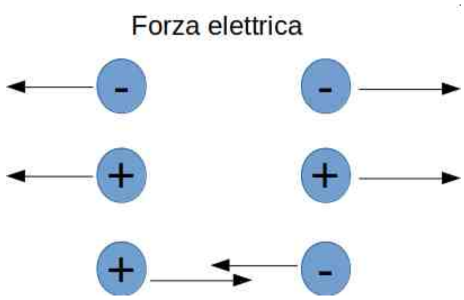
Formulario di elettromagnetismo (aggiornato al 14/05/2020)

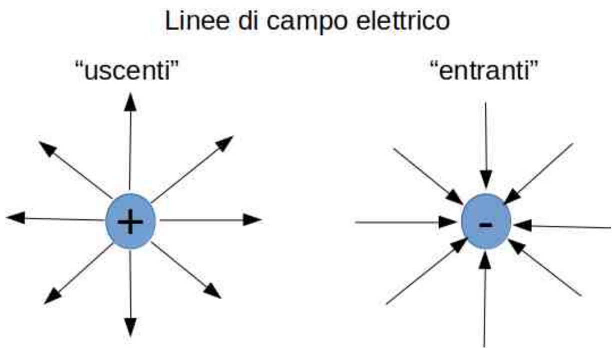
1 Forza elettrostatica

- Legge di Coulomb
  - Forma scalare $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$
  - Forma vettoriale $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}\hat{r}$
- Costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$ (F = Farad)



1.1 Campo elettrico

- Forma scalare $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$ quindi $F = qE$
- Forma vettoriale $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r}$ quindi $\vec{F} = q\vec{E}$



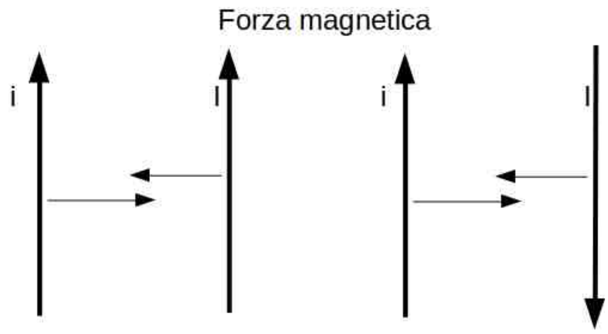
1.2 Forza elettrica e campo elettrico in un mezzo differente dal vuoto

Le equazioni sono identiche a quelle precedenti, soltanto che alla costante dielettrica del vuoto ϵ_0 si sostituisce il prodotto $\epsilon_0\epsilon_r$, ove ϵ_r é la *costante dielettrica relativa*, specifica del mezzo materiale ove l'interazione a distanza agisce.

- Legge di Coulomb in un mezzo dielettrico $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{qQ}{r^2}$
  ϵ_r costante dielettrica relativa (es. $\epsilon_{H_2O} = 81$)
- Forma scalare $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$ quindi $F = qE$
- Forma vettoriale $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r}$ quindi $\vec{F} = q\vec{E}$

2 Forza magnetica

- Forza magnetica tra due fili percorsi da corrente elettrica i e I rispettivamente: $F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{iI}{d}$
  - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ costande diamagnetica del vuoto
  - l = lunghezza dei due fili
  - d = distanza tra i due fili



2.1 Campo magnetico

Il campo magnetico é un *campo vettoriale* $\vec{B}$

- $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$ campo magnetico generato da un filo percorso da corrente I.
- $F = iBl$ Forza su un filo percorso da corrente i, dovuto alla presenza di un campo magnetico B *perpendicolare.*
- $\vec{F} = i\vec{B} \times \vec{l}$ Forma vettoriale della forza che un campo magnetico esercita su un filo di lunghezza l percorso da corrente elettrica i.
- $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ Forma vettoriale della forza che un campo magnetico esercita su una carica in moto.

2.2 Forza magnetica e campo magnetico in un mezzo differente dal vuoto

Le equazioni sono identiche a quelle precedenti, soltanto che alla costante diamagnetica del vuotoμ_0 si sostituisce il prodotto $\mu_0\mu_r$, ove μ_r é la *costante diamagnetica relativa*, specifica del mezzo materiale ove l'interazione a distanza agisce.

