

Fie L – lista obiectelor sortate după raportul valoare/greutate

Fie O_p – obiectul cu profitul cel mai mare din lista de obiecte.

$S=0$, G =capacitatea rucsacului;

Pentru fiecare $O \in L$

Dacă $greutate(O) \leq G$, atunci $S += val(O)$, $G -= greutate(O)$

$$ALG(I) = \max(S, O_p)$$

În primul rând, este evident că algoritmul de mai sus ne oferă o soluție fezabilă. Elementele care au ca suma valorilor S vor avea o greutate totală \leq capacitatea rucsacului, respectiv O_p încapă și el în rucsac de unul singur.

Trebuie să justificăm doar factorul de aproximare.

Fie $OPT_{1/0}$ valoarea optimă pentru Problema Rucsacului în varianta 1/0, respectiv OPT_G valoarea optimă, furnizată de algoritmul de tip greedy pentru problema rucsacului în varianta în care aveam voie să "tăiem" obiecte pentru a le încărca în rucsac.

Cum este $OPT_{1/0}$ față de OPT_G ?

$$OPT_{1/0} \leq OPT_G$$

$$OPT_{1/0} \leq OPT_G$$

Fie k indicele primului obiect care nu este adăugat în algoritmul de la începutul paginii.

$$OPT_{1/0} \leq OPT_G \leq \sum_{1 \leq i \leq k} val(O_i) = \sum_{1 \leq i < k} val(O_i) + val(O_k) \leq \sum_{1 \leq i < k} val(O_i) + val(O_p)$$

$$ALG = \max(S, O_p)$$

$$OPT_{1/0} \leq \sum_{1 \leq i < k} val(O_i) + val(O_p) \leq ALG + ALG = 2 \cdot ALG$$

$$OPT_{1/0} \leq 2 \cdot ALG$$

Ex intrare pt care abaterea e maxima

$$G=100$$

Ob (val/greutate)=[(50+eps1)/(50+eps2),50/50,50/50]

cu $eps1 > eps2 > 0$

Evident profitul maxim este 100

profitul soluției algoritmului este 50+eps1

$$ALG(I) \cong \frac{1}{2} \cdot OPT(I)$$

deci $\frac{1}{2}$ este un "tight upper bound"