

## **V21 - Optisches Pumpen**

Tabea Hacheney  
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Steffen Kober  
steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.07.2023

Abgabe: 16.07.2023

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Spin-Bahn-Kopplung . . . . .	4
2.2	Hyperfeinstruktur . . . . .	4
2.3	Zeemann-Effekt . . . . .	4
2.4	Optisches Pumpen . . . . .	5
2.5	Durch Zeemann-Aufspaltung zum Kernspin . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	9
3.2	Messanleitung . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
4.1	Bestimmung des Erdmagnetfeldes . . . . .	11
4.2	Bestimmung der $g$ -Faktoren und der Kernspins . . . . .	11
4.3	Isotopenverhältnis . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
	<b>Literatur</b>	<b>15</b>
	<b>Anhang</b>	<b>17</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll ein Gasgemisch der Rubidium-Isotope  $^{85}_{37}\text{Rb}$  und  $^{87}_{37}\text{Rb}$  untersucht werden. Mittels optischen Pumpens kann und wird der Kernspin der Isotope berechnet. Außerdem wird anhand stimulierter Emission das Isotopenverhältniss in dem verwendeten Gas bestimmt. Vorab wird dazu das lokale Erdmagnetfeld gemessen und kompensiert.

## 2 Theorie

Nun werden die theoretischen Grundlagen zu diesem Versuch motiviert. Bei Wasserstoff als einfachstes Element lassen sich klassisch Absorptionslinien oder Emissionslinien, welche kein dispersives Spektrum aufweisen nicht erklären. Wird das Problem nun aber Quantenmechanisch betrachtet wurde erkannt, dass sich das Elektron um den Kern herum auf sehr genau definierten Energieniveaus befindet. Diese Energieniveaus können durch die jeweiligen relevanten Quantenzahlen beschrieben werden. Dazu gehören die Hauptquantenzahl  $n$ , die Bahndrehimpulsquantenzahl  $l$  und die magnetische Quantenzahl  $m$ .  $n$  darf nur Werte in den natürlichen Zahlen annehmen.  $l$  ist auf alle natürlichen Zahlen, die kleiner als  $n$  sind beschränkt und  $m$  kann Werte von  $-l < m < l$  annehmen. Diese Überlegung funktioniert nur sehr gut solange wir ein Zwei-Körper-Problem betrachten. Aber Näherungsweise gilt dieses Modell auch für Alkali-Metalle aufgrund des einzelnen Valenzelektrons.

### 2.1 Spin-Bahn-Kopplung

Wird nun das Elektron in seinem Ruhesystem betrachtet, sodass das Proton um das Elektron „rotiert“, besagen die Maxwellgleichungen, dass die bewegte Ladung ein Magnetfeld induziert. Der Spin des Elektrons koppelt an das induzierte Magnetfeld, weshalb sich die Energieniveaus aufspalten. Der Drehimpuls  $J = L + S$  spaltet sich dabei in ganzzahlige Werte von  $|L - S|$  bis  $L + S$  auf. Aufgrund des einzelnen Valenzelektrons ist der Grundzustand von  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  ein s-Orbital. Daher haben beiden Isotope  $J = \frac{1}{2}$ .

### 2.2 Hyperfeinstruktur

Genau wie das magnetische Moment des Elektrons kann auch das magnetische Moment des Kern an Magnetfelder koppeln und für eine Spaltung der Energieniveaus sorgen. Diese Aufspaltung wird Hyperfeinstruktur genannt. Diese lässt sich durch die zugehörige Quantenzahl  $F$  beschreiben. Es werden Werte von  $|J - I|$  bis  $J + I$  angenommen. Mit den Kernspins  $I$  von  $^{85}\text{Rb}$  mit  $I = \frac{5}{2}$  und  $^{87}\text{Rb}$  mit  $I = \frac{3}{2}$  erhalten wir jeweils eine Aufspaltung in zwei Mögliche Werte für  $F$ .

