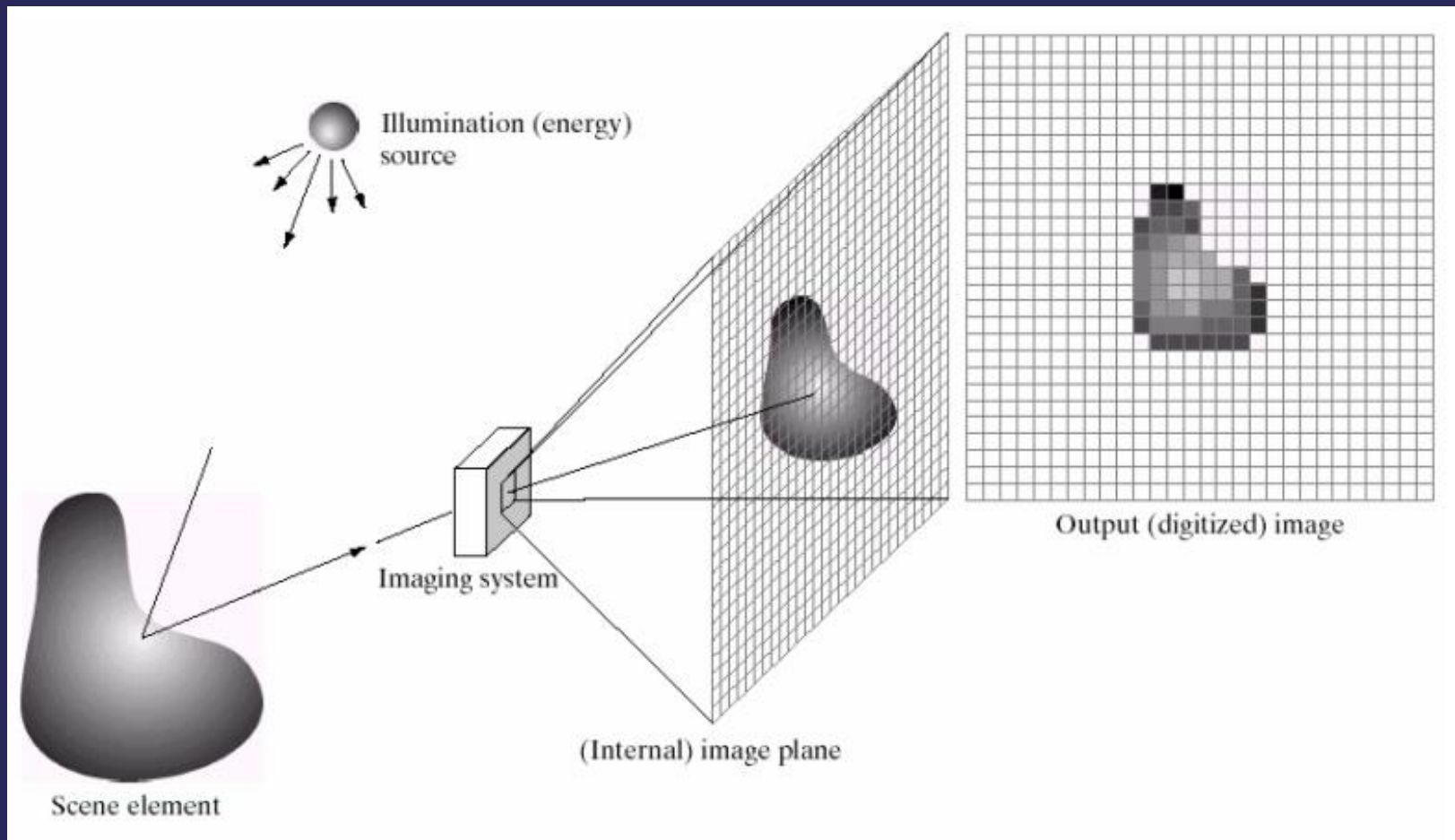


Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Χωρικό πεδίο

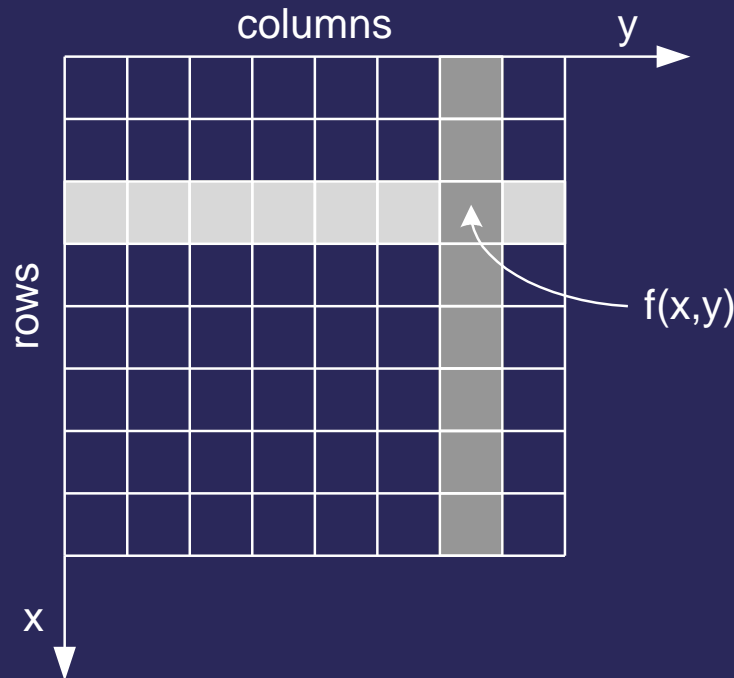
Λήψη εικόνας



Ψηφιακή εικόνα

Εικόνα: 2D συνάρτηση $f(x,y)$

f : intensity (ένταση) ή gray level στο χωρικό σημείο (x,y)



f, x, y : πεπερασμένες
διακριτές ποσότητες



ψηφιακή εικόνα



Πεπερασμένος αριθμός
στοιχείων, με συγκεκριμένη
θέση και τιμή
pixels (picture elements)

Ψηφιακή εικόνα

$$0 < f(x,y) < \infty$$

ένταση ανάλογη της ενέργειας που ακτινοβολείται από την πηγή, π.χ. ηλεκτρομαγνητικά κύματα (πρέπει να είναι μη μηδενική και πεπερασμένη)

φωτεινότητα (illumination): το ποσό του φωτός της πηγής που προσπίπτει στη σκηνή

ανάκλαση (reflectance): το ποσό του φωτός που ανακλάται από τα αντικείμενα της σκηνής

$$f(x,y) = i(x,y) r(x,y)$$

$$0 < i(x,y) < \infty$$

$$0 \text{ (πλήρης απορρόφηση)} < r(x,y) < 1 \text{ (πλήρης ανάκλαση)}$$

Δειγματοληψία και κβαντισμός

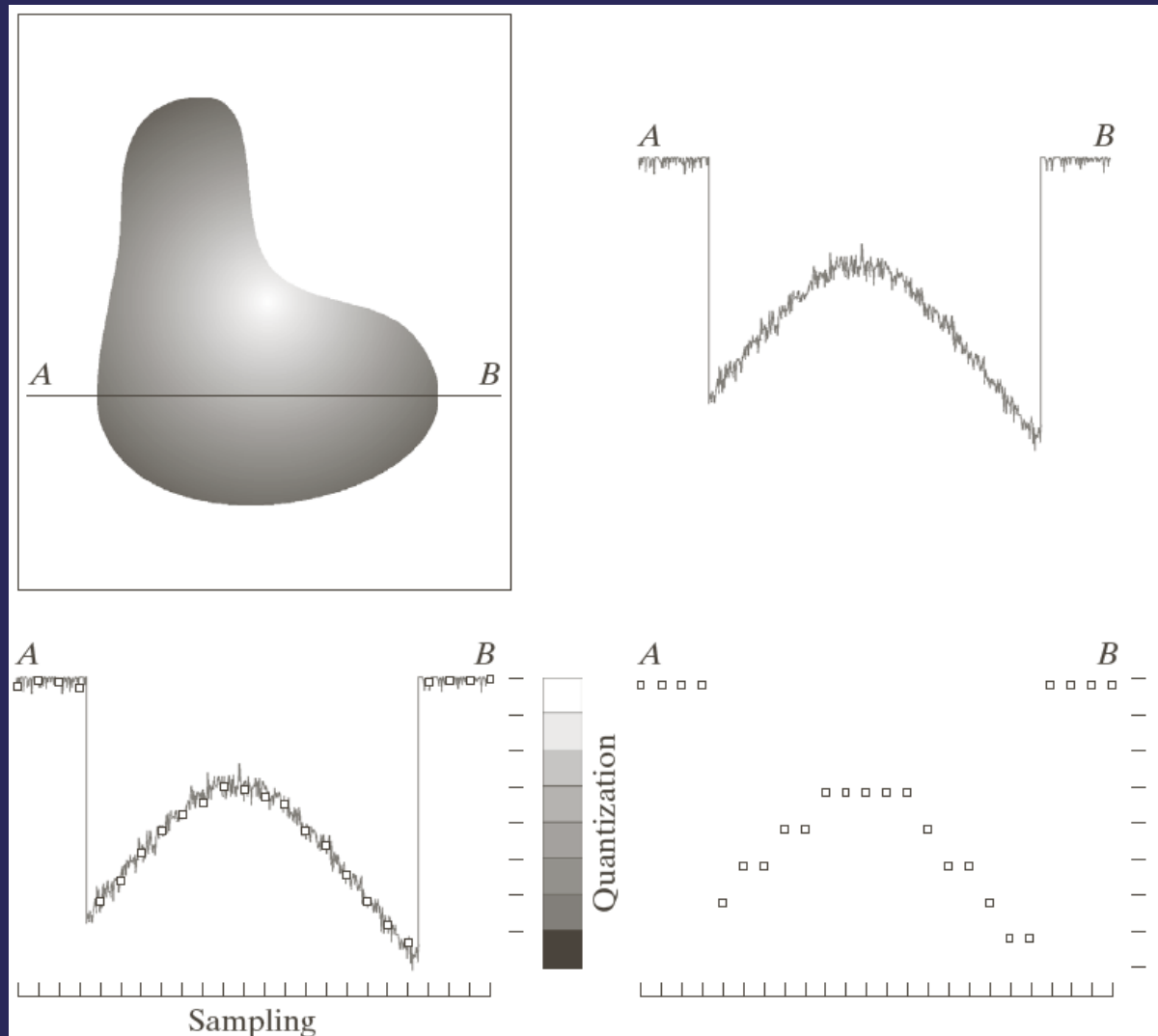
Έξοδος αισθητήρων: συνεχής τάση

Ψηφιακή εικόνα: μετατροπή συνεχών δεδομένων σε ψηφιακή μορφή

Δειγματοληψία (sampling): δειγματοληψία στις συντεταγμένες (x, y)

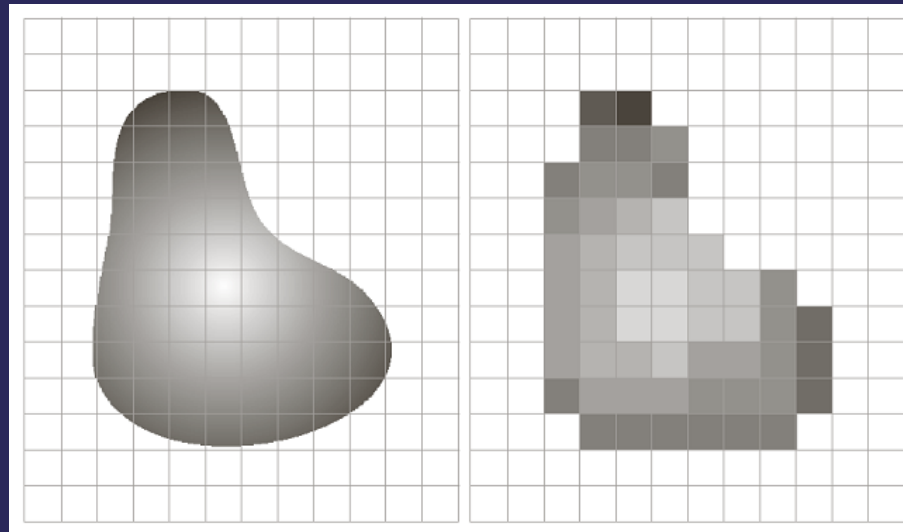
Κβαντισμός (quantization): δειγματοληψία στο πλάτος (f)

Δειγματοληψία και κβαντισμός



Δειγματοληψία και κβαντισμός

Δειγματοληψία: στην πράξη καθορίζεται από τη διάταξη των αισθητήρων που χρησιμοποιούνται για τη λήψη της εικόνας.



