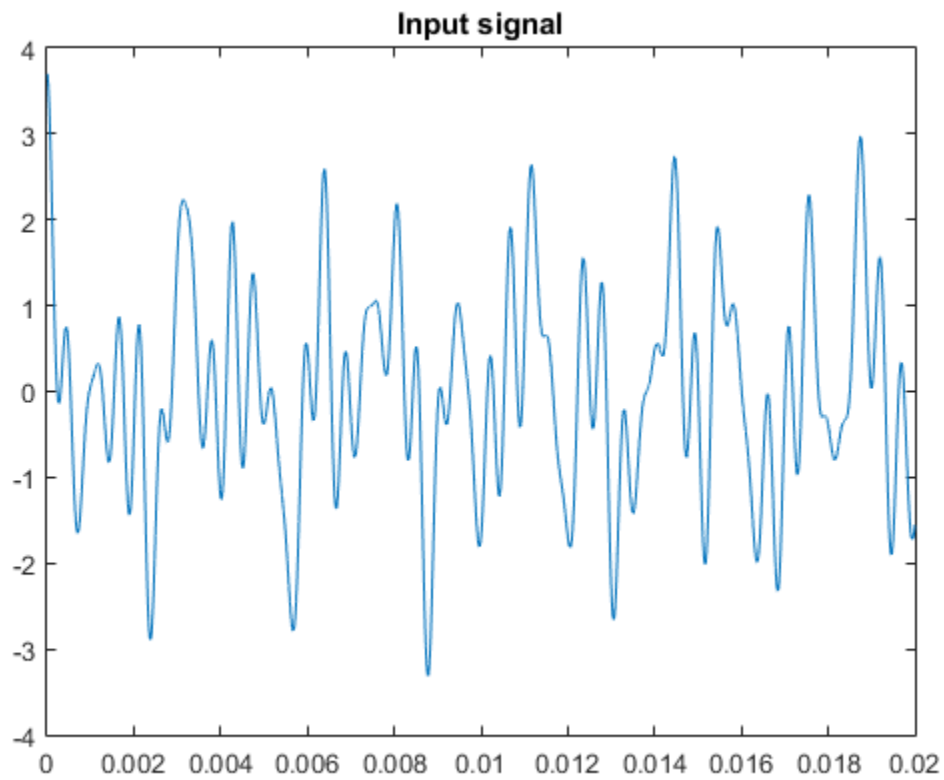
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher από την transient ανάλυση όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες :



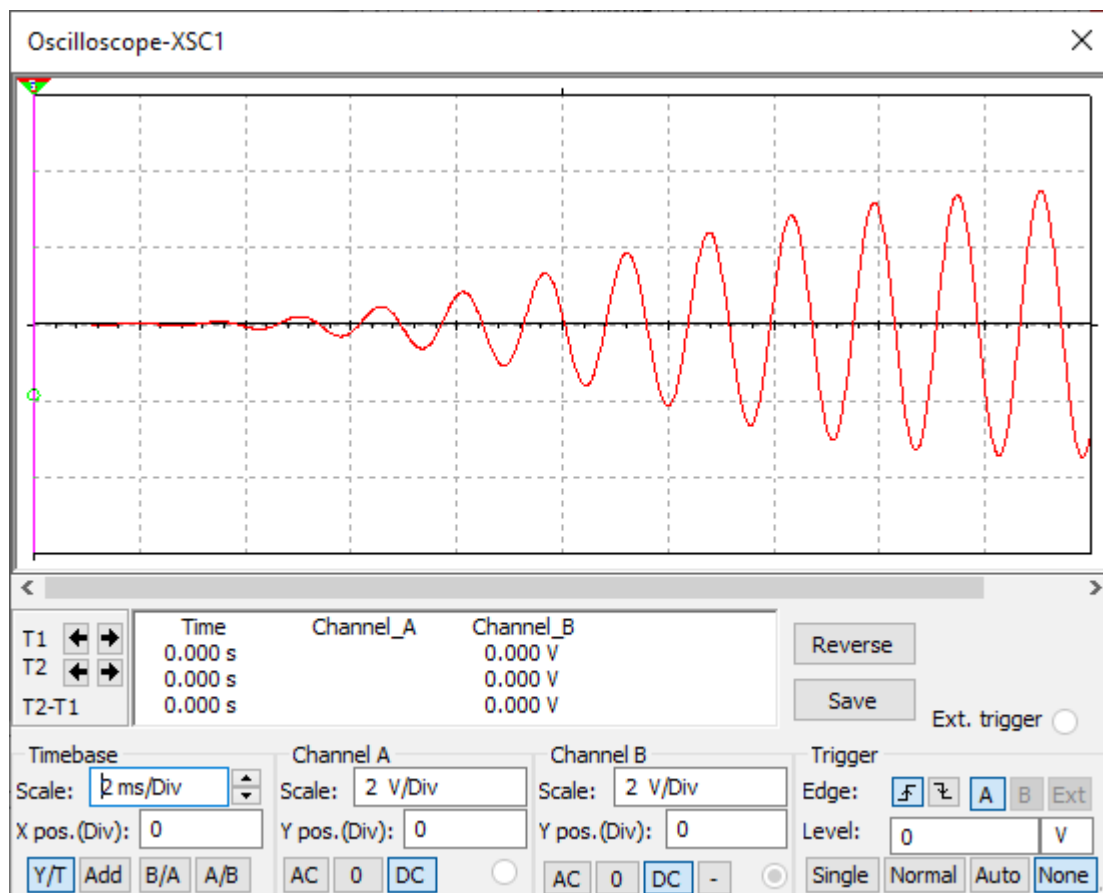
Αποτέλεσμα του Matlab:



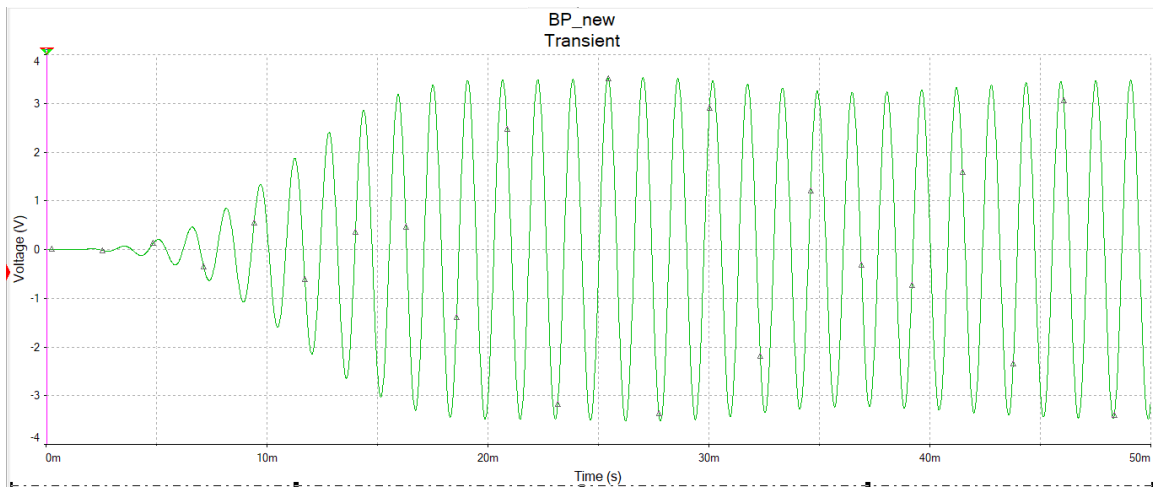


Σήμα Εξόδου :

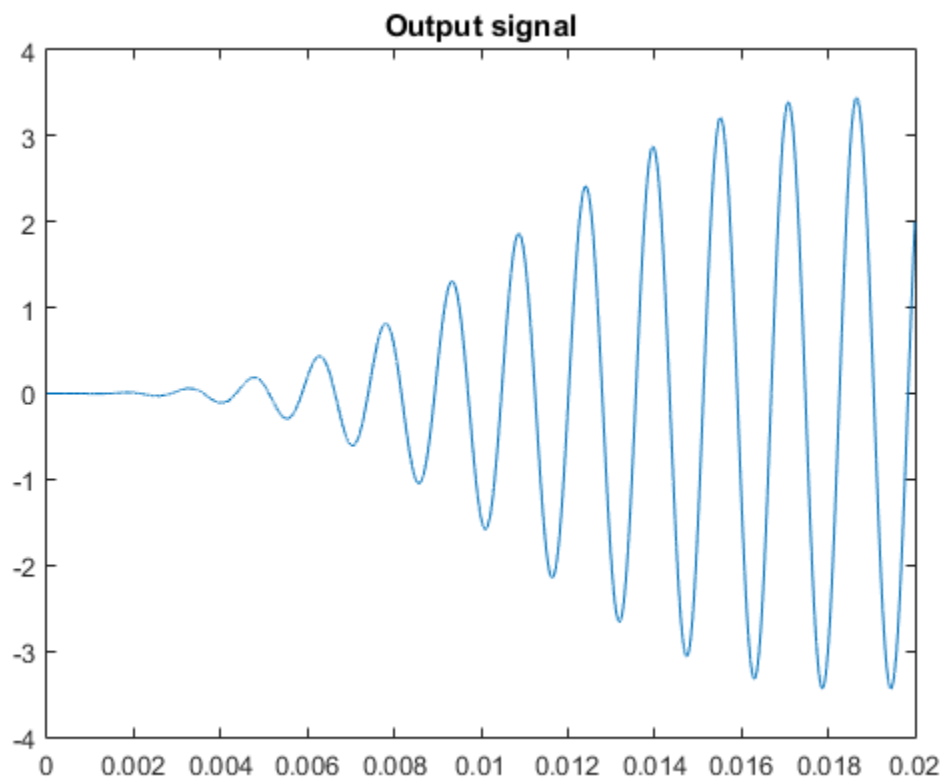
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher από την transient ανάλυση όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες:

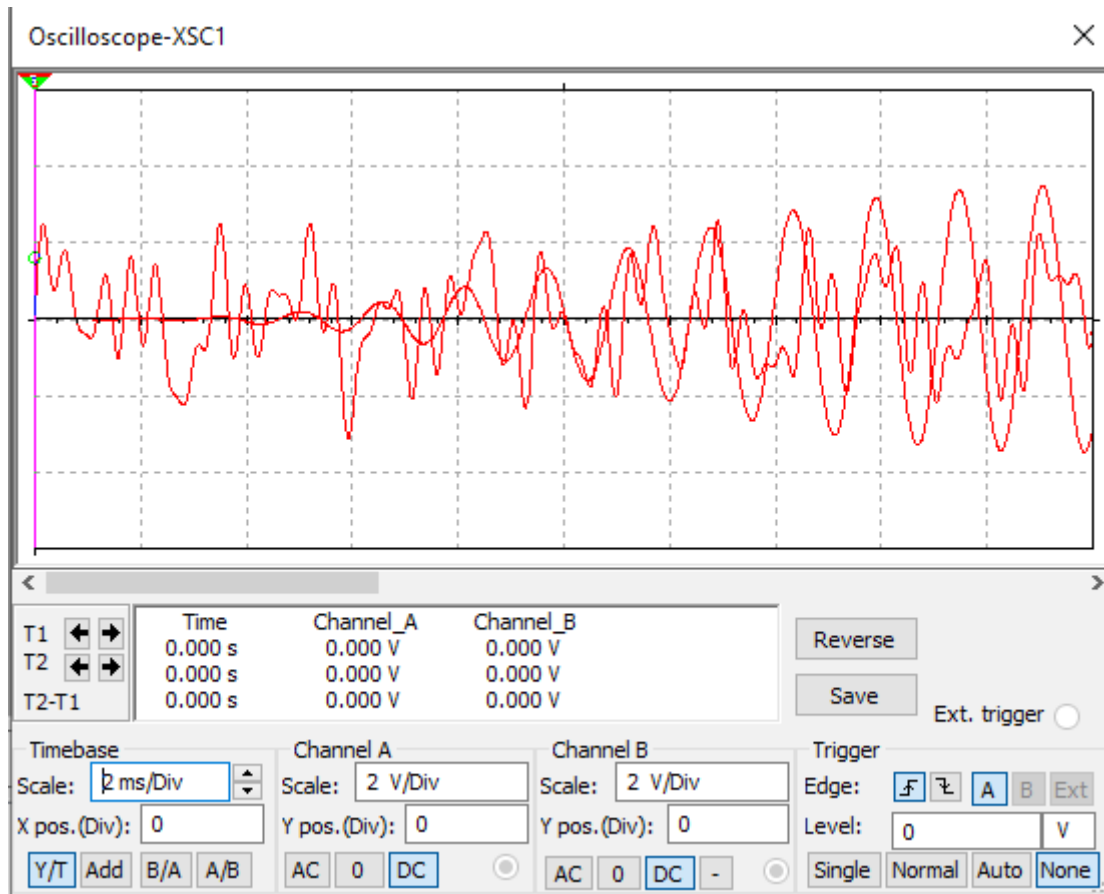


Αποτέλεσμα του Matlab:

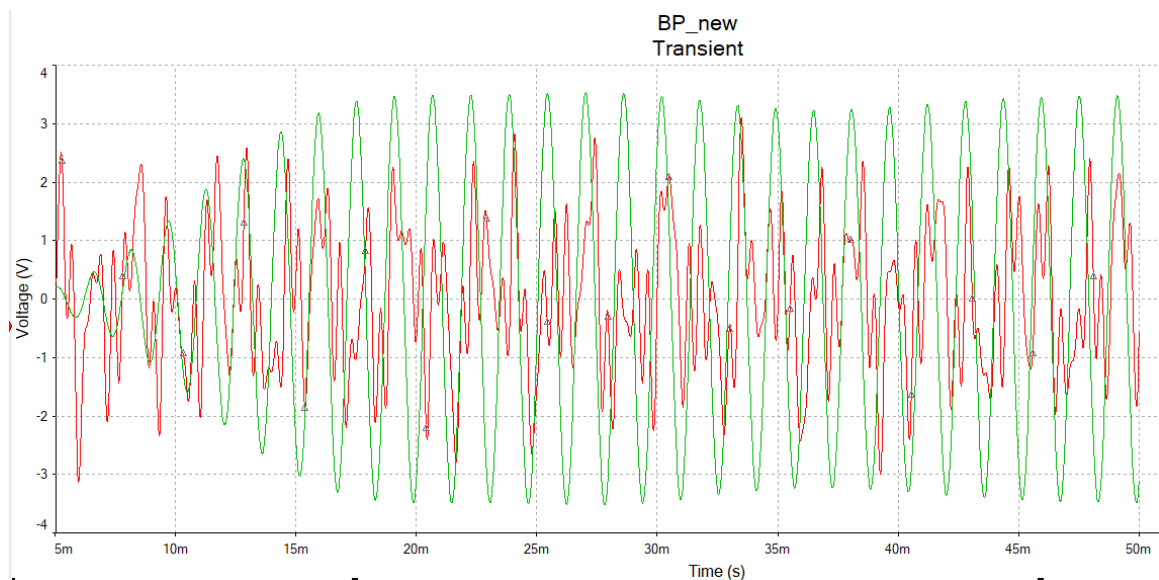


Σήμα Εισόδου - Εξόδου :

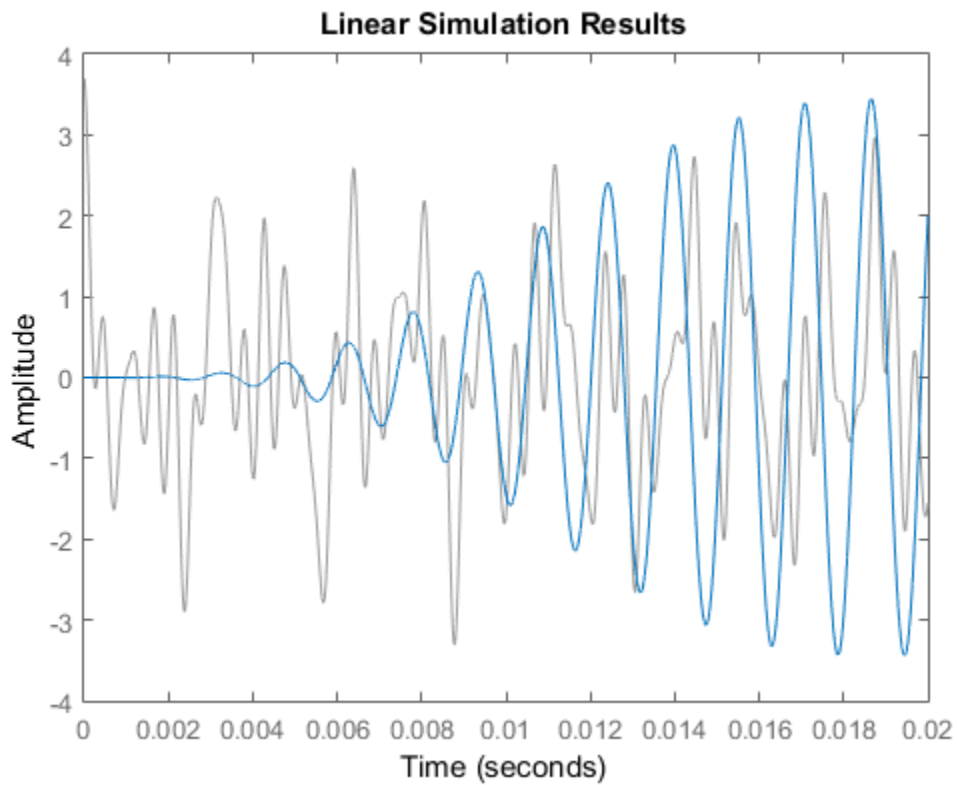
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες (με κόκκινο απεικονίζεται το σήμα εισόδου και με πράσινο το σήμα εξόδου):



Αποτέλεσμα του Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στον παλμογράφο όπου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2 V/Div , 2 msec/Div κτλ.). Επίσης, απεικονίζονται τα ίδια διαγράμματα στον grapher μέσω της transient ανάλυσης όπου διακρίνονται περισσότερες λεπτομέρειες για τα σήματα εισόδου και εξόδου. Τέλος, απεικονίζουμε και τα θεωρητικά αποτελέσματα των σημάτων που προκύπτουν από το Matlab.

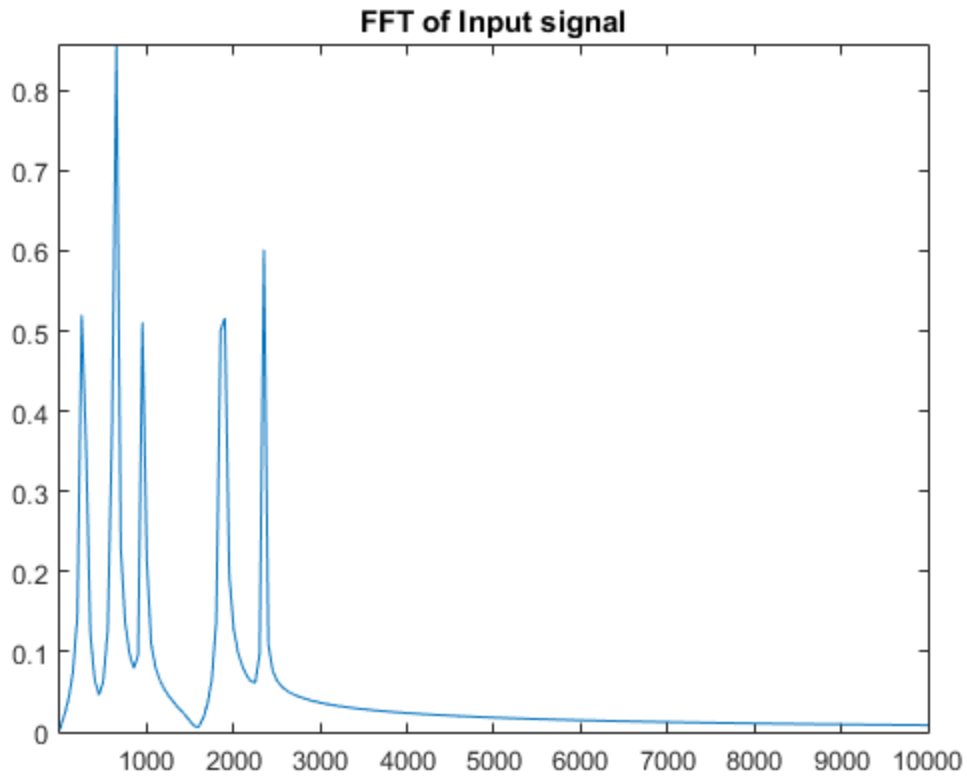
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα διαγράμματα είναι ότι φαίνεται η ενισχυτική συμπεριφορά του φίλτρου λόγω του κέρδους των 10 dB που διαθέτει καθώς το πλάτος της εξόδου είναι καθαρά μεγαλύτερο σε σχέση με το πλάτος εισόδου. Επίσης, το σήμα εξόδου φαίνεται αρκετά παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου παρουσιάζοντας μια πιο αρμονική ή καθαρή μορφή λόγω του ζωνοδιαβατού φίλτρου. Η αποκοπή των χαμηλών και υψηλών συχνοτήτων και η διατήρηση των μέσων φαίνεται αναλυτικότερα στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

### Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοδιαβατού φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

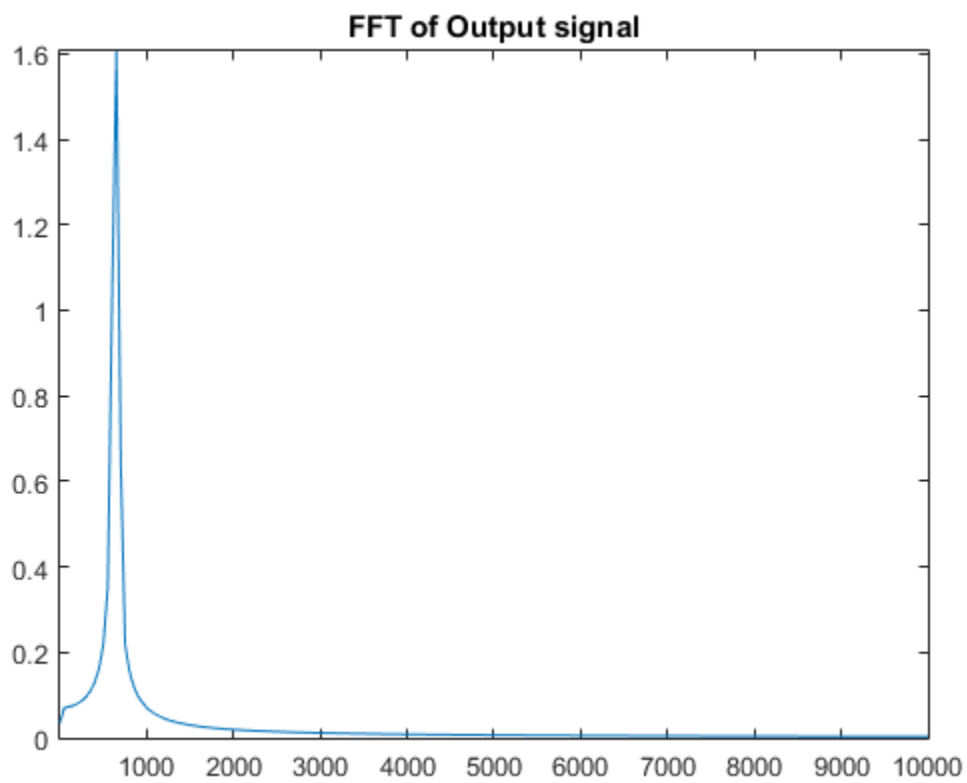
Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου :



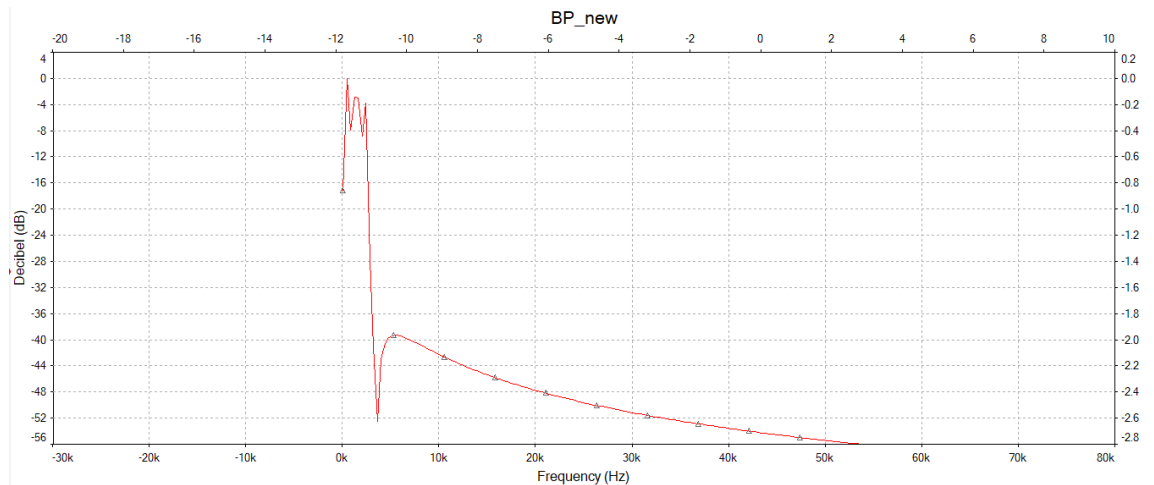
Στο φάσμα του σήματος εισόδου που δημιουργείται στο matlab διακρίνουμε τις πέντε θεμελιώδεις ώσεις που δημιουργούνται από τις πηγές εισόδου.