### 2.3 Zeemann-Effekt

Eine weitere Aufspaltung ist durch den Zeemann Effekt gegeben. Hierbei handelt es sich um eine externe Aufspaltung durch Magnetfelder. Die Quantenzahl  $F$  spaltet sich

nun weiter auf. Erneut koppelt das magnetische Moment des Kerns an das Magnetfeld. Dies sorgt für eine Aufspaltung von  $-F < m_F < F$ . Es entstehen  $2F + 1$  Energieniveaus. Die Energiekorrektur der einzelnen Niveaus lautet

$$\Delta E_z = g_F \mu_B B. \quad (2.1)$$

In dieser Gleichung ist  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton,  $B$  das Magnetfeld und  $g_F$  der Landé-Faktor. Dieser ist gegeben mit

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}, \quad (2.2)$$

und

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (2.3)$$

Eine Nivauschema wird in Abbildung 2.1 dargestellt.

## 2.4 Optisches Pumpen

Mit diesem Modell der Niveauspaltung kann das Wasserstoff Atom und ähnliche Moleküle, also Alkalimetalle, beschrieben werden. Bei einem einzelnen Atom isolierten Atom wird natürlich erwartet, dass sich dieses in einem stabilen Zustand der niedrigsten Energie aufhält. In einem Vielteilchen-System, wie beispielsweise ein Gas, verhält sich die Physik des Valenzelektrons etwas anders. In einem solchen System müssen Wechselwirkungen der Teilchen miteinander und der Umwelt betrachtet werden. Allem voran ist die endliche Temperatur und der Druck ausschlaggebend für kleine Anregungen im System. Die Gas-Moleküle bewegen sich dauerhaft und kollidieren miteinander. Eine Kollision kann die kinetische Energie umwandeln und das Valenzelektron in einen angeregten Zustand anheben. Aus statistischer Betrachtung folgt, dass sich die einzelnen Energieniveaus nach einer Boltzmann-Verteilung füllen.

Um nun Elektronen aus dem  $^2S_{1/2}$  Grundzustand in einen anderen Zustand anzuheben muss exakt die Energiedifferenz über ein Photon bereitgestellt werden. Licht, welches einen Übergang von  $^2S_{1/2}$  nach  $^2P_{1/2}$  ermöglicht, wird  $D_1$ -Licht genannt. Die Auswahlregel erlaubt lediglich  $\Delta M = \pm 1$  für rechts-/links zirkularpolarisiertes Licht und  $\Delta M = 0$  für linearpolarisiertes Licht. Die Übergänge für rechts zirkularpolarisiertes Licht werden  $\sigma^+$ , die anderen  $\sigma^-$  genannt. Optisches Pumpen verwendet nun genau, dass durch zirkular polarisiertes Licht einer der Grundzustände angeregt werden kann, ohne die anderen zu beeinflussen. Daher wird nun ein Vielteilchensystem an Alkalimetallen mit rechts zirkularpolarisiertem Licht bestrahlt. Alle Elektronen im  $\Delta M = 1$  Zustand werden dann vom  $S$  ins  $P$  Niveau gehoben. Dieser angeregte Zustand ist lediglich Metastabil. Die Heisenbergsche Unschärfe-Relation für Energie und Zeit besagt nun, dass in einem sehr kleinen Zeitintervall die Energieunschärfe sehr groß sein kann. Aufgrund dieser Quantenfluktuation wird das Elektron im  $P$  Zustand dazu angeregt ein Photon zu emittieren und sich in seinen Grundzustand zu begeben. Dabei ist es gleichwahrscheinlich in welchen Zustand es übergeht. Durch konstante Bestrahlung mit rechts zirkularpolarisiertem Licht werden die Elektronen so also in den anderen