Ποιότητα εικόνας: καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τον αριθμό των δειγμάτων και τα διακριτά επίπεδα έντασης που χρησιμοποιούνται στη δειγματοληψία και τον κβαντισμό, αντίστοιχα

Αναπαράσταση ψηφιακών εικόνων

$f(x,y)$: 2D array με M γραμμές και N στήλες

(x,y) : διακριτές συντεταγμένες

$x = 0, 1, 2, \dots, M-1, \quad y = 0, 1, 2, \dots, N-1$

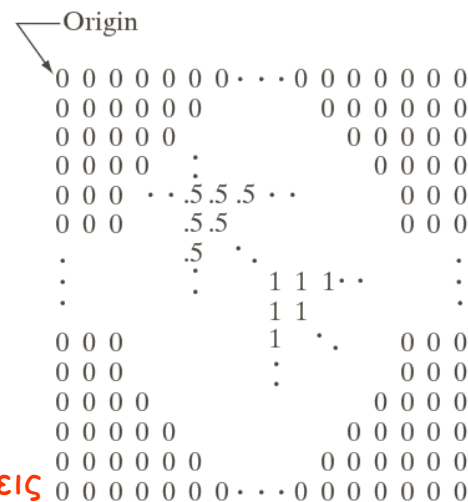
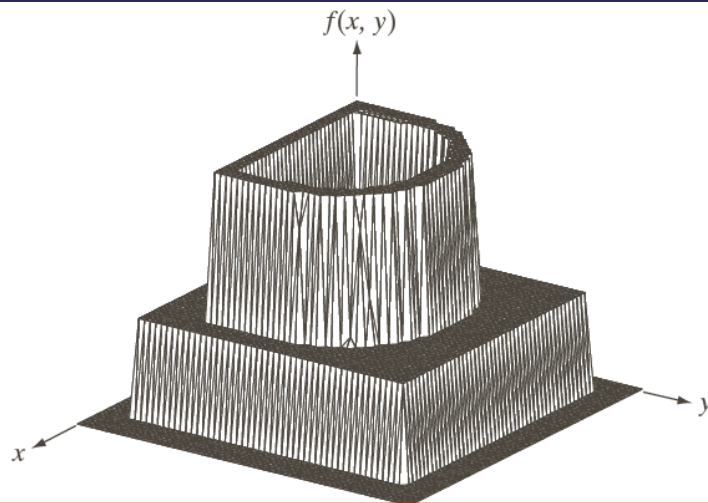
$f(0,0)$: αρχή της εικόνας

$f(0,1)$: το επόμενο στοιχείο στην 1η γραμμή

Χωρικό πεδίο: το πραγματικό επίπεδο που καταλαμβάνουν οι συντεταγμένες μιας εικόνας

x, y : χωρικές συντεταγμένες

Αναπαράσταση ψηφιακών εικόνων



Χρησιμότερες αναπαραστάσεις

Αριθμητική αναπαράσταση

$M \times N$ αριθμητικό array: $f(x,y)$

Αναπαράσταση με πίνακα (matrix notation): $A (M \times N)$
 $a_{i,j} = f(x=i,y=j) = f(i,j)$

Αναπαράσταση με διάνυσμα (vector notation): $v (MN \times 1)$
τα πρώτα M στοιχεία του διανύσματος v είναι ίδια με την πρώτη στήλη του πίνακα A

Δυναμικό εύρος τιμών

M, N: δεν υπάρχει περιορισμός, αρκεί να είναι θετικοί ακέραιοι

L (διακριτά επίπεδα έντασης): λόγω hardware (για κβαντισμό και αποθήκευση) είναι συνήθως δύναμη του 2

$$L=2^k$$

Τιμές έντασης στο διάστημα $[0, L-1]$

Δυναμικό εύρος: καθορίζει το χαμηλότερο και το υψηλότερο επίπεδο έντασης που μπορεί να αναπαραστήσει ένα σύστημα απεικόνισης και άρα που μπορεί να έχει μια εικόνα

Αντίθεση (contrast): η διαφορά ανάμεσα στο χαμηλότερο και στο υψηλότερο επίπεδο έντασης σε μια εικόνα

Δυναμικό εύρος τιμών



Σκοτεινή Εικόνα (18, 171)



Φωτεινή Εικόνα (102, 255)



Τελική Εικόνα (0, 255)

Αποθήκευση ψηφιακής εικόνας

$b = M \times N \times k$: τα bits που απαιτούνται για την αποθήκευση μιας ψηφιακής εικόνας

8-bit εικόνα: εικόνα με 256 (2^8) τιμές έντασης ($L=256$, $k=8$)

8-bit εικόνα (32×32): 8192 bits για αποθήκευση

8-bit εικόνα (256×256): 524288 bits για αποθήκευση

8-bit εικόνα (1024×1024): 8388608 bits για αποθήκευση

Ανάλυση εικόνας



Χωρική ανάλυση (spatial resolution): ένα μέτρο της μικρότερης διακριτής λεπτομέρειας σε μια εικόνα

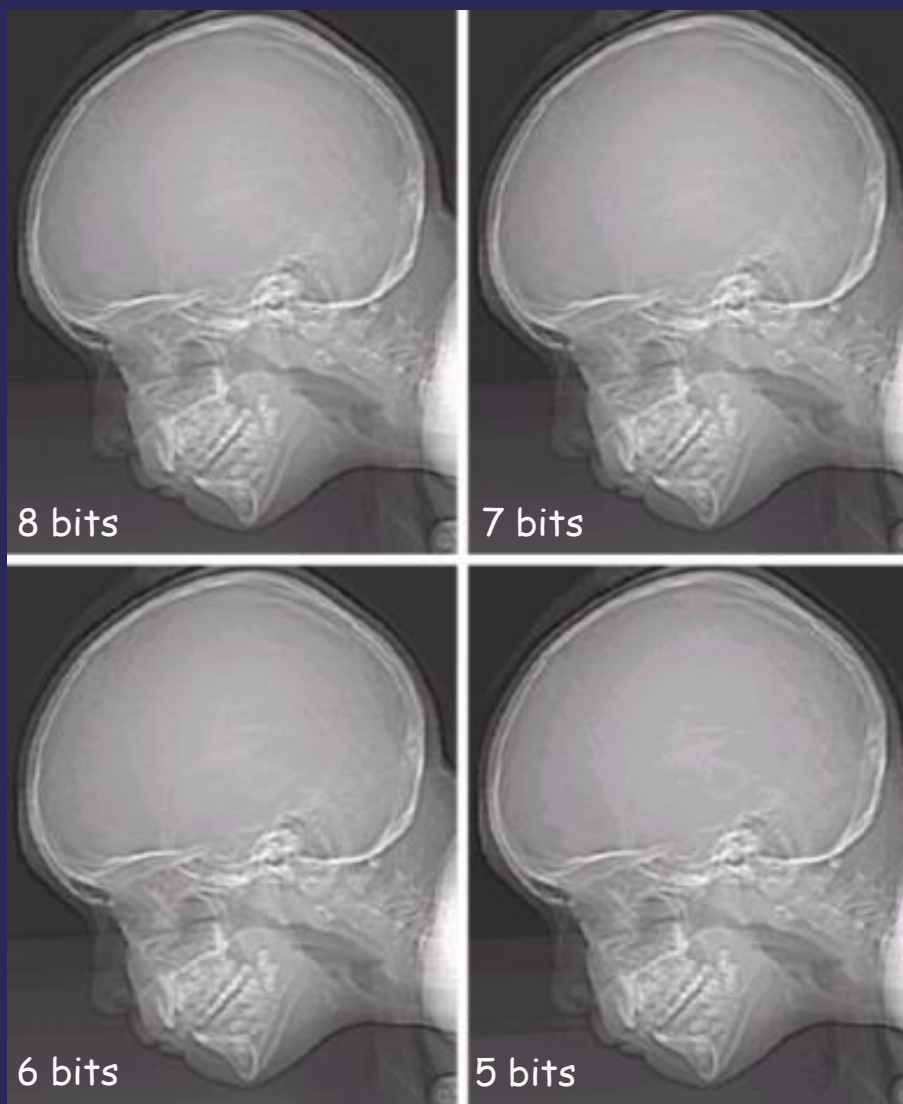
dpi (dots per inch)

Αρχική εικόνα: 3692 x 2812

72 dpi: 213 x 162

<- zoom στο αρχικό μέγεθος

Ανάλυση εικόνας

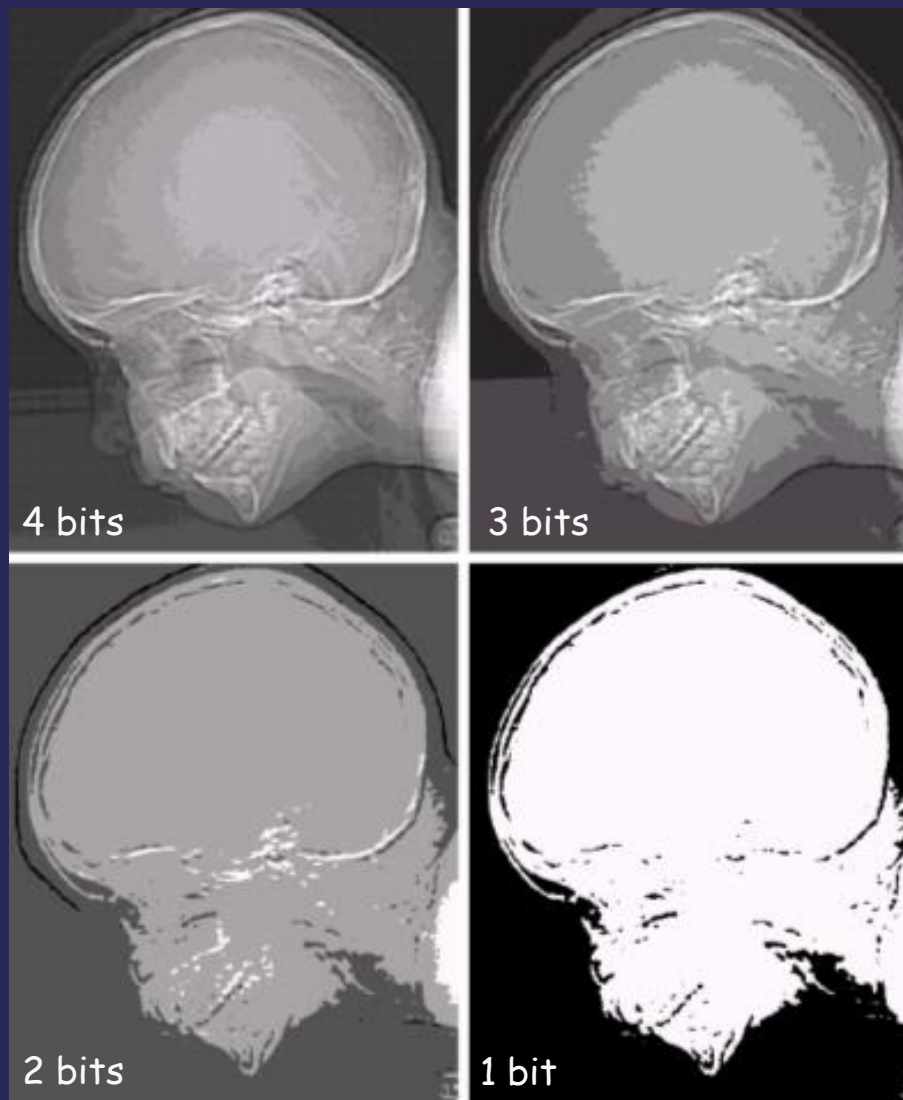


Ανάλυση στην ένταση
(intensity resolution):
η μικρότερη διακριτή
αλλαγή στα επίπεδα
της έντασης

αριθμός bits που
χρησιμοποιούνται για
τον κβαντισμό της
έντασης

Βάθος χρώματος

Ανάλυση εικόνας



Ανάλυση στην ένταση
(intensity resolution):
η μικρότερη διακριτή
αλλαγή στα επίπεδα
της έντασης

αριθμός bits που
χρησιμοποιούνται για
τον κβαντισμό της
έντασης

Βάθος χρώματος

Παρεμβολή (interpolation)

Η διαδικασία με την οποία από γνωστά δεδομένα εκτιμούμε τιμές σε άγνωστες θέσεις

Μεγέθυνση, περιστροφή κ.τ.λ. - μέθοδοι επαναδειγματοληψίας

Nearest neighbor interpolation: η τιμή του κοντινότερου pixel στην αρχική εικόνα -> υποβάθμιση σε ευθείες γραμμές

Bilinear interpolation: η τιμή εκτιμάται με βάση τις τιμές των 4 κοντινότερων γειτόνων -> μέτρια αύξηση πολυπλοκότητας

$$u(x,y) = ax + by + cxy + d$$

Bicubic interpolation: η τιμή εκτιμάται με βάση τις τιμές των 16 κοντινότερων γειτόνων -> χρησιμοποιείται σε *Photoshop*, *Corel*

$$u(x,y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$$

Παρεμβολή (interpolation)

72 dpi

Nearest neighbor



Bilinear



Bicubic



150 dpi

Nearest neighbor



Bilinear



Bicubic



Σχέσεις μεταξύ pixels

Γειτονιές

$N_4(p)$: οριζόντιοι και κάθετοι γείτονες του pixel p με συντεταγμένες (x,y)

$$(x+1,y), (x-1,y), (x,y+1), (x,y-1)$$

$N_D(p)$: 4 διαγώνιοι γείτονες του p

$$(x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y+1), (x-1,y-1)$$

$N_8(p)$: $N_4(p)$ και $N_D(p)$

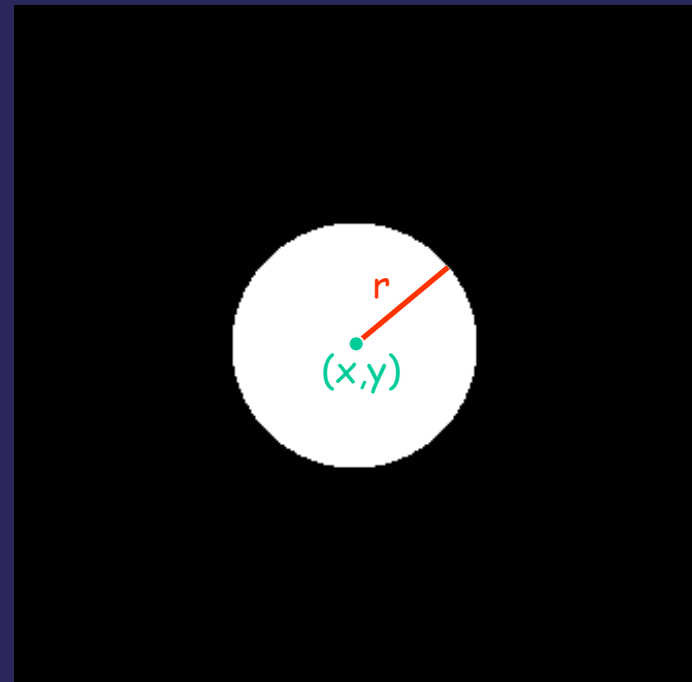
Σχέσεις μεταξύ pixels

Μετρικές απόστασης

Ευκλείδεια απόσταση: p, q pixels με συντεταγμένες (x, y) και (s, t)

$$D_e(p, q) = [(x-s)^2 + (y-t)^2]^{1/2}$$

Τα pixels που έχουν απόσταση, $D_e(p, q)$, μικρότερη ή ίση του r από το pixel στη θέση (x, y) περιέχονται σε ένα κύκλο με κέντρο το (x, y) και ακτίνα r .



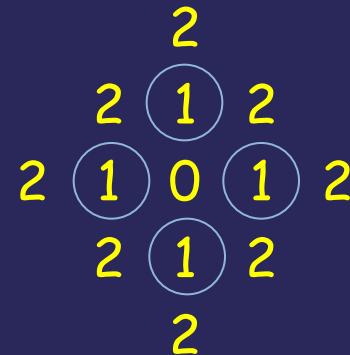
Σχέσεις μεταξύ pixels

Μετρικές απόστασης

D_4 : p, q pixels με συντεταγμένες (x, y) και (s, t)

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$

Τα pixels που έχουν απόσταση, $D_4(p, q)$, μικρότερη ή ίση του r από το pixel στη θέση (x, y) περιέχονται σε ένα ρόμβο με κέντρο το (x, y) .



$$D_4=1 \rightarrow N_4(p)$$

Σχέσεις μεταξύ pixels

Μετρικές απόστασης

D_8 : p, q pixels με συντεταγμένες (x, y) και (s, t)

$$D_8(p, q) = \max(|x-s|, |y-t|)$$

Τα pixels που έχουν απόσταση, $D_8(p, q)$, μικρότερη ή ίση του r από το pixel στη θέση (x, y) περιέχονται σε ένα τετράγωνο με κέντρο το (x, y) .

