

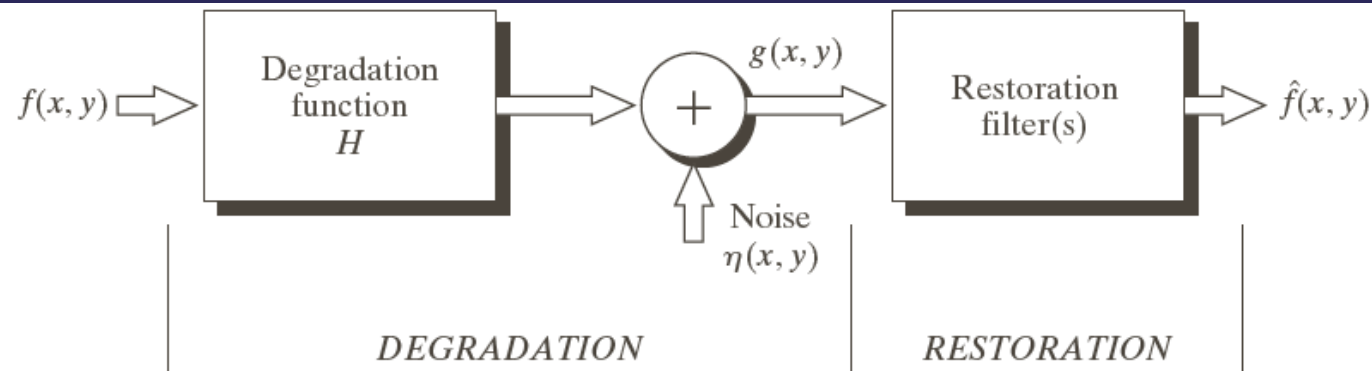
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Αποκατάσταση εικόνας

Μοντέλο υποβάθμισης/αποκατάστασης

FIGURE 5.1

A model of the image degradation/restoration process.



Σκοπός αποκατάστασης:

Εκτίμηση της αρχικής εικόνας (μέσω κατάλληλων φίλτρων)

H : γραμμική διαδικασία, χωρικά αμετάβλητη (position-invariant)

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$$

$h(x, y)$: χωρική αναπαράσταση της συνάρτησης υποβάθμισης

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

Μοντέλα Θορύβου

Θόρυβος στις ψηφιακές εικόνες προκύπτει:

- κατά τη διαδικασία λήψης της εικόνας (περιβαλλοντικές συνθήκες, ποιότητα αισθητήρων)
- κατά τη μετάδοσή της (παρεμβολή στο κανάλι μετάδοσης)

Ιδιότητες του θορύβου στο χωρικό πεδίο: αναφέρονται σε χωρικά χαρακτηριστικά του θορύβου και στη συσχέτιση του θορύβου με την εικόνα

Ιδιότητες του θορύβου στο πεδίο των συχνοτήτων: αναφέρονται στο συχνοτικό περιεχόμενο του θορύβου (π.χ. όταν το φάσμα του θορύβου είναι σταθερό, ο θόρυβος ονομάζεται λευκός)

Υπόθεση για την παρακάτω ανάλυση: **θόρυβος ανεξάρτητος των χωρικών συντεταγμένων και ασυσχέτιστος με την εικόνα**

Σημαντικές PDF Θορύβου

Χωρικός περιγραφέας Θορύβου:

η στατιστική συμπεριφορά των τιμών της έντασης του Θορύβου

Τιμές Θορύβου: μπορούν να θεωρηθούν σαν τυχαίες μεταβλητές

PDF (probability density function): χαρακτηρίζει τις τυχαίες μεταβλητές

Σημαντικές PDF Θορύβου

Gaussian (normal) θόρυβος

PDF Gaussian τυχαίας μεταβλητής z :