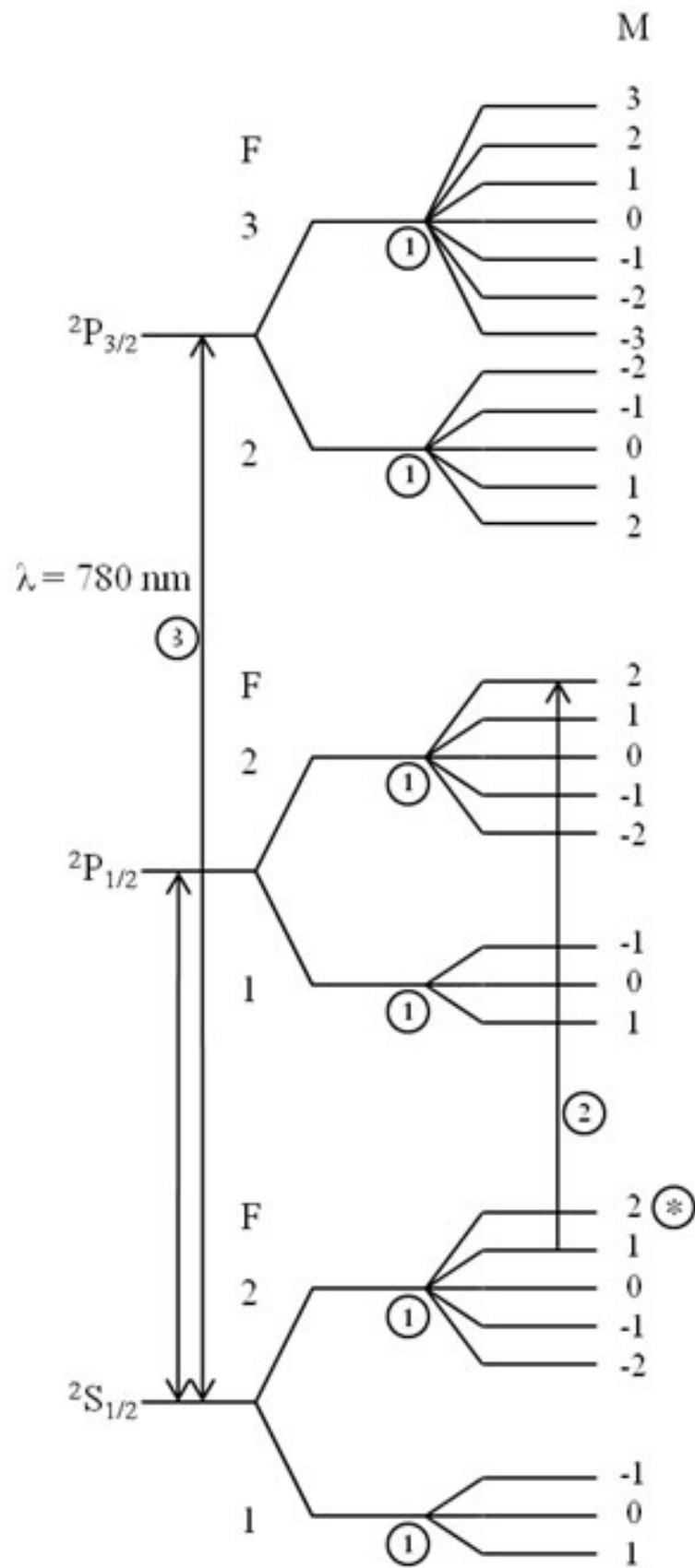
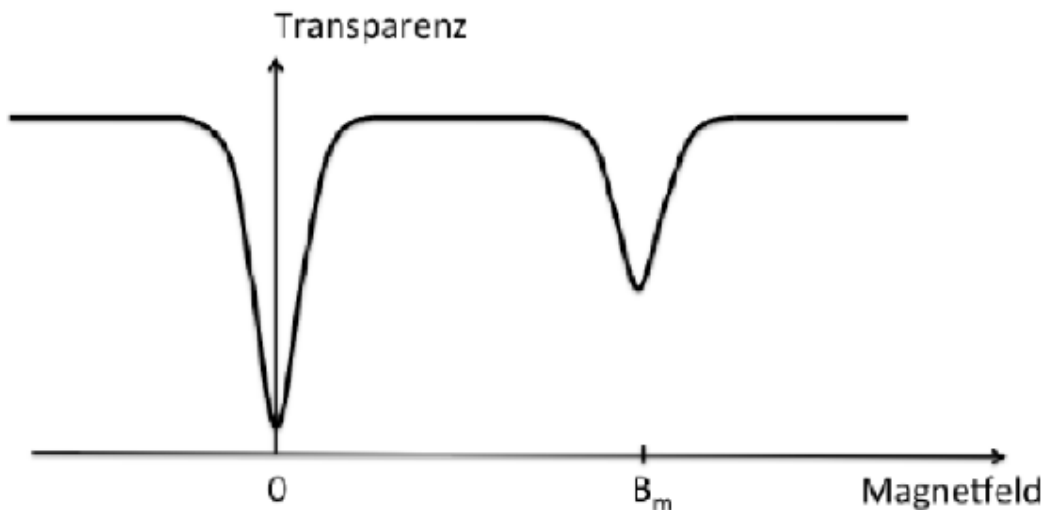


Abbildung 2.1: Niveaufspaltung in Rubidium.