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

$$D_8=1 \rightarrow N_8(p)$$

Μαθηματικές πράξεις

Πράξεις πινάκων σημείο προς σημείο

Γραμμικές / Μη γραμμικές πράξεις: ένας τελεστής H που παράγει μια εικόνα εξόδου $g(x,y)$ αν εφαρμοστεί σε μια εικόνα εισόδου $f(x,y)$

$$H[f(x,y)] = g(x,y)$$

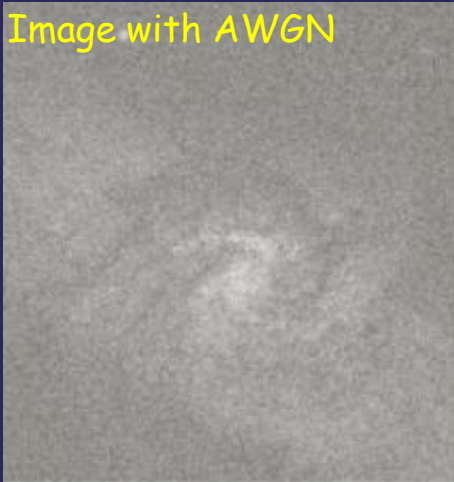
Λέγεται γραμμικός αν

$$\begin{aligned} H[a_i f_i(x,y) + a_j f_j(x,y)] &= a_i H[f_i(x,y)] + a_j H[f_j(x,y)] \\ &= a_i g_i(x,y) + a_j g_j(x,y) \end{aligned}$$

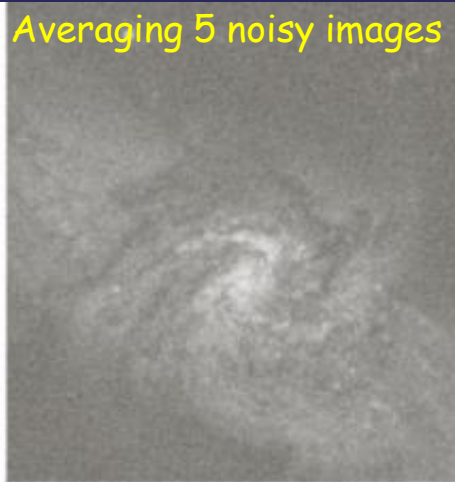
Μαθηματικές πράξεις

Αριθμητικές πράξεις: πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση (σημείο προς σημείο, για εικόνες ίδιων διαστάσεων)

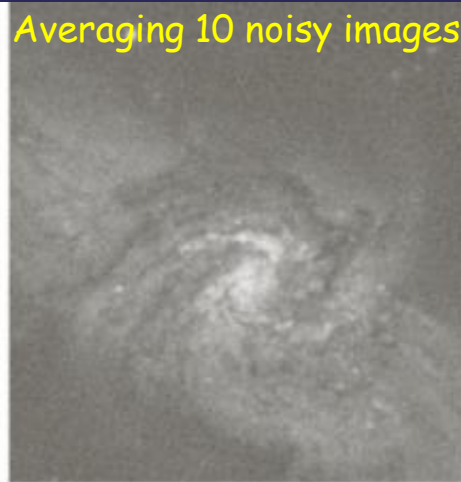
Image with AWGN



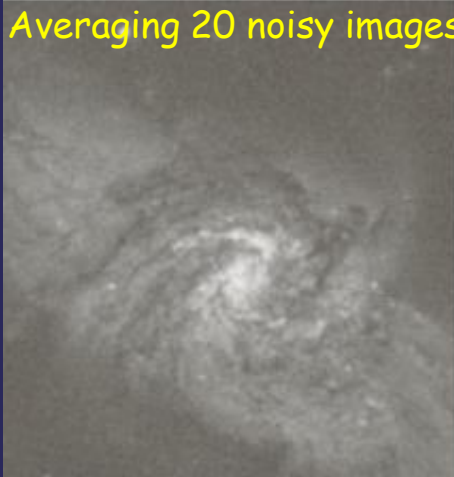
Averaging 5 noisy images



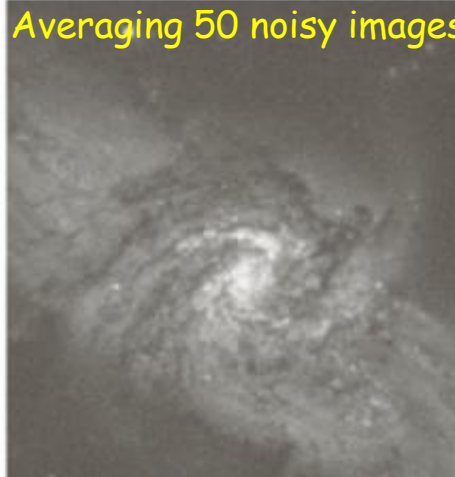
Averaging 10 noisy images



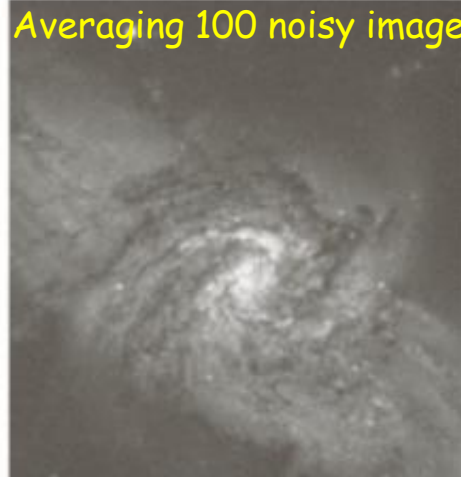
Averaging 20 noisy images



Averaging 50 noisy images

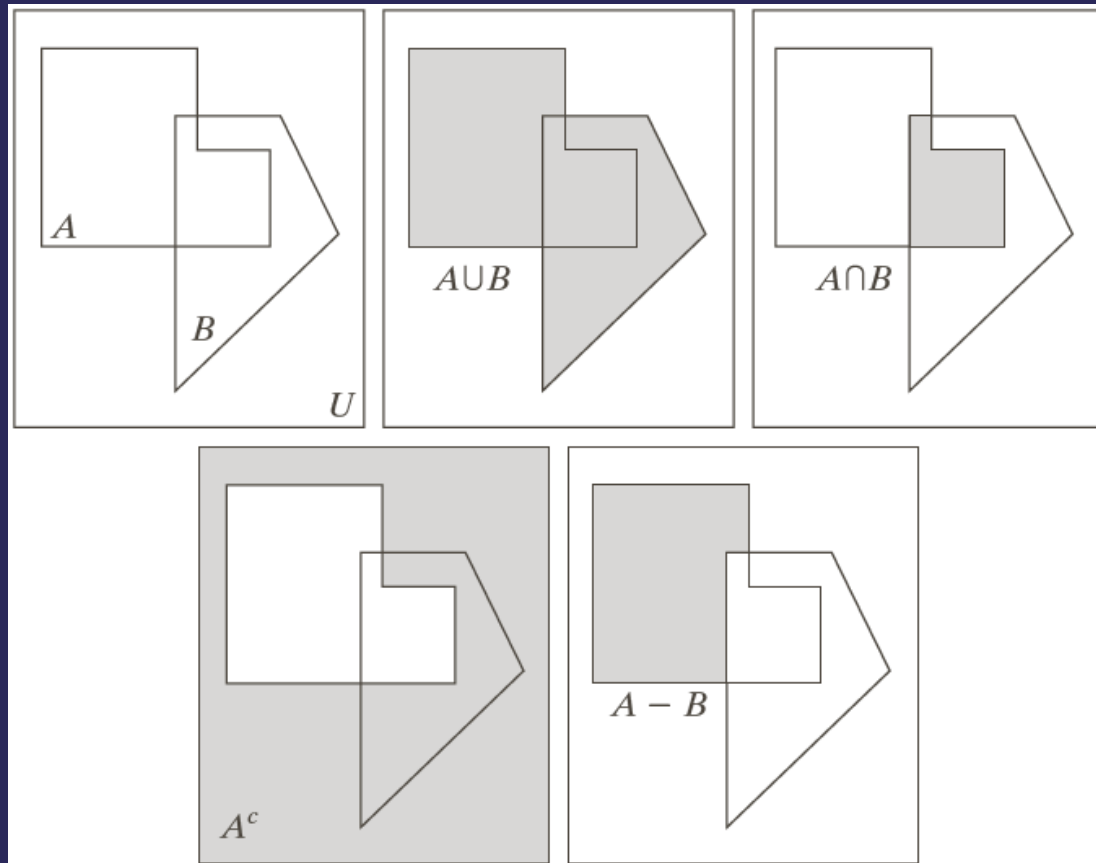


Averaging 100 noisy images



Μαθηματικές πράξεις

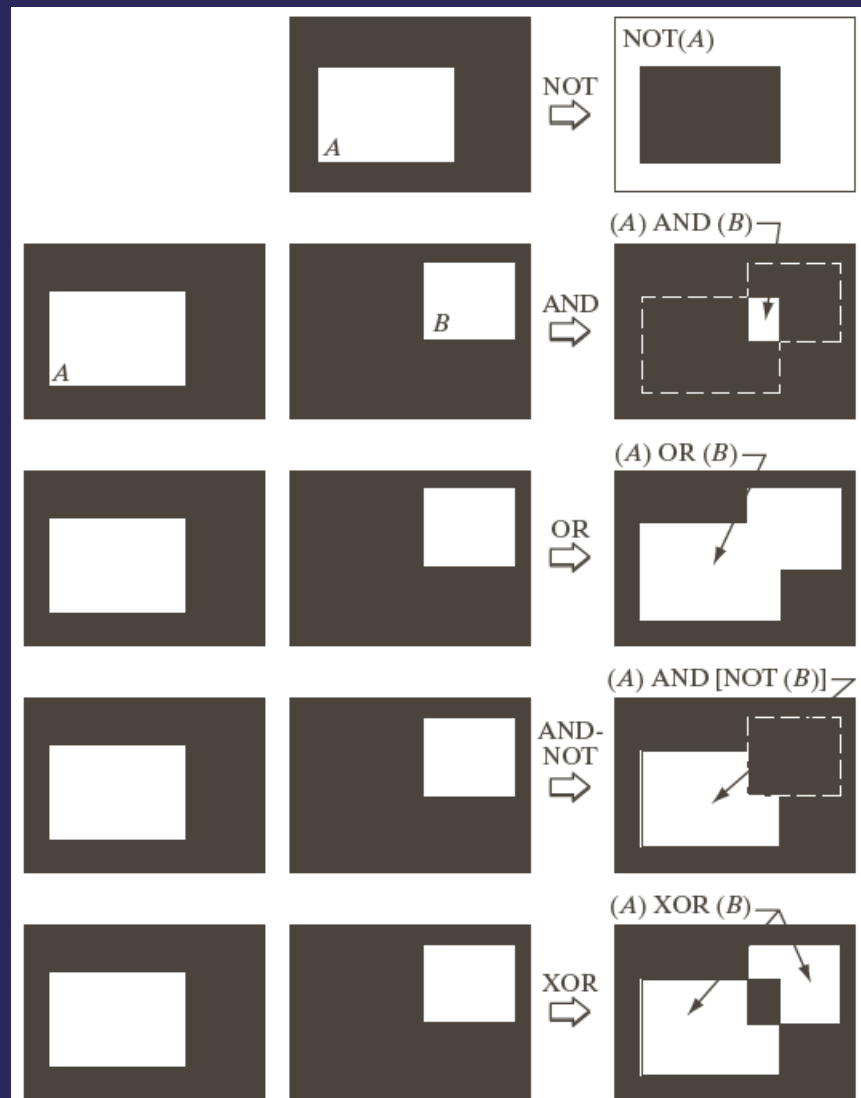
Πράξεις συνόλων (η ένταση των pixels που ανήκουν σε ένα σύνολο είναι η ίδια για όλα τα pixels \rightarrow συνήθως binary εικόνες)