- Forza magnetica in un mezzo $F = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}\frac{iI}{d}$.
  μ_r *costante diamagnetica relativa*
- $B = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}\frac{I}{d}$

  I materiali si distinguono in

- diamagnetici $\mu_r < 0$
- paramagnetici $\mu_r > 0$
- ferromagnetici (calamite)

3 Distribuzione di carica

- $\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l}$ distribuzione di carica lineare
- $\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$ distribuzione di carica di superficie
- $\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$ distribuzione di carica di volume

4 Campo elettrico indotto da una distribuzione piana di superficie

Dal Teorema di Gauss applicato ad una superficie cilindrica con asse di simmetria perpendicolare alla superficie stessa il campo elettrico é

- $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ nel vuoto
- $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r}$ se é presente un mezzo materiale differente dal vuoto.

La direzione di $\vec{E}$ é *perpendicolare* alla superficie stessa e il verso é *uscente* per distribuzione di carica positiva e *entrante* per distribuzione di carica negativa

5 Energia potenziale e potenziale elettrostatico

- Energia potenziale elettrostatica $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$ (si misura in Joule)
- Potenziale elettrostatico $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$ (si misura in Volt)
- Differenza di potenziale dovuto a una carica puntiforme $\Delta V = V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$

6 Condensatore

Due lastre metalliche (armature) disposte molto vicine tra di loro. Funge da accumulatore di cariche: se si accumulano cariche positive in una delle due, sull'altra si accumulano cariche negative. In un condensatore a faccie piane e parallele si ha

- $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ tra le due lastre. Se é presente un mezzo, allora $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r}$
- $E = 0$ fuori dalle lastre

La grandezza che caratterizza un condensatore é la sua *capacitá*

- $C = \frac{Q}{\Delta V}$ Si esprime in *Farad* (F)

Due condensatori possono esser collegati in *serie* o in *parallelo*

- Serie $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
- Parallelo $C_{eq} = C_1 + C_2$

Densitá di energia di volume accumulata da un condensatore (si considera un esperimento ideale in cui le cariche elettriche si fanno viaggiare da "infinitamente lontano" fino alle armature del condensatore stesso e, per ciascuna di esse, si calcola il lavoro necessario).

- $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Questa espressione viene utilizzata, piú in generale, come densitá di energia del campo elettrico ed ha applicazioni interessanti nelle onde elettromagnetiche.

7 Resistenze elettriche

- Prima Legge di Ohm $V = Ri$
  - V = Tensione, si esprime in Volt (V)
  - R = Resistenza elettrica, si esprime in Ohm (Ω)
  - i = Intensitá di corrente elettrica, si esprime in Ampere (A)
- Seconda Legge di Ohm $R = \rho\frac{l}{A}$
  - R = Resistenza elettrica
  - ρ = Resistivitá, diversa per ogni materiale
  - l = lunghezza
  - A = Sezione
- Serie $R_{eq} = R_1 + R_2$
- Parallelo $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Prima Legge di Kirchhoff: in un *nodo* la somma delle correnti entranti é uguale alla somma delle correnti uscenti
- Seconda Legge di Kirchhoff: in una *maglia* la somma delle cadute di potenziale é nulla

8 Flusso di un campo

Per semplicitá definiamo prima il flusso ϕ di un campo $\vec{E}$ *costante* attraverso una superficie $\vec{S}$ *piana*.

Inoltre occorre definire il vettore superficie $\vec{S}$ come quel vettore la cui lunghezza é pari all'area S della superficie e la cui direzione $\hat{n}$ é perpendicolare alla superficie stessa[1].

In queste condizioni il flusso é un prodotto scalare tra vettore campo $\vec{E}$ e vettore superficie $\vec{S} = S\hat{n}$.

$$\phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{S} \tag{1}$$

8.1 Flusso di un campo *non* costante e/o superficie *non* piana

Occorre suddividere la superficie (che chiamiamo τ) in N "pezzetti" ΔS_i (con $i = 1 \ldots N$) in ognuno dei quali il campo puó approssimativamente essere considerato costante e la superficie puó approssimativamente considerarsi piana. Per ciascuno di questi "pezzetti" (pezzetto i-esimo) si puó applicare la definizione di flusso secondo l'equazione precedente ($\phi_i(\vec{E}) = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$).

(Il limite del) La somma di tutti questi flussi *infinitesimi* costituisce il flusso totale, si tratta di un integrale definito, e si scrive

$$\phi(\vec{E}) = \int_\tau \vec{E} \cdot d\vec{S} \tag{2}$$

8.2 Flusso del campo elettrico (Prima Legge di Maxwell)

Noto come *Teorema di Gauss.*
Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie *chiusa* (quindi *non* piana!) é pari alla somma delle cariche interne alla superficie diviso per la costante dielettrica ϵ_0[2]

$$\phi(\vec{E}) = \int_\tau \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \tag{3}$$

8.3 Flusso del campo magnetico (Terza Legge di Maxwell)

Il flusso del campo magnetico attraverso una superficie *chiusa* (quindi *non* piana!) é sempre nullo!

$$\phi(\vec{B}) = \int_\tau \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \tag{4}$$

9 Circuitazione

Come il flusso, cosí anche la circuitazione si applica sia al campo elettrico $\vec{E}$ che al campo magnetico $\vec{B}$.
Se il campo é costante e il tratto l ove si esegue la circuitazione é un rettilino allora, in anaolgia con quanto fatto con il flusso, si puó eseguire il prodotto scalare

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{l} \tag{5}$$

il cui risultato, per definizione di prodotto scalare, é un numero. Si considera ora un circuito chiuso γ (quindi *non* rettilineo), lo si divide in tanti intervalli "infinitesimi" Δl_i, in modo tale che ciascuno di essi possa esser considerato lineare e il campo possa essere considerato costante. Per ciascuno di essi si puó eseguire il suddetto prodotto scalare

$$C_i = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i \tag{6}$$

La circuitazione é la somma di questi C_i su un circuito *chiuso* e si esprime

- $C(\vec{E}) = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i$

Nel limite che questi elementi Δs_i diventino infinitamente piccoli, la suddetta sommatoria diventa un integrale e viene scritta cosí

$$C(\vec{E}) = \oint_\gamma \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

[1] In realtá questa definizione lascia una ambiguitá: il verso del vettore superficie non é stato definito. Non ha importanza quale sia questo verso, quel che conta é che, una volta deciso, si rimanga coerenti con tale decisione fino alla fine del problema.

[2] Ovviamente, se il sistema é immerso in un mezzo dielettrico, allora ϵ_0 va sostituito con il prodotto $\epsilon_0\epsilon_r$

9.1 Circuitazione del campo elettrico (Terza Legge di Maxwell)

Dato un circuito γ *chiuso*, si dimostra che la circuitazione del campo elettrico é pari a meno la variazione nel tempo del flusso del campo magnetico (Legge di Faray-Neumnann)

$$C(E) = \int_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\Delta\phi(\vec{B})}{\Delta t} \tag{7}$$

9.2 Circuitazione del campo magnetico (Quarta Legge di Maxwell)

Dato un circuito γ *chiuso*, si dimostra che la circuitazione del campo magnetico é proporzionale alla *somma delle correnti concatenate*

$$C(B) = \int_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \tag{8}$$

10 Campo magnetico generato da un solenoide di n spire

- $B = \mu_0 n i$

11 Onde elettromagnetiche

Il dipolo elettrico é costituito da due cariche di uguale intensitá ma opposte tra loro e disposte molto vicine l'una rispetto all'altra. Il dipolo é un sistema elettricamente carico ma che genera un campo elettrico *non nullo* intorno a se. La molecola dell'acqua é un esempio di dipolo elettrico. Quando un dipolo elettrico oscilla, genera intorno a se una *perturbazione del campo elettromagnetico che si propaga nello spazio e nel tempo* ad una velocitá $c = 3 \cdot 10^8 m/s$. Tale perturbazione si chiama *onda elettromagnetica*.