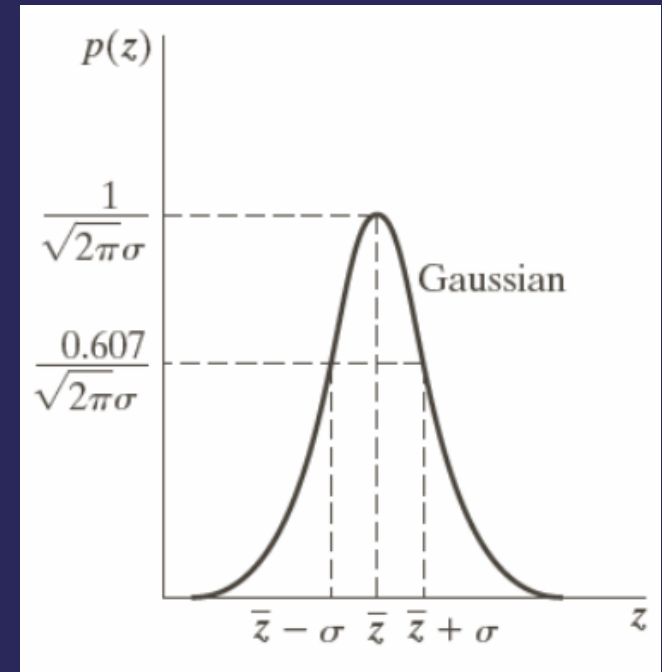
$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\bar{z})^2 / 2\sigma^2}$$

z : ένταση

\bar{z} : μέση τιμή του z

σ : τυπική απόκλιση

σ^2 : διασπορά



70% των τιμών βρίσκονται στο διάστημα $[(\bar{z} - \sigma), (\bar{z} + \sigma)]$

95% των τιμών βρίσκονται στο διάστημα $[(\bar{z} - 2\sigma), (\bar{z} + 2\sigma)]$

Συχνή χρήση στην πράξη λόγω της «επιλυσιμότητάς» της

Σημαντικές PDF Θορύβου

Rayleigh θόρυβος

PDF Rayleigh τ. μ. z :

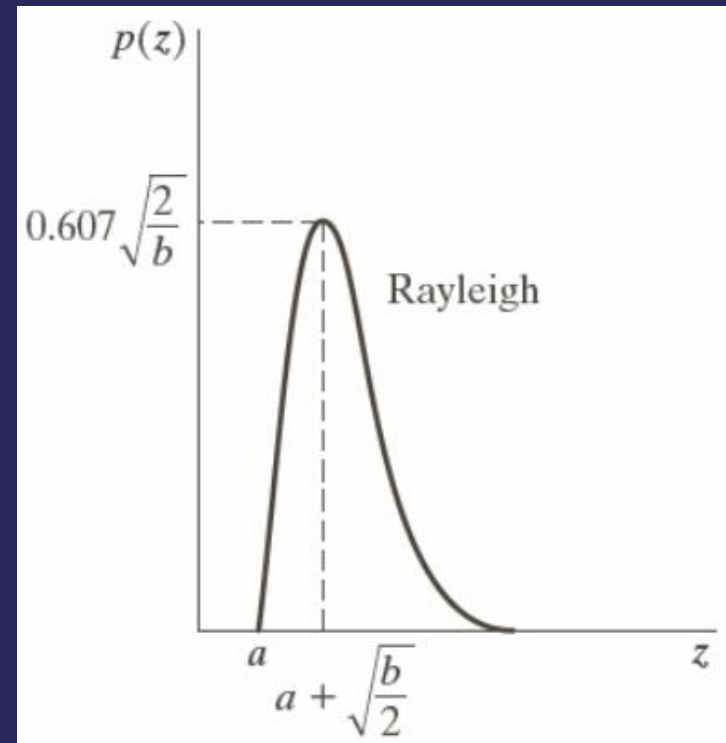
$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z - a)e^{-(z-a)^2/b} & \text{για } z \geq a \\ 0 & \text{για } z < a \end{cases}$$

Μέση τιμή:

$$\bar{z} = a + \sqrt{\pi b / 4}$$

Διασπορά:

$$\sigma^2 = \frac{b(4 - \pi)}{4}$$



Παρατηρήσεις: απόσταση από την αρχή των αξόνων, ασυμμετρία της καμπύλης της κατανομής στα δεξιά