Μαθηματικές πράξεις

Λογικές πράξεις

Binary εικόνες



Πράξεις στο χωρικό πεδίο

Πράξεις που γίνονται απευθείας στα pixels της εικόνας

Single-pixel operations: αλλαγή της τιμής της έντασης των pixels μιας εικόνας

$$s = T(z)$$

z : ένταση ενός pixel της αρχικής εικόνας

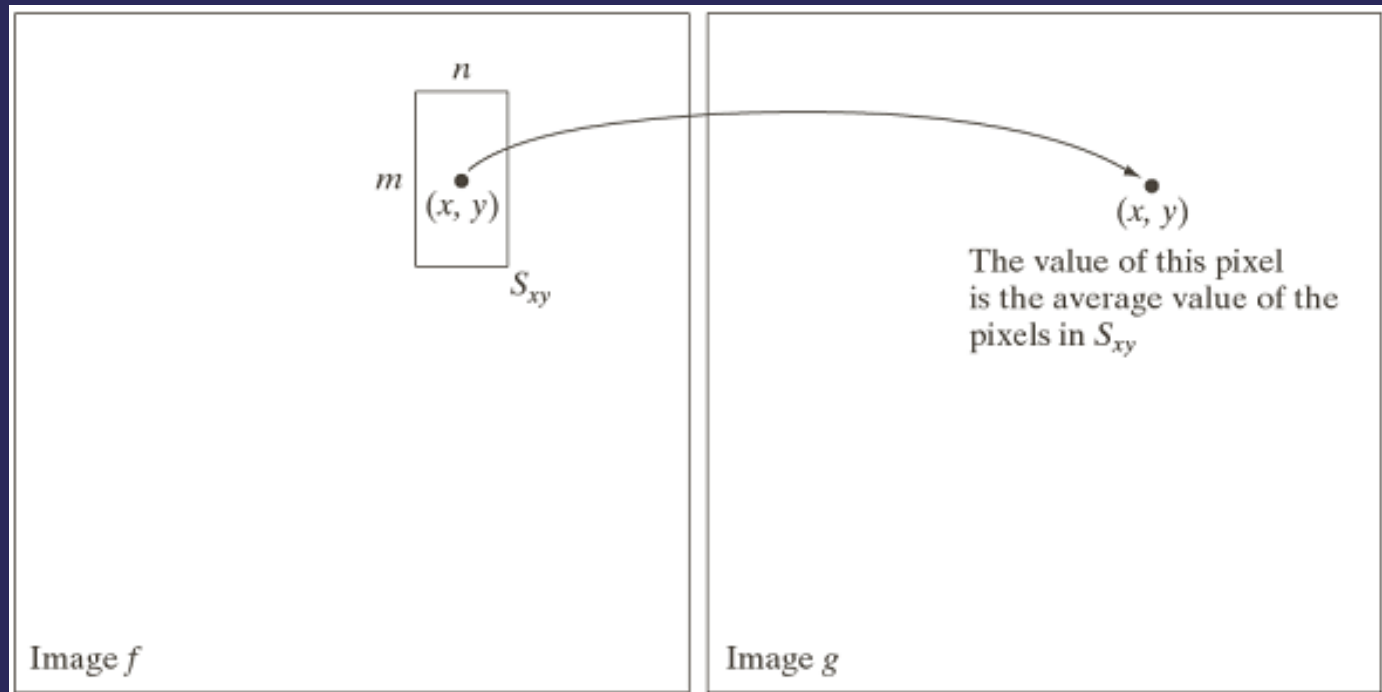
T : μετασχηματισμός

s : η ένταση του αντίστοιχου pixel στη μετασχηματισμένη εικόνα

Πράξεις στο χωρικό πεδίο

Πράξεις που γίνονται απευθείας στα pixels της εικόνας

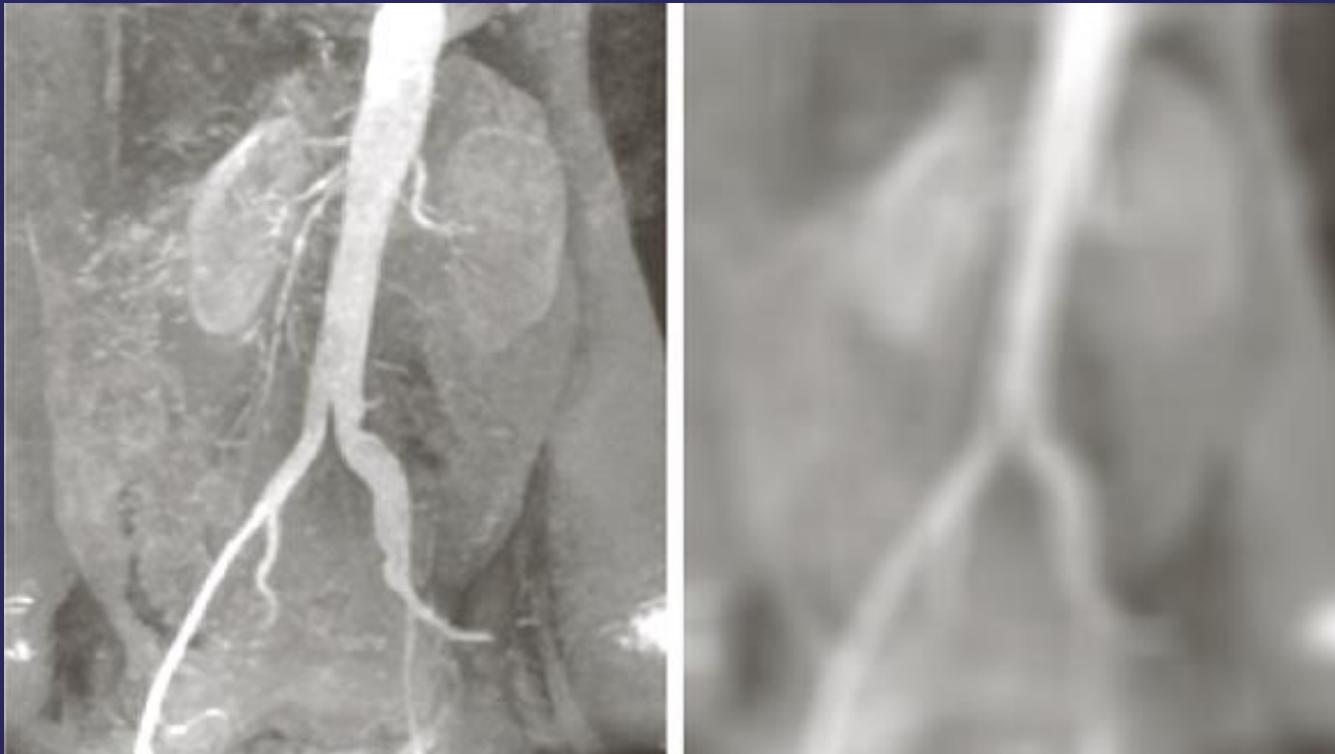
Neighborhood operations: η τιμή του pixel καθορίζεται από μια συγκεκριμένη πράξη η οποία εμπλέκει τιμές των pixels που βρίσκονται στη γειτονιά του



Πράξεις στο χωρικό πεδίο

Neighborhood operations (τοπικός μέσος όρος σε γειτονιά 41 x 41)

$$g(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r,c) \in S_{xy}} f(r,c)$$



Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο χωρικό πεδίο

Τροποποιούν τη σχέση των pixels μιας εικόνας στο χωρικό πεδίο

Αποτελούνται από δύο βασικά βήματα

- Χωρικός μετασχηματισμός των συντεταγμένων
- Παρεμβολή (αποδίδει τιμές στα χωρικά μετασχηματισμένα pixels)

Ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων εκφράζεται ως

$$(x,y) = T \{(u,w)\}$$

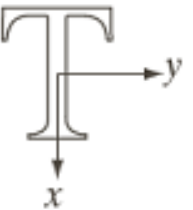


(u,w) : συντεταγμένες στην αρχική εικόνα

(x,y) : συντεταγμένες στη μετασχηματισμένη εικόνα




Μετασχηματισμός affine

$$[x \ y \ 1] = [u \ w \ 1] T = [u \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο χωρικό πεδίο

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	

Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο χωρικό πεδίο

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

Αντιστοίχιση εικόνων

Δεδομένα: Αρχική και τελική εικόνα

Ζητούμενο: ο μετασχηματισμός

Πρόσληψη εικόνων

Από διαφορετικά σημεία

Από το ίδιο σημείο, σε διαφορετικές χρονικές στιγμές

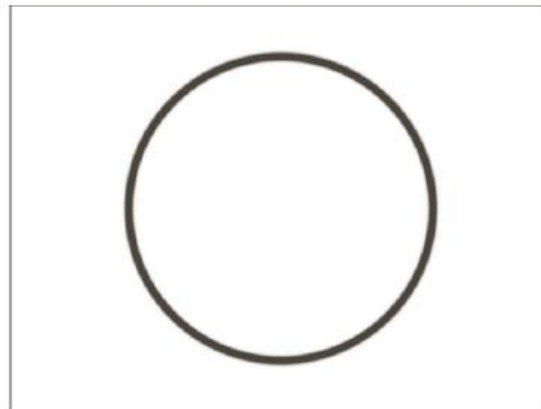
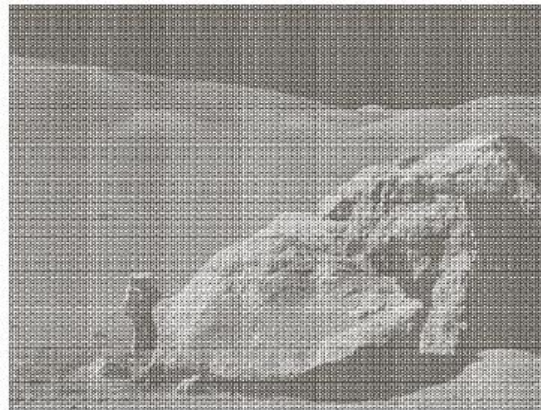
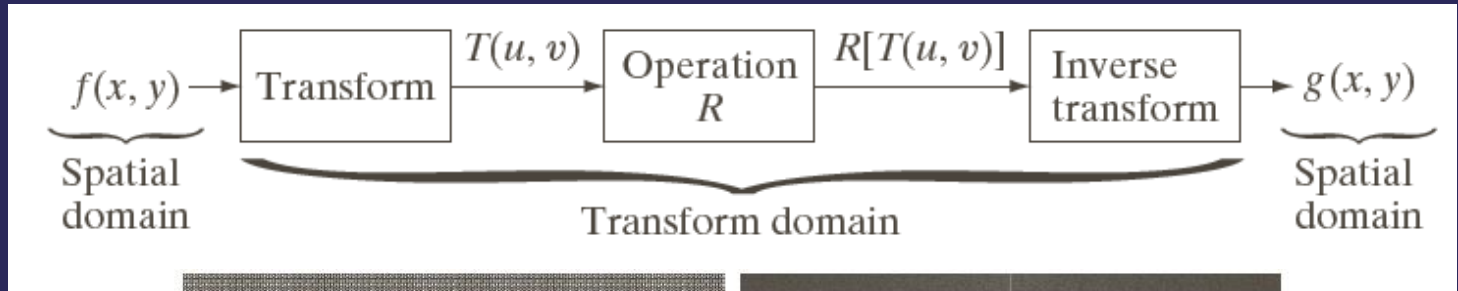
- Τεχνικές στο χωρικό πεδίο (intensity/feature based)
- Τεχνικές σε transform domain

Εφαρμογές:

Παρακολούθηση κίνησης

Εξέλιξη φαινομένου στο χρόνο

Μετασχηματισμοί εικόνων

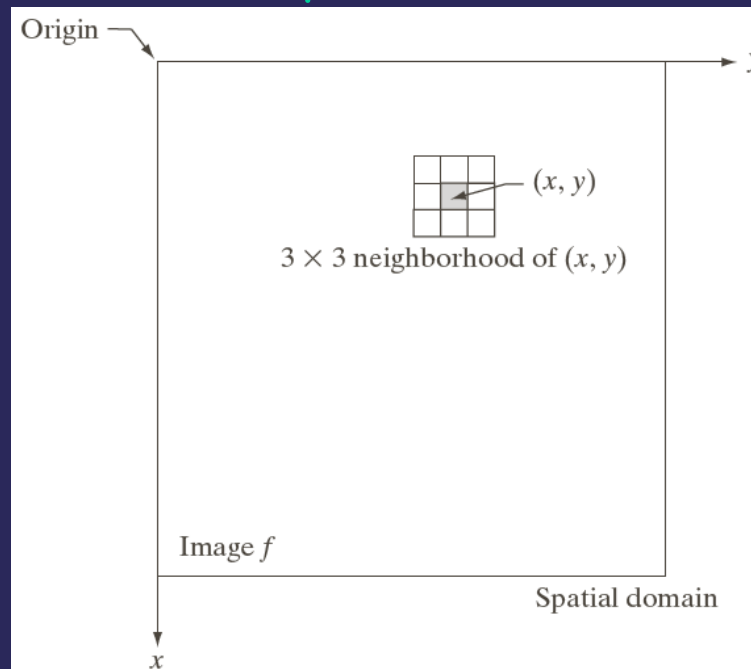


Χωρικές επεξεργασίες

Μετασχηματισμοί στην ένταση της εικόνας: δρουν στα pixels της εικόνας, με σκοπό την βελτίωση της αντίθεσης, την κατωφλίωση της εικόνας, κ.τ.λ.

$$g(x,y) = T [f(x,y)]$$

Φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο (spatial filtering): εφαρμογή του τελεστή T στη γειτονιά των pixels



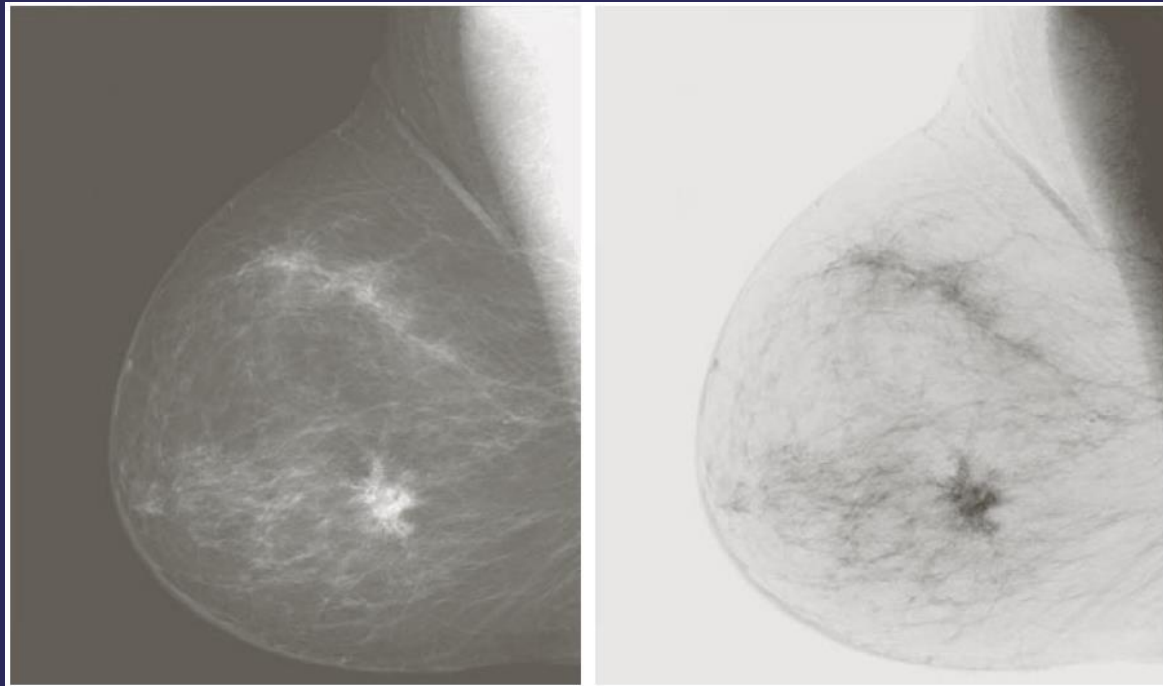
Αρνητικά εικόνων

Το αρνητικό μιας εικόνας με τιμές έντασης στο διάστημα $[0, L-1]$ δίνεται από την έκφραση

$$s = L - 1 - r$$

r, s : η ένταση της αρχικής και της τελικής εικόνας

Τονισμός λευκών ή γκρι λεπτομερειών που βρίσκονται σε σκούρες περιοχές της εικόνας.