Φάσμα Σήματος Εξόδου :

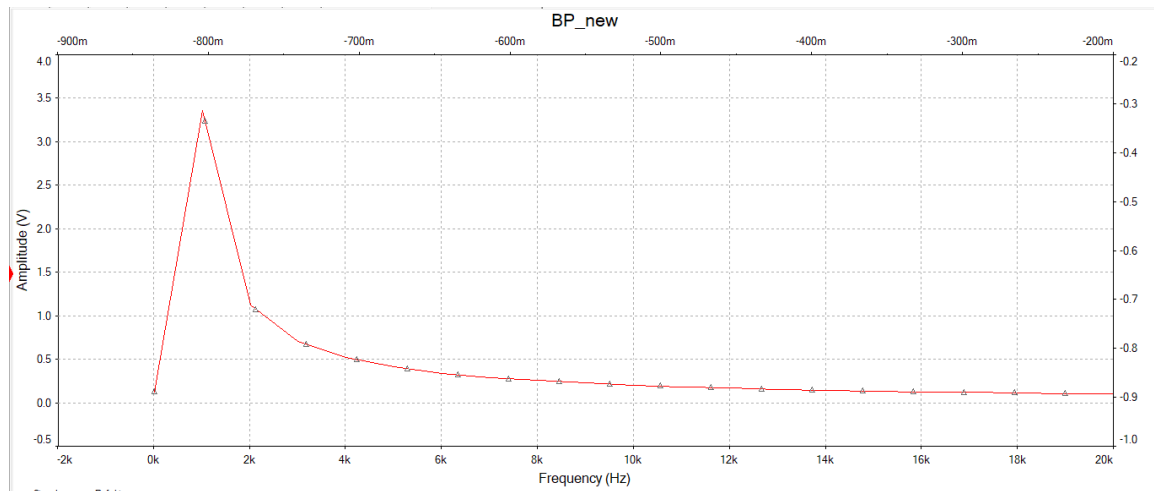


Στο φάσμα του σήματος εξόδου φαίνεται η μία από τις πέντε ώσεις διότι μόνο μία από αυτές ανήκει μέσα στη ζώνη διόδου (600 Hz– 704.17 Hz).

### Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



### Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:

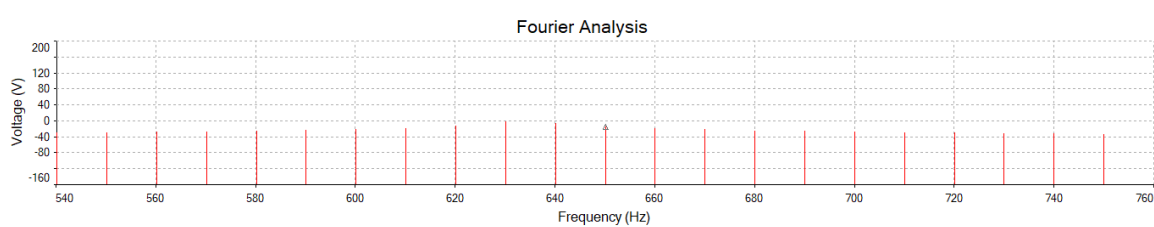


Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε με λίγη δυσκολία τις 5 θεμελιώδεις ώσεις που δημιουργούνται από τις πηγές εισόδου. Αυτό συμβαίνει γιατί κάποιες από αυτές τις συχνότητες είναι κοντά μεταξύ τους οπότε παρουσιάζονται σαν μία ενισχυμένη. Από αυτές παρατηρούμε στο φάσμα εξόδου ότι διατηρείται μόνο η  $f = 633.33 \text{ Hz}$  διότι είναι η μοναδική που ανήκει στη ζώνη διόδου. Αντίθετα, οι υπόλοιπες θεμελιώδεις συχνότητες αποκόπτονται. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό εφόσον η ζώνη διόδου είναι το

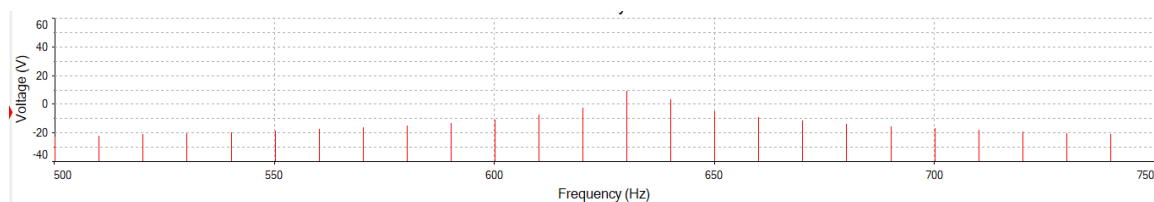


διάστημα 600 Hz – 704.17 Hz κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτουν μέσω του spectrum analyzer. Παρακάτω δίνονται και τα αποτελέσματα της ανάλυσης Fourier του MULTISIM όπου φαίνεται ότι από τη συχνότητα 600 Hz έως και τη συχνότητα 704.17 Hz το πλάτος των ώσεων είναι εμφανώς μεγαλύτερο από ότι στις χαμηλές και υψηλές συχνότητες. Επίσης, τα συμπεράσματα αυτά επιβεβαιώνονται και από τους πίνακες με τις τιμές εισόδου και εξόδου όπου φαίνεται και η ενισχυτική συμπεριφορά του φίλτρου λόγω του κέρδους καθώς φαίνεται ότι το πλάτος εξόδου είναι μεγαλύτερο από αυτό της εισόδου. Τα συμπεράσματα αυτά είναι ίδια και για τα αποτελέσματα που πήραμε από το Matlab αλλά και από το MULTISIM οπότε η θεωρητική με την πρακτική ανάλυση ταυτίζονται.

#### Fourier ανάλυση σήματος εισόδου:



#### Fourier ανάλυση σήματος εξόδου:



Πίνακας τιμών εισόδου:

66	57	570	0.0446225	175.004	10.5976	84.0032
67	58	580	0.0528089	175.671	12.5419	84.6705
68	59	590	0.0647631	176.37	15.3809	85.3693
69	60	600	0.083815	177.268	19.9057	86.2676
70	61	610	0.119339	177.871	28.3425	86.8699
71	62	620	0.207959	178.678	49.3892	87.6769
72	63	630	0.828569	179.527	196.781	88.5262
73	64	640	0.411578	0.422935	97.7478	-90.578
74	65	650	0.163783	1.37005	38.8977	-89.631
75	66	660	0.101768	2.37496	24.1694	-88.626
76	67	670	0.0735427	3.44429	17.466	-87.557
77	68	680	0.0573815	4.58715	13.6278	-86.414
78	69	690	0.0469043	5.8115	11.1395	-85.189

Πίνακας τιμών εξόδου:

66	59	590	0.219437	-122.56	9.53122	-31.897
69	60	600	0.285387	-122.65	12.3957	-31.982
70	61	610	0.408802	-123.24	17.7563	-32.574
71	62	620	0.713801	-123.71	31.0038	-33.049
72	63	630	2.85141	-124.11	123.851	-33.445
73	64	640	1.42103	55.5184	61.7224	146.183
74	65	650	0.567675	55.1588	24.6569	145.823
75	66	660	0.354301	54.8078	15.389	145.472
76	67	670	0.257322	54.4649	11.1767	145.129
77	68	680	0.201907	54.1312	8.7698	144.796
78	69	690	0.166039	53.8153	7.21187	144.48
79	70	700	0.140981	53.558	6.12349	144.223
80	71	710	0.1227	53.2337	5.32947	143.898
81	72	720	0.108452	52.8664	4.71061	143.531

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

**ΕΡΓΑΣΙΑ #3**

***ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.***

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα: Παπαδάμ Στέφανος**

**A.E.M. : 8885**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

## Περιεχόμενα

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων.....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
• Ρύθμιση Κέρδους.....	5
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	7
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	11

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

### ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_0 = 1800$  Hz,  $f_1 = 1300$  Hz,  $f_2 = 2.4923$  kHz,  $f_3 = 1.499$  kHz,  $f_4 = 2.1614$  kHz,

και

$a_{\max} = 0.7778$  dB,  $a_{\min} = 22$  dB.

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[ \frac{10^{a_{\min}/10} - 1}{10^{a_{\max}/10} - 1} \right]^{1/2}}{\cosh^{-1} \Omega_s}$$

Θα μετατρέψουμε τις συχνότητες  $f_0, f_1, f_2, f_3$  και  $f_4$  άρα θα έχουμε :

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi \cdot 1800 = 11310 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 2\pi \cdot 1300 = 8168.1 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot f_2 = 2\pi \cdot 2492.3 = 15660 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot f_3 = 2\pi \cdot 1499 = 9418.6 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi \cdot f_4 = 2\pi \cdot 2161.4 = 13581 \text{ rad/sec}$$

$$\text{Θεωρούμε } \Omega_p = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{(\omega_4 - \omega_3)} = 1.8$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=3.3842$ .

Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή,

$$\underline{n = 4}$$

Έπειτα υπολογίζονται οι συντελεστές  $\varepsilon$  και  $\alpha$  όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\left(10^{\frac{amin}{10}} - 1\right)}} = 0.0797 \text{ και } \alpha = \frac{1}{n} \cdot \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.8061$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)}$$

Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\Omega_{hp}$  είναι :

$$\underline{\Omega_{hp} = 0.7451 \text{ rad/sec}}$$

Επίσης έχουμε  $bw = \omega_2 - \omega_1 = 7491.5$  και  $q_c = \omega_0 / bw = 1.5097$ .

Εφόσον έχουμε τάξη του φίλτρου ίση με 4 ( $n = 4$ ) τότε οι γωνίες Butterworth θα είναι

$\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$ . Οι πόλοι της απόκρισης Chebyshev προκύπτουν από τη σχέση

$$p_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \pm i\cosh(a)\sin(\psi_k).$$

Παρακάτω δίνοντα οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των  $Q$  και  $\omega_0$ .

$$Q = \frac{\sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}}{2 \cdot \sigma_k}, \text{ όπου } \sigma_k = -\sinh(a)\cos(\psi_k) \text{ και } \omega_k = \cosh(a)\sin(\psi_k)$$

$$\Omega_k = \sqrt{(\sigma_k^2 + \omega_k^2)}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα  $Q$  και  $\Omega$  των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\psi_k$	$Q$	$\Omega_k$	$p_k$
$\pm 22.5^\circ$	0.59	0.97	$-0.8281 \pm i0.5139$
$\pm 67.5^\circ$	1.88	1.29	$-0.3430 \pm i1.2407$

Οι πόλοι της απόκρισης Inverse Chebyshev προκύπτουν από την αντιστροφή των πόλων της απόκρισης Chebyshev:

$$\tilde{\Omega}_{012} = \frac{1}{\Omega_1} = \frac{1}{0.9746} = 1.0261 \quad \text{και} \quad \tilde{\Omega}_{034} = \frac{1}{\Omega_2} = \frac{1}{1.2872} = 0.7769$$

Κλιμακοποιούμε τα μέτρα των πόλων της Inverse Chebyshev, έτσι ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης Chebyshev:

$$\tilde{\Omega}_{012} = \tilde{\Omega}_{012} \cdot \Omega_s = 1.0261 \cdot 1.8 = 3.3246 \quad \text{και} \quad \tilde{\Omega}_{034} = \tilde{\Omega}_{034} \cdot \Omega_s = 0.7769 \cdot 1.8 = 1.3984$$

Τα μηδενικά της απόκρισης ICH προκύπτουν από τη σχέση:

$$\omega_k = \sec\left(\frac{k \cdot \pi}{8}\right) \quad \text{με } k = 1, 3$$

Οπότε προκύπτει:

$$\Omega_{z1} = 1.0824 \quad \text{και} \quad \Omega_{z2} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά της ICH:

$$\Omega_{z1} = \Omega_s \cdot \Omega_{z1} = 1.9483 \quad \text{και} \quad \Omega_{z2} = \Omega_s \cdot \Omega_{z2} = 4.7036$$

Στη συνέχεια αντιστρέφουμε τους πόλους της Inverse Chebyshev:

$$\hat{\Omega}_{012} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{012}} = \frac{1}{1.8470} = 0.5414 \quad \text{και} \quad \hat{\Omega}_{034} = \frac{1}{\tilde{\Omega}_{034}} = \frac{1}{1.3984} = 0.7151$$

Έπειτα αντιστρέφουμε και τα μηδενικά:

$$\hat{\Omega}_{z1} = \frac{1}{\Omega_{z1}} = \frac{1}{1.9483} = 0.5133 \quad \text{και} \quad \hat{\Omega}_{z2} = \frac{1}{\Omega_{z2}} = \frac{1}{4.7036} = 0.2126$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\hat{\Sigma}_{12} = -\frac{\hat{\Omega}_{012}}{2 \cdot Q_{12}} = \frac{0.5414}{2 \cdot 0.5885} = -0.46 \quad ,$$

$$\hat{\Omega}_{12} = \sqrt{(\hat{\Omega}_{012}^2 - \hat{\Sigma}_{12}^2)} = \sqrt{(0.5414^2 - 0.46^2)} = 0.2855$$

και

$$\hat{\Sigma}_{34} = -\frac{\hat{\Omega}_{034}}{2 \cdot Q_{34}} = \frac{0.7151}{2 \cdot 1.8764} = -0.1906 \quad ,$$

$$\hat{\Omega}_{34} = \sqrt{(\hat{\Omega}_{034}^2 - \hat{\Sigma}_{34}^2)} = \sqrt{(0.7151^2 - 0.1906^2)} = 0.6893$$

Έπειτα χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Geffe για να μετασχηματίσουμε τους πόλους και τα μηδενικά.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου - 0.46± i0.2855 :

$$p_{1,2} = -0.46 \pm i0.2855 \rightarrow \Sigma_{1,2} = 0.46 \text{ και } \Omega_{1,2} = 0.2855$$

$$C_1 = \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 0.46^2 + 0.2855^2 = 0.2931$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot \Sigma_{1,2}}{q_c} = \frac{2 \cdot 0.46}{1.5097} = 0.6094$$

$$E_1 = 4 + \frac{C_1}{q_c^2} = 4 + \frac{0.2931}{1.5097^2} = 4.1286$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 - 4 \cdot D_1^2} = \sqrt{4.1286^2 - 4 \cdot 0.6094^2} = 3.9446$$

$$Q_1 = \frac{1}{D_1} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E_1 + G_1)} = \frac{1}{0.6094} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(4.1286 + 3.9446)} = 3.2967$$

$$k_1 = \frac{\Sigma_{1,2} \cdot Q_1}{q_c} = \frac{0.46 \cdot 3.2967}{1.5097} = 2$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 2 + \sqrt{2^2 - 1} = 1.1002$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 1.1002 \cdot 11310 = 12443$$

$$\omega_{01} = \frac{\omega_0}{W_1} = \frac{11310}{1.1002} = 10279$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου -0.1906± i0.6893 :

$$p_{3,4} = -0.1509 \pm i0.9931 \rightarrow \Sigma_{3,4} = 0.1509 \text{ και } \Omega_{3,4} = 0.9931$$

$$C_2 = \Sigma_{3,4}^2 + \Omega_{3,4}^2 = 0.1509^2 + 0.9931^2 = 0.5114$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot \Sigma_{3,4}}{q_c} = \frac{2 \cdot 0.1509}{1.5097} = 0.2524$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{q_c^2} = 4 + \frac{0.5114}{1.5097^2} = 4.2244$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 - 4 \cdot D_2^2} = \sqrt{4.2244^2 - 4 \cdot 0.2524^2} = 4.1941$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(E_2 + G_2)} = \frac{1}{0.2524} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(4.2244 + 4.1941)} = 8.1272$$



$$k_2 = \frac{\Sigma_{3,4} \cdot Q_2}{q_c} = \frac{0.1906 \cdot 8.1272}{1.5097} = 0.9299$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 0.9299 + \sqrt{0.9299^2 - 1} = 1.2545$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 1.2545 \cdot 11310 = 14188$$

$$\omega_{03} = \frac{\omega_0}{W_2} = \frac{11310}{1.2545} = 9015.1$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μηδενικού:  $\hat{\Omega}_{z1} = 0.5133$

$$K_1 = 2 + \frac{\hat{\Omega}_{z1}^2}{q_c^2} = 2 + \frac{0.5133^2}{1.5097^2} = 2.1156$$

$$x_1 = \frac{(K_1 + \sqrt{(K_1^2 - 4)})}{2} = \frac{(2.1156 + \sqrt{(2.1156^2 - 4)})}{2} = 1.4027$$

$$\omega_{z11} = \omega_0 \cdot \sqrt{(x_1)} = 11310 \cdot \sqrt{(1.4027)} = 13395$$

$$\omega_{z12} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(x_1)}} = \frac{11310}{\sqrt{(1.4027)}} = 9549.4$$

Μετασχηματισμός μηδενικού:  $\hat{\Omega}_{z2} = 0.2126$

$$K_2 = 2 + \frac{\hat{\Omega}_{z2}^2}{q_c^2} = 2 + \frac{0.2126^2}{1.5097^2} = 2.0198$$

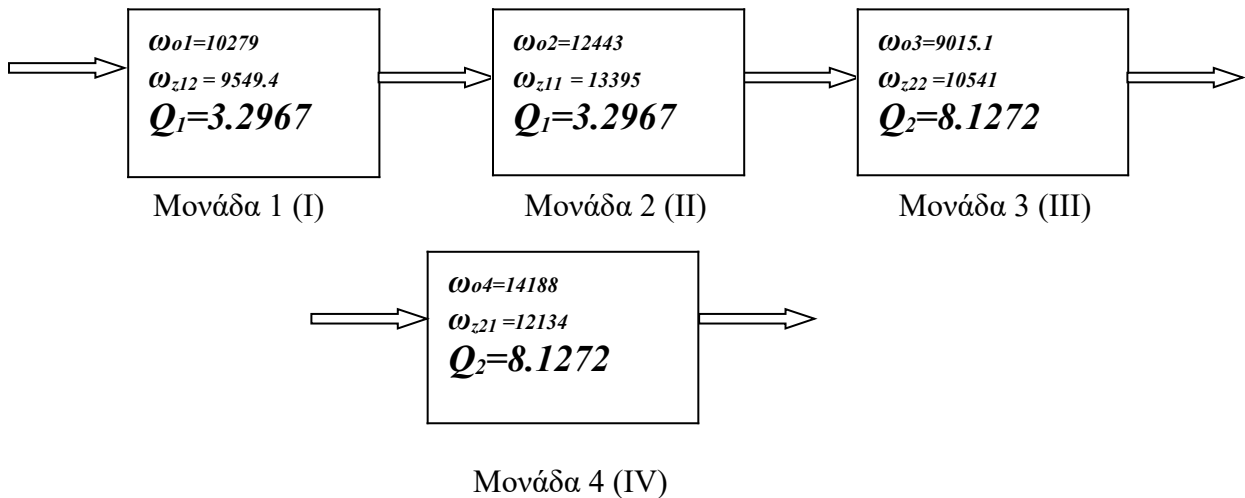
$$x_2 = \frac{(K_2 + \sqrt{(K_2^2 - 4)})}{2} = \frac{(2.0198 + \sqrt{(2.0198^2 - 4)})}{2} = 1.1511$$

$$\omega_{z21} = \omega_0 \cdot \sqrt{(x_2)} = 11310 \cdot \sqrt{(1.1511)} = 12134$$

$$\omega_{z22} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(x_2)}} = \frac{11310}{\sqrt{(1.1511)}} = 10541$$

Επομένως, το συνολικό αποτέλεσμα αποτελείται από τέσσερις μιγαδικούς πόλους και τέσσερα ζεύγη φανταστικών μηδενικών. Η συνάρτηση μεταφοράς της ζωνοφρακτικής απόκρισης θα αποτελείται από τέσσερις μονάδες οι οποίες φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή. Στις μονάδες όπου τα μηδενικά είναι μεγαλύτερα από τους πόλους κατά μέτρο υλοποιούνται με LPN ενώ οι υπόλοιπες με HPN. Στο συγκεκριμένο φίλτρο η πρώτη μονάδα I υλοποιείται με Boctor HPN χρησιμοποιώντας την έτοιμη συνάρτηση BoctorHighPass χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 7.24β, οι μονάδες II και III υλοποιούνται με Boctor LPN χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 7.24α και η τέταρτη μονάδα (IV) υλοποιείται με HPN χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 7.21 εφόσον δεν είναι δυνατή η υλοποίηση με την υλοποιημένη συνάρτηση επειδή δεν ικανοποιείται η απαίτηση του Q.

Η διαγραμματική μορφή των τεσσάρων μονάδων φαίνεται παρακάτω.



- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Η σταθερά κλιμακοποίησης συχνότητας επιλέγεται ανάλογα με την κεντρική συχνότητα κάθε μονάδας, ωστόσο η σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους επιλέγεται έτσι ώστε κάθε μονάδα να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή ίση με 0.1  $\mu\text{F}$ .

### ΜΟΝΑΔΑ (I)

Τα κυκλωματικά στοιχεία της μονάδας αυτής προκύπτουν από τη χρήση της συνάρτησης BoctorHighPass που παρέχεται και υλοποιείται με κύκλωμα τύπου Boctor HPN. Η συνάρτηση αυτή δίνει ως αποτέλεσμα τις κλιμακοποιημένες τιμές οι οποίες είναι:

$$R_{11} = 950.2049 \, \Omega$$

$$R_{12} = 1.1541 \, \text{k}\Omega$$

$$R_{13} = 976.8094 \, \Omega$$

$$R_{14} = 2000 \, \Omega$$

$$R_{15} = 2000 \, \Omega$$

$$R_{16} = 839.7723 \, \Omega$$

$$C_{11} = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_{12} = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$\text{και κέρδος } H_1 = 2.$$

### ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με κύκλωμα τύπου Boctor LPN χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 7.24α. Θεωρούμε προσωρινά  $\omega_0 = 1$  και έχουμε  $\omega_{z2} = 1.0764 \, \text{rad/sec}$  και  $Q_1 = 3.2967$ . Επειδή  $\frac{\omega_{02}^2}{\omega_{z11}^2} = 0.8630$  επιλέγουμε  $k_{21} = 0.92$  διότι θα πρέπει να

ισχύει  $\frac{\omega_{02}^2}{\omega_{z11}^2} < k_{21} < 1$ . Έπειτα υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα στοιχεία του

κυκλώματος ως εξής:

$$R_{21} = \frac{2}{k_{21} \cdot \omega_{z2}^2 - 1} = \frac{2}{0.92 \cdot 1.0764^2 - 1} = 30.2847$$

$$R_{22} = \frac{1}{1-k_{21}} = \frac{1}{1-0.92} = 12.5$$

$$R_{23} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{k_{21}}{Q_1^2} + k_{21} \cdot \omega_{z2}^2 - 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{0.92}{3.2967^2} + 0.92 \cdot 1.0764^2 - 1 \right) = 0.0753$$

$$R_{24} = \frac{1}{k_{21}} = \frac{1}{0.92} = 1.0870$$

$$R_{25} = 1$$

$$R_{26} = 1$$

$$C_{21} = \frac{k_{21}}{2 \cdot Q_1} = \frac{0.92}{2 \cdot 3.2967} = 0.1395$$

$$C_{22} = 2 \cdot Q_1 = 2 \cdot 3.2967 = 6.5933$$

Το κέρδος της συνάρτησης στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{22} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{k_{21}}{Q_1^2} + k_{21} \cdot \omega_{z2}^2 + 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{0.92}{3.2967^2} + 0.92 \cdot 1.0764^2 + 1 \right)} = 0.9299$$

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{02} = 12443 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{\Omega} = 12443$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$  οπότε  $km_2 = \frac{C_{21 \text{ new}}}{k_{f2} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 112.1370$ .