Grundzustand „gepumpt“. Nach unendlich langer Zeit befinden sich alle Elektronen im  $\Delta M = -1$  Zustand. In diesem Zustand kann das rechts zirkularpolarisierte Licht nicht mehr mit dem Gas koppeln. Dieser Zustand wird Besetzungsinversion genannt. Neben dem natürlichen Prozess, häufig spontane Emission genannt, kann auch eine stimulierte Emission durch ein äußeres hochfrequentes Magnetfeld stattfinden. Die Wahrscheinlichkeit für eine stimulierte Emission ist proportional zu  $f$ . Da die Wahrscheinlichkeit für spontane Emission lediglich proportional zu  $f^3$  ist, kann dieser Prozess vernachlässigt werden.

## 2.5 Durch Zeemann-Aufspaltung zum Kernspin

Wird das Rubidium-Gemisch in seinem Grundzustand optisch gepumpt, so steigt die Transparenz des Gases zunächst stark an. Zu Beginn ist es quasi undurchlässig für das verwendete  $D_1$ -Licht, da jedes Photon absorbiert werden kann. Nach genügend andauernder Bestrahlung wird das Gas, in welchem nun eine Besetzungsinversion vorliegt, transparent für das Licht. Dieser Prozess wird durch die Abbildung 2.2 deutlich.



**Abbildung 2.2:** Änderung der Transparenz des Gases durch optisches Pumpen und resonante Anregung eines RF-Feldes. [2]

Wie bereits diskutiert führt ein äußeres Magnetfeld zu einer Zeemann-Spaltung der Energieniveaus abhängig von der Stärke des Magnetfeldes gemäß Formel (2.1). Wenn die Zeemann-Aufspaltung nun genauso groß wird, wie die Energie des  $D_1$ -Lichts, dann kann durch stimulierte Emission ein Bruch der Besetzungsinversion stattfinden. Dies kennzeichnet sich durch einen kleineren Dip im Transparenz-Plot 2.2. Dies lässt sich als Formel ausdrücken durch

$$hf = g_F \mu_B B. \quad (2.4)$$

In dieser Gleichung ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum und  $f$  die Frequenz des Lichtes. Anhand von Gleichung (2.4) kann der Landé-Faktor bestimmt werden, indem an der Stelle des resonanten RF-Feldes, welches in Abbildung 2.2 durch  $B_m$  gekennzeichnet

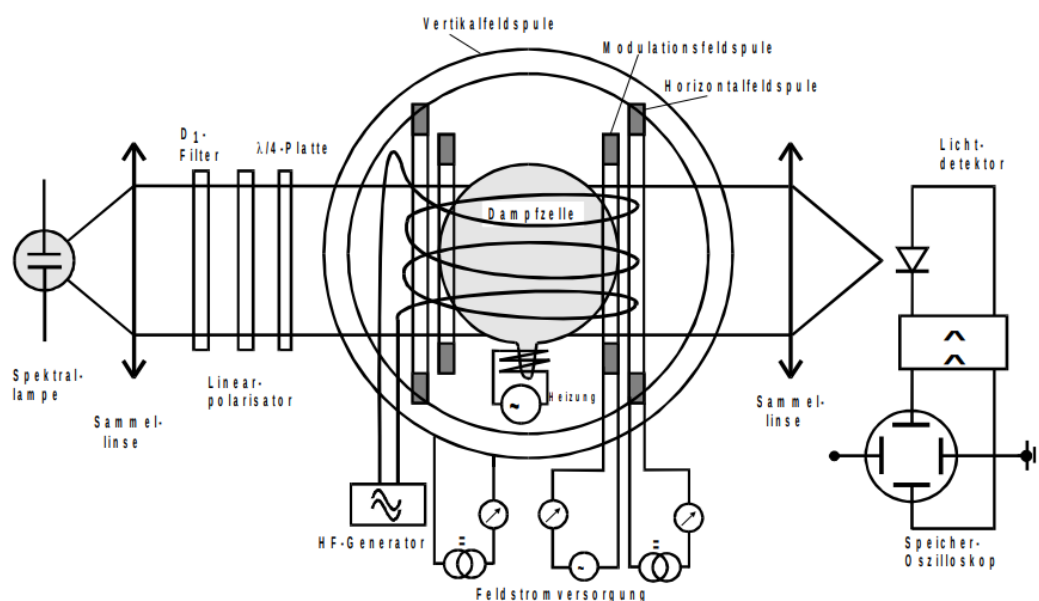
ist, die Gleichung gelöst wird und nach  $g_F$  umgestellt wird. Aus  $g_F$  kann dann über Gleichung (2.2) der Kernspin berechnet werden. Bei einem Gemisch aus unterschiedlichen Isotopen treten mehrere Peaks in der Transparenz auf, da der Kernspin und andere Größen anders sind.