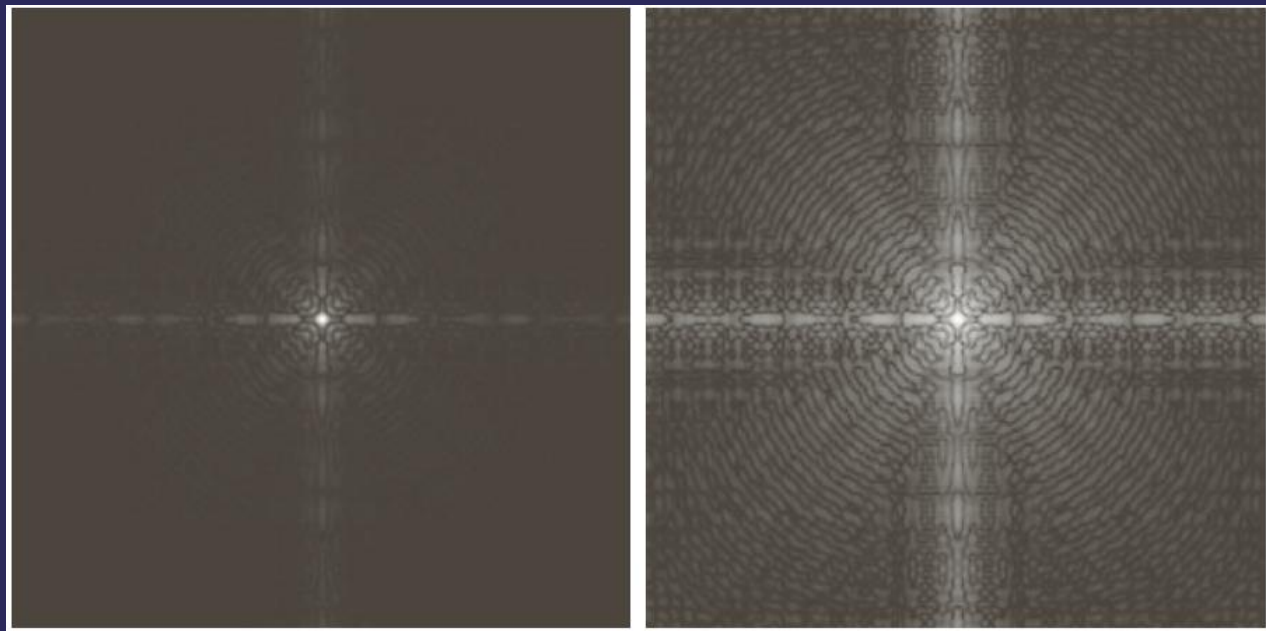
Λογαριθμική απεικόνιση

Γενικός τύπος λογαριθμικού μετασχηματισμού:

$$s = c \log (1 + r)$$

c : σταθερά και $r \geq 0$

Συμπιέζει το δυναμικό εύρος τιμών έντασης με μεγάλη διακύμανση.



0 - 1.5×10^6

0 - 6.2 ($c=1$)

Γραμμικός μετασχηματισμός



(18, 171)



(102, 255)



(0, 255)

$[i_{\min}, i_{\max}]$: αρχικό εύρος τιμών της εικόνας

$[d_{\min}, d_{\max}]$: επιθυμητό εύρος τιμών της εικόνας, προκύπτει από το $[i_{\min}, i_{\max}]$ με τον κατάλληλο γραμμικό μετασχηματισμό

$$w_1 * i_{\min} + w_2 = d_{\min}$$

$$w_1 * i_{\max} + w_2 = d_{\max}$$

Ιστογράμμα

Περιγράφει τον αριθμό (ή το ποσοστό) των pixels της εικόνας που αντιστοιχούν σε κάποια φωτεινότητα

$$p(r_k) = n_k/n, k = 0, 1, \dots, L - 1$$

r_k : η k-οστή τιμή της έντασης

n_k : ο αριθμός των pixels με ένταση r_k

n : ο συνολικός αριθμός των pixels της εικόνας

Η πιθανότητα εμφάνισης ενός επιπέδου έντασης r_k σε μια εικόνα.

Το άθροισμα όλων των τιμών του ιστογράμματος είναι ίσο με 1.

Ιστόγραμμα

Παρέχει χρήσιμα στατιστικά χαρακτηριστικά της εικόνας

Χρήσιμο για:

- βελτίωση εικόνας (image enhancement)
- κατάτμηση εικόνας (image segmentation)

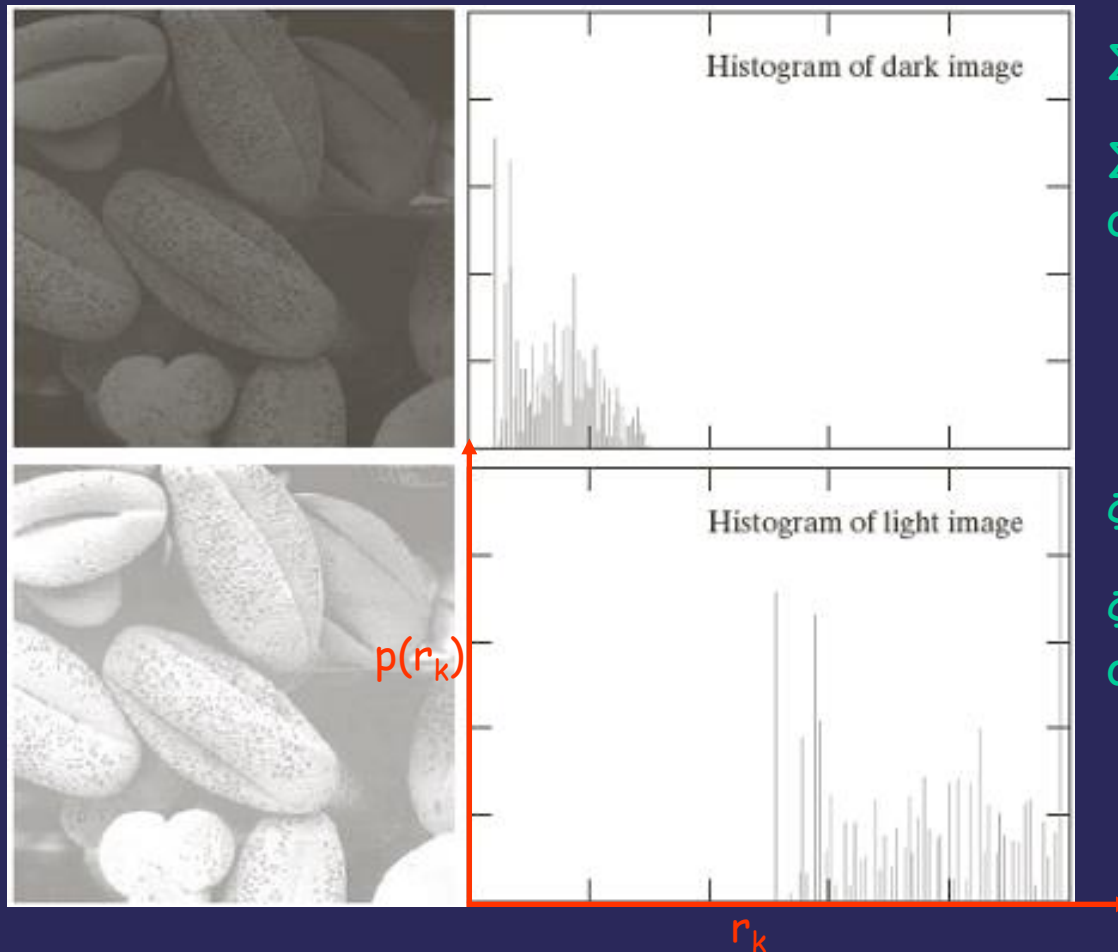
Εύκολη υλοποίηση σε software

Οικονομική υλοποίηση σε hardware



Real-time επεξεργασία εικόνας

Ιστόγραμμα



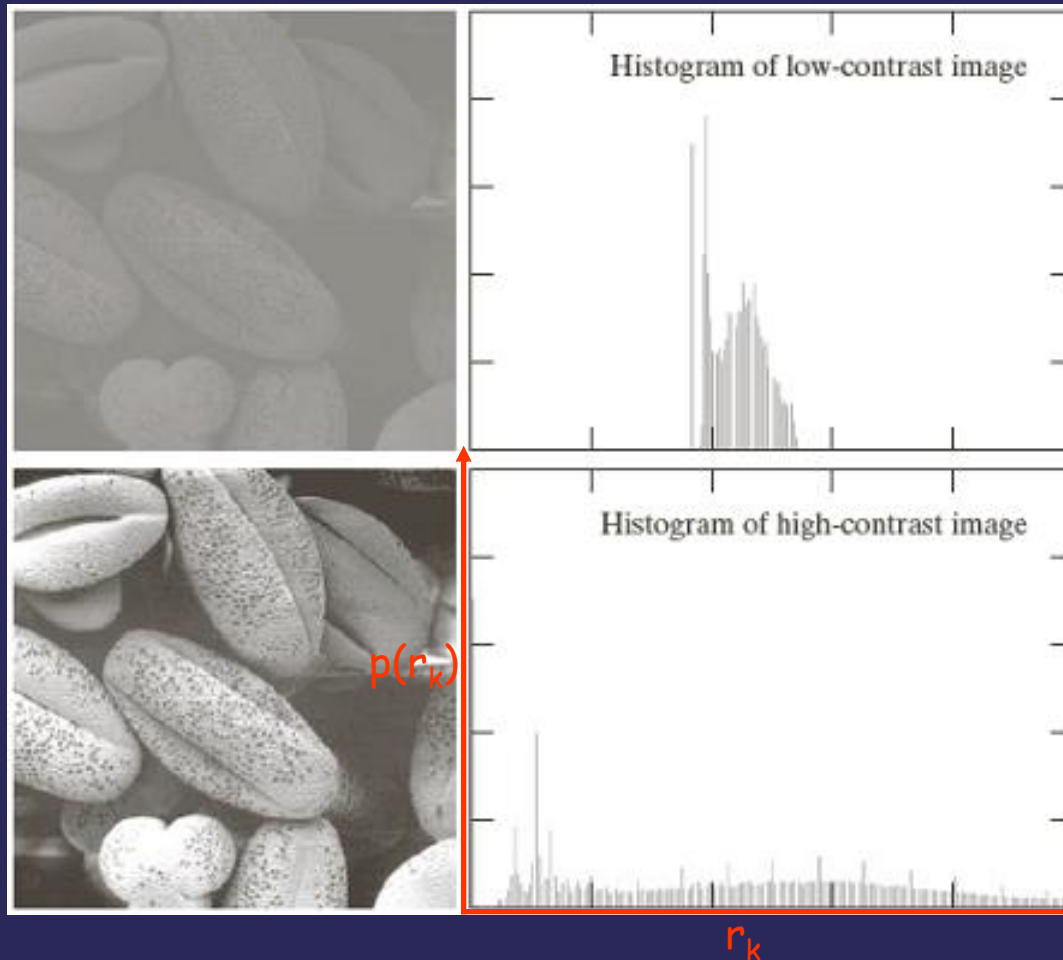
Σκοτεινή εικόνα

Σκοτεινή πλευρά (κοντά στο 0) τιμών έντασης

Φωτεινή εικόνα

Φωτεινή πλευρά (κοντά στο 255) τιμών έντασης

Ιστόγραμμα



Εικόνα με χαμηλή αντίθεση

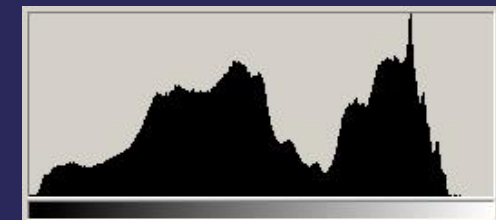
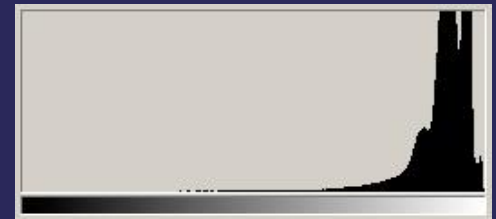
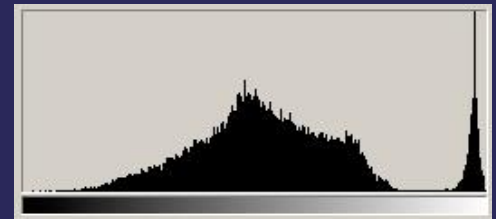
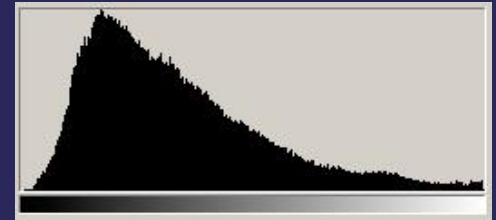
Στενό ιστόγραμμα (μικρό εύρος τιμών έντασης)

Εικόνα με υψηλή αντίθεση

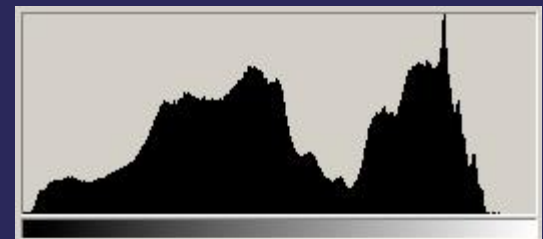
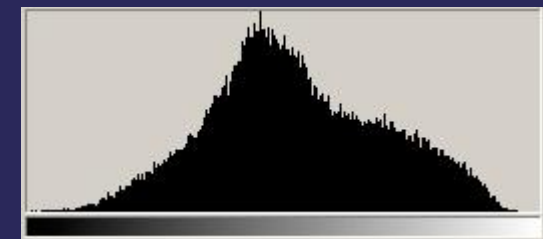
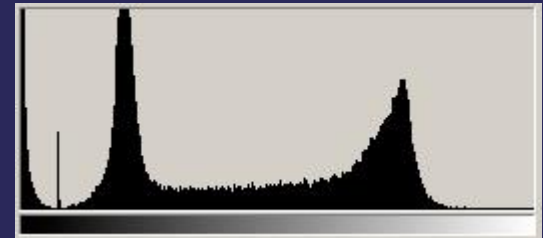
Ιστόγραμμα απλωμένο σε όλο το εύρος τιμών έντασης

Κατανομή: σχεδόν ομοιόμορφη

Ιστόγραμμα



Ιστόγραμμα



Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Μετασχηματισμός ο οποίος μπορεί να επιτύχει υψηλή αντίθεση σε μια εικόνα, με βάση το ιστόγραμμα της αρχικής εικόνας.

