Inegalitatea Chernoff-Hoeffding

$$P(|\bar{X}-\mu| \geq z) \leq 2e^{-\frac{2nz^2}{(y-x)^2}}$$

unde

- $n \to$ nr de simulări
- $z \to$ marja de eroare dorită
- $x, y \to$ sunt limitele intervalului în care variază variabila aleatoare

Pt a avea α nivel de încredere:

$$1-2e^{-\frac{2nz^2}{(y-x)^2}} \geq \alpha$$

Derivarea formulei

① Reorganizăm pt n:

$$2e^{-\frac{2nz^2}{(y-x)^2}} \leq 1-\alpha$$

② Luăm log. nat.

$$-\frac{2nz^2}{(y-x)^2} \leq \ln\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)$$

③ Obținem

$$n \geq -\frac{\ln\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)(y-x)^2}{2z^2}$$

Calculăm nr. de simulări

În loteria 6/49 intervalul valorilor posibile pt nr de bilete este $\{1, 13\,983\,816\}$. Astfel $x=1$ şi $y=13\,983\,816$

$\varepsilon = 50\,000$

$\alpha = 0{,}9$

$y-x = 13\,983\,816 - 1 = 13\,983\,815$

$$n \geq -\frac{\ln\left(\frac{1-0{,}9}{2}\right)\cdot(13\,983\,815)^2}{2\cdot(50\,000)^2}$$

$$\ln\left(\frac{1-0{,}9}{2}\right) = \ln(0{,}005) \simeq -2{,}9957$$

$$(y-x)^2 = (13\,983\,815)^2 \simeq 1{,}975\cdot 10^{14}$$

$$2\varepsilon^2 = (50\,000)^2\cdot 2 = 5\cdot 10^{9}$$

$$\Rightarrow \quad n \geq -\frac{-2{,}9957\cdot 1{,}957\cdot 10^{14}}{5\cdot 10^{9}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad n \geq \frac{5{,}863\cdot 10^{14}}{5\cdot 10^{9}} \simeq 117.260$$

Inegalitatea Chernoff-Hoeffding

$$P(|\bar{X} - \mu| \geq \varepsilon) \leq 2 \cdot e^{\left(-\frac{2n\varepsilon^2}{n_{bilete}}\right)}$$

$n = 117.260$

$\varepsilon = 0{,}08$

Pt a respecta condiția unui nivel de încredere de 95%, prob de eroare trebuie să fie cel mult 0,05

$$2 \cdot e^{\left(-\frac{2n\varepsilon^2}{n_{bilete}}\right)} \leq 0{,}05 \quad / \ln$$

$$n_{bilete} \geq \frac{2n\varepsilon^2}{-\ln(0.025)}$$

Calculul dimensiunii sample-ului

$$n_{bilete} \geq \frac{2 \cdot 117260 \cdot 0{,}08^2}{3.6889}$$

$$\underline{n_{bilete} \geq 407}$$