## 3 Durchführung

### 3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Kernspins von Rubidium-Isotopen ist in Abbildung 3.1 dargestellt.



**Abbildung 3.1:** Skizze des Aufbaus zur Messung der Kernspins von Rubidium. [2]

Zunächst muss das Licht für optisches Pumpen erzeugt werden. Dazu wird  $D_1$ -Licht benötigt, welches bei dem Übergang vom  $p$  ins  $s$  Niveau bei Rubidium entsteht. Daher wird eine Rubidium-Spektral-Lampe verwendet. Da diese divergentes Licht austrahlt wird danach eine Sammellinse verwendet um kolineare Licht zu erhalten. Danach trifft das Licht auf einen  $D_1$ -Filter, welcher nochmal dafür sorgt, dass wirklich nur  $D_1$ -Licht propagiert um Fehler zu minimieren. Da der  $\sigma^+$  Übergang nur durch rechtszirkular-polarisiertes Licht angeregt werden kann muss das Licht noch polarisiert werden. Dazu wird eine Kombination aus einem Linearpolarisator und einer  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte. Das resultierende Licht kann dann auf die Dampfzelle, in welcher sich ein Gasgemisch aus den Rubidium-Isotopen befindet. Um diese Zelle befindet sich zunächst eine Spule, welche ein vertikales Magnetfeld erzeugt. Dieses Feld soll das Erdmagnetfeld kompensieren. Außerdem werden zwei weitere Spulen verwendet, welche ein Magnetfeld in horizontaler Richtung erzeugen. Dabei handelt es sich bei einer Spule um eine einfache Helmholtzspule, welche ein konstantes Magnetfeld liefern soll. Die andere Spule ist ebenfalls eine Helmholtzspule, aber diese ist so konstruiert, dass ihr Magnetfeld sehr einfach variiert werden kann.

Diese Spule wird Sweep-Spule genannt. Das gesamte horizontale Feld wird RF-Feld genannt.

Nachdem das Licht die Dampfzelle durchdringt, oder auch nicht durchdringt, trifft es auf eine weitere Linse um das Licht auf ein Si-Photoelement zu fokussieren, welches die Intensität in eine Spannung konvertiert. Diese Spannung kann dann am Oszilloskop sichtbar gemacht werden.

## 3.2 Messanleitung

Zunächst muss das Erdmagnetfeld in horizontale Richtung kompensiert werden. Dazu wird der Versuchsaufbau lediglich gedreht, sodass dieser nach Norden ausgerichtet ist. Dadurch verschwindet die horizontale Komponente. Nun wird das vertikale Magnetfeld durch die dafür vorgesehene Spule kompensiert. Dabei muss darauf geachtet werden, dass der Peak am Oszilloskop möglichst schmal wird. Nun können die horizontalen Spulen eingeschaltet werden und die Messung begonnen werden. Dabei muss bei Frequenzen von 100 kHz bis zu 1 GHz jeweils das resonante Magnetfeld durch die Sweepspule eingestellt werden. Dieses kann am Oszilloskop eingestellt werden, indem der Messpunkt direkt in die Peaks gefahren wird und dann das Magnetfeld abgelesen wird. Diese Messung wird in 100 kHz Abständen wiederholt. Zuletzt wird noch einmal eine Frequenz von 100 kHz eingestellt und das Bild am Oszilloskop gespeichert. Anhand der Amplitude der Peaks kann das Isotopenverhältnis bestimmt werden.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Zu Beginn wird, wie im Kapitel 3 erklärt, die vertikal Komponente des Erdmagnetfeldes kompensiert. Dies geschieht mit einem entgegengerichtetem Magnetfeld. Dieses wird so eingestellt, dass der Peak bei  $B = 0$  möglichst dünn wird. Anhand von Optimierung kann dann das Kompensationsmagnetfeld gemessen werden. Dieses ist betragsmäßig gleich dem Erdmagnetfeld. Dadurch wurde das Erdmagnetfeld zu  $B_{\text{Erde}} = 34,94 \mu\text{T}$  bestimmt.