Έστω συνεχείς τιμές έντασης $r \in [0, L-1]$ και μετασχηματισμός

$$s = T(r), \quad 0 \leq r \leq L-1$$

(a) $T(r)$ αύξουσα στο διάστημα $0 \leq r \leq L-1$, για $r_1 < r_2$, $T(r_1) \leq T(r_2)$

(b) $0 \leq T(r) \leq L-1$ για $0 \leq r \leq L-1$

Σε περίπτωση που χρησιμοποιούμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό

$$r = T^{-1}(s) \text{ για } 0 \leq s \leq L-1$$

(α') $T(r)$ γνησίως αύξουσα στο διάστημα $0 \leq r \leq L-1$

για $r_1 < r_2$, $T(r_1) < T(r_2)$

Ισοστάθμιση ιστογράμματος

(a) για $r_1 < r_2$, $T(r_1) \leq T(r_2)$

Εξασφαλίζει ότι οι τιμές έντασης στην τελική εικόνα δεν θα είναι λιγότερες από τις αντίστοιχες τιμές στην αρχική εικόνα

(b) $0 \leq T(r) \leq L-1$ για $0 \leq r \leq L-1$

Εξασφαλίζει ότι το εύρος τιμών παραμένει το ίδιο.

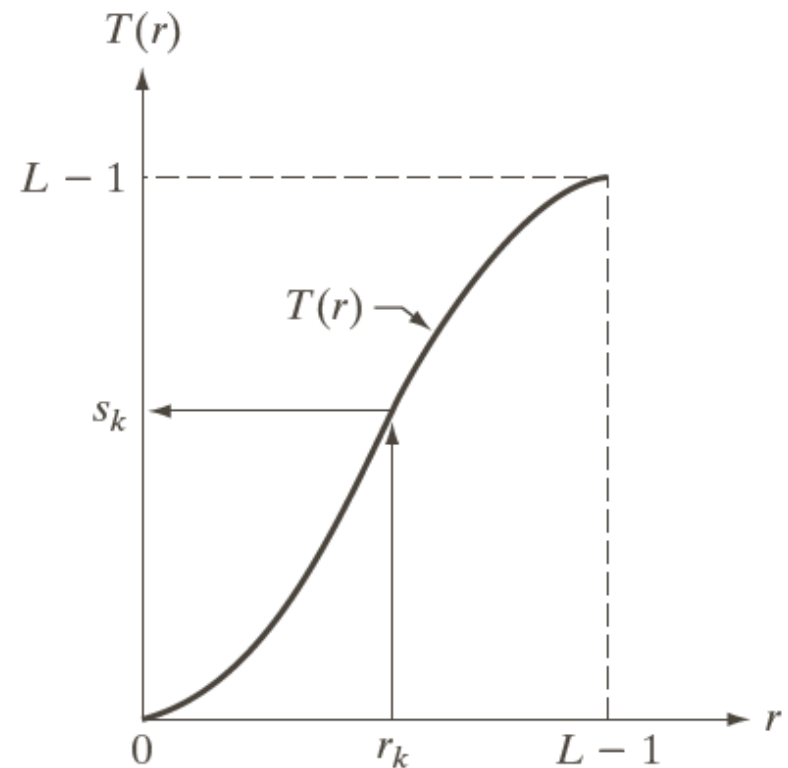
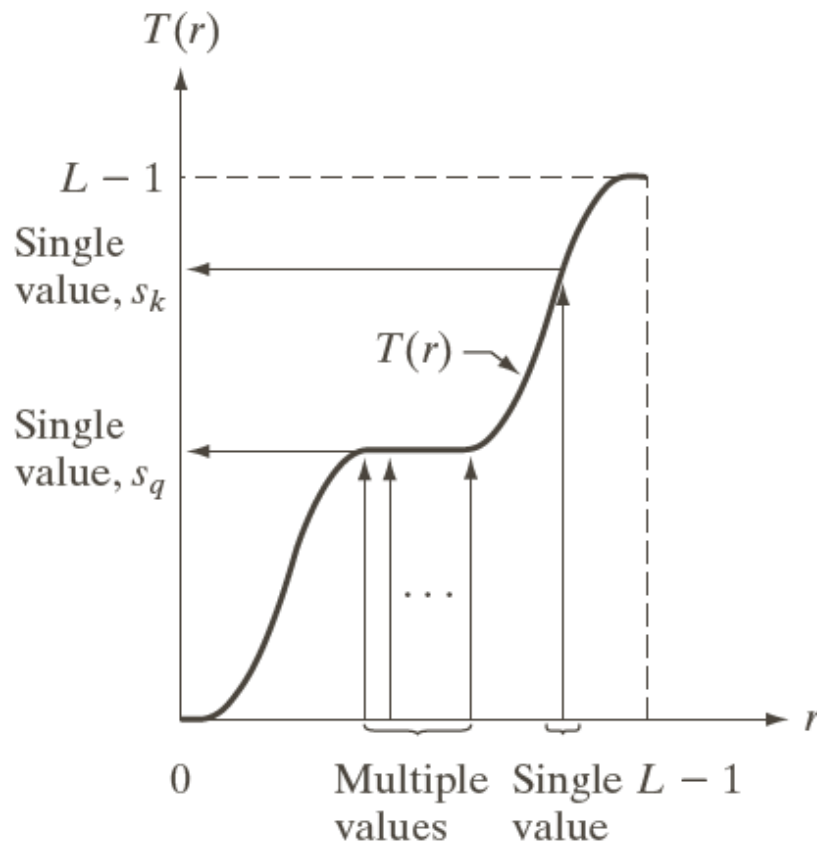
(a') για $r_1 < r_2$, $T(r_1) < T(r_2)$

Εξασφαλίζει ότι οι αντιστοιχίσεις από το s πίσω στο r είναι 1-1.

Στην πράξη: ακέραιες τιμές \rightarrow στρογγυλοποίηση του $T(r)$ στον κοντινότερο ακέραιο.

Αν ο T δεν είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση δεν υπάρχει μοναδική τιμή για τον αντίστροφο μετασχηματισμό.

Ισοστάθμιση ιστογράμματος



Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Επίπεδα έντασης: τυχαίες μεταβλητές στο $[0, L-1]$

Μια τυχαία μεταβλητή περιγράφεται από την PDF (Probability Density Function) της.

Έστω $p_r(r)$ και $p_s(s)$ οι PDFs των τ.μ. r και s .

Αν $p_r(r)$ και $T(r)$ γνωστές και $T(r)$ συνεχής και παραγωγίσιμη σε όλο το εύρος τιμών

$$p_s(s) = p_r(r) |dr/ds|$$

Άρα η PDF της s καθορίζεται από την PDF της r και τη συνάρτηση μετασχηματισμού T .

Το ζητούμενο είναι μια T : να ικανοποιεί τις συνθήκες (a) και (b) και να έχει σαν αποτέλεσμα μια s με ομοιόμορφη κατανομή.

Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Μια συνάρτηση μετασχηματισμού με αυτά τα χαρακτηριστικά:

$$s = T(r) = (L-1) \int_0^r p_r(w) dw$$

είναι η CDF (Cumulative Distribution Function) της τυχαίας μεταβλητής r .

PDF: πάντα θετική, Ολοκλήρωμα: περιοχή κάτω από συνάρτηση
Όσο το r αυξάνει, και το $T(r)$ θα αυξάνει, άρα ικανοποιείται η (α).

Όταν το πάνω όριο είναι $r = L-1$, το ολοκλήρωμα είναι ίσο με 1 και άρα η μέγιστη τιμή του s είναι $L-1$, άρα ικανοποιείται και η (β).

Για να βρούμε τη PDF της s , θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση:

$$p_s(s) = p_r(r) |dr/ds|$$

Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Προκύπτει:

$$p_s(s) = 1 / (L-1), \quad 0 \leq s \leq L-1$$

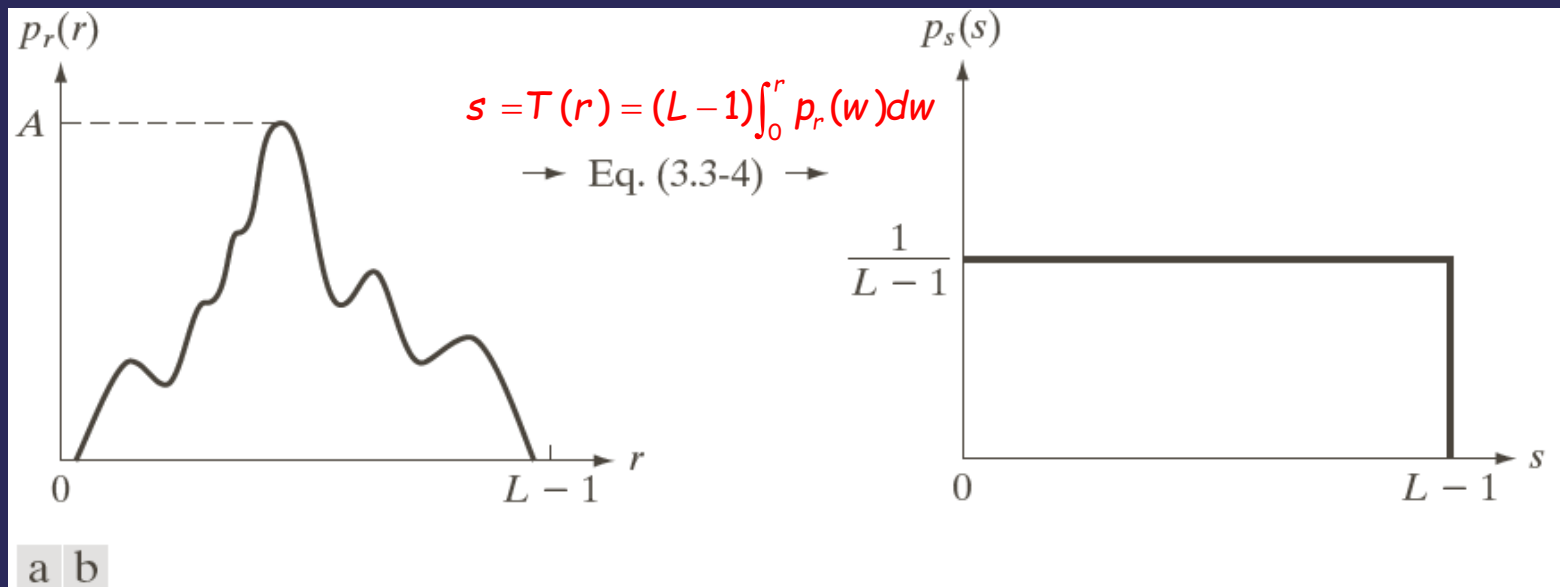


FIGURE 3.18 (a) An arbitrary PDF. (b) Result of applying the transformation in Eq. (3.3-4) to all intensity levels, r . The resulting intensities, s , have a uniform PDF, independently of the form of the PDF of the r 's.

Ισοστάθμιση ιστογράμματος

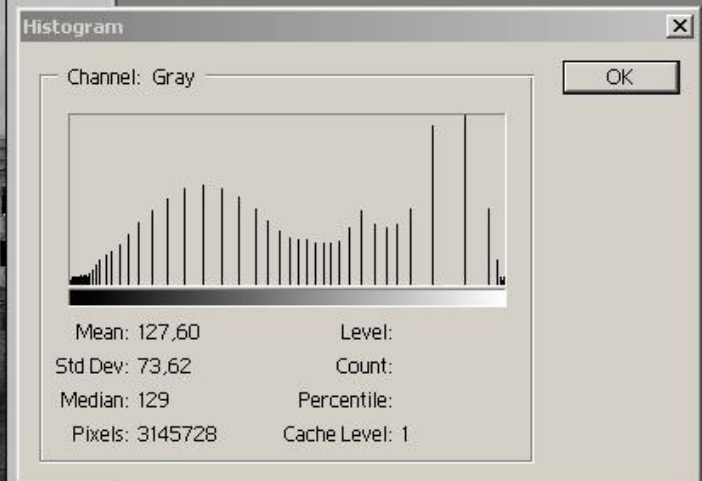
Για διακριτές τιμές έντασης έχουμε πιθανότητες αντί για PDFs και αθροίσματα αντί για ολοκληρώματα.

$$\begin{aligned} s_k = T(r_k) &= (L-1) \sum_{i=0}^k p_r(r_i) \\ &= (L-1) \sum_{i=0}^k n_i / n, \quad K = 0, 1, \dots, L-1 \end{aligned}$$

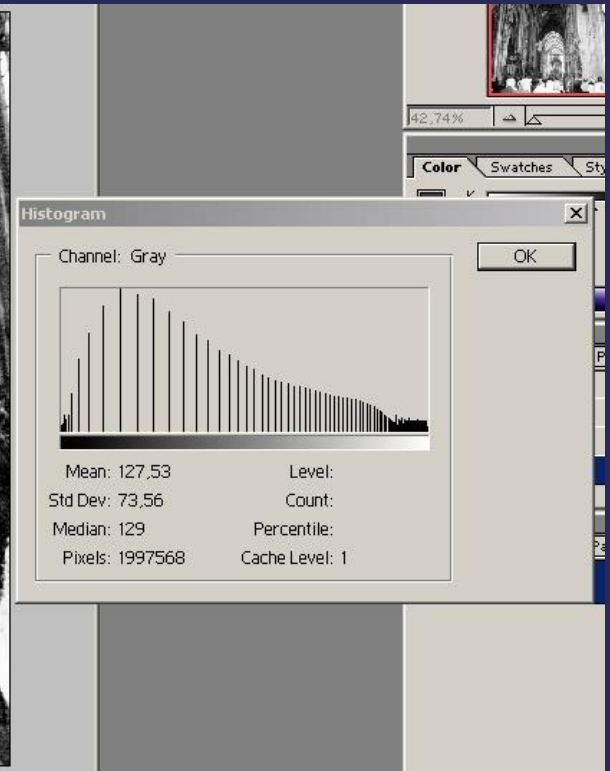
Αντίθετα με την περίπτωση των συνεχών τιμών έντασης, εδώ δεν μπορούμε να δείξουμε ότι η διακριτή ισοστάθμιση ιστογράμματος δίνει πάντα ένα ομοιόμορφο ιστόγραμμα.

Η γενική τάση είναι το άπλωμα του ιστογράμματος σε μεγαλύτερο εύρος τιμών και άρα η βελτίωση της αντίθεσης σε μια εικόνα.

Ισοστάθμιση ιστογράμματος



Ισοστάθμιση ιστογράμματος



Τοπική ισοστάθμιση ιστογράμματος

Βελτίωση σε μικρές περιοχές της εικόνας

Συναρτήσεις μετασχηματισμών βασισμένες στην κατανομή των τιμών της έντασης στη γειτονιά κάθε pixel.