Οπότε προκύπτουν τα πραγματικά στοιχεία του κυκλώματος:

$$C_{21 \text{ new}} = 0.1 \mu\text{F}$$

$$C_{22 \text{ new}} = \frac{C_{22}}{k_{f2} \cdot km_2} = 4.7252 \mu\text{F}$$

$$R_{21 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{21} = 3.3960 \text{ k}\Omega$$

$$R_{22 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{22} = 1.4017 \text{ k}\Omega$$

$$R_{23 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{23} = 8.4491 \Omega$$

$$R_{24 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{24} = 121.888 \Omega$$

$$R_{25 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{25} = 112.1370 \Omega$$

$$R_{26 \text{ new}} = km_2 \cdot R_{26} = 112.1370 \Omega$$

### ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙΙ)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με κύκλωμα τύπου Bockor LPN χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του σχήματος 7.24α. Θεωρούμε προσωρινά  $\omega_0 = 1$  και έχουμε  $\omega_{z3} = 1.1693 \text{ rad/}$

sec και  $Q_2 = 8.1272$ . Επειδή  $\frac{\omega_{03}^2}{\omega_{z22}^2} = 0.7314$  επιλέγουμε  $k_{31} = 0.92$  διότι θα πρέπει να

ισχύει  $\frac{\omega_{03}^2}{\omega_{z22}^2} < k_{31} < 1$ . Έπειτα υπολογίζοντα τα κανονικοποιημένα στοιχεία του

κυκλώματος ως εξής:

$$R_{31} = \frac{2}{k_{31} \cdot \omega_{z3}^2 - 1} = \frac{2}{0.92 \cdot 1.1693^2 - 1} = 7.7552$$

$$R_{22} = \frac{1}{1 - k_{21}} = \frac{1}{1 - 0.92} = 12.5$$

$$R_{33} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31} \cdot \omega_{z3}^2 - 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{0.92}{8.1272^2} + 0.92 \cdot 1.1693^2 - 1 \right) = 0.1359$$

$$R_{34} = \frac{1}{k_{31}} = \frac{1}{0.92} = 1.0870$$

$$R_{25} = 1$$

$$R_{36} = 1$$

$$C_{31} = \frac{k_{31}}{2 \cdot Q_2} = \frac{0.92}{2 \cdot 8.1272} = 0.0566$$

$$C_{32} = 2 \cdot Q_2 = 2 \cdot 8.1272 = 16.2545$$

Το κέρδος της συνάρτησης στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{32} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31} \cdot \omega_{z3} + 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{0.92}{8.1272^2} + 0.92 \cdot 1.1693 + 1 \right)} = 0.8804$$

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{02}=12443 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{\beta}=9015.1$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$  οπότε  $km_3 = \frac{C_{31 \text{ new}}}{k_{f3} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = 62.7834$ .

Οπότε προκύπτουν τα πραγματικά στοιχεία του κυκλώματος:

$$C_{21 \text{ new}} = 0.1 \mu\text{F}$$

$$C_{32 \text{ new}} = \frac{C_{32}}{kf_3 \cdot km_3} = 28.718 \mu\text{F}$$

$$R_{31 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{31} = 486.9003 \Omega$$

$$R_{32 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{32} = 784.7922 \Omega$$

$$R_{33 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{33} = 8.5328 \Omega$$

$$R_{34 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{34} = 68.2428 \Omega$$

$$R_{35 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{35} = 62.7834 \Omega$$

$$R_{36 \text{ new}} = km_3 \cdot R_{36} = 62.7834 \Omega$$

### ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Με βάση την εκφώνηση θα έπρεπε να χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση αυτής της μονάδας το κύκλωμα Boctor HPN. Ωστόσο, για να υλοποιηθεί με αυτόν τον τρόπο θα

πρέπει να ισχύει  $Q_2 < \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_{z4}}{\omega_4}\right)^2} \Leftrightarrow 8.1272 < 3.7228$  το οποίο προφανώς δεν ισχύει

οπότε και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα του σχήματος 7.21 για την υλοποίηση της μονάδας. Θεωρούμε προσωρινά  $\omega_0 = 1$  και έχουμε  $\omega_{z4} = 0.8552 \text{ rad/sec}$  και  $Q_2 = 8.1272$ .

Ακολουθώντας αυτή τη σχεδίαση έχουμε:

$$k_{41} = \left(\frac{\omega_{04}}{\omega_{z21}}\right)^2 - 1 = \left(\frac{14188}{12134}\right)^2 - 1 = 0.3673$$

$$R_{41} = 1$$

$$R_{42} = Q_2^2 \cdot (k_{41} + 2)^2 = 8.1272^2 \cdot (0.3673 + 2)^2 = 370.1538$$

$$R_{43} = 1$$

$$R_{42}=Q_2^2 \cdot (k_{41}+2)=8.1272^2 \cdot (0.3673+2)=156.3630$$

$$C=\frac{1}{Q_2 \cdot (k_{41}+2)}=\frac{1}{8.1272 \cdot (0.3673+2)}=0.0520$$

$$C_{41}=k_{41} \cdot C=0.3673 \cdot 0.0520=0.0191$$

$$k_{42}=\frac{Q_2^2 \cdot (k_{41}+2)}{Q_2^2 \cdot (k_{41}+2)+1}=\frac{8.1272^2 \cdot (0.3673+2)}{8.1272^2 \cdot (0.3673+2)+1}=0.9936$$

$$k_4=k_{42} \cdot \left(\frac{1}{\omega_{z4}}\right)^2=0.9936 \cdot \left(\frac{1}{0.8552}\right)^2=1.3586$$

### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_{04}=14188 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_{f4}=14188$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.1 \mu\text{F}$  οπότε  $km_4=\frac{C}{k_{f4} \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}}=36.6332$ .

Οπότε προκύπτουν τα πραγματικά στοιχεία του κυκλώματος:

$$C_{new}=0.1 \mu\text{F}$$

$$C_{41new}=\frac{C_{41}}{kf_4 \cdot km_4}=36.727 \text{ nF}$$

$$R_{41new}=km_4 \cdot R_{41}=36.6332 \Omega$$

$$R_{42new}=km_4 \cdot R_{42}=13560 \Omega$$

$$R_{43new}=km_4 \cdot R_{43}=36.6332 \Omega$$

$$R_{44new}=km_4 \cdot R_{44}=5.7281 \text{ k}\Omega$$

$$R_{35new}=km_3 \cdot R_{35}=62.7834 \Omega$$

$$R_{36new}=km_3 \cdot R_{36}=62.7834 \Omega$$

### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 5 dB. Το κέρδος της συνάρτησης στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_{total}=k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4=2 \cdot 0.9299 \cdot 0.8804 \cdot 1.3586=2.2245$$

Το κέρδος που επιθυμούμε να πετύχουμε είναι 5 dB ή 1.7783 οπότε θα πρέπει να μειώσουμε το κέρδος του φίλτρου. Επομένως κάνουμε τους εξής υπολογισμούς:

$$20 \log(a \cdot K) = 5 \Rightarrow a \cdot K = 5^{0.25} \Rightarrow a = \frac{5^{0.25}}{K} \Rightarrow a = \frac{5^{0.25}}{2.2245} \Rightarrow a = 0.7994$$

Επειδή  $a < 1$  τότε θα πρέπει να έχουμε εξασθένιση του κέρδους κατά 0.7994. Επομένως, αυτή η ρύθμιση κέρδους υλοποιείται από έναν τελεστικό ενισχυτή με αναστρέφουσα συνδεσμολογία, όπου πρέπει να ισχύει:  $r_2 = a \cdot r_1$ . Οπότε για  $r_1 = 1 \text{ k}\Omega$  έχουμε  $r_2 = 799.4214$

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{k_1 \cdot (\omega_{z12}^2 + s^2)}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_1} s + \omega_{01}^2} = \frac{1.824 \cdot 10^8 + 2 \cdot s^2}{s^2 + 3118 \cdot s + 1.057 \cdot 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{k_2 \cdot (\omega_{z11}^2 + s^2)}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_1} s + \omega_{02}^2} = \frac{1.668 \cdot 10^8 + 0.9299 \cdot s^2}{s^2 + 3775 \cdot s + 1.548 \cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = \frac{k_3 \cdot (\omega_{z22}^2 + s^2)}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_2} s + \omega_{03}^2} = \frac{9.783 \cdot 10^7 + 0.8804 \cdot s^2}{s^2 + 1109 \cdot s + 8.127 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_4(s) = \frac{k_4 \cdot (\omega_{z21}^2 + s^2)}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_2} s + \omega_{04}^2} = \frac{2 \cdot 10^8 + 1.359 \cdot s^2}{s^2 + 1746 \cdot s + 2.013 \cdot 10^8}$$

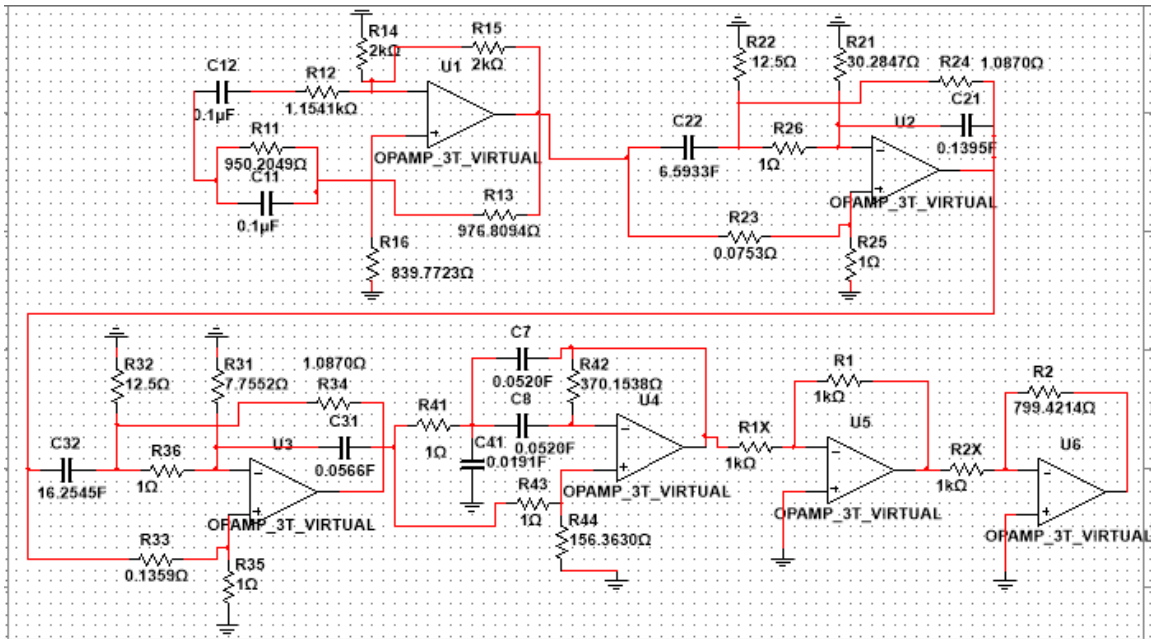


Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου είναι:

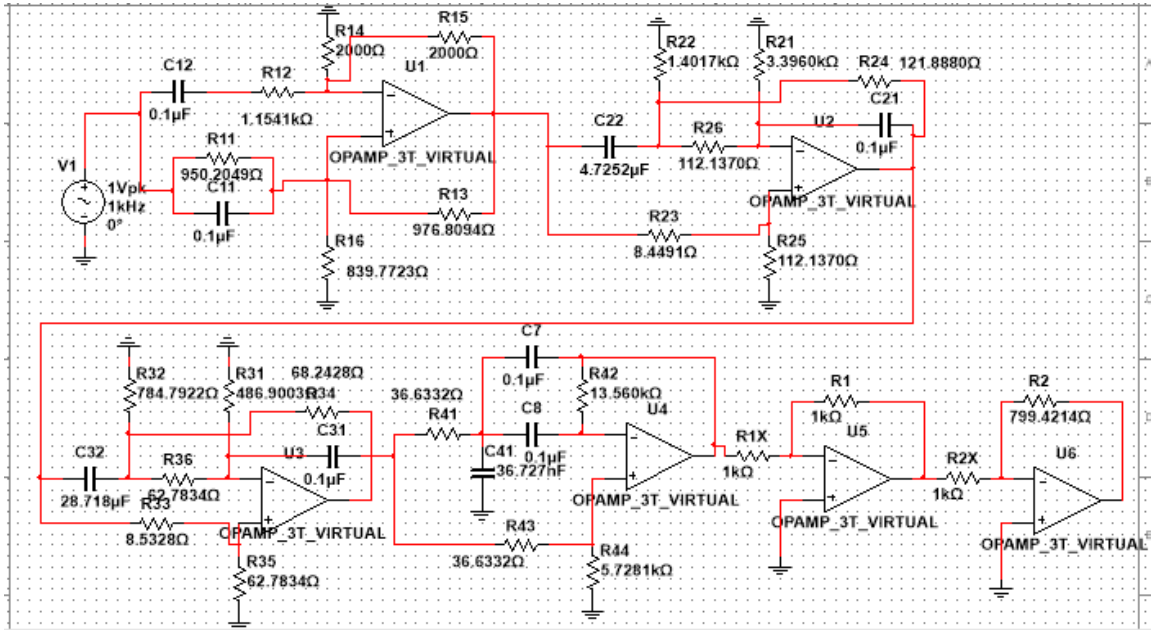
$$T_{BE}(s) = \alpha \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) =$$

$$\frac{1.778 \cdot s^8 + 9.406 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 1.825 \cdot 10^{17} \cdot s^4 + 1.539 \cdot 10^{25} \cdot s^2 + 4.76 \cdot 10^{32}}{s^8 + 9748 \cdot s^7 + 5.765 \cdot 10^8 s^6 + 3.985 \cdot 10^{12} s^5 + 1.152 \cdot 10^{17} s^4 + 5.098 \cdot 10^{20} s^3 + 9.432 \cdot 10^{24} s^2 + 2.04 \cdot 10^{28} s + 2.677 \cdot 10^{32}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τέσσερις μονάδες. Επίσης, αποτυπώνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους και προσθέτουμε ένα επιπλέον κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία για να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.



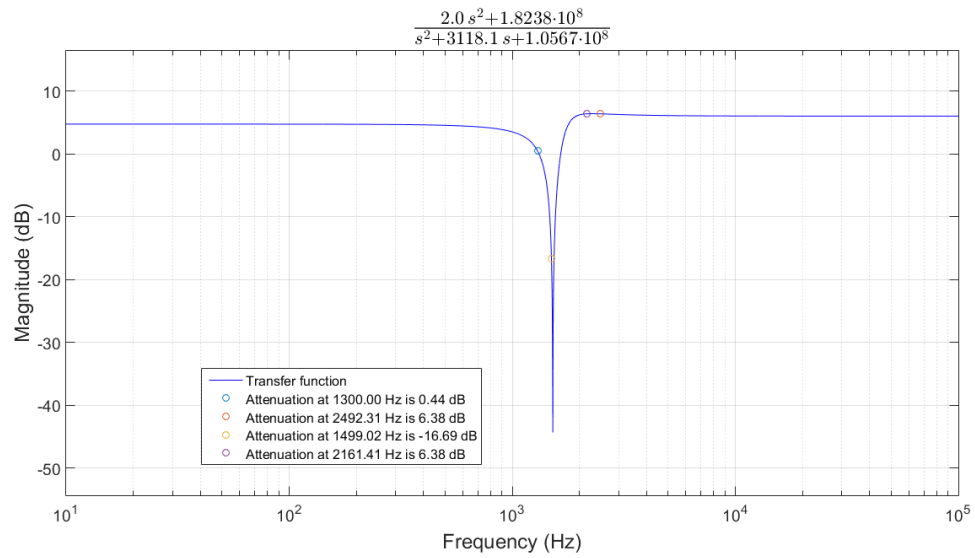
Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών. Επίσης φαίνεται και η ρύθμιση κέρδους που εφαρμόζεται.



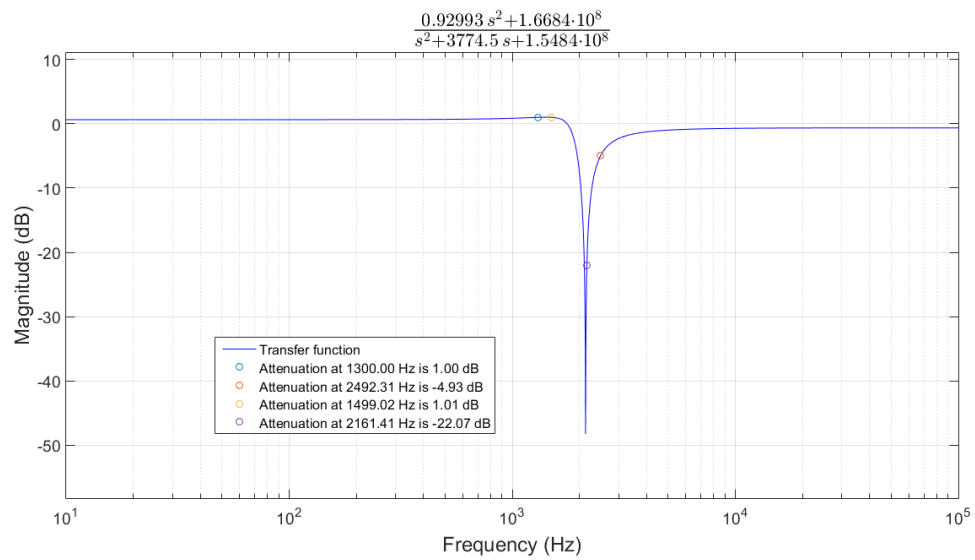
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

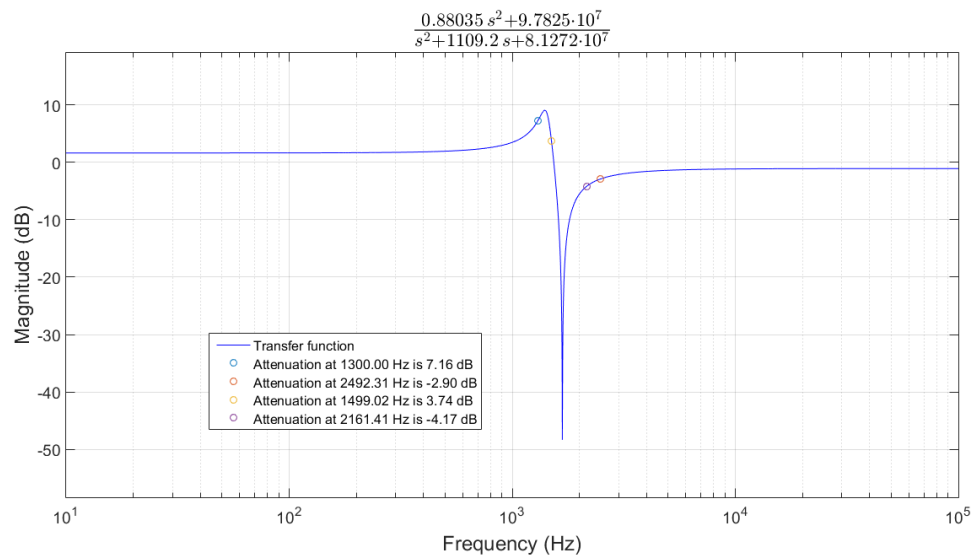
### 1<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Bactor HPN.



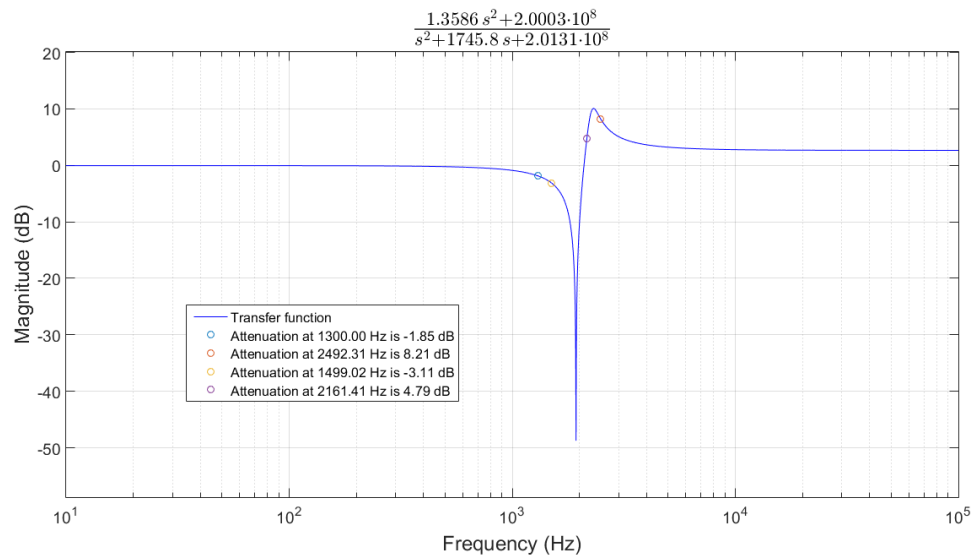
### 2<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Bactor LPN.



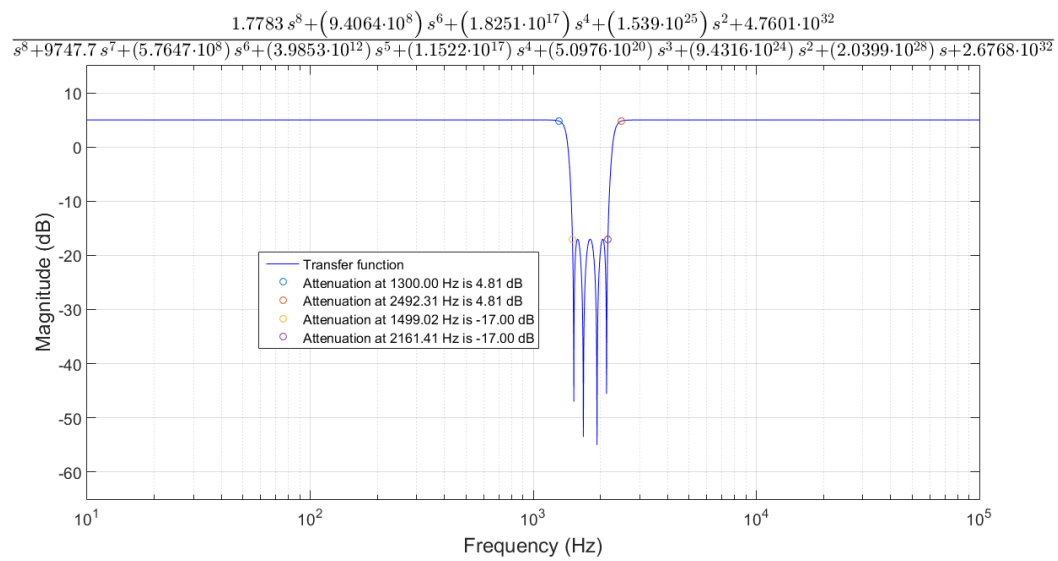
### 3<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor LPN.



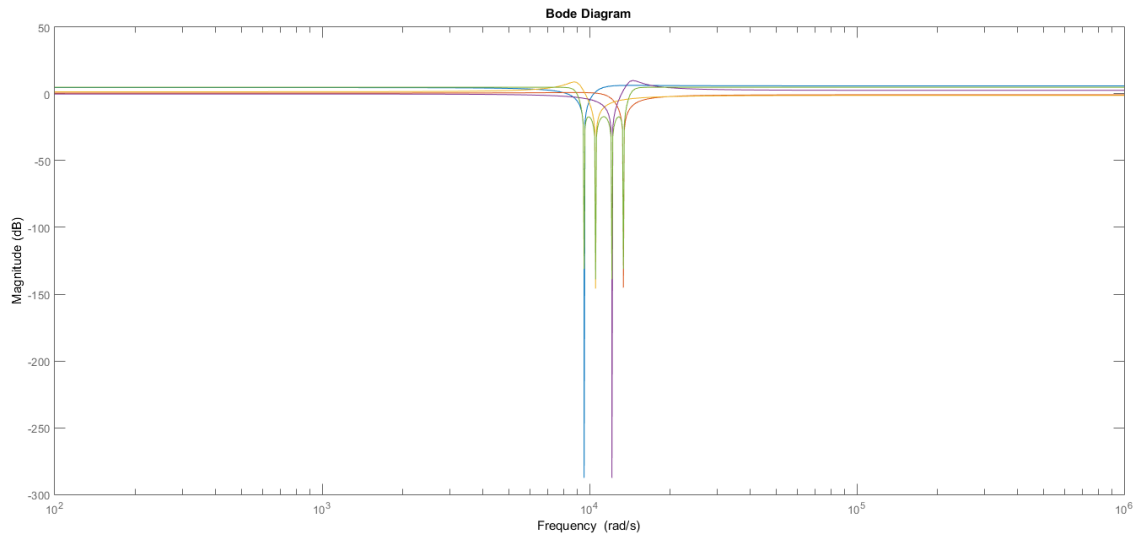
### 4<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN Notch.