Χρήσιμη κατανομή στην προσέγγιση ασύμμετρων ιστογραμμάτων

Σημαντικές PDF θορύβου

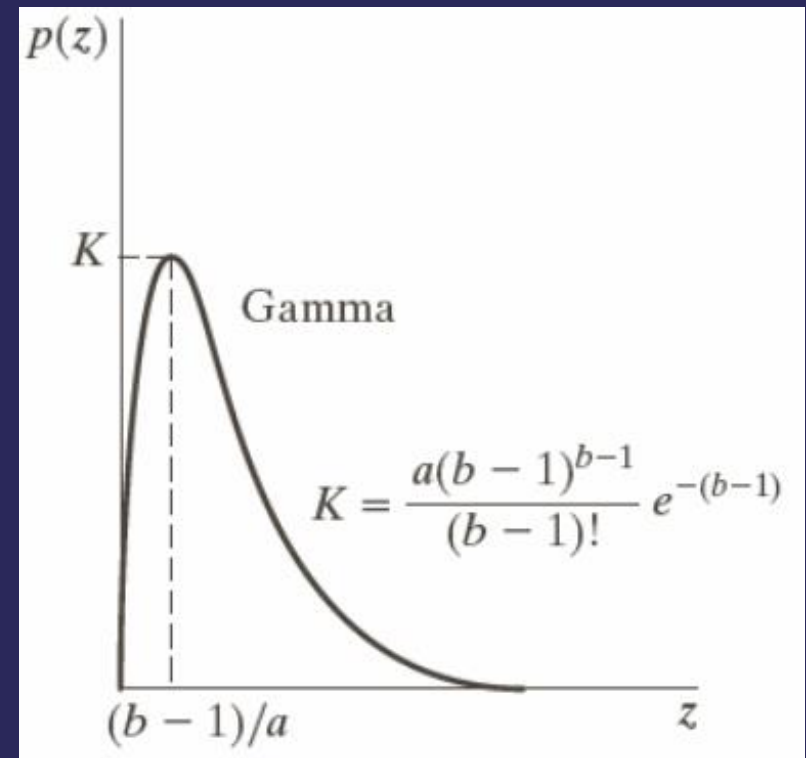
Erlang (gamma) θόρυβος

PDF Erlang τ. μ. z :

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{για } z \geq 0 \\ 0 & \text{για } z < 0 \end{cases}$$

Μέση τιμή: $\bar{z} = \frac{b}{a}$

Διασπορά: $\sigma^2 = \frac{b}{a^2}$



όπου $a > 0$ και b θετικός ακέραιος

Παρατηρήσεις: Αν και η παραπάνω pdf λέγεται συχνά gamma, είναι gamma όταν ο παρονομαστής της είναι η συνάρτηση gamma, $\Gamma(b)$.

Σημαντικές PDF θορύβου

Εκθετικός (exponential) θόρυβος

PDF εκθετικού θορύβου:

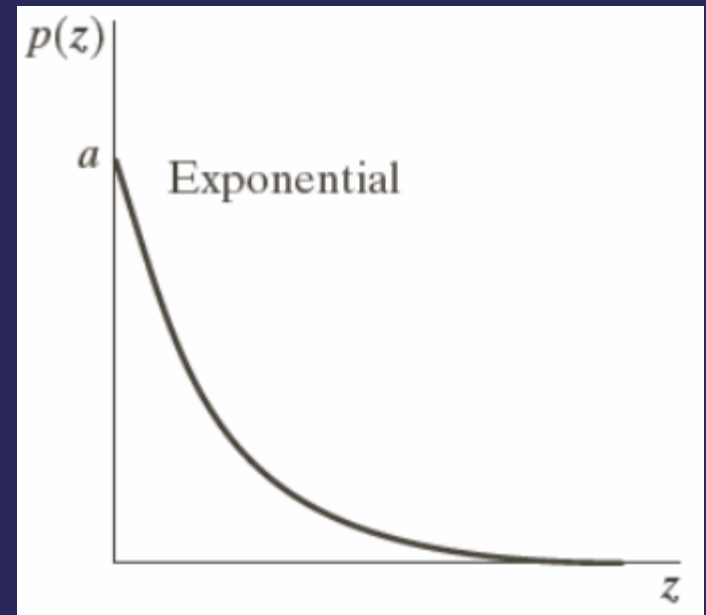
$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{για } z \geq 0 \\ 0 & \text{για } z < 0 \end{cases}$$

Μέση τιμή: $\bar{z} = \frac{1}{a}$

Διασπορά: $\sigma^2 = \frac{1}{a^2}$

όπου $a > 0$

Παρατηρήσεις: Αυτή η pdf είναι ειδική περίπτωση της Erlang κατανομής για $b=1$.



Σημαντικές PDF Θορύβου