Ορίζουμε μια γειτονιά και μετακινούμε το κέντρο της από pixel σε pixel.

Σε κάθε θέση, υπολογίζουμε το ιστόγραμμα των σημείων που ανήκουν στη γειτονιά και στη συνέχεια τη συνάρτηση μετασχηματισμού για την ισοστάθμιση του ιστογράμματος.

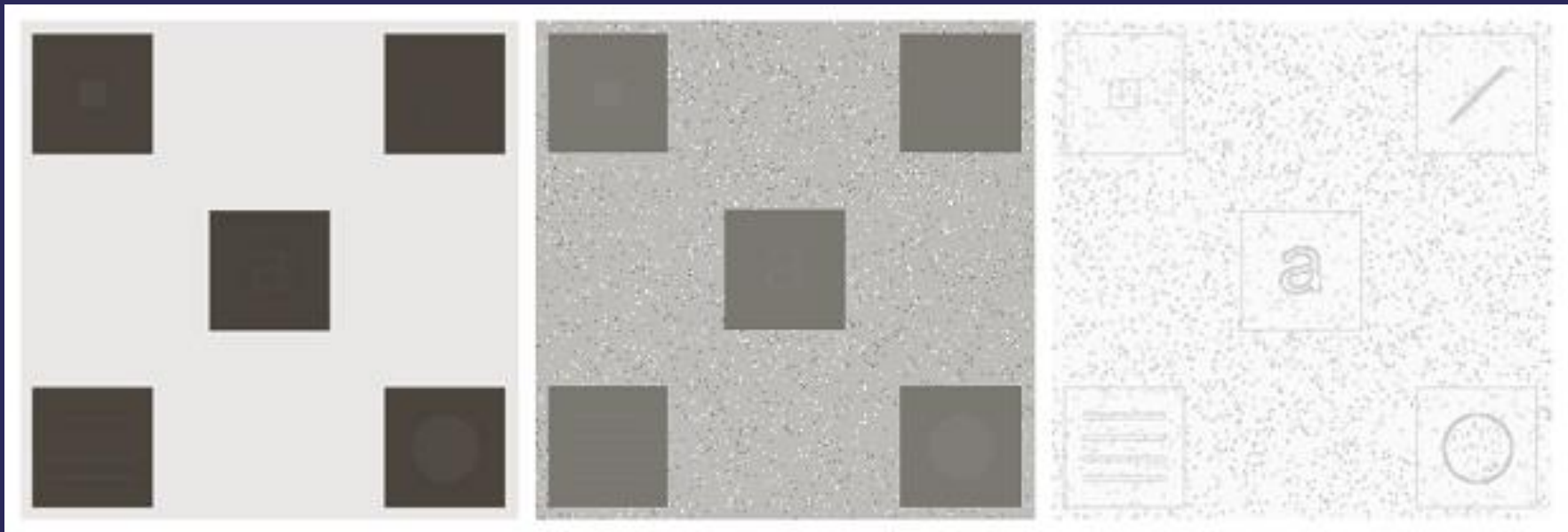
Αυτή η συνάρτηση χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της νέας τιμής του σημείου που βρίσκεται στο κέντρο της γειτονιάς.

Στη συνέχεια το κέντρο της γειτονιάς μετακινείται σε μια γειτονική θέση και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Τοπική ισοστάθμιση ιστογράμματος

Κατά τη μετακίνηση της γειτονιάς από pixel σε pixel, μόνο μία γραμμή ή μία στήλη της μεταβάλλεται.

Μπορούμε να ανανεώνουμε το ιστόγραμμα που έχουμε υπολογίσει στο προηγούμενο βήμα -> μείωση υπολογισμών



Φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Φίλτρο: δανειζόμαστε το όνομα από το πεδίο των συχνοτήτων

Φιλτράρισμα: αποδοχή (πέρασμα) ή απόρριψη συγκεκριμένων συχνοτήτων

Χαμηλοπερατό φίλτρο (lowpass filter): φίλτρο που αφήνει να περνούν οι χαμηλές συχνότητες (και άρα κόβει τις υψηλές συχνότητες) -> θολές εικόνες

Υψιπερατό φίλτρο (highpass filter): αντίστροφη λειτουργία

Αντίστοιχα αποτελέσματα μπορούμε να έχουμε και με χωρικά φίλτρα.

Υπάρχει ένα προς ένα αντιστοιχία ανάμεσα στα γραμμικά χωρικά φίλτρα και στα φίλτρα στο πεδίο των συχνοτήτων.

Τα χωρικά φίλτρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για μη γραμμικό φιλτράρισμα.

Μηχανισμός Χωρικού Φιλτραρίσματος

Χωρικό φίλτρο: αποτελείται (1) από μία γειτονιά και (2) από μία προκαθορισμένη πράξη που περιλαμβάνει τα pixels της γειτονιάς

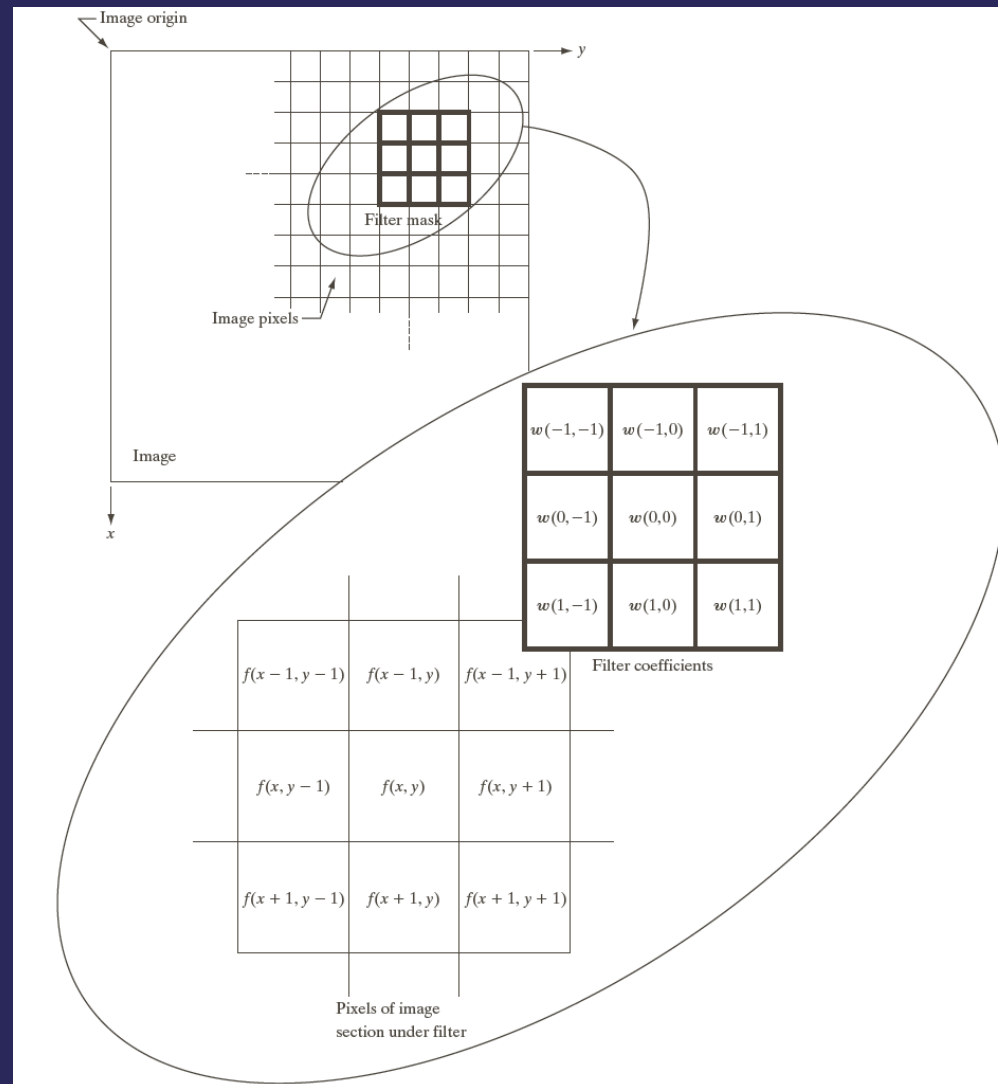
Φιλτράρισμα: δημιουργεί ένα νέο pixel με συντεταγμένες ίδιες με το pixel που αποτελεί το κέντρο της γειτονιάς και τιμή ίση με το αποτέλεσμα της πράξης

Μια νέα εικόνα (φιλτραρισμένη) παράγεται όταν το φίλτρο επισκεφτεί όλα τα pixels της αρχικής εικόνας.

Γραμμικό φίλτρο: αν η πράξη που εκτελείται στα pixels της εικόνας είναι γραμμική

Μη γραμμικό φίλτρο: αν η πράξη που εκτελείται στα pixels της εικόνας είναι μη γραμμική

Μηχανισμός Χωρικού Φιλτραρίσματος



Μηχανισμός Χωρικού Φιλτραρίσματος

Σε κάθε σημείο (x,y) της εικόνας η απόκριση του φίλτρου είναι το άθροισμα των γινομένων των συντελεστών του φίλτρου με τα αντίστοιχα pixels της εικόνας:

$$g(x,y) = w(-1,-1)f(x-1,y-1) + w(-1,0)f(x-1,y) + \dots \\ + w(0,0)f(x,y) + \dots + w(1,1)f(x+1,y+1)$$

Το κέντρο του φίλτρου $w(0,0)$ ευθυγραμμίζεται με το pixel στη θέση (x,y) , στο κέντρο δηλαδή της γειτονιάς.

Για φίλτρα μεγέθους $m \times n$ υποθέτουμε ότι $m=2a+1$ και $n=2b+1$ (φίλτρα περιττού μεγέθους).

Γενικά το φιλτράρισμα μιας εικόνας μεγέθους $M \times N$ με ένα φίλτρο μεγέθους $m \times n$ δίνεται από την έκφραση:

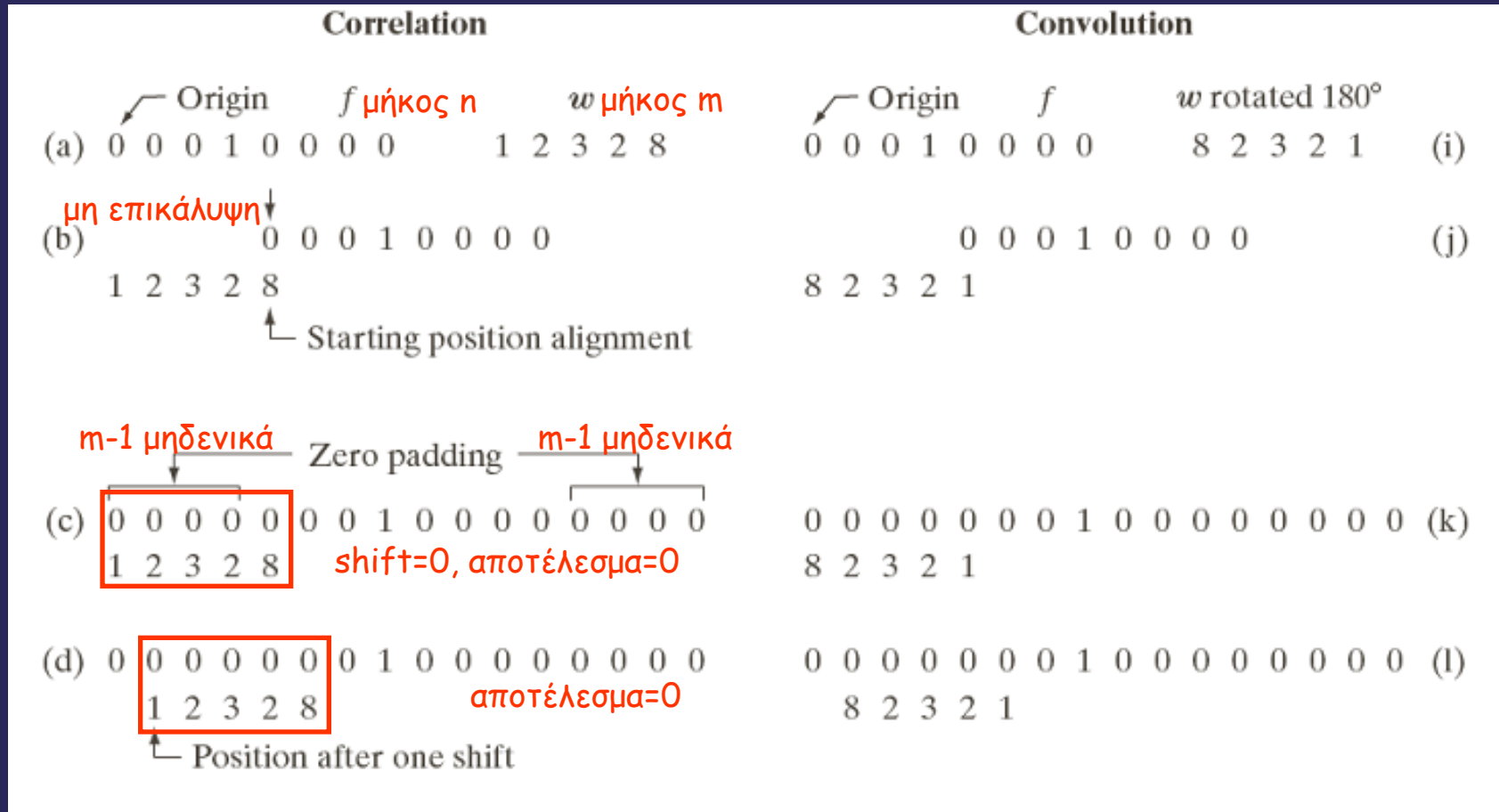
$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)f(x+s,y+t)$$

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

Συσχέτιση (correlation): μετακίνηση ενός φίλτρου πάνω στην εικόνα και υπολογισμός του αθροίσματος των γινομένων των συντελεστών του φίλτρου με τα αντίστοιχα pixels της εικόνας σε κάθε θέση

Συνέλιξη (convolution): ίδιος μηχανισμός με τη συσχέτιση, αλλά το φίλτρο πρώτα περιστρέφεται κατά 180°

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο



Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

(e)	0 0 0 0 0	<div>0 0 0 1 0 1 2 3 2 8</div>	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(m)
		αποτέλεσμα=2		8 2 3 2 1	
		↑	Position after four shifts		
(f)	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0			0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	(n)
		1 2 3 2 8		8 2 3 2 1	
		Final position →			
	Full correlation result μήκος m+n-1				Full convolution result
(g)	0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0				0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0 (o)
	Cropped correlation result				Cropped convolution result
(h)	0 8 2 3 2 1 0 0				0 1 2 3 2 8 0 0 (p)

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

Συσχέτιση (correlation): μια συνάρτηση μετατόπισης του φίλτρου (η πρώτη τιμή αντιστοιχεί σε μηδενική μετατόπιση του φίλτρου, η δεύτερη σε μετατόπιση κατά ένα, κ.τ.λ.)