### 4.2 Bestimmung der $g$ -Faktoren und der Kernspins

Danach wurden die Spulen verwendet. Dabei handelt es sich um zwei separate Helmholtz-Spulen, wovon eine als konstantes Feld verwendet wurde und die andere zum sweepen. Aufgrund der identischen Richtung der Felder können diese durch Superposition addiert werden. Das Magnetfeld einer Helmholtzspule ist dabei gegeben durch

$$B = \mu_0 \frac{8NI}{\sqrt{125}R}. \quad (4.1)$$

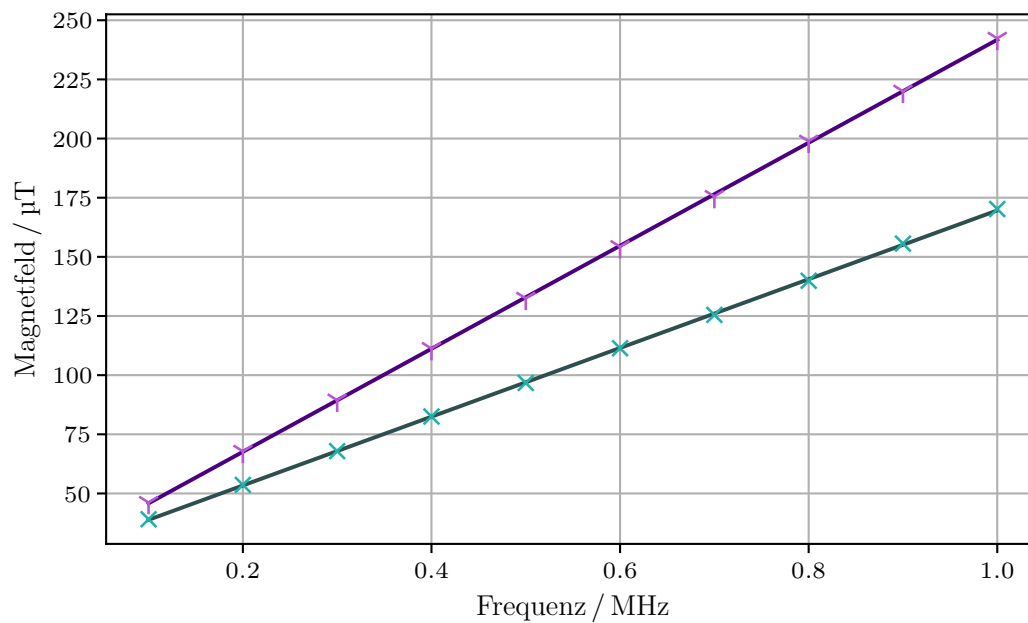
In dieser Gleichung ist  $N$  die Windungszahl einer Spule,  $I$  der treibende Strom und  $R$  der Widerstand der Spulen. Gleichung (2.4) zeigt einen linearen Zusammenhang zwischen Frequenz des angelegten HF-Feldes und dem  $B$ -Feld. Daher kann ein Ansatz über eine Polynom ersten Grades durchgeführt werden.

$$B = \frac{h}{g_F \mu_B} f + b = af + b$$

Der konstante Faktor wird in diesem Fall variabel gelassen um statistische Fehler zu minimieren. Der  $g$ -Faktor steckt in der Steigung der Gleichung. Aus einem linearen Fit der Messwerte von  $B$  und  $f$  kann dieser dann bestimmt werden. Die Messwerte mit den Ausgleichsgeraden sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

Der Fit hat die folgenden zwei Sätze an Parameter ergeben, jeweils für den Peak eines Rubidium-Isotops.