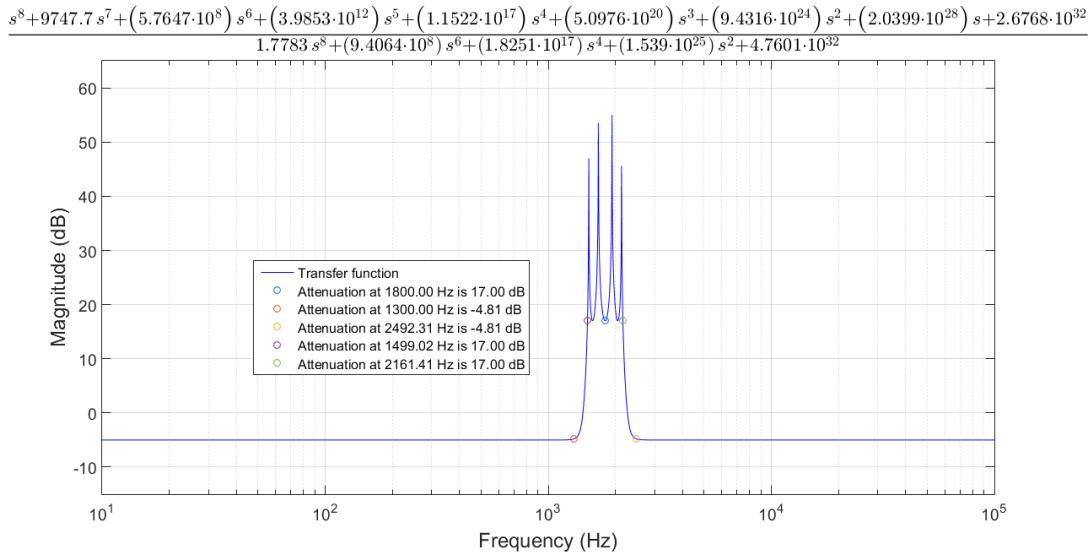
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Με πράσινο χρώμα διακρίνεται η συνολική απόκριση ενώ με μπλε, πορτοκαλί, μωβ και κίτρινο οι αποκρίσεις των τεσσάρων μονάδων.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

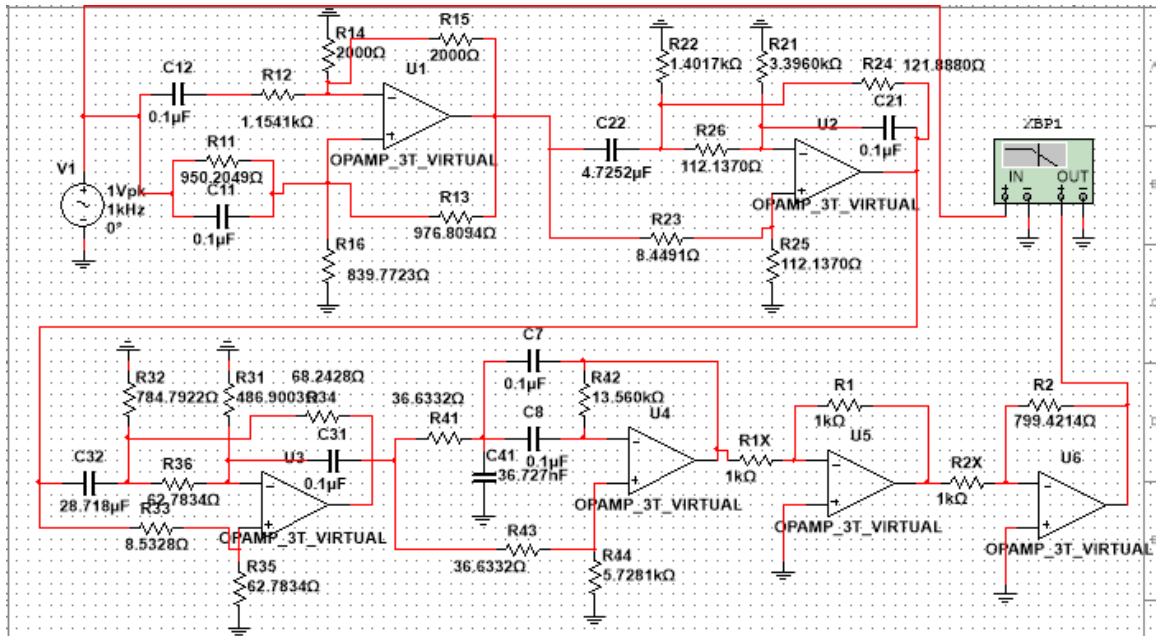


Από το διάγραμμα απόσβεσης γίνεται φανερό ότι το κέρδος είναι 5 dB το οποίο είναι και το επιθυμητό. Έπειτα παρατηρούμε ότι στις συχνότητες 1499 Hz και 2161.4 Hz οι οποίες μας ενδιαφέρουν για την ικανοποίηση του  $a_{min} = 22$  ότι η απόσβεση είναι  $17 - (-5) = 22$  πράγμα που σημαίνει ότι η προδιαγραφή για το  $a_{min}$  ικανοποιείται οριακά. Στη συνέχεια παρατηρούμε ότι στις συχνότητες 1300 Hz και 2492.31 Hz οι οποίες μας ενδιαφέρουν για την ικανοποίηση του  $a_{max} = 0.7778$  η απόσβεση είναι  $-4.81 - (-5) = 0.19 < a_{max}$  το οποίο σημαίνει ότι η προδιαγραφή για το  $a_{max}$  ικανοποιείται. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όλες οι προδιαγραφές του φίλτρου καλύπτονται.

## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

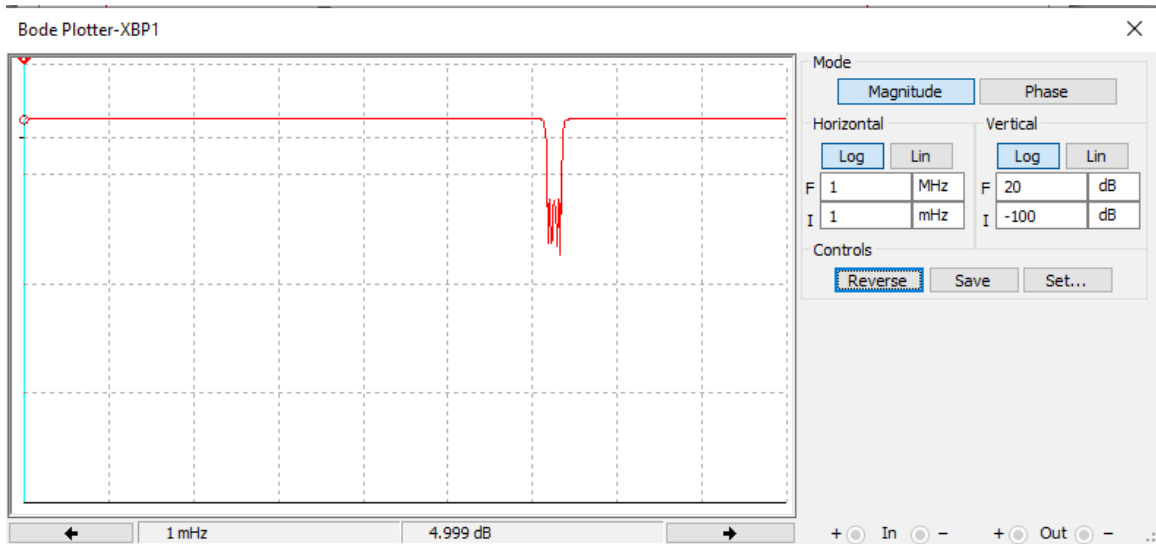
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



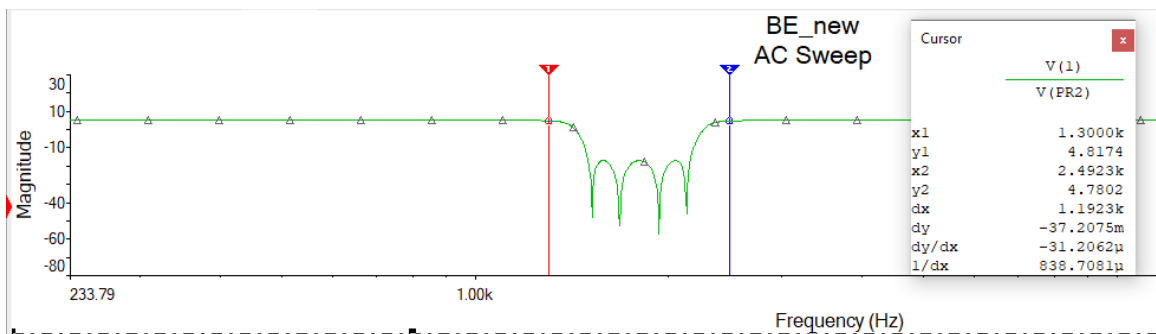


Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



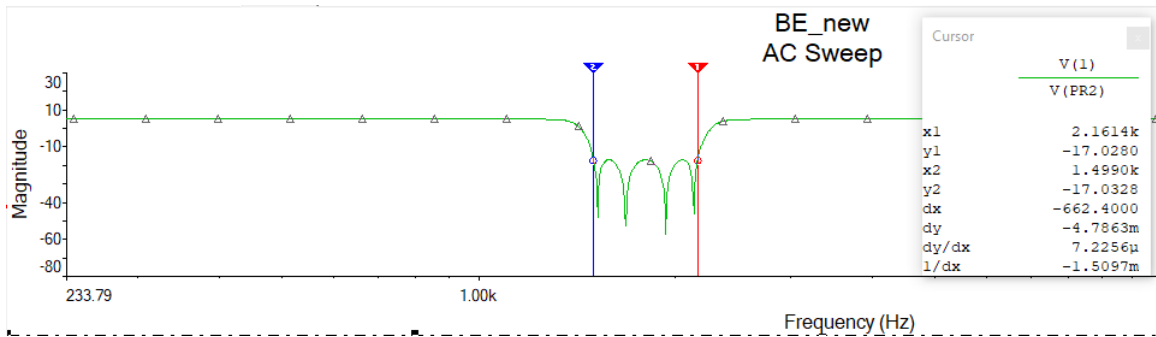
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών. Αποτελεί το αποτέλεσμα της AC sweep ανάλυσης.

Για τις συχνότητες  $f_1 = 1300 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 2492.3 \text{ Hz}$  :



Cursor	
V(1)	
V(PR2)	
x1	1.3000k
y1	4.8174
x2	2.4923k
y2	4.7802
dx	1.1923k
dy	-37.2075m
dy/dx	-31.2062μ
1/dx	838.7081μ

Για τις συχνότητες  $f_3 = 1499 \text{ Hz}$  και  $f_4 = 2161.4 \text{ Hz}$  :



Cursor	
	V(1) V(PR2)
x1	2.1614k
y1	-17.0280
x2	1.4990k
y2	-17.0328
dx	-662.4000
dy	-4.7863m
dy/dx	7.2256μ
1/dx	-1.5097m

Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές καλύπτονται για τα  $a_{\min} = 22$  και  $a_{\max} = 0.7778$  αφού έχουμε στις συχνότητες  $f_3 = 1499 \text{ Hz}$  και  $f_4 = 2161.4 \text{ Hz}$  απόσβεση 22.02 dB και στις συχνότητες  $f_1 = 1300 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 2492.3 \text{ Hz}$  απόσβεση 0.19 dB. Επίσης, έχουμε κέρδος σχεδόν 5 dB στις χαμηλές και υψηλές συχνότητες το οποίο είναι και το ζητούμενο.

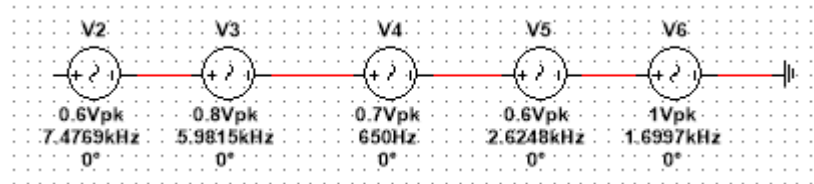
Εισάγουμε στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής :

$$f(t) = \cos((\omega_0 - (\omega_0 - \omega_3) / 3)t) + 0.6\cos((\omega_0 + (\omega_0 + \omega_3) / 4)t) + 0.7\cos(0.5\omega_1 t) + 0.8\cos(2.4\omega_2 t) + 0.6\cos(3\omega_2 t)$$

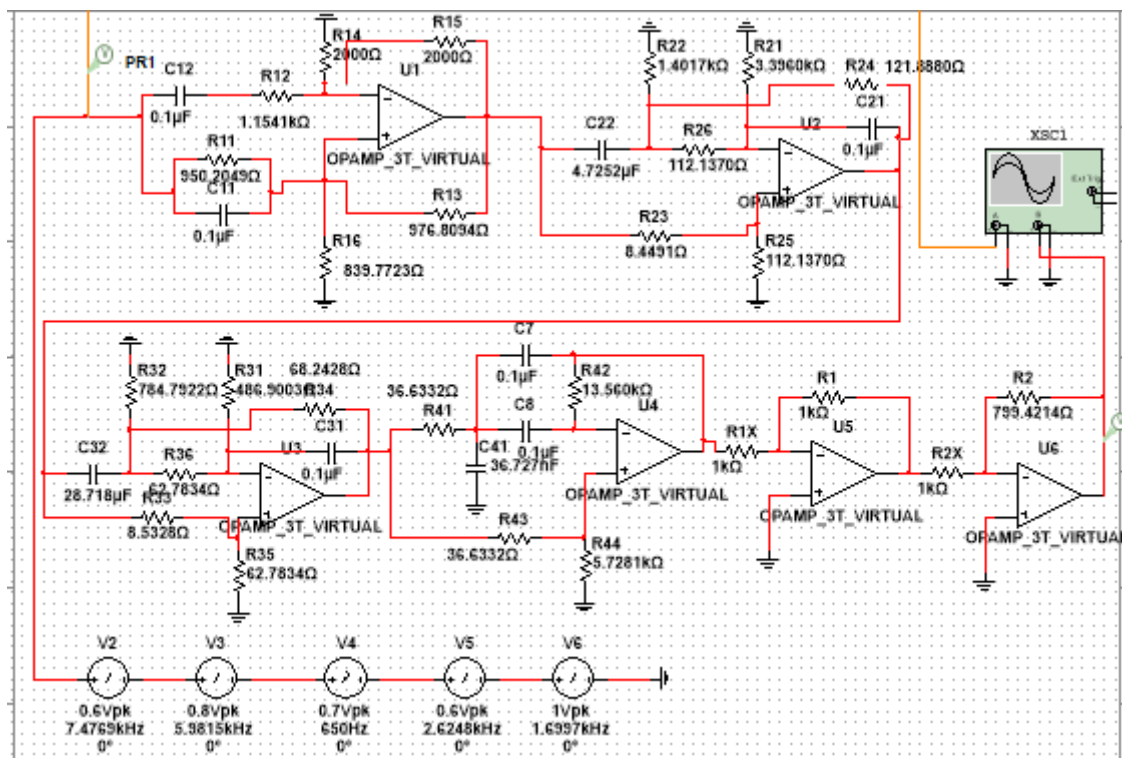
Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει αυτό το σήμα είναι :

$$f_1 = 1.6997 \text{ kHz}, f_2 = 2.6248 \text{ kHz}, f_3 = 650 \text{ Hz}, f_4 = 5.9815 \text{ kHz}, f_5 = 7.4769 \text{ kHz}$$

Το σήμα αυτό δημιουργείται με 5 AC πηγές σε σειρά, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

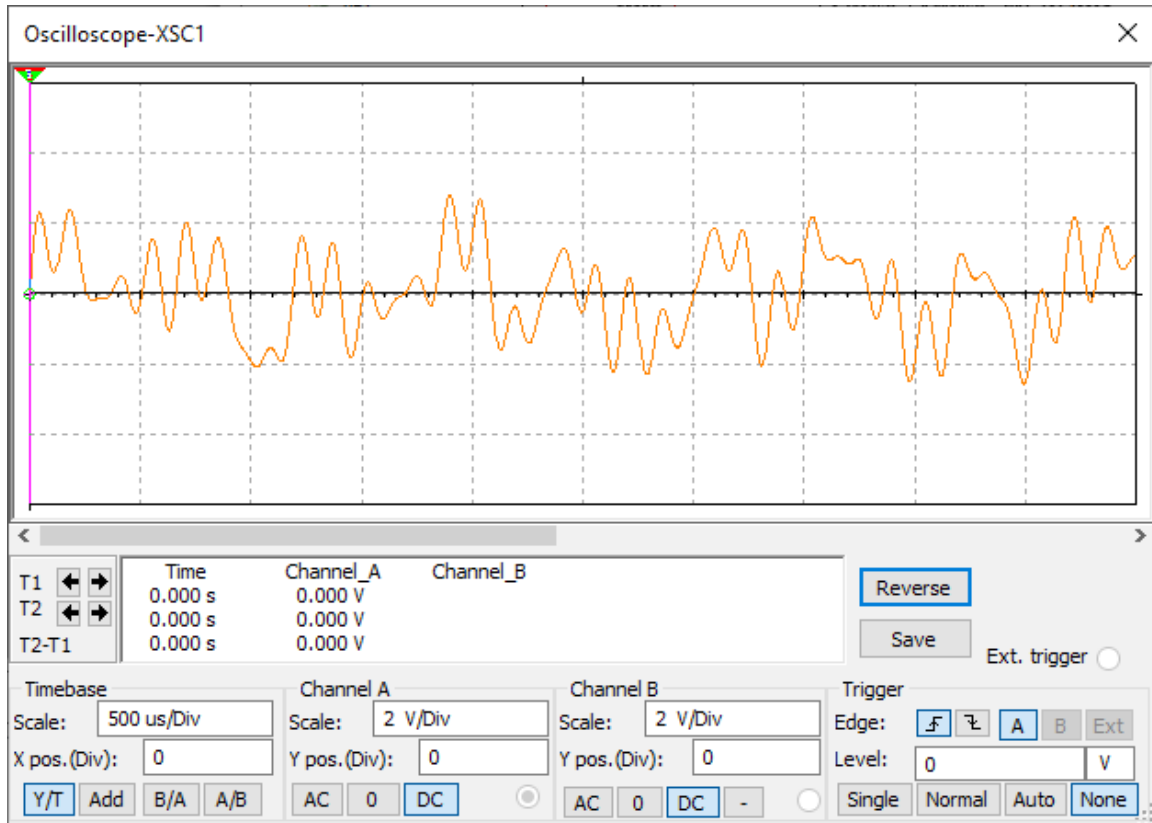


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με τον παλμογράφο και τις 5 AC πηγές φαίνεται παρακάτω.

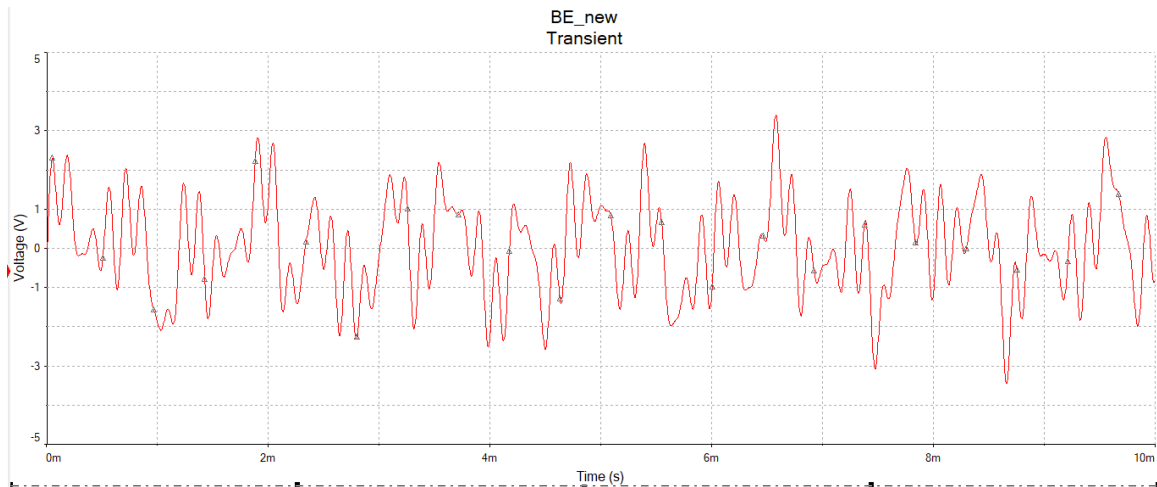


Σήμα Εισόδου :

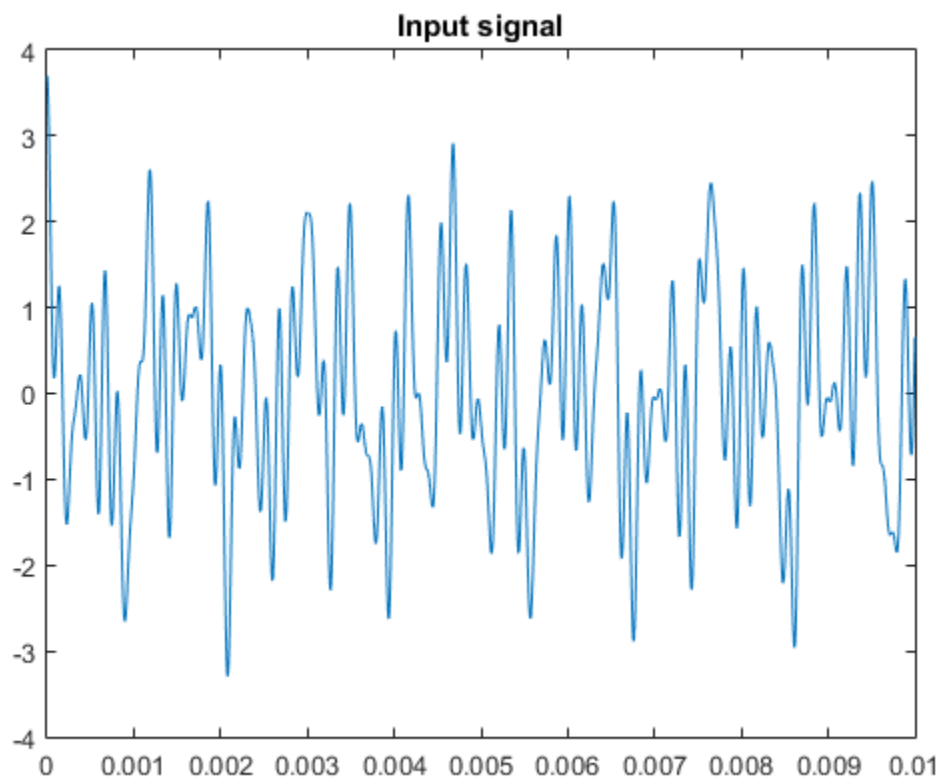
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher από την transient ανάλυση όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες :

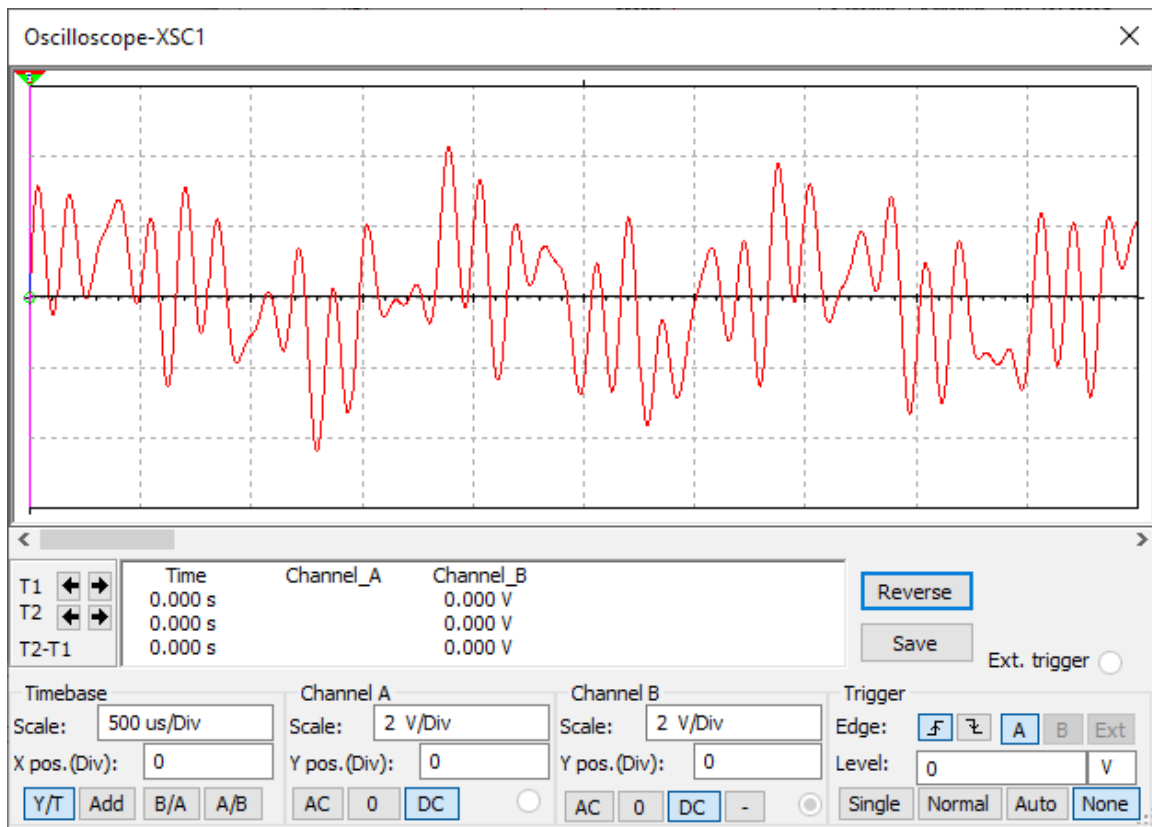


Αποτέλεσμα του Matlab:

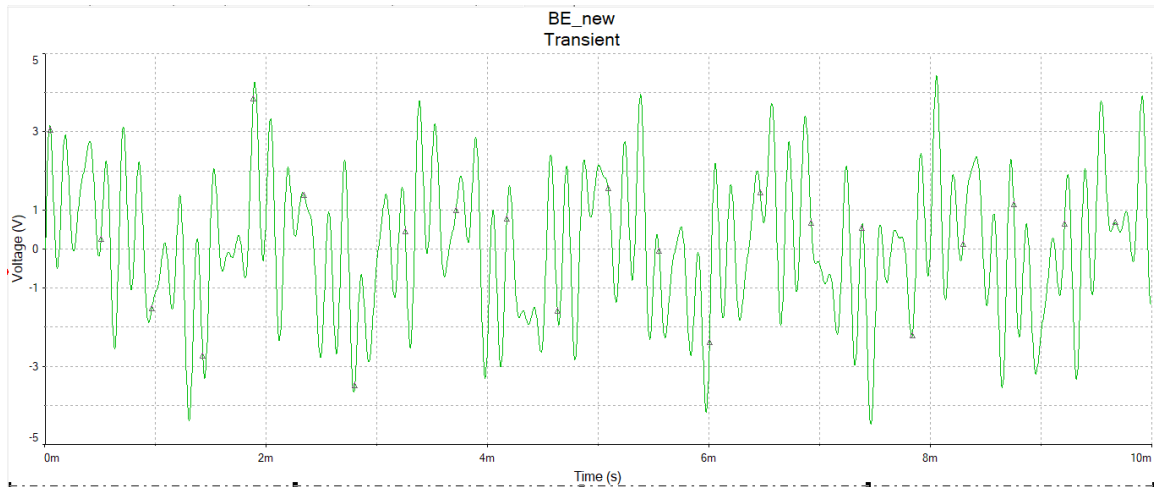


Σήμα Εξόδου :

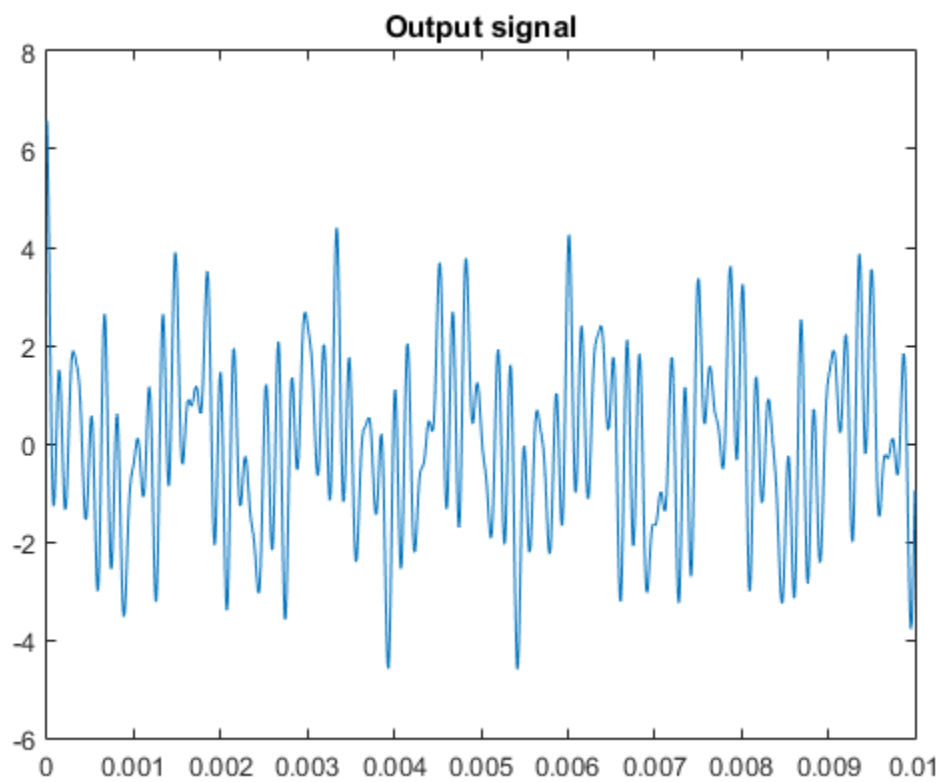
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher από την transient ανάλυση όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες:



Αποτέλεσμα του Matlab:



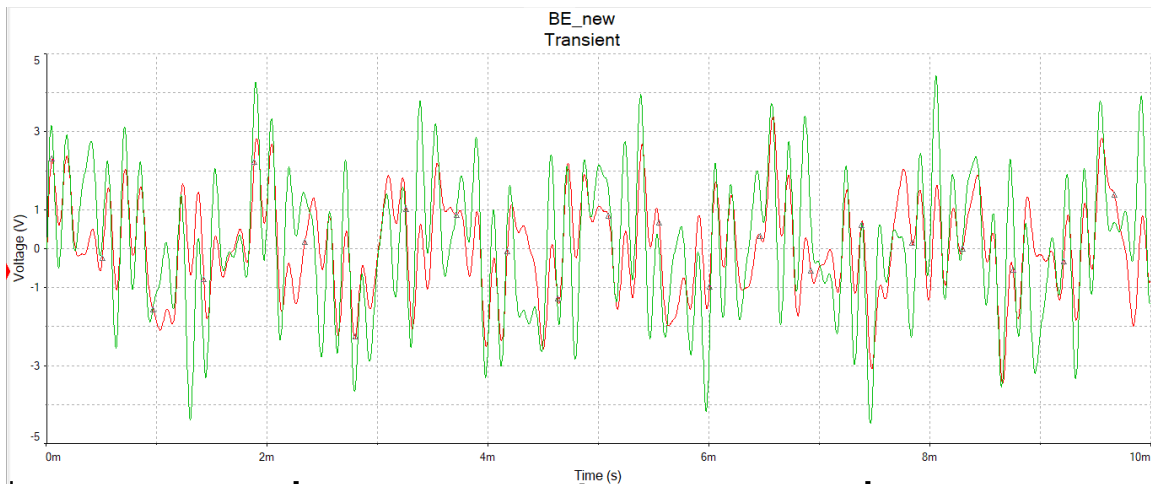
Σήμα Εισόδου - Εξόδου :

Αποτέλεσμα του παλμογράφου:

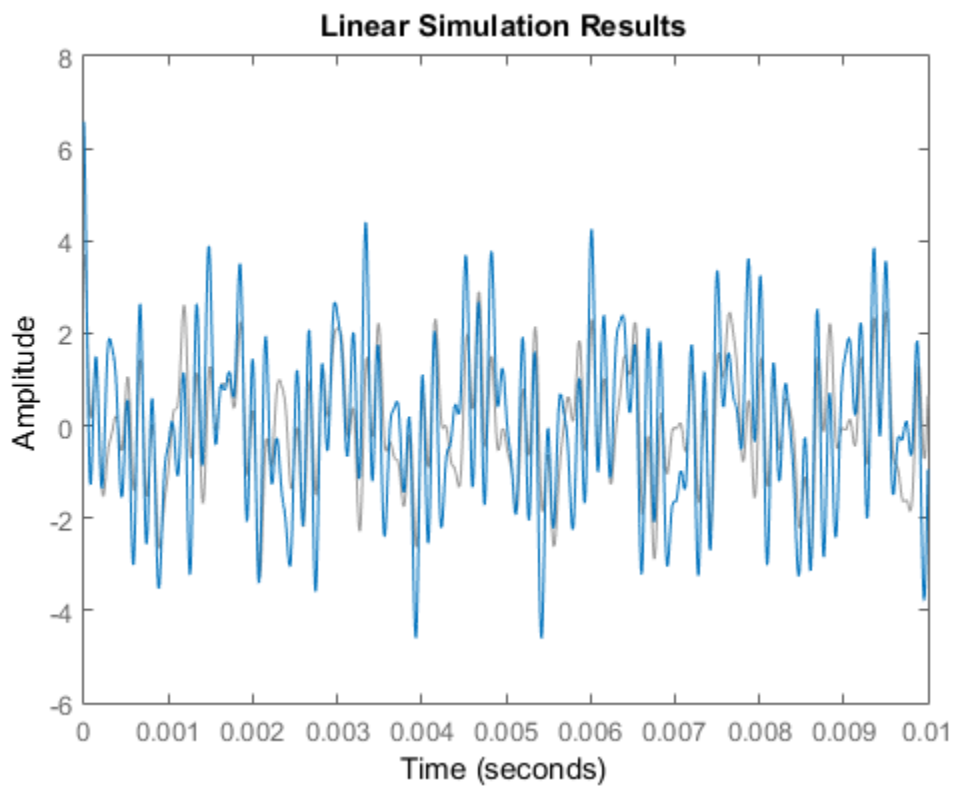




Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες (με κόκκινο απεικονίζεται το σήμα εισόδου και με πράσινο το σήμα εξόδου):



Αποτέλεσμα του Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στον παλμογράφο όπου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2 V/Div , 500 usec/Div κτλ.). Επίσης, απεικονίζονται τα ίδια διαγράμματα στον grapher μέσω της transient ανάλυσης όπου διακρίνονται περισσότερες λεπτομέρειες για τα σήματα εισόδου και εξόδου. Τέλος, απεικονίζουμε και τα θεωρητικά αποτελέσματα των σημάτων που προκύπτουν από το Matlab.

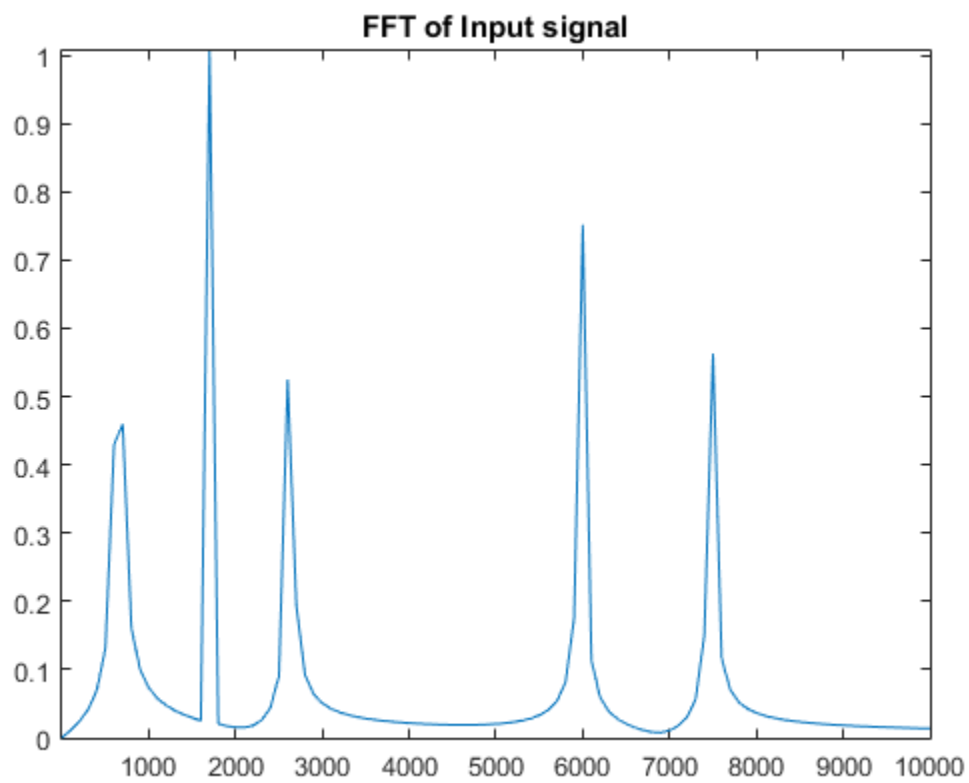
Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα διαγράμματα είναι ότι φαίνεται η ενισχυτική συμπεριφορά του φίλτρου λόγω του κέρδους των 5 dB που διαθέτει καθώς το πλάτος της εξόδου καθαρά μεγαλύτερο σε σχέση με το πλάτος εισόδου. Επίσης, το σήμα εξόδου φαίνεται ελαφρώς πιο καθαρό σε σχέση με το σήμα εισόδου παρουσιάζοντας λόγω του ζωνοφρακτικού φίλτρου. Η διατήρηση των χαμηλών και υψηλών συχνοτήτων και η αποκοπή των μέσων φαίνεται αναλυτικότερα στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

### Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ζωνοφρακτικού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

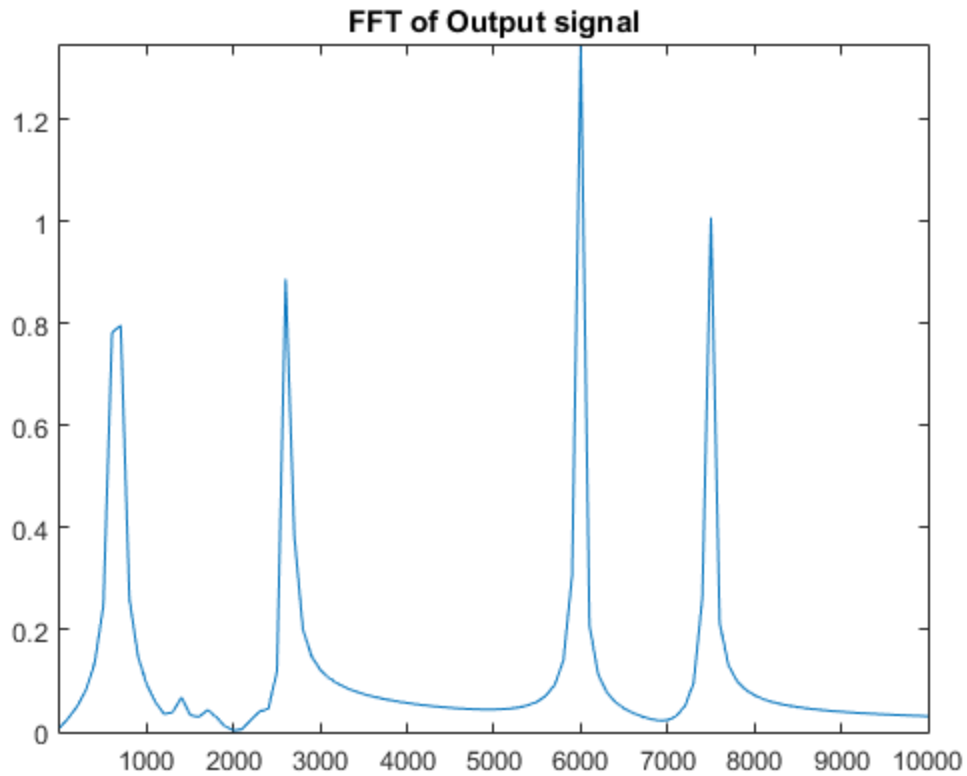
Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου :



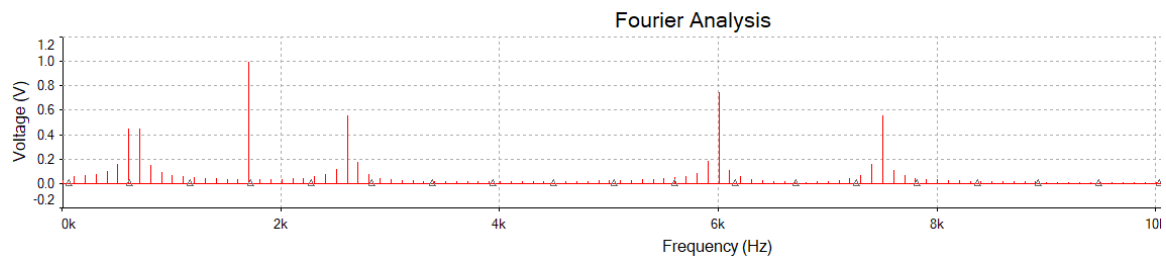
Στο φάσμα του σήματος εισόδου που δημιουργείται στο matlab διακρίνουμε τις πέντε θεμελιώδεις ώσεις που δημιουργούνται από τις πηγές εισόδου.

Φάσμα Σήματος Εξόδου :

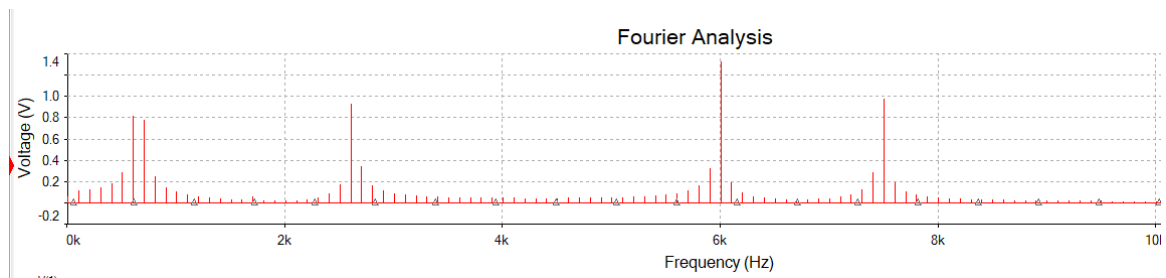


Στο φάσμα του σήματος εξόδου φαίνονται οι τέσσερις από τις πέντε ώσεις διότι μόνο μία από αυτές ανήκει μέσα στη ζώνη αποκοπής (1300 Hz– 2.4923 kHz) για αυτό και αποκόπτεται.

### Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



### Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε τις 5 θεμελιώδεις ώσεις που δημιουργούνται από τις πηγές εισόδου. Από αυτές παρατηρούμε στο φάσμα εξόδου ότι διατηρούνται οι  $f_2 = 2.6248$  kHz,  $f_3 = 650$  Hz,  $f_4 = 5.9815$  kHz και  $f_5 = 7.4769$  kHz διότι αυτές ανήκουν στη ζώνη διόδου. Αντίθετα, η  $f_1 = 1.6997$  kHz αποκόπτεται διότι ανήκει στη ζώνη αποκοπής. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό εφόσον η ζώνη διόδου είναι το διάστημα 1300 Hz–2.4923 kHz κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο. Τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτουν μέσω του Fourier analysis. Επίσης, παρακάτω δίνονται και οι πίνακες με τις τιμές εισόδου και εξόδου όπου φαίνεται και η ενισχυτική συμπεριφορά του φίλτρου λόγω του κέρδους καθώς φαίνεται ότι το πλάτος εξόδου είναι σχεδόν διπλάσιο από αυτό της εισόδου το οποίο είναι και το ζητούμενο. Τα συμπεράσματα αυτά είναι ίδια και για τα αποτελέσματα που πήραμε από το Matlab αλλά και από το MULTISIM οπότε η θεωρητική με την πρακτική ανάλυση ταυτίζονται.

Πίνακας πλάτους εισόδου:

6	Interpolation Degree:	1			
7					
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag
9	0	0	0.0269189	0	0.485137
10	1	100	0.0554872	-90.259	1
11	2	200	0.0609587	-90.477	1.09861
12	3	300	0.0722856	-90.608	1.30274
13	4	400	0.0954274	-90.622	1.71981
14	5	500	0.152879	-90.494	2.75522
15	6	600	0.44826	-90.206	8.0786
16	7	700	0.444496	90.2494	8.01078
17	8	800	0.148784	90.8773	2.68141
18	9	900	0.0906401	91.6791	1.63353

Πίνακας πλάτους εξόδου:

6	Interpolation Degree:	1			
7					
8	Harmonic	Frequency	Magnitude	Phase	Norm. Mag
9	0	0	0.0536833	0	0.486326
10	1	100	0.110385	-93.846	1
11	2	200	0.120375	-97.584	1.0905
12	3	300	0.140943	-101.11	1.27682
13	4	400	0.182687	-104.34	1.655
14	5	500	0.285606	-107.21	2.58735
15	6	600	0.811817	-109.68	7.35439
16	7	700	0.774846	68.2894	7.01946
17	8	800	0.247743	66.7059	2.24435
18	9	900	0.142982	65.5928	1.29529

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

**ΕΡΓΑΣΙΑ #4**

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.*

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : Παπαδάμ Στέφανος**

**A.E.M. : 8885**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

## Περιεχόμενα

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων.....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	5
• Ρύθμιση Κέρδους.....	5
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	7
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	11



# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

### ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_p = 5 \text{ KHz}, \quad f_s = 1.9231 \text{ KHz},$$

και

$$a_{\max} = 0.6389 \text{ dB}, \quad a_{\min} = 29.33 \text{ dB}.$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\log \left[ \frac{10^{a_{\min}/10} - 1}{10^{a_{\max}/10} - 1} \right]}{2 \cdot \log (\omega_s / \omega_p)}$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες  $f_p$  και  $f_s$  άρα θα έχουμε :

$$\omega_p = 2\pi \cdot f_p = 2\pi \cdot 5000 = 31416 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 2\pi \cdot 1923.1 = 12083 \text{ rad/sec}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=4.4977$ . Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως επόμενο ακέραιο. Δηλαδή ,

$$\mathbf{n = 5}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_o = \frac{\Omega_p}{\left[ \frac{a_{max}}{10^{10}} - 1 \right]^{1/2n}} = 1.2023 \text{ rad/sec}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε  $\omega = \omega_s$  που σημαίνει ότι στην συχνότητα αποκοπής οι προδιαγραφές υπερκαλύπτονται.

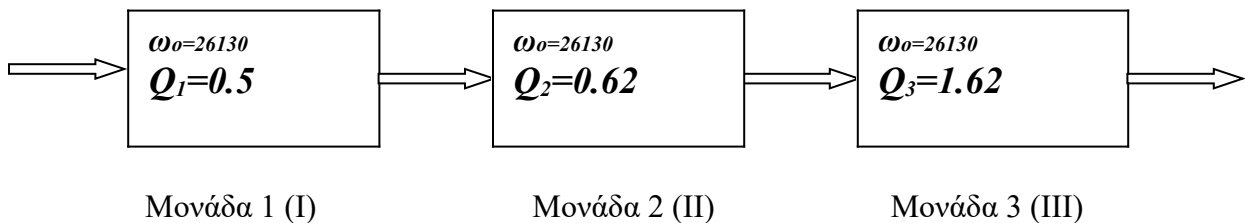
Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος  $\omega_o$  είναι :

$$\omega_o = \frac{\omega_p}{\Omega_o} = 26130 \text{ rad/sec}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα  $Q$  των ριζών προκύπτουν από τους πίνακες 9.1 και 9.3β των σημειώσεων εφόσον το  $n$  είναι περιττό και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\Psi_k$	$Q$	$p_k$
$0^\circ$	0.5	-1
$\pm 36^\circ$	0.62	$-0.819 \pm i0.5877$
$\pm 72^\circ$	1.62	$-0.309 \pm i0.9510$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τρεις μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



### • Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_0 = 1$  και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση τη συχνότητα με  $k_f = \omega_0$  για να υπολογιστούν οι πραγματικές τιμές των στοιχείων. Εφόσον η υλοποίηση γίνεται κατά Butterworth, οι πόλοι θα έχουν κοινό μέτρο οπότε η κλιμακοποίηση θα είναι ίδια για όλες τις μονάδες.

#### ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο -1. Εφόσον  $p_1 = \frac{1}{R_{11} \cdot C_{11}} = 1$  τα κανονικοποιημένα στοιχεία αυτής της μονάδας είναι  $R_{11} = 1$  και  $C_{11} = 1$ .

#### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_0 = 26130 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_f = 26130$ . Από την εκφώνηση ζητείται κάθε

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_1 = \frac{C_{11\text{new}}}{k_{f1} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 3826.9$ .

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{11\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$  και  $R_{11\text{new}} = km_1 R_{11} = 3.826 \text{ k}\Omega$ .

#### ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key ακολουθώντας τη στρατηγική (2). Έχουμε:

$$C_{21} = C_{22} = 1, \quad R_{21} = \frac{1}{2 \cdot Q_{23}} = 0.8091 \Omega, \quad R_{22} = 2 \cdot Q_{23} = 1.236 \Omega \quad \text{και} \quad k_2 = 1.$$

#### Κλιμακοποίηση

Επειδή έχουμε  $\omega_0 = 26130 \text{ rad/sec}$  τότε  $k_f = 26130$ . Από την εκφώνηση ζητείται η

μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$  οπότε  $km_2 = \frac{C_{21\text{new}}}{k_{f2} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 3826.9$

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{21\text{new}} = C_{22\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$  και  $R_{21\text{new}} = km_2 R_{21} = 3.096 \text{ k}\Omega$  και  $R_{22\text{new}} = km_2 R_{22} = 4.7301 \text{ k}\Omega$ .