Αποτέλεσμα συσχέτισης φίλτρου w με συνάρτηση f που περιέχει ένα 1 και όλα τα άλλα στοιχεία είναι ίσα με 0 \rightarrow αντίγραφο του w περιστραμμένο κατά 180° .

Διακριτός μοναδιαίος παλμός: η συνάρτηση f που περιέχει ένα 1 και όλα τα άλλα στοιχεία είναι ίσα με 0

Η συσχέτιση μιας συνάρτησης με ένα διακριτό μοναδιαίο παλμό δίνει μια περιστραμμένη έκδοση της συνάρτησης στη θέση του παλμού.

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

Συνέλιξη (convolution): το βασικό στοιχείο στη θεωρία γραμμικών συστημάτων



Η συνέλιξη μιας συνάρτησης με το μοναδιαίο παλμό δίνει ένα αντίγραφο της συνάρτησης στη θέση του παλμού.

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

Origin $f(x, y)$					Padded f									
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a)

$w(x, y)$														
1	2	3				0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	5	6				0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	8	9				0	0	0	0	0	0	0	0	0

(b)

Initial position for w					Full correlation result										Cropped correlation result				
1	2	3			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5	6			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	8	7	0
7	8	9			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	5	4	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	0
					0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(c)

(d)

(e)

Rotated w					Full convolution result										Cropped convolution result				
9	8	7			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	5	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0
3	2	1			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	5	6	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	9	0
					0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(f)

(g)

(h)

Συσχέτιση και συνέλιξη στο χωρικό πεδίο

Αν αντί για 1 στην εικόνα f υπήρχε μια περιοχή ίδια με το w , τότε η συνάρτηση συσχέτισης (κανονικοποιημένη) θα έπαιρνε τη μέγιστη τιμή της όταν το w θα ήταν κεντραρισμένο σε εκείνη την περιοχή.

Συσχέτιση:

$$w(x,y) * f(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x+s, y+t)$$

Συνέλιξη:

$$w(x,y) \odot f(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x-s, y-t)$$

Διανυσματική αναπαράσταση γραμμικού φιλτραρίσματος

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{k=1}^{mn} w_k z_k = \mathbf{w}^T \mathbf{z}$$

Παραγωγή χωρικών φίλτρων: καθορισμός των συντελεστών του φίλτρου

π.χ. αντικατάσταση των τιμών της εικόνας με το μέσο όρο της 3x3 γειτονιάς τους

Όλοι οι συντελεστές του φίλτρου w_i έχουν το ίδιο βάρος (είναι ίσοι με 1).

Αν z_i είναι οι τιμές των pixels στην αντίστοιχη γειτονιά με $i = 1, 2, \dots, 9$, η τιμή σε κάθε pixel (x,y) είναι:

$$R = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 z_i$$

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

Φίλτρα εξομάλυνσης (smoothing)

Χρησιμοποιούνται για θόλωμα και για μείωση θορύβου

Φίλτρα εξομάλυνσης: λέγονται και φίλτρα μέσου όρου (averaging) ή χαμηλοπερατά (lowpass) και ελαττώνουν τις απότομες μεταβάσεις στις τιμές της έντασης.

Θόλωμα (blurring): αφαίρεση μικρών λεπτομερειών από εικόνες πριν την εξαγωγή μεγάλων αντικειμένων ή ένωση μικρών κενών σε γραμμές ή καμπύλες

Μείωση θορύβου (noise reduction): (τυχαίος θόρυβος -> απότομες μεταβάσεις στις τιμές της έντασης) μέσω θολώματος από ένα γραμμικό φίλτρο ή μέσω ενός μη γραμμικού φίλτρου

Μειονέκτημα: (ακμές -> απότομες μεταβάσεις στις τιμές της έντασης) θόλωμα στις ακμές

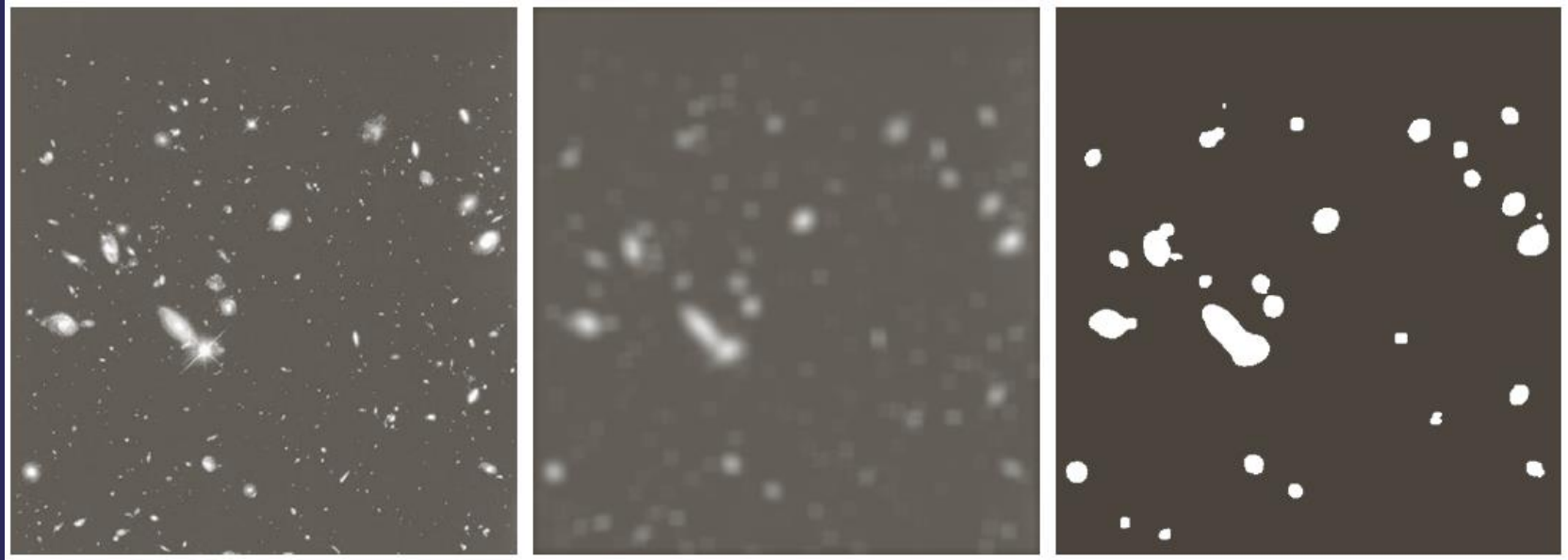
Φίλτρα εξομάλυνσης (smoothing)

$\frac{1}{9} \times$	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1

$\frac{1}{16} \times$	1	2	1
	2	4	2
	1	2	1

$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x+s, y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)}$$

Φίλτρα εξομάλυνσης (smoothing)



a b c

FIGURE 3.34 (a) Image of size 528×485 pixels from the Hubble Space Telescope. (b) Image filtered with a 15×15 averaging mask. (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of NASA.)

Order-Statistic φίλτρα (μη γραμμικά)

Η απόκρισή τους βασίζεται στη διάταξη των pixels που βρίσκονται στη περιοχή που εφαρμόζεται το φίλτρο.

Φίλτρο μεσαίου (median): αντικατάσταση του pixel με αυτό που έχει τη μεσαία τιμή μέσα σε μια γειτονιά, αποτελεσματικό στην αφαίρεση κρουστικού (salt-and-pepper) θορύβου

1	3	2	1	3	2	2	5	4	7	9	9	1	3	2	
2	5	4	<i>SORTING</i>										2	4	4
7	9	9	1	2	2	3	4	5	7	9	9	7	9	9	

Order-Statistic φίλτρα (μη γραμμικά)



20% s&p



3x3 average



3x3 median

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

Τονίζουν τις μεταβάσεις στις τιμές της έντασης

Εξομάλυνση εικόνας: με φίλτρα μέσου όρου, μέσος όρος ανάλογος της ολοκλήρωσης

Όξυνση εικόνας: επιτυγχάνεται με παραγωγή

Η απόκριση ενός τελεστή παραγωγής είναι ανάλογη του βαθμού ασυνέχειας στην ένταση, στο σημείο που εφαρμόζεται ο τελεστής.

Η παραγωγή της εικόνας ενισχύει τις ακμές και άλλες ασυνέχειες (όπως ο θόρυβος) και αποδυναμώνει τις περιοχές με αργές μεταβολές στην ένταση (ομοιόμορφες περιοχές).

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

Φίλτρα όξυνσης βασισμένα σε παραγώγους 1^{ης} και 2^{ης} τάξης

Οι παράγωγοι μιας ψηφιακής συνάρτησης ορίζονται μέσω διαφορών.

Οι ορισμοί των παραγώγων πρέπει να τηρούν κάποιους περιορισμούς.

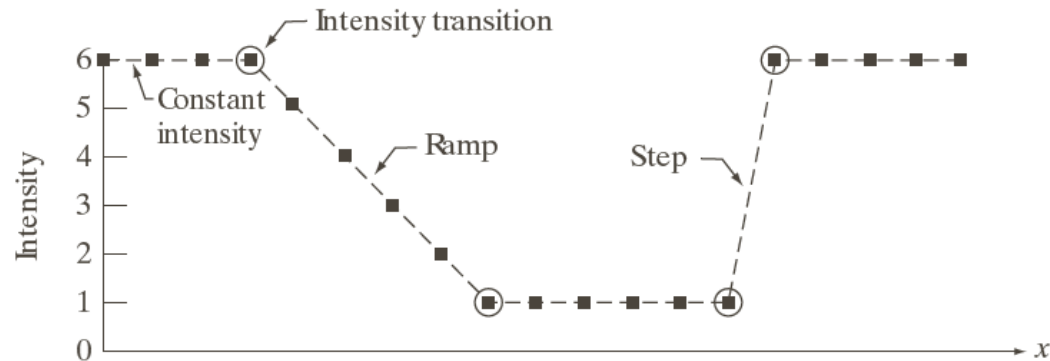
Παράγωγος 1ης τάξης: $df/dx = f(x+1) - f(x)$

- a) 0 σε περιοχές σταθερής έντασης
- b) μη μηδενική στην αρχή μιας ramp ή step ασυνέχειας
- c) μη μηδενική κατά μήκος μιας ramp

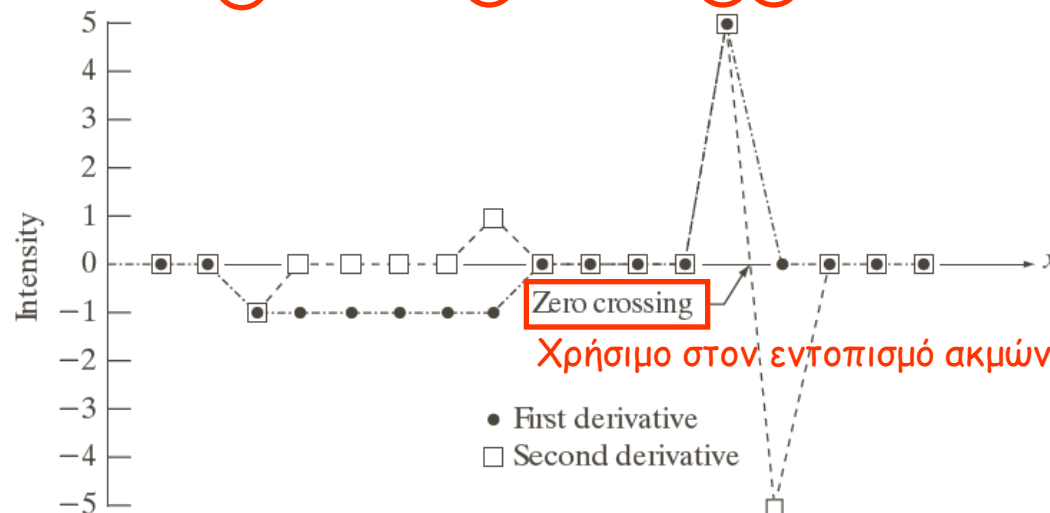
Παράγωγος 2ης τάξης: $d^2f/dx^2 = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$

- a) 0 σε περιοχές σταθερής έντασης
- b) μη μηδενική στην αρχή και στο τέλος μιας ramp ή step ασυνέχειας
- c) μηδενική κατά μήκος μιας ramp

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)



Scan line	6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	x
1st derivative	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	
2nd derivative	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	-5	0	0	0	0	



Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

Laplacian: χρήση 2^{ης} παραγώγου για όξυνσης εικόνας

$$\nabla^2 f(x,y) = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

Αντιστοιχεί στη διπλανή μάσκα, η οποία είναι ένα γραμμικό ισοτροπικό (παραμένει το ίδιο για περιστροφές 90°) φίλτρο

Εφαρμόζεται στην εικόνα με τη διαδικασία φιλτραρίσματος που έχουμε περιγράψει.

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

Gradient (κλίση): χρήση 1^{ης} παραγώγου για όξυνση εικόνας

$$\nabla f(x,y) = [g_x \ g_y]^T = [\partial f / \partial x \ \partial f / \partial y]^T$$

Δείχνει τη διεύθυνση του μεγαλύτερου ρυθμού μεταβολής της f στη θέση (x,y) .

$$M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \text{sqrt2}(g_x^2 + g_y^2)$$

Δείχνει την τιμή στο σημείο (x,y) του ρυθμού μεταβολής.

Χρειαζόμαστε, όπως και στην περίπτωση της 2^{ης} παραγώγου, προσεγγίσεις (μέσω διαφορών) για τον υπολογισμό των $g_x \ g_y$.

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

$f(x-1, y-1)$	$f(x-1, y)$	$f(x-1, y+1)$
$f(x, y-1)$	$f(x, y)$	$f(x, y+1)$
$f(x+1, y-1)$	$f(x+1, y)$	$f(x+1, y+1)$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

$$g_x = \partial f / \partial x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_y = \partial f / \partial y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Τελεστές Sobel:
Γραμμικά φίλτρα
μη ισοτροπικά

Φίλτρα όξυνσης (sharpening)