$$\begin{aligned} a_1 &= (1,453 \pm 0,005) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}} & b_1 &= (2,433 \pm 0,030) \cdot 10^{-5} \text{ T} \\ a_2 &= (2,177 \pm 0,006) \cdot 10^{-10} \frac{\text{T}}{\text{Hz}} & b_2 &= (2,406 \pm 0,035) \cdot 10^{-5} \text{ T} \end{aligned}$$



**Abbildung 4.1:** Messdaten mit durchgeführter Regression.

Durch diese Parameter ergeben sich die  $g$ -Faktoren

$$g_{F,1} = 0,4917 \pm 0,0016$$

$$g_{F,2} = 0,3282 \pm 0,0009.$$

Mit diesen Werten und den Quantenzahlen für Rubidium kann gemäß Gleichung (2.2) der Kernspin berechnet werden. Daraus folgen die Werte

$$I_1 = 1,534 \pm 0,007$$

$$I_2 = 2,547 \pm 0,008.$$

Daher muss der erste Peak zum  $^{87}_{37}\text{Rb}$  gehören und der zweite zu  $^{85}_{37}\text{Rb}$ .

### 4.3 Isotopenverhältnis

Da nun ermittelt wurde, welcher Peak zu welchem Isotop gehört kann über das Verhältnis der Amplitude der Peaks das Isotopenverhältnis bestimmt werden, da die Amplitude direkt von der Anzahl der Atome abhängt. Dazu wurde die Aufnahme eines Oszilloskops ausgewertet. Dieses Bild ist in Abbildung 4.2 gezeigt.

Die Amplituden wurde zu 6,2 cm und 12,6 cm bestimmt. Daraus ergibt sich ein Isotopenverhältnis von

$$\frac{^{85}\text{Rb}}{^{87}\text{Rb}} \approx 0,49. \quad (4.2)$$

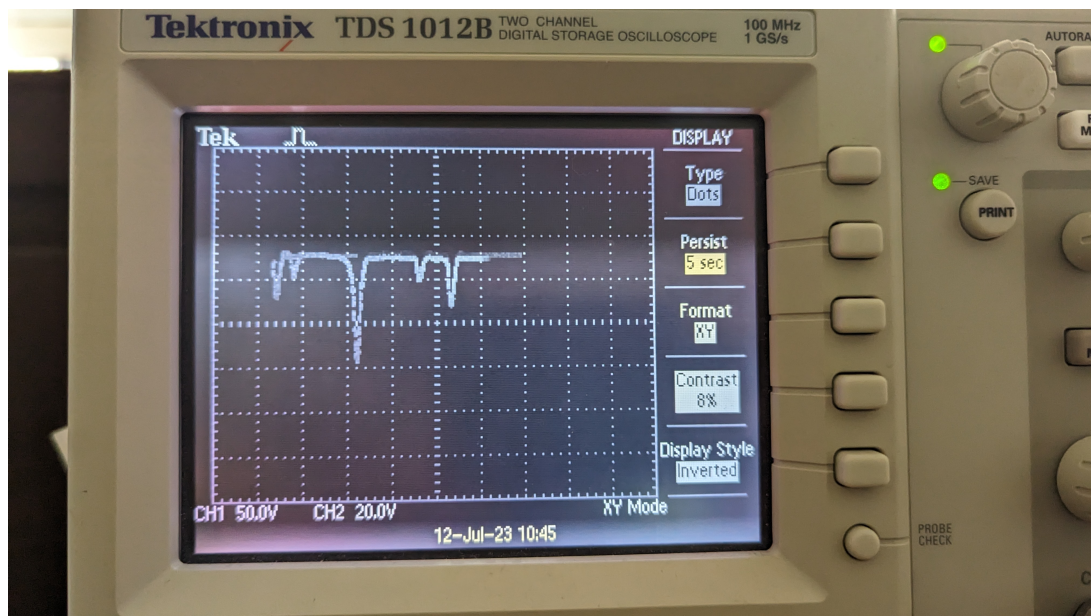


Abbildung 4.2: Bild des Oszilloskops bei einer Messung bei  $f_{\text{HF}} = 100 \text{ kHz}$ .

## 5 Diskussion

Als erstes wurde das Erdmagnetfeld durch Kompensation bestimmt. Dabei ergab sich ein gemessenes Feld von  $B_{\text{Erde}} = 34,94 \mu\text{T}$ . Der Theoriewert in Deutschland lautet  $30 \mu\text{T}$  [1]. Das entspricht einer Abweichung von  $16,47\%$ . Die Kompensation des Erdmagnetfeldes ist hinreichend genau. Die Abweichung kann durch ungenaues Ablesen am Oszilloskop entstanden sein. Generell bringt ein Oszilloskop Ungenauigkeiten durch Auflösung und Rauschen mit sich. Dennoch sollte die Einstellung der Spulen ausreichend sein um den Versuch durchzuführen.

Danach wurde der Kernspin der Rubidium-Isotope berechnet. Der Kernspin von  $^{87}_{37}\text{Rb}$  wurde zu  $I_{87} = 1,534 \pm 0,007$  bestimmt. Der zugehörige Theoriewert des Kernspins lautet  $I_{87,\text{Theo}} = \frac{3}{2}$ . Der Kernspin wurde als mit einer Abweichung von  $(2,2 \pm 0,5)\%$  bestimmt. Für  $^{85}_{37}\text{Rb}$  wurde ein Kernspin von  $I_{85} = 2,547 \pm 0,008$  bestimmt. Hier lautet der Theoriewert  $I_{85,\text{Theo}} = \frac{5}{2}$ . Dies entspricht einer Abweichung von  $(1,89 \pm 0,32)\%$ . Hier kann erkannt werden, dass die Bestimmten zwar nah an der Theorie liegen, allerdings aber nicht im Fehlerintervall liegen. Die kann an zusätzlichen Ungenauigkeiten liegen, wie zum Beispiel Fehler durch das Oszilloskop, Erdmagnetfeld und nicht perfekte Justierung des Aufbaus. Daher ist das Unsicherheitsintervall nicht aussagekräftig. Dennoch liegt der gemessene Wert sehr nah an dem Theoriewert, weshalb von einer qualitativen Messung sprechen kann. Es ist daher auch zu erwarten, dass ein korrektes Fehlerintervall nicht zu groß wäre. Das Isotopenverhältnis wurde zu  $0,49$  bestimmt. Nach Angabe des Betreuers soll das Verhältnis bei ca  $0.5$  liegen, aufgrund von Anreicherungen für ein besseres Ergebnis. Auch das Isotopenverhältnis wurde sehr genau bestimmt.

Insgesamt wurde die Theorie im Rahmen der Messunsicherheit bestätigt und ein qualitatives Ergebnis erlangt.

## Literatur

- [1] URL: <https://www.geothermie.de/bibliothek/lexikon-der-geothermie/e/erdmagnetfeld.html> (besucht am 16.07.2023).
- [2] *V21 - Optisches Pumpen*. TU Dortmund. URL: [https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/2295929/mod\\_resource/content/3/V21.pdf](https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/2295929/mod_resource/content/3/V21.pdf) (besucht am 18.04.2023).





## Anhang

- 1. Erstes Element für Filterung des Lichts  
 Volt horizontal mit 2 multipl. für A

Vertikales Magnetfeld:  $2,28 \cdot 10^{-4} \text{ A}$

f <sub>ref</sub>	U <sub>H</sub>   Horizontal feld ( $10^{-4} \text{ A}$ )		I <sub>s</sub>   Sweep Spule ( $10^{-4} \text{ A}$ )	
	1st	2nd	1st	2nd
100 kHz		0	6,48	7,65
200 kHz		$0,009 \cdot 2$	6,27	8,62
300 kHz		$0,029 \cdot 2$	2,82	6,39
400 kHz		$0,037 \cdot 2$	2,92	7,68
500 kHz		$0,0455 \cdot 2$	2,80	8,725
600 kHz		$0,055 \cdot 2$	2,47	9,58
700 kHz		$0,066 \cdot 2$	1,61	9,90
800 kHz	$0,066 \cdot 2$	$0,096 \cdot 2$	4,00	5,05
900 kHz	$0,114 \cdot 2$	$0,070$	3,32	5,44
1 MHz	0,084	0,119	3,79	5,57

Amplitudenverhältnis 100 kHz: (siehe Bild)