Problema 7. (Aproximare cu serii MacLaurin). O functie $f \in C^n[a,b]$ se poate aproxima, utilizand seria Maclaurin trunchiata, printr-un polinom de grad n

$$f(x) \approx T_n(x) = \sum_{i=0}^{n} c_i x_i,$$

unde $c_i = \frac{f^{(i)}(0)}{i!}$.

(a) Reprezentati grafic si comparati graficele lui $f(x) = e^x$,si ale polinoamelor $(T_2 f)(x)$, $(T_3 f)(x)$, $(T_4 f)(x)$, $(T_5 f)(x)$. Aproximeaza multumitor polinoamele $T_n f$ de grad mare functia e^x pe un interval din ce in ce mai mare centrat in jurul originii?

(b) Repetati pentru $g(x) = \ln(1+x)$.

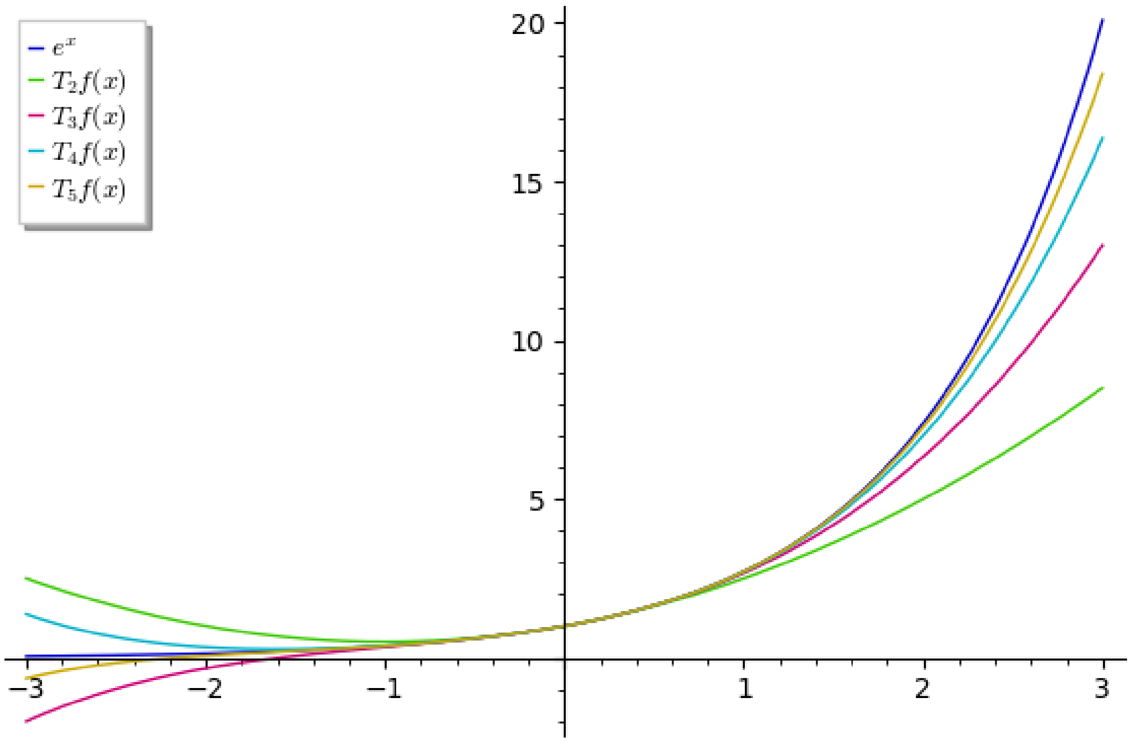
In [23]:
```
def display_graph(f,a,b):
    funcs = [f]
    labels = [f"${latex(f)}$"]

    for k in range(2,6):
        funcs.append(taylor(f, x, 0, k))
        labels.append(f"$T_{k}f(x)$")

    show(plot(funcs, (x,a,b), legend_label=labels, color="automatic"))
```

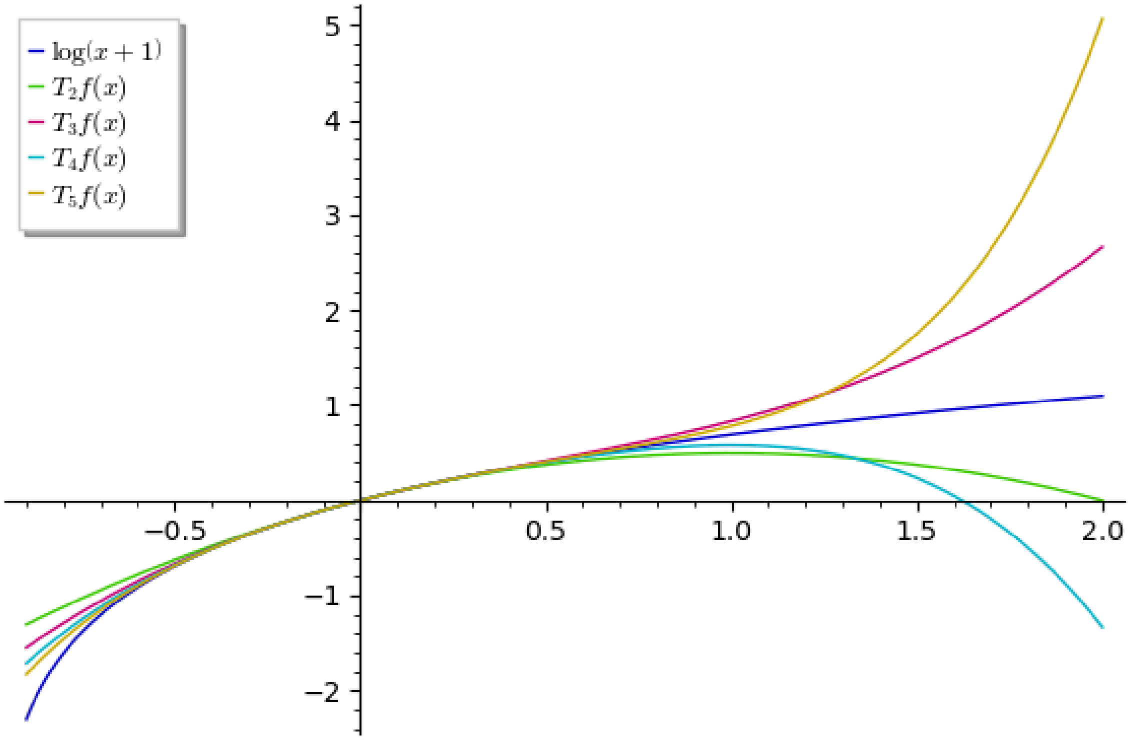
Solutie (a)

In [24]:
```
display_graph(e^x,-3,3)
```



Solutie (b)

In [26]:
```
display_graph(ln(1+x),-0.9, 2)
```



Observatii (valabil pentru ambele situatii)

Aproximarile functiilor sunt mai precise in vecinatatea lui $x = 0$ si devin din ce in ce mai inexacte pe masura ce x se indeparteaza de 0. Cresterea gradului polinomului $T_n f$ poate ajuta putin la imbunatatirea aproximarii.