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key ακολουθώντας τη στρατηγική (2). Έχουμε:

$$C_{31} = C_{32} = 1, \quad R_{31} = \frac{1}{2 \cdot Q_{45}} = 0.3090 \Omega, \quad R_{32} = 2 \cdot Q_{45} = 3.236 \Omega \quad \text{και} \quad k_3 = 1.$$

### Κλιμακοποίηση

Και σε αυτή την περίπτωση επειδή έχουμε  $\omega_0 = 26130 \text{ rad/sec}$  τότε προκύπτει

$k_f = 26130$ . Από την εκφώνηση ζητείται η μονάδα να έχει πυκνωτή τουλάχιστον  $0.01 \mu\text{F}$

$$\text{οπότε} \quad km_3 = \frac{C_{31\text{new}}}{k_{f3} \cdot 0.01 \cdot 10^{-6}} = 3826.9$$

Οπότε προκύπτουν τα στοιχεία  $C_{31\text{new}} = C_{32\text{new}} = 0.01 \mu\text{F}$  και  $R_{31\text{new}} = km_3 \cdot R_{31} = 1.182 \text{ k}\Omega$  και  $R_{32\text{new}} = km_3 \cdot R_{32} = 12.384 \text{ k}\Omega$ .

### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι  $0 \text{ dB}$ . Εφόσον οι μονάδες II και III υλοποιήθηκαν με τη στρατηγική 2 η οποία δίνει κέρδος μονάδα τότε το συνολικό κέρδος το οποίο είναι το γινόμενο των επιμέρους μονάδων θα είναι  $0 \text{ dB}$  οπότε δεν χρειάζεται περαιτέρω ρύθμιση.

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{s}{s + \omega_o} = \frac{26130}{s + 26130}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q_{23}} s + \omega_o^2} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{26130}{0,62} s + 26130^2} = \frac{s^2}{s^2 + 42282 s + 682776900}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

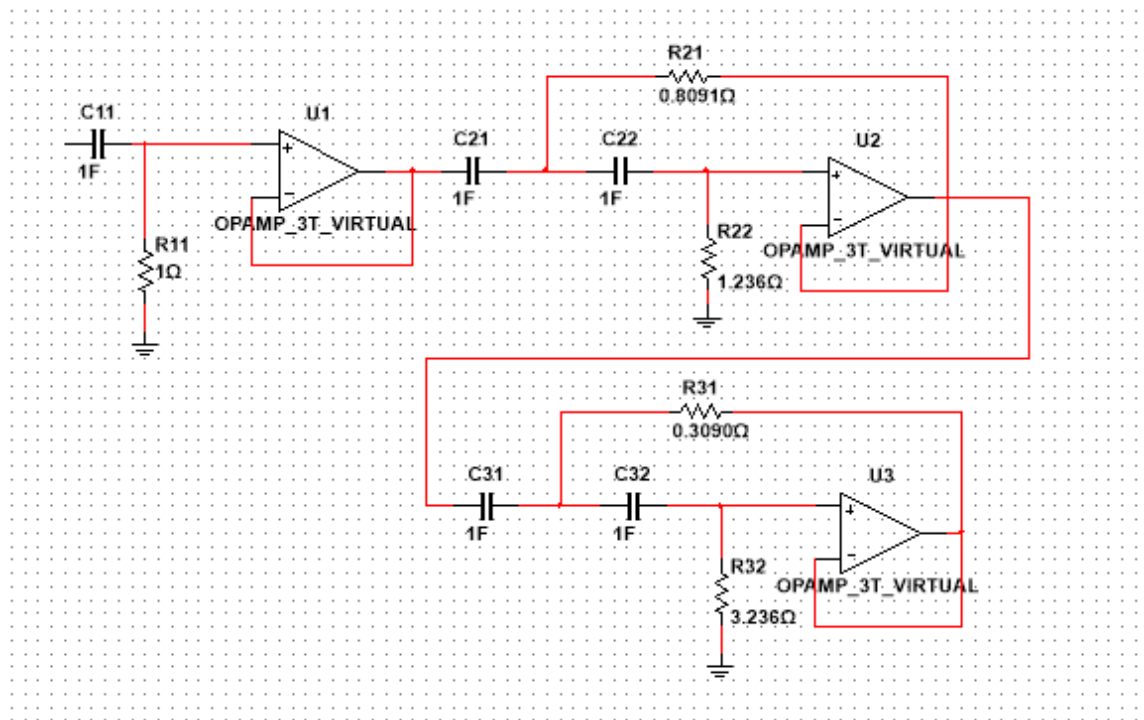
$$T_3(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q_{45}} s + \omega_o^2} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{26130}{1,62} s + 26130^2} = \frac{s^2}{s^2 + 16150 s + 682776900}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου:

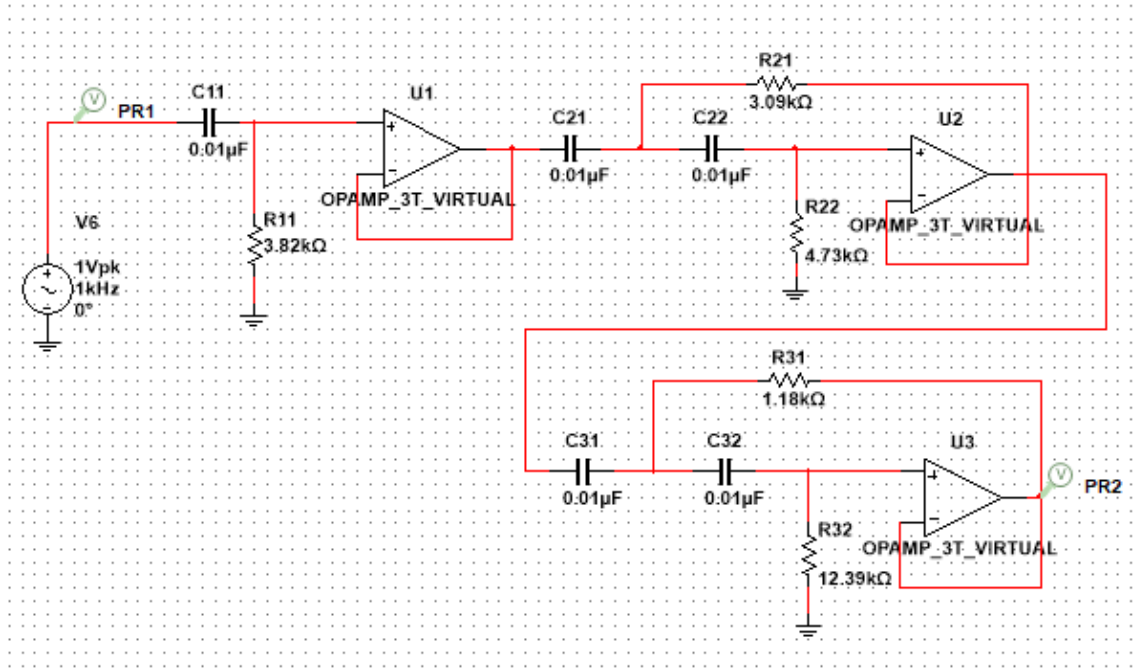
$$T_{HP}(s) = \alpha * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) :$$

$$T_{HP}(s) = \frac{s^5}{s^5 + 8.456 \cdot 10^4 s^4 + 3.575 \cdot 10^9 s^3 + 9.342 \cdot 10^{13} s^2 + 1.509 \cdot 10^{18} s + 1.218 \cdot 10^{22}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη.



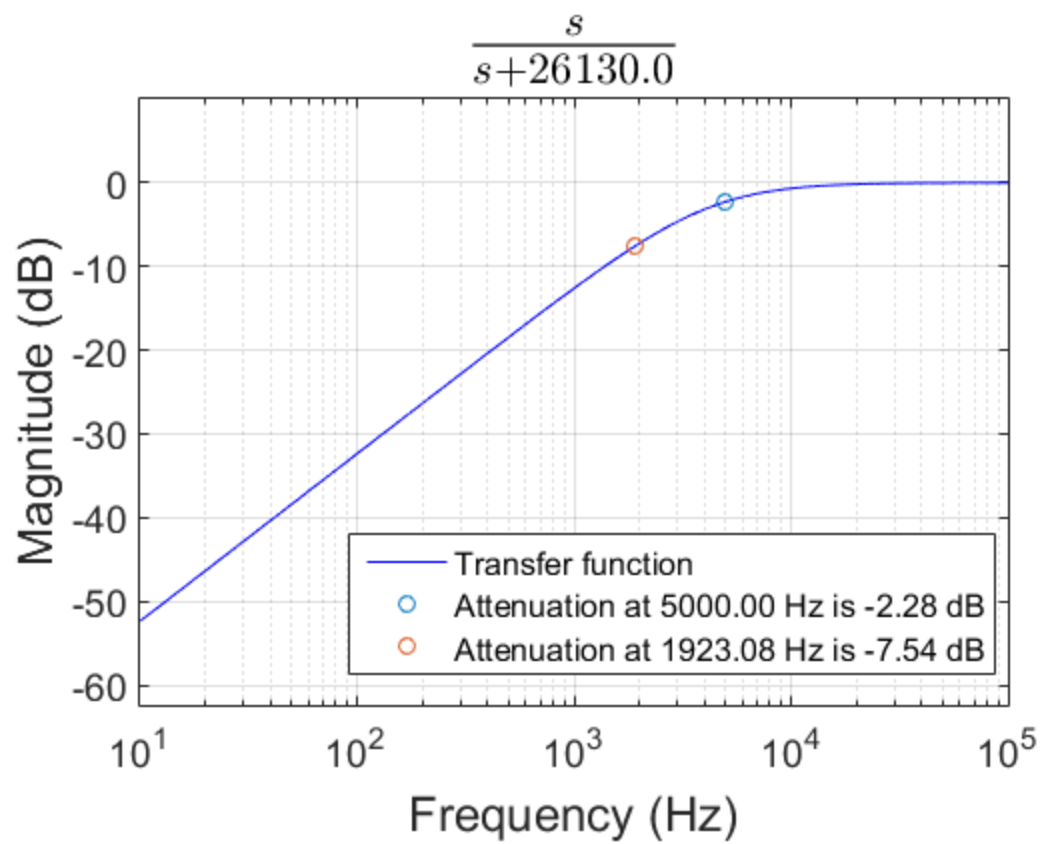
Στην επόμενη εικόνα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

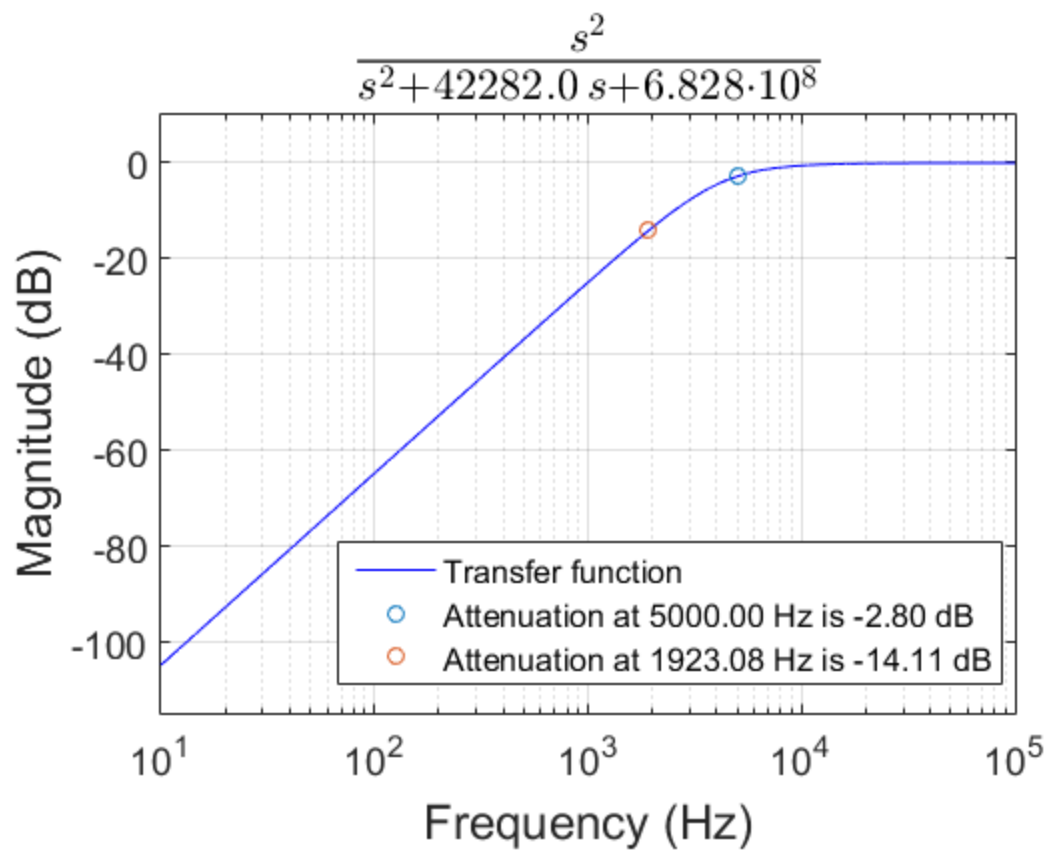
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

1<sup>η</sup> Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.

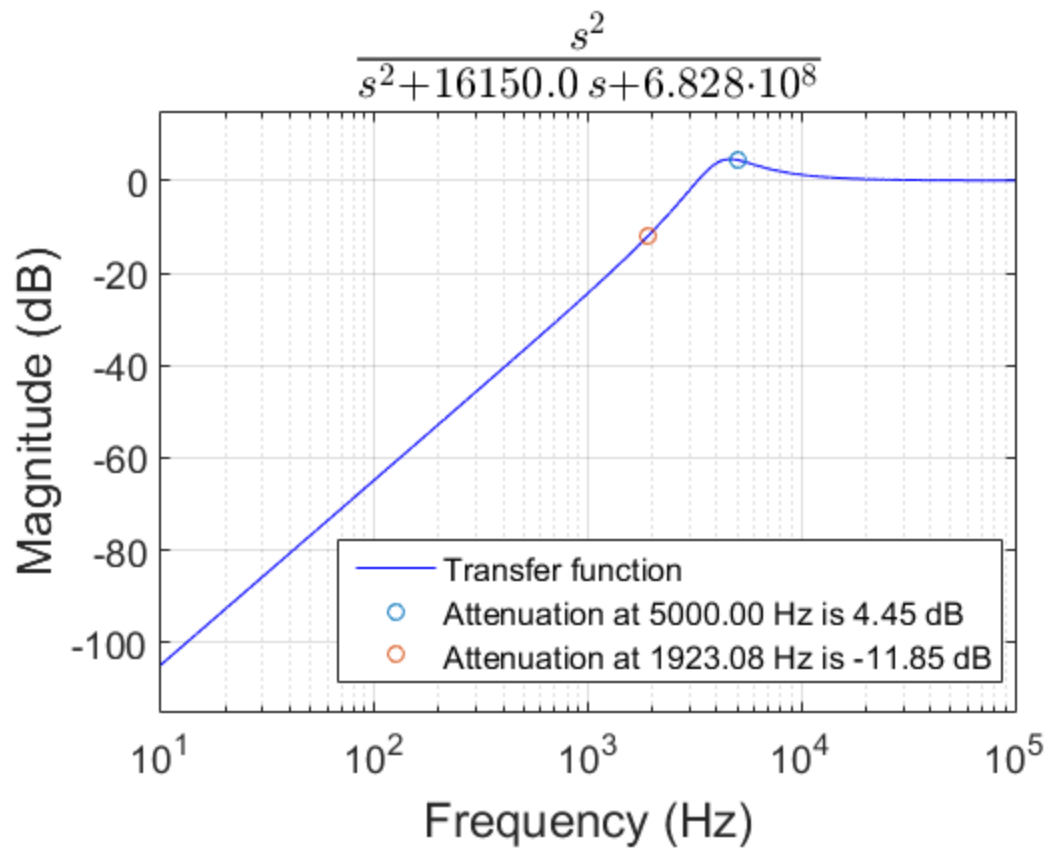




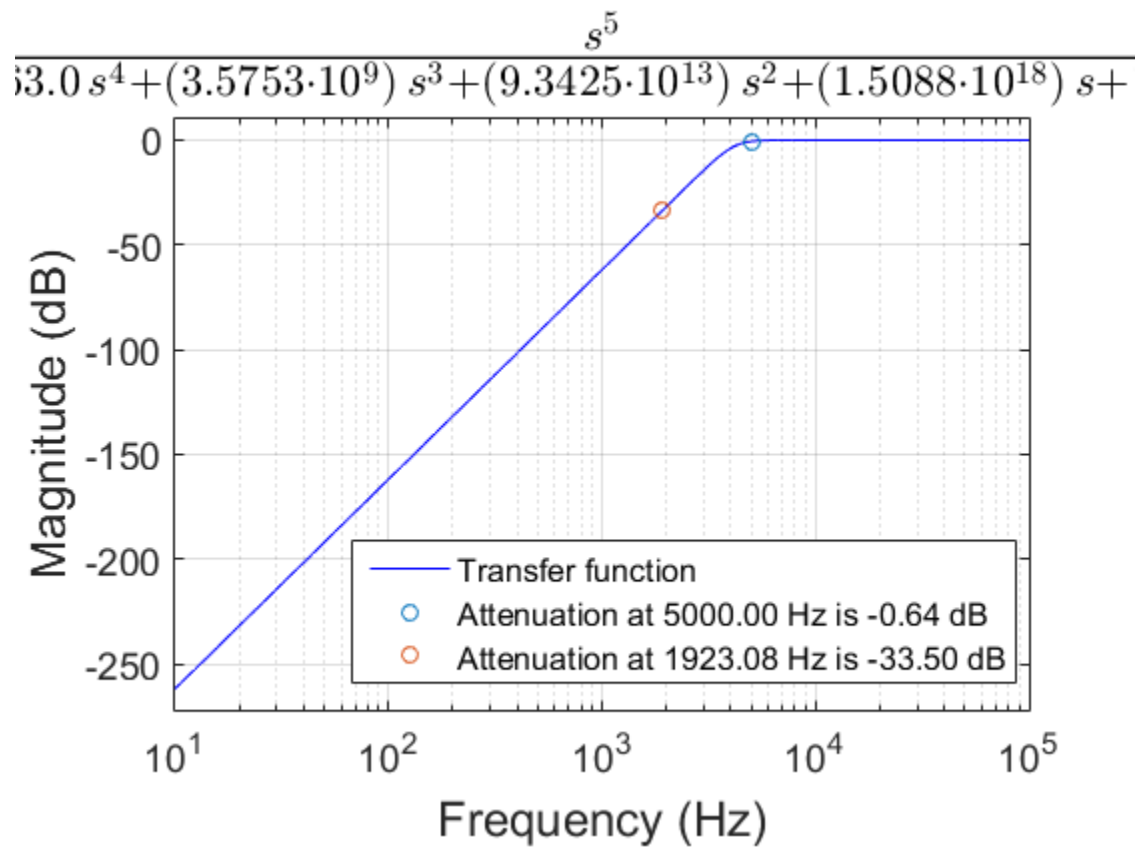
**2<sup>η</sup> Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key**



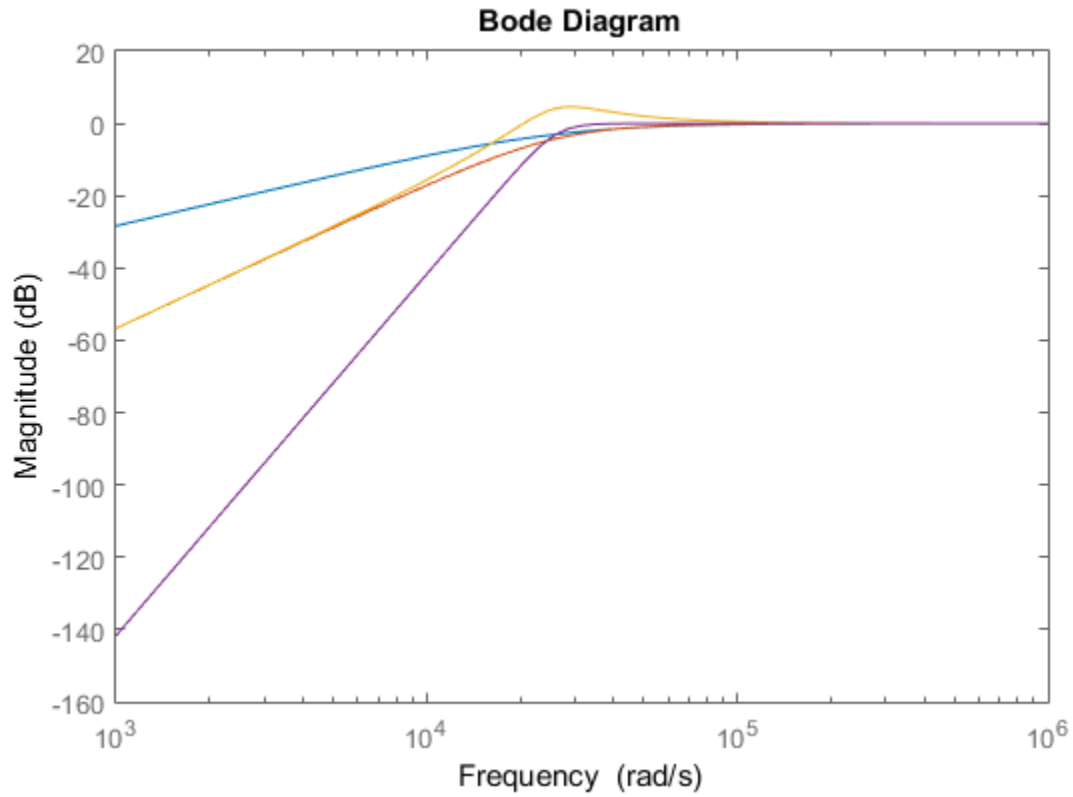
### 3<sup>η</sup> Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

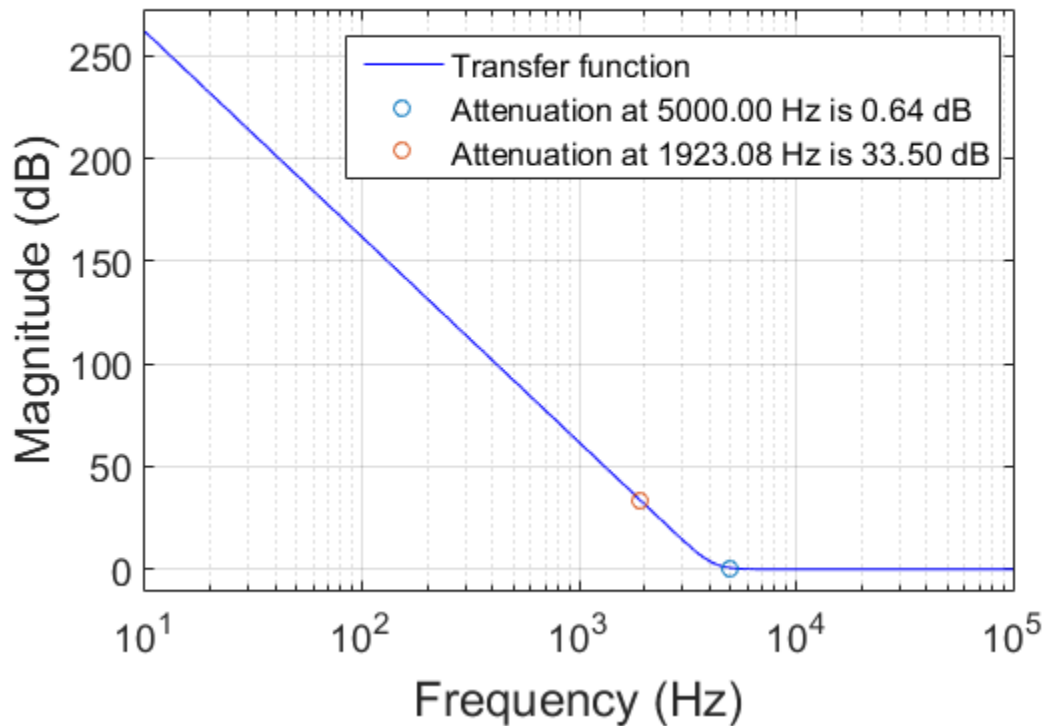


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode. Με μωβ χρώμα διακρίνεται η συνολική απόκριση ενώ με μπλε, πορτοκαλί και κίτρινο οι αποκρίσεις της πρώτης, δεύτερης και τρίτης μονάδας αντίστοιχα.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$\frac{.0 s^4 + (3.5753 \cdot 10^9) s^3 + (9.3425 \cdot 10^{13}) s^2 + (1.5088 \cdot 10^{18}) s + 1.5088 \cdot 10^{18}}{s^5}$$

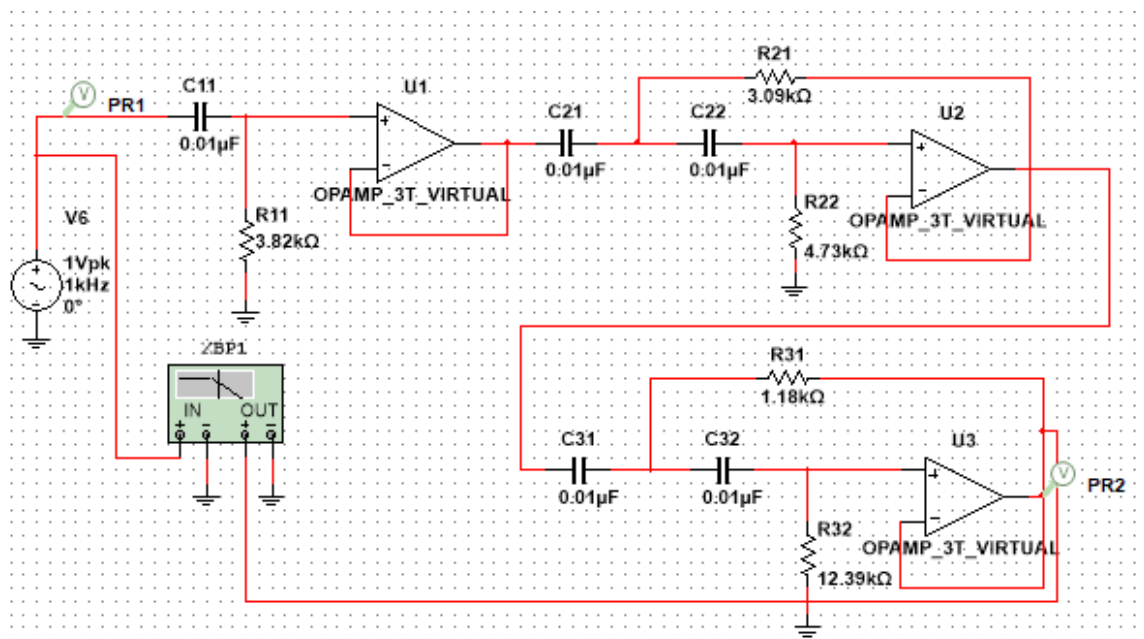


Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p = 5000$  Hz και την  $f_s = 1923.1$  Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόσβεση στη συχνότητα  $f_p = 5000$  Hz, δηλαδή στη ζώνη διόδου, είναι 0.64 dB που σημαίνει ότι καλύπτεται οριακά η προδιαγραφή για το  $\alpha_{\max} = 0.6389$  καθώς η διαφορά 0.001 θεωρείται αμελητέα. Στη ζώνη αποκοπής δηλαδή στη συχνότητα  $f_s = 1923.1$  Hz έχουμε απόκριση 33.5 dB η οποία είναι μεγαλύτερη από την προδιαγραφή  $\alpha_{\min} = 29.33$  το οποίο σημαίνει ότι ικανοποιείται. Στο τελικό διάγραμμα της συνάρτησης μεταφοράς φαίνεται ότι το κέρδος του φίλτρου είναι 0 dB το οποίο είναι και το ζητούμενο για αυτό και δεν χρειάζεται να εφαρμόσουμε επιπλέον ρύθμιση κέρδους. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι όλες οι προδιαγραφές του φίλτρου καλύπτονται.

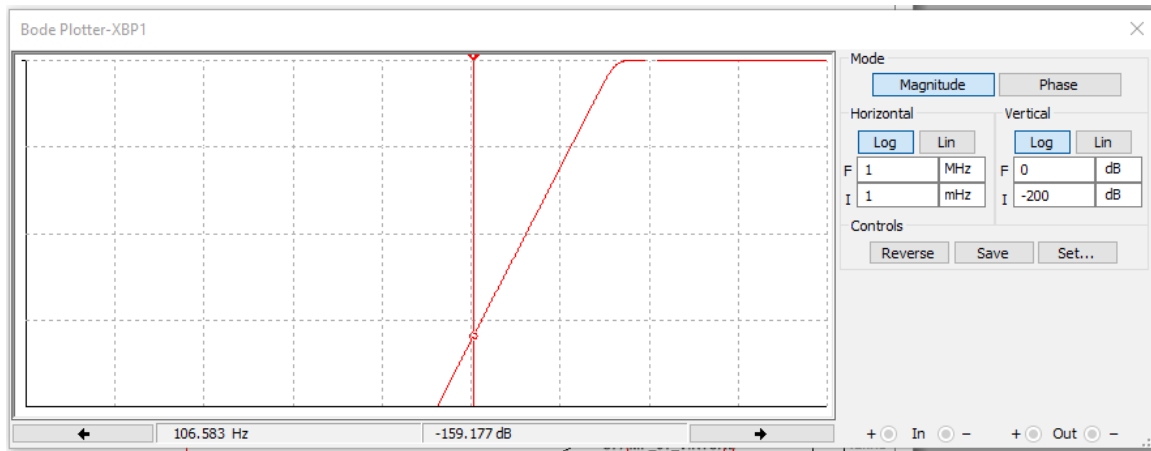
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

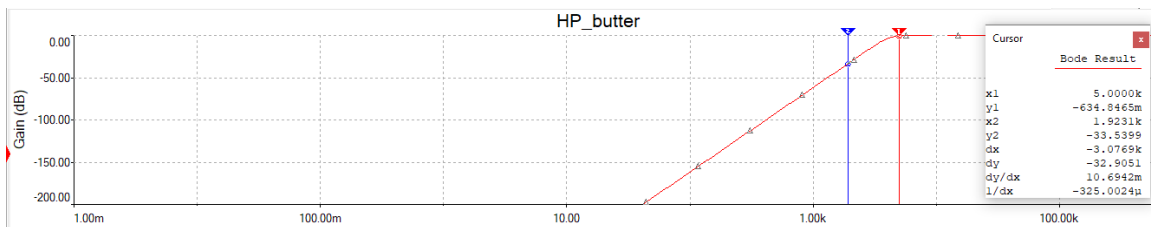
Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



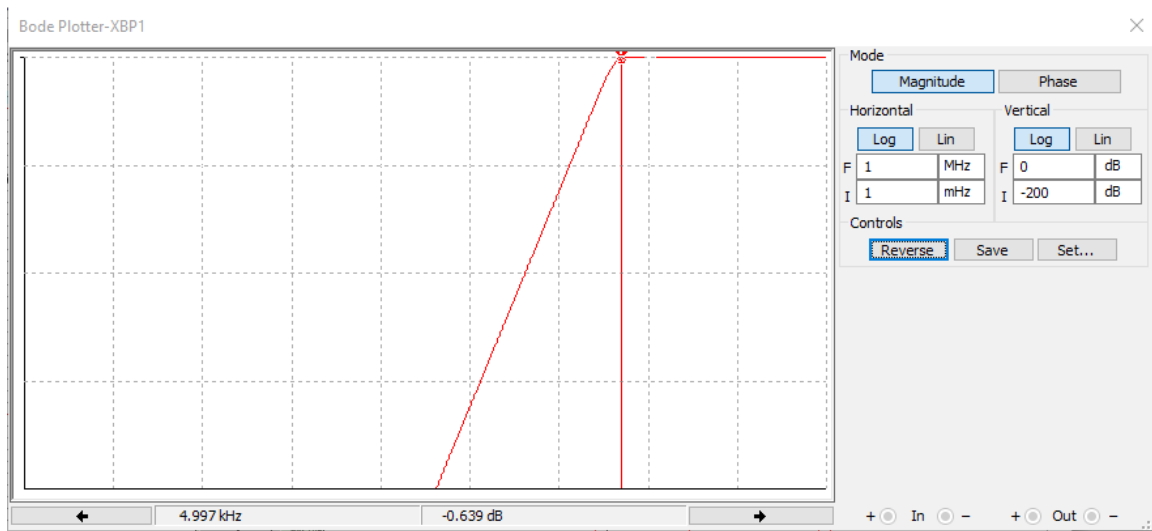
Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



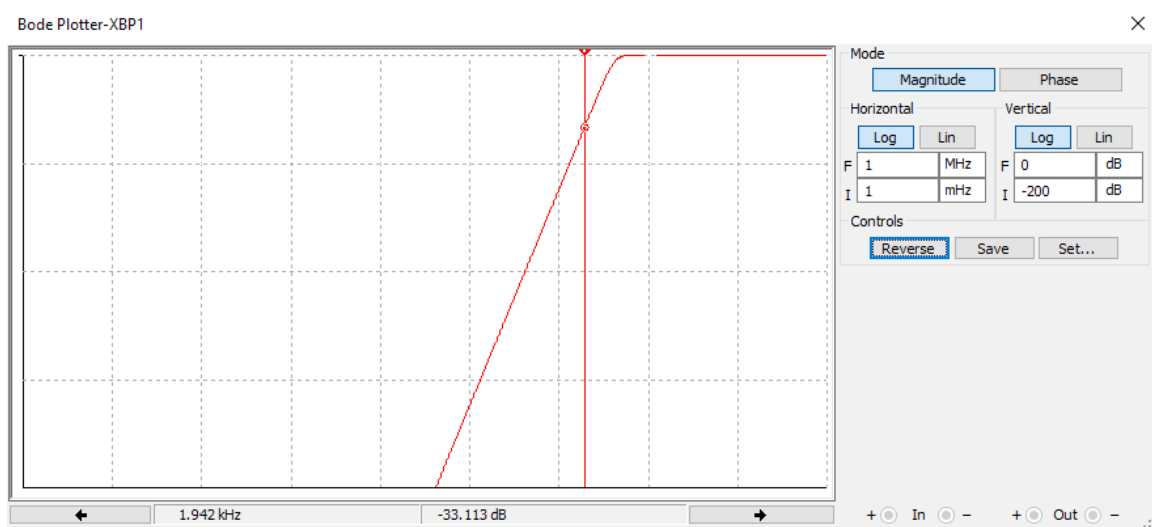
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Ο bode plotter για την  $f_p$  δίνει :

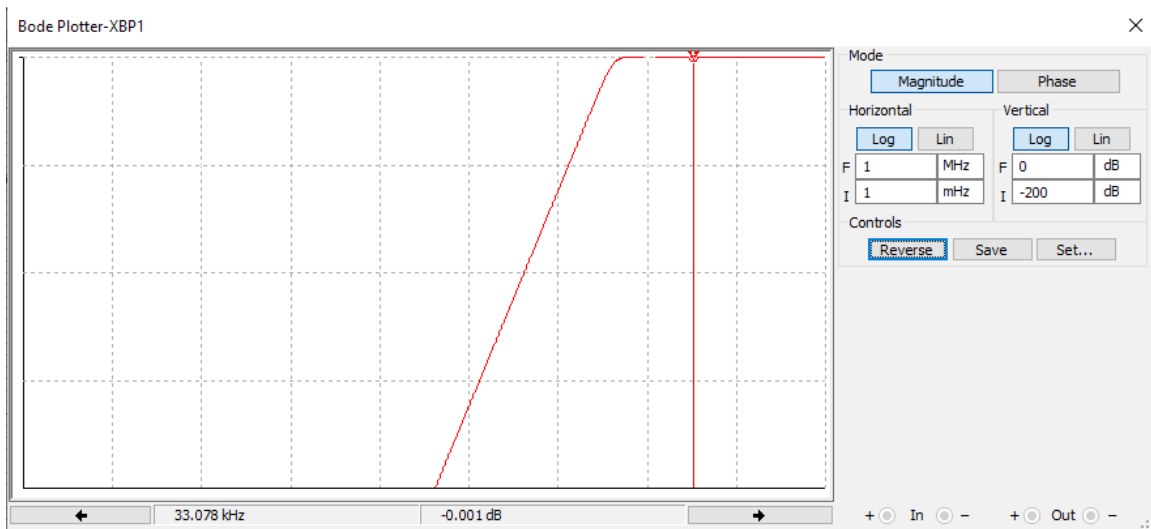


Ο bode plotter για την  $f_s$  δίνει :





Ο bode plotter για τις υψηλές συχνότητες δίνει :



Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές καλύπτονται για τα  $a_{\min} = 29.33$  και  $a_{\max} = 0.6389$  αφού έχουμε στις συχνότητες 5 kHz και 1.9231 kHz απόσβεση 0.634 dB και 33.53 dB αντίστοιχα.

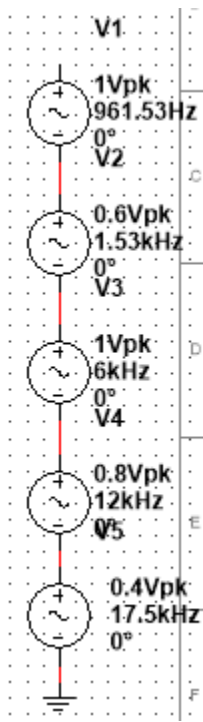
Εισάγουμε στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής :

$$f(t) = \cos(0.5\omega_s t) + 0.6 \cos(0.8\omega_s t) + \cos(1.2\omega_p t) + 0.8 \cos(2.4\omega_p t) + 0.4 \cos(3.5\omega_p t)$$

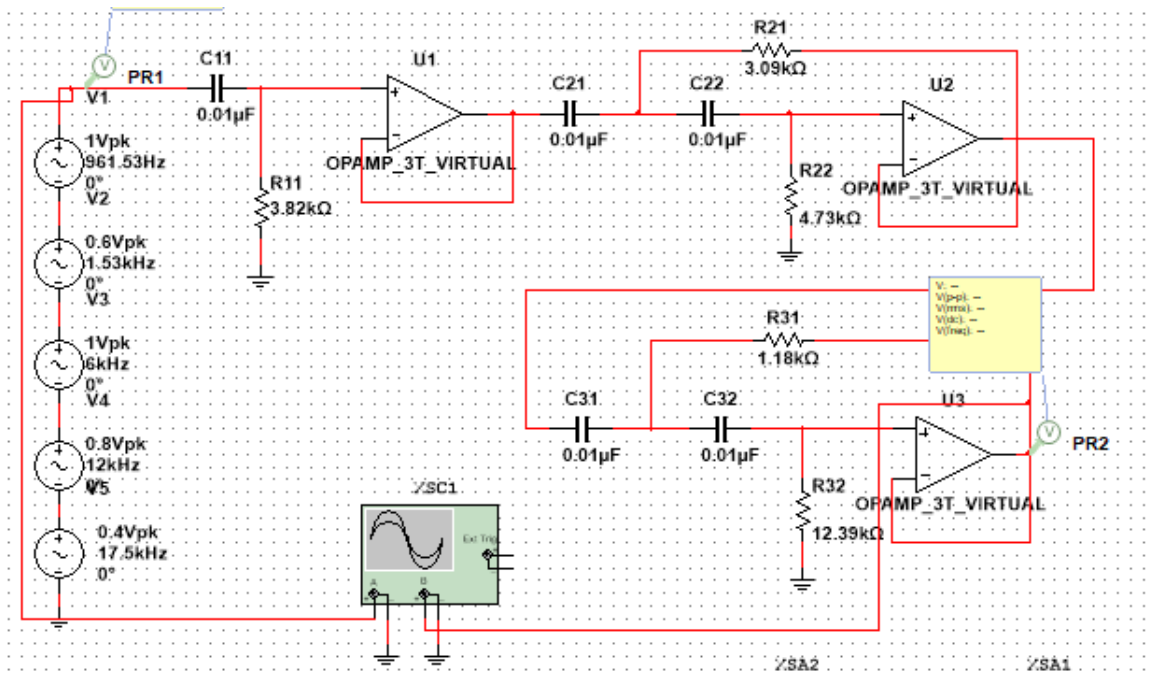
Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει αυτό το σήμα είναι :

$$f_1 = 961.5385 \text{ Hz}, f_2 = 1.538 \text{ kHz}, f_3 = 6 \text{ kHz}, f_4 = 12 \text{ kHz}, f_5 = 17.5 \text{ kHz}$$

Το σήμα αυτό δημιουργείται με 5 AC πηγές σε σειρά, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

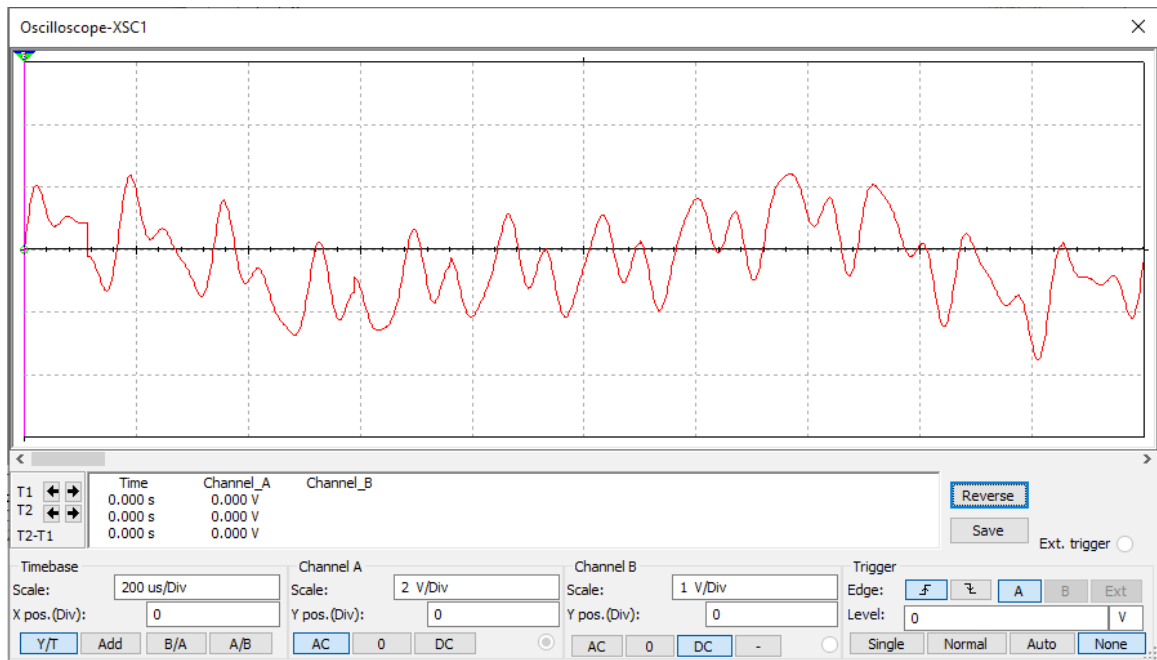


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με τον παλμογράφο και τις 5 AC πηγές φαίνεται παρακάτω.

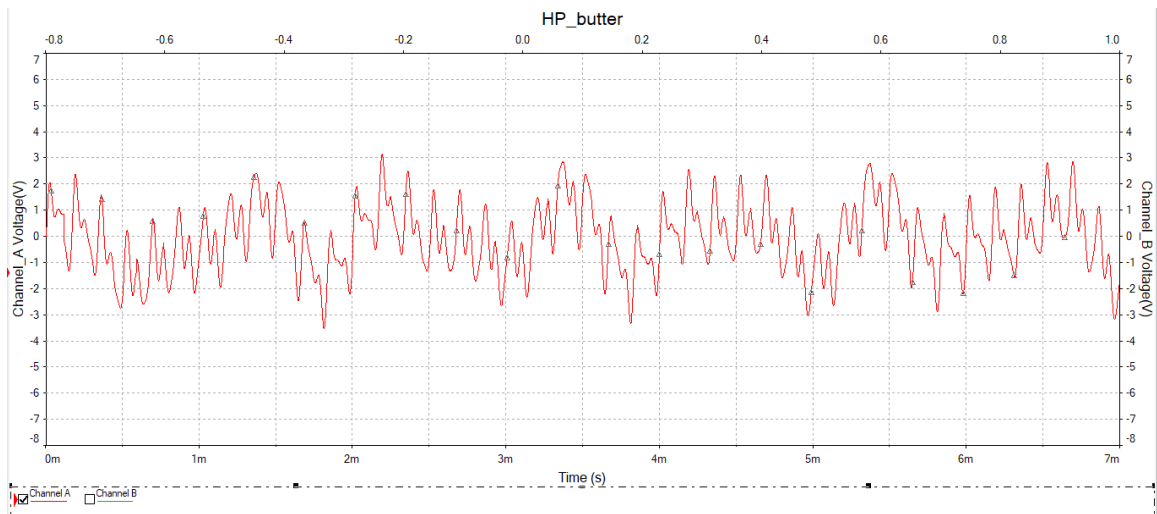


Σήμα Εισόδου :

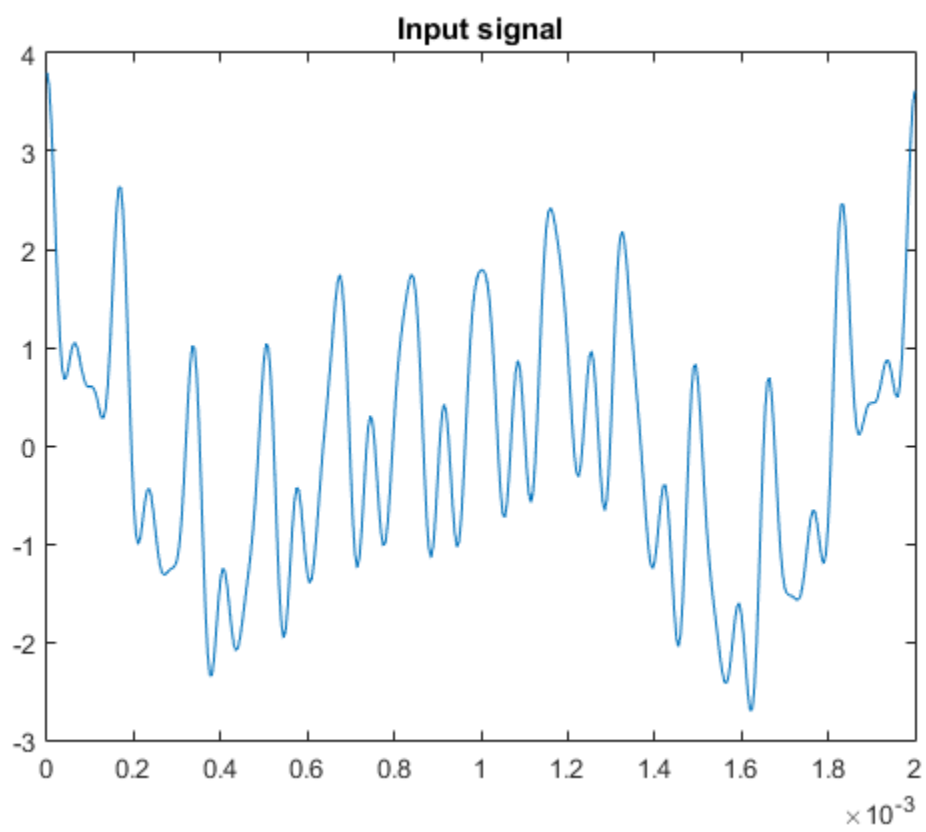
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες :

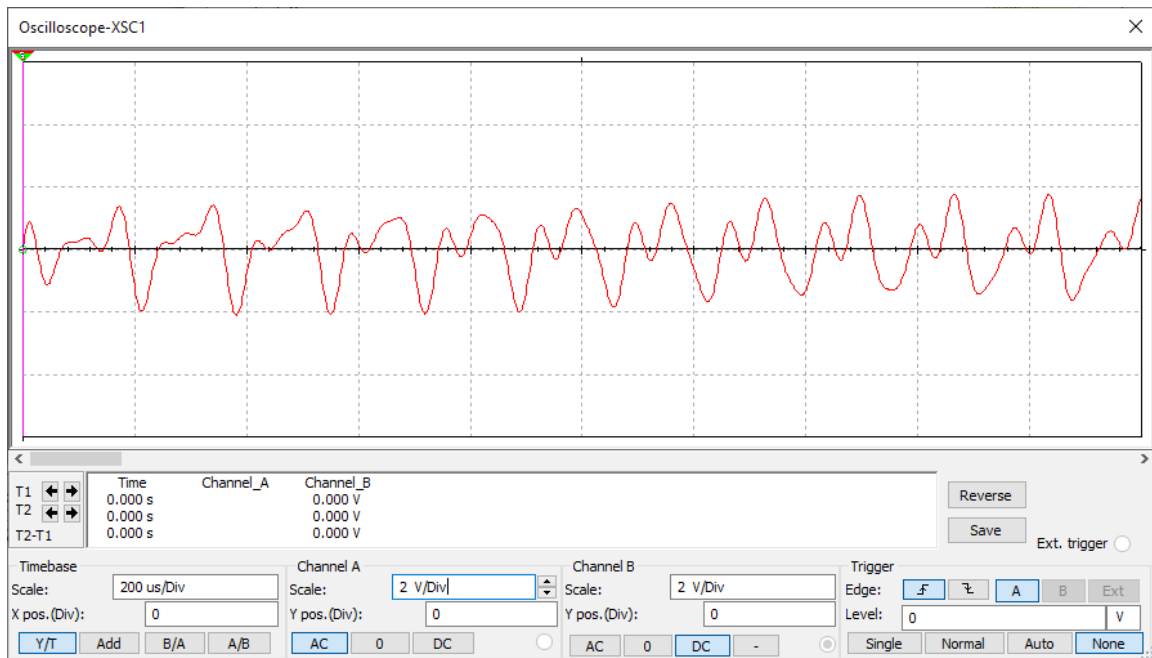


Αποτέλεσμα του Matlab:

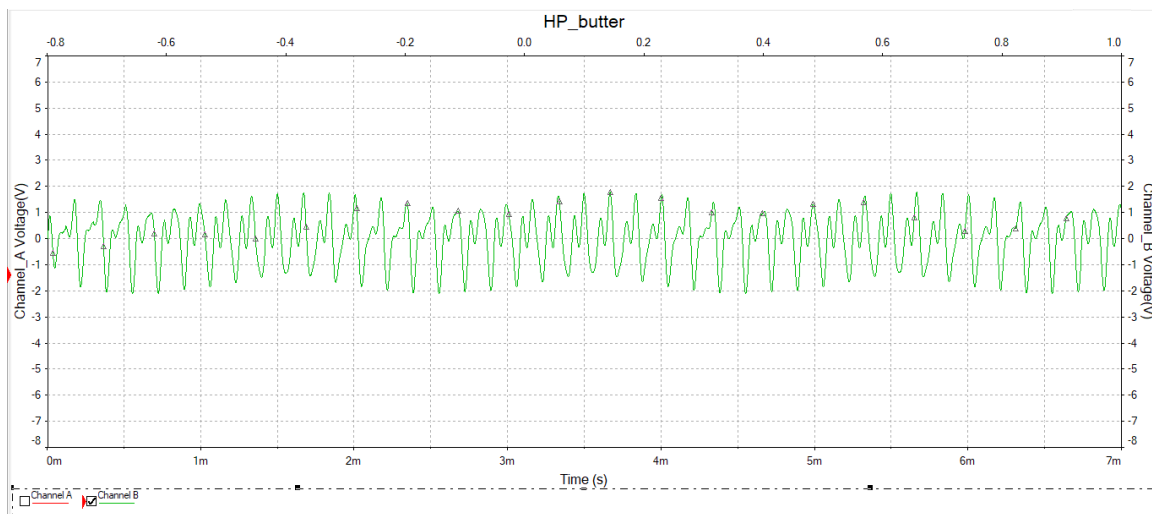


Σήμα Εξόδου :

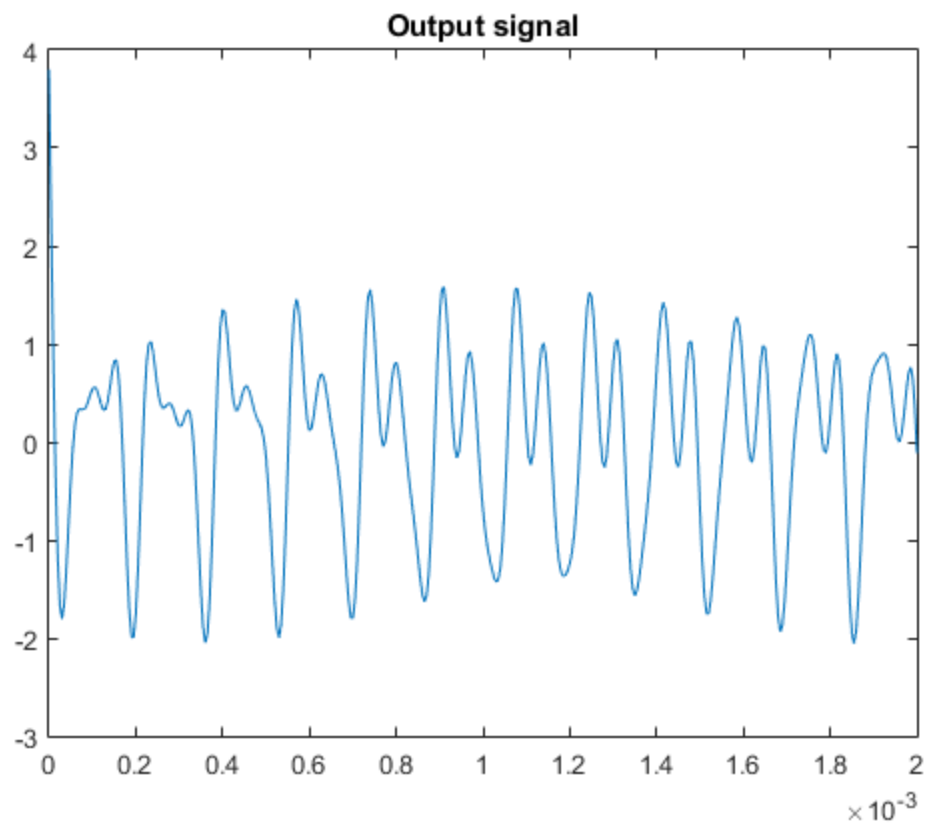
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες:

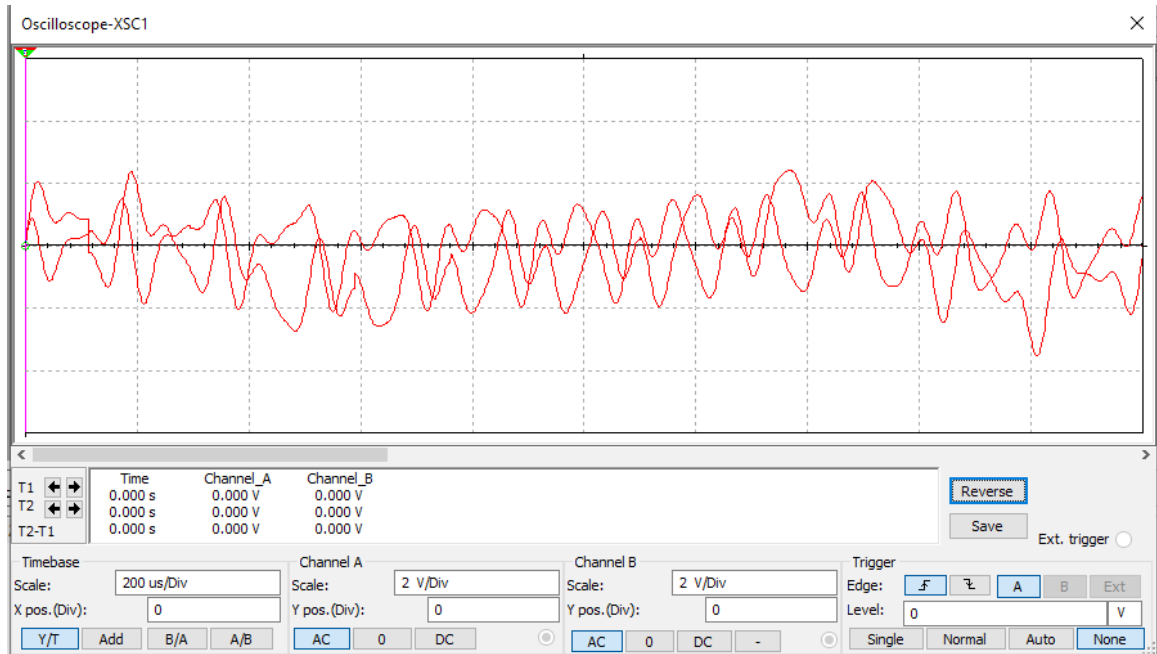


Αποτέλεσμα του Matlab:

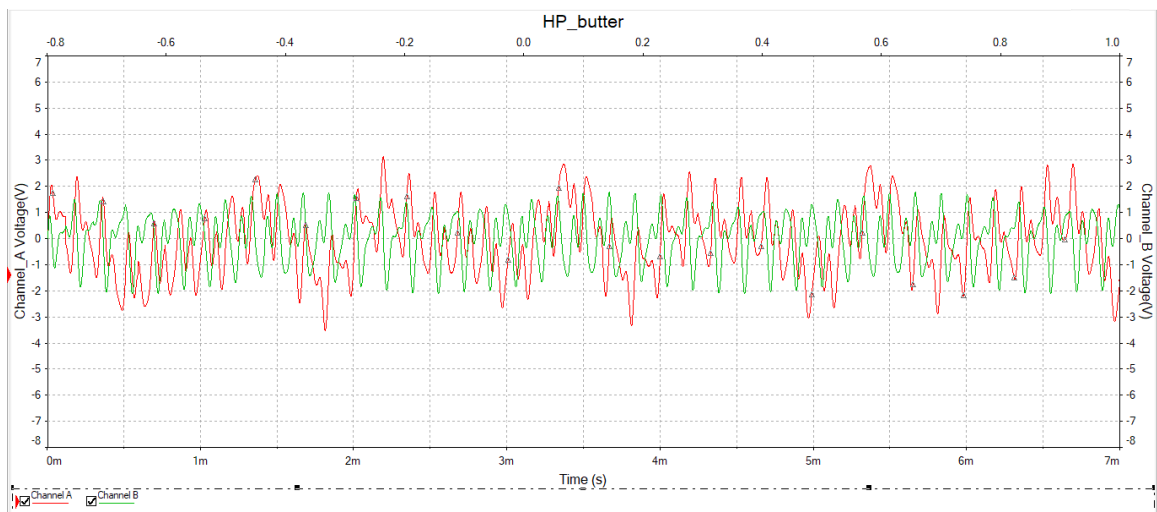


Σήμα Εισόδου - Εξόδου :

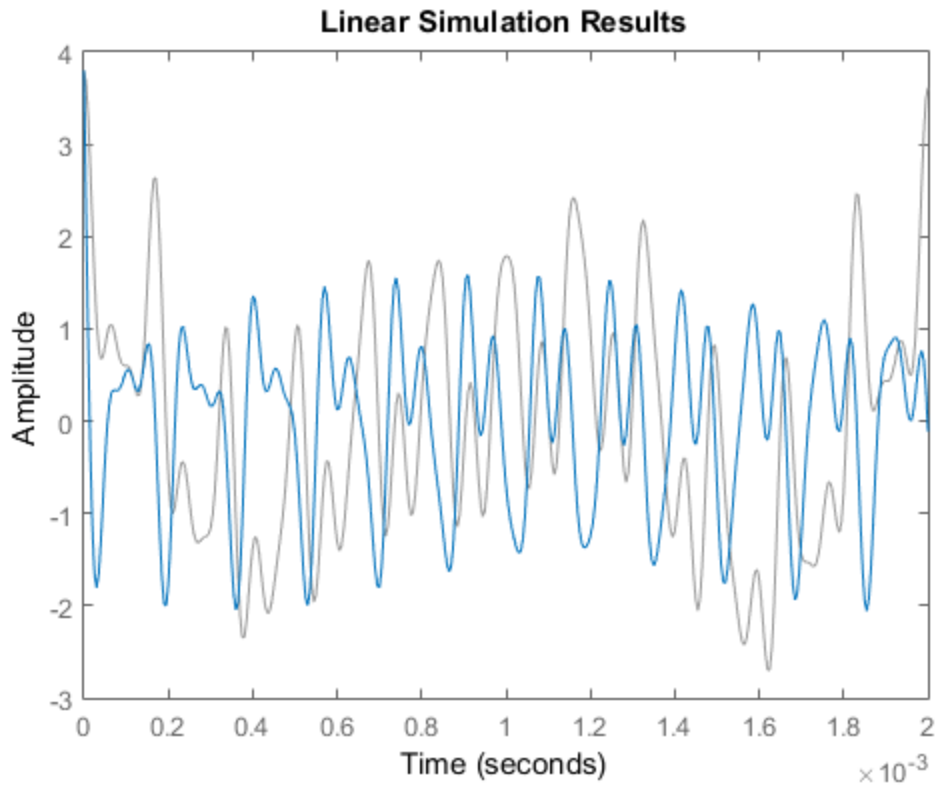
Αποτέλεσμα του παλμογράφου:



Αποτέλεσμα του grapher όπου απεικονίζονται περισσότερες λεπτομέρειες (με κόκκινο απεικονίζεται το σήμα εισόδου και με πράσινο το σήμα εξόδου):



Αποτέλεσμα του Matlab:



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου στον παλμογράφο όπου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 2 V/Div , 200 usec/Div κτλ.). Επίσης, απεικονίζονται τα ίδια διαγράμματα στον grapher όπου διακρίνονται περισσότερες λεπτομέρειες για τα σήματα εισόδου και εξόδου. Τέλος, απεικονίζουμε και τα θεωρητικά αποτελέσματα των σημάτων που προκύπτουν από το Matlab.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα διαγράμματα είναι ότι το κέρδος του φίλτρου είναι 0 dB καθώς δεν ενισχύεται η έξοδος. Επίσης, το σήμα εξόδου φαίνεται παραμορφωμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου λόγω της αποκοπής των αρμονικών των χαμηλών συχνοτήτων. Η αποκοπή των χαμηλών συχνοτήτων και η διατήρηση των υψηλών φαίνεται αναλυτικότερα στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

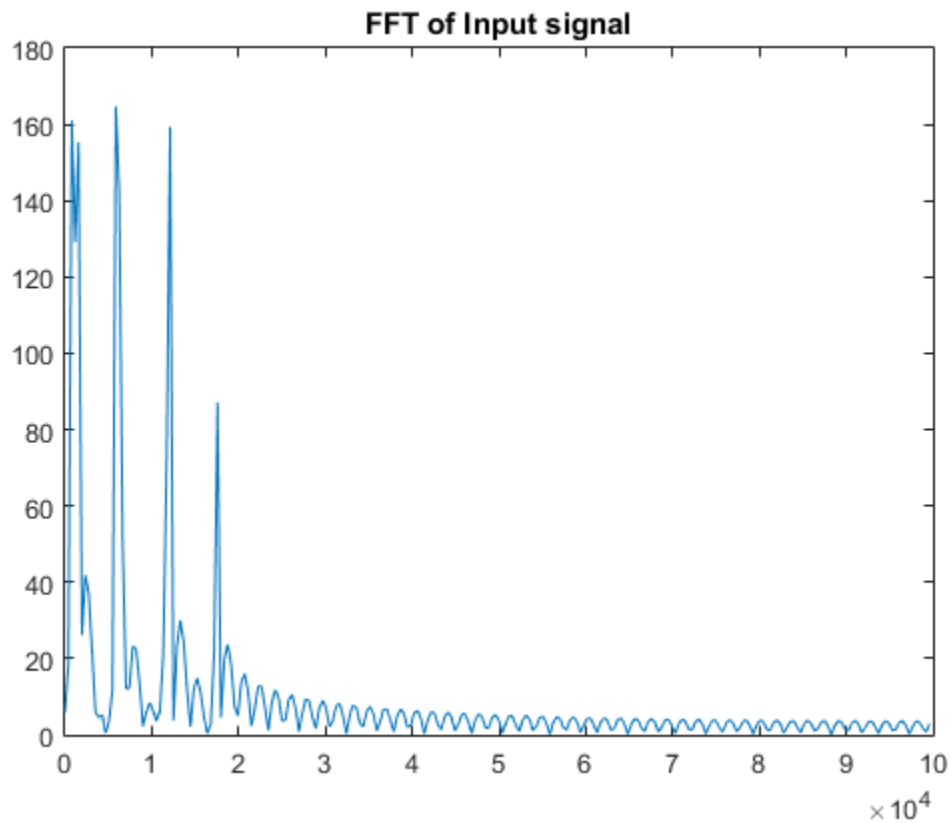


## Ανάλυση Fourier

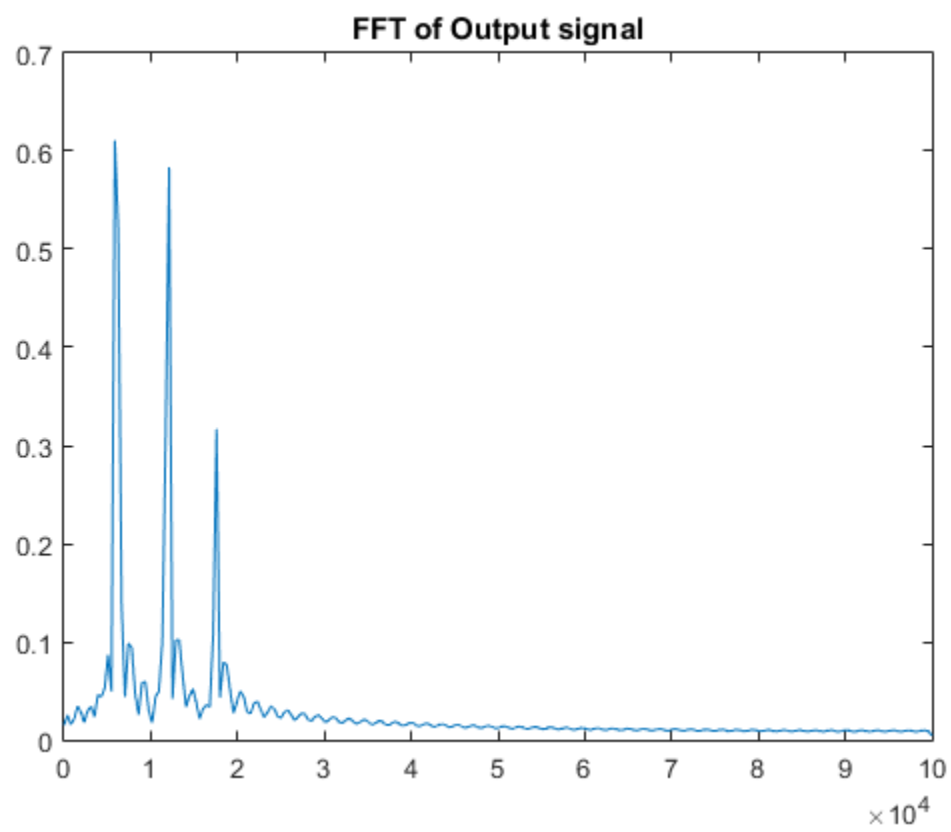
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του ανωδιαβατού φίλτρου Butterworth. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

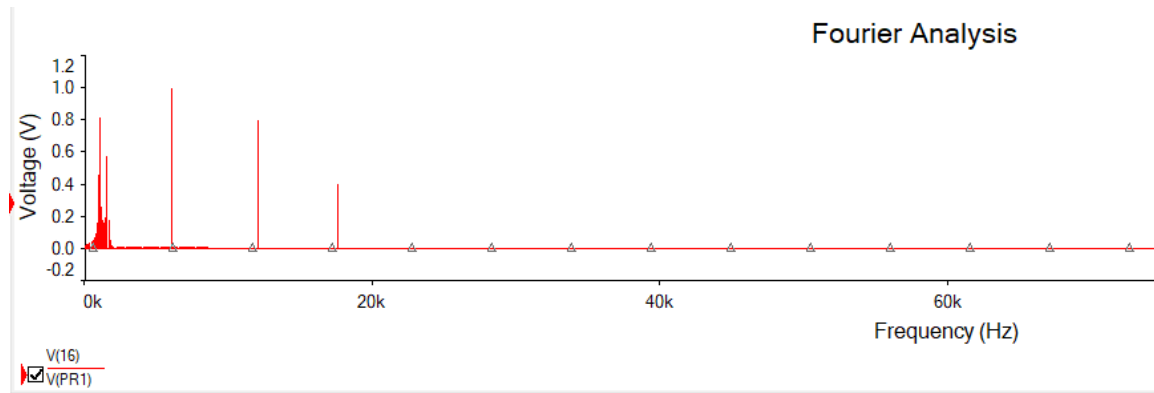
### Φάσμα Σήματος Εισόδου :



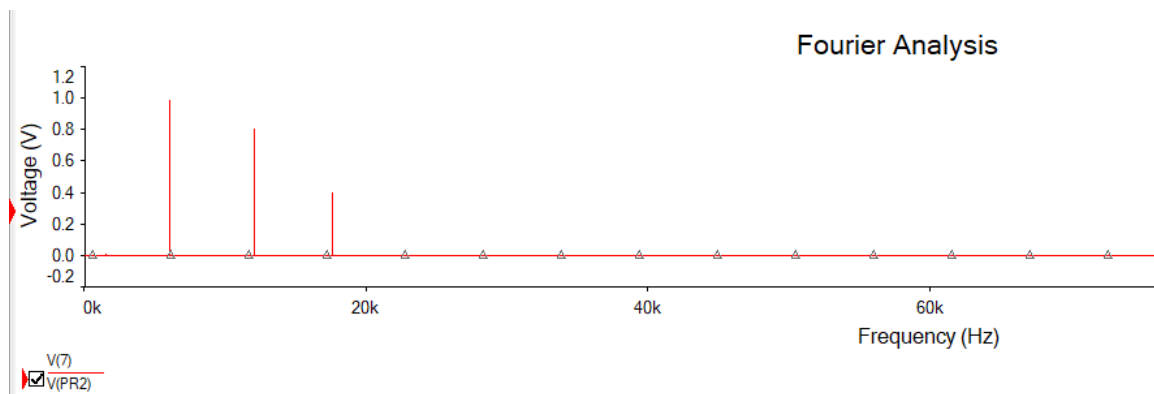
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



### Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:

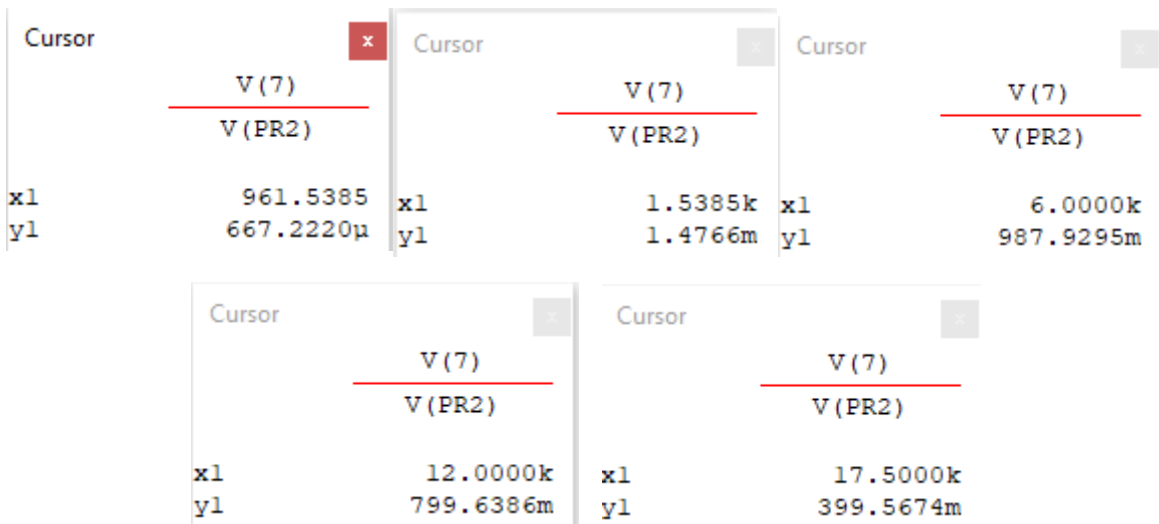


### Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε τις 5 θεμελιώδεις ώσεις που δημιουργούνται από τις πηγές εισόδου. Από αυτές παρατηρούμε στο φάσμα εξόδου ότι διατηρούνται μόνο οι τρεις δηλαδή οι  $f_3 = 6 \text{ kHz}$ ,  $f_4 = 12 \text{ kHz}$  και  $f_5 = 17.5 \text{ kHz}$ . Αντίθετα, οι συχνότητες  $f_1 = 961.53 \text{ kHz}$  και  $f_2 = 1.538 \text{ kHz}$  αποκόπτονται. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λογικό εφόσον η ζώνη διόδου είναι  $f_p = 1.9231 \text{ kHz}$  κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι το κύκλωμα μας είναι ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι  $f_p = 1.9231 \text{ kHz}$  και  $f_s = 5 \text{ kHz}$ . Παρακάτω στην Εικόνα 1 δίνονται οι τιμές του πλάτους για τις 5 ώσεις όπου φαίνεται η ανωδιαβατή συμπεριφορά του φίλτρου καθώς το πλάτος στις δύο πρώτες συχνότητες είναι σχεδόν μηδαμινό ενώ στις τρεις

τελευταίες διατηρείται κανονικά. Επίσης, παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει κάποια ενίσχυση του σήματος οπότε το κέρδος του φίλτρου είναι στα 0 dB άρα λειτουργεί σωστά. Αυτό επιβεβαιώνεται και από τις Εικόνες 1 και 2 καθώς φαίνεται ότι στις τρεις συχνότητες που διατηρούνται το πλάτος παραμένει σχεδόν ίδιο. Τα συμπεράσματα αυτά είναι ίδια και για τα αποτελέσματα που πήραμε από το Matlab αλλά και από το MULTISIM οπότε η θεωρητική με την πρακτική ανάλυση ταυτίζονται.



Εικόνα 1: Πλάτος των θεμελιωδών συχνοτήτων στην έξοδο του φίλτρου.



Εικόνα 2: Πλάτος των θεμελιωδών συχνοτήτων στην είσοδο του φίλτρου.