

Steffen Haug

Øving 3

Diskret Matematikk

TMA4140

1 Oppgåver til seksjon 3.1

Oppgåve 53

Bruker grådige algoritme for myntveksling (Algoritme 6). I staden for å jobbe gjennom algoritma “for hand” brukar eg eit program:

```
1 def change(C, n):
2     D = []
3     for c in C:
4         t = 0
5         while n >= c:
6             t += 1
7             n -= c
8         D.append(t)
9     return tuple(D)
```

a: 51 cents vekslast til 2 quarters og 1 cent

b: 69 cents vekslast til 2 quarters, 1 dime, 1 nickel og 4 cents

c: 76 cents vekslast til 3 quarters og 1 cent

d: 60 cents vekslast til 2 quarters og 1 dime

Oppgåve 55

Brukar same algoritme, *utan nickels*, med same mangde cents som i 53. Brukar same programmet som i 53, med forskjellig C ($C = [25, 10, 1]$).

a: 51 cents vekslast til 2 quarters og 1 cent

b: 69 cents vekslast til 2 quarters, 1 dime, og 9 cents

c: 76 cents vekslast til 3 quarters og 1 cent

d: 60 cents vekslast til 2 quarters og 1 dime

Oppgåve 56

Viser med eksempel. Ønsker å konstruere eit tal slik at å veksle til ein 12-cent mynt etterlét oss med eit tal som ikkje kan fordelast “fint” på dei gjenverande tala. Eit eksempel på eit slikt tal er 4 – det kan ikkje delast på 10 eller 5.

Vi prøver å rekne gjennom algoritma for $n = 16$, fordi vi veit at dette gjev 4 i rest etter å veksle til ein 12-cent.

$$(i) \quad \text{change}(\{25, 12, 10, 5, 1\}, 16) \rightarrow \{0, 1, 0, 0, 4\}, \quad \Sigma = 5$$

$$(ii) \quad \text{change}(\{25, 10, 5, 1\}, 16) \rightarrow \{0, 1, 1, 1\}, \quad \Sigma = 3$$

Sidan algoritma er grådige finn den ikkje den beste løyinga. Same fordeling som i (ii) er gyldig i (i), men algoritma finn den ikkje.

2 Oppgaver til seksjon 3.2

Oppgave 27

a:

$$\begin{aligned} & (n^3 + n^2 \log n)(\log n + 1) + (17 \log n)(n^3 + 2) \\ & \approx (n^3 + n^2 \log n)(\log n) + (\log n)(n^3) \\ & \approx 2n^3 \log n \\ & \approx n^3 \log n \end{aligned}$$

b:

$$\begin{aligned} & (2^n + n^2)(n^3 + 3^n) \\ & \approx (2^n)(3^n) \\ & \approx 3^n \end{aligned}$$

Oppgave 30

Skal vise at funksjonane er av same orden.

c: $\lfloor x + 1/2 \rfloor$ og x

Konstantar er irrellevante, $\lfloor x \rfloor$ kan maksimalt variere frå x med ± 0.5 , som og er irrelevant når x aukar.

e: $\log_{10} x$ og $\log_2 x$

Brukar L'Hopital til å vise $\lim_{x \rightarrow \infty} = K$, altso at uttrykka ikkje er *polynomisk forskjellige*.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_{10} x}{\log_2 x} \stackrel{\text{L'Hop}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x \ln 10}}{\frac{1}{x \ln 2}} = \frac{\ln 2}{\ln 10} = K$$

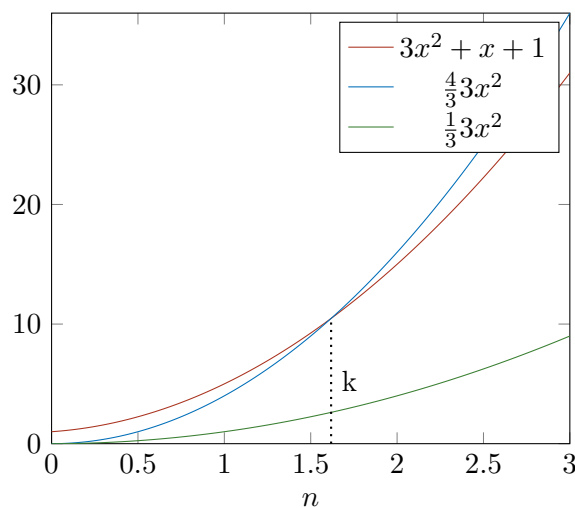
Oppgåve 34

a: Skal vise at $3x^2 + x + 1$ er $\Theta(3x^2)$ ved å finne konstanter C_1, C_2 og k . Ein kan (relativt) enkelt finne konstanter til polynom ved å gjette. Til dømes kan ein gjette at $4x^2 > 3x^2 + x + 1$ fordi $x^2 > x + 1$, og dermed $3x^2 + x^2 > 3x^2 + (x + 1)$, når x er stor nok.

Når ein løyser oppgåver på denne måten finn ein antageleg ikkje dei minste m glege verdiane for C_1, C_2 og k , men det er tidsparande.

Fann ved "gjetting" $C_1 = \frac{1}{3}, C_2 = \frac{4}{3}$. L yste $3x^2 + x + 1 = 4x^2$ og fann $k = \frac{1}{2} + \sqrt{5}$.

b:



Oppgåve 42

Skal undersøkje om $f(x)$ er $O(g(x)) \implies 2^{f(x)}$ er $O(2^{g(x)})$. Prøver med moteksempel.

$$\frac{2^{x^2+x+1}}{C2^{x^2}} = \frac{2^{x^2}2^{x+1}}{C2^{x^2}} = \frac{2^{x+1}}{C} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$$

Påstanden held ikkje.

3 Oppgåver til seksjon 4.1

Oppgåve 11

a: 11:00 + 80 timar = 07:00

b: 12:00 − 40 timar = 08:00

c: 06:00 + 100 timar = 10:00