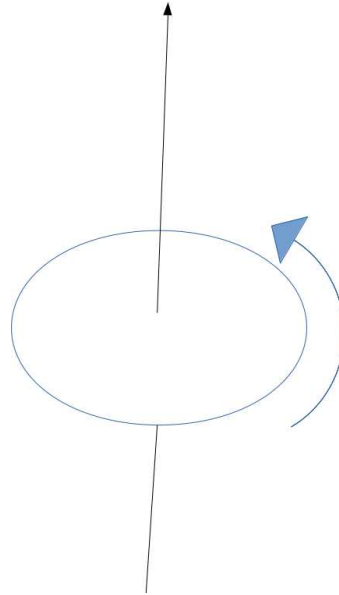


1 Esercizio n 1

Due punti materiali, sono vincolati a muoversi su di una guida circolare di raggio $r = 15\text{cm}$. Ad un certo istante i due punti occupano la stessa posizione e si muovono in versi opposti con velocità di modulo costante, pari a $v_1 = 3\text{m/s}$ e $v_2 = 6\text{m/s}$. Determinare dopo quanto tempo si incontrano di nuovo e l'arco di traiettoria percorsa da ciascuno dei due punti.

Dati

- $r = 15\text{ cm}$
- $V_1 = 3\text{ m/s}$
- $V_2 = 6\text{ m/s}$



Secondo definizione, la velocità angolare é

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{v}{r} \quad (1)$$

Usiamo i pedici 1 e 2 per identificare le grandezze di, rispettivamente, il primo e il secondo punto materiale

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \frac{V_1}{r} = \frac{\Delta\alpha_1}{\Delta t} \\ \omega_2 = \frac{V_2}{r} = \frac{2\pi - \Delta\alpha_1}{\Delta t} \end{array} \right. \quad (2)$$

Esplicitando Δt nella prima delle equazioni 2

$$\Delta t = \frac{\Delta\alpha_1 r}{V_1} \quad (3)$$

E sostituendo nella seconda, si ha

$$\frac{V_2}{r} = \frac{2\pi - \Delta\alpha_1}{\Delta\alpha_1 r / V_1} \quad (4)$$

e quindi

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\alpha_1 r}{V_1} \cdot \frac{V_2}{r} &= 2\pi - \Delta\alpha_1 \\ \Delta\alpha_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} &= 2\pi - \Delta\alpha_1 \\ \Delta\alpha_1 \frac{V_2}{V_1} + \Delta\alpha_1 &= 2\pi \\ \Delta\alpha_1 \left(\frac{V_2}{V_1} + 1 \right) &= 2\pi \end{aligned}$$

E quindi l'angolo descritto dal primo punto materiale, quello descritto dal secondo e il tempo richiesto sono

$$\Delta\alpha_1 = \frac{2\pi V_2}{V_1 + V_2} \quad \Delta\alpha_2 = 2\pi - \alpha_1 \quad \Delta t = \frac{\Delta\alpha_1 r}{V_2} \quad (5)$$

Mettendo i numeri

$$\Delta\alpha_1 = \frac{2\pi \cdot 3m/s}{3m/s + 6m/s} = 0.70rad \quad (6)$$

$$\Delta\alpha_2 = 5.58rad \quad (7)$$

$$\Delta t = \frac{0.70rad \cdot 0.15}{6m/s} = 0.017s \quad (8)$$

2 Esercizio

$$\left\{ \begin{array}{l} m_3 a = m_3 g - \tau_3 \\ m_1 a = \tau_3 - \tau_2 \\ m_2 a = -m g + \tau_2 \end{array} \right. \quad (9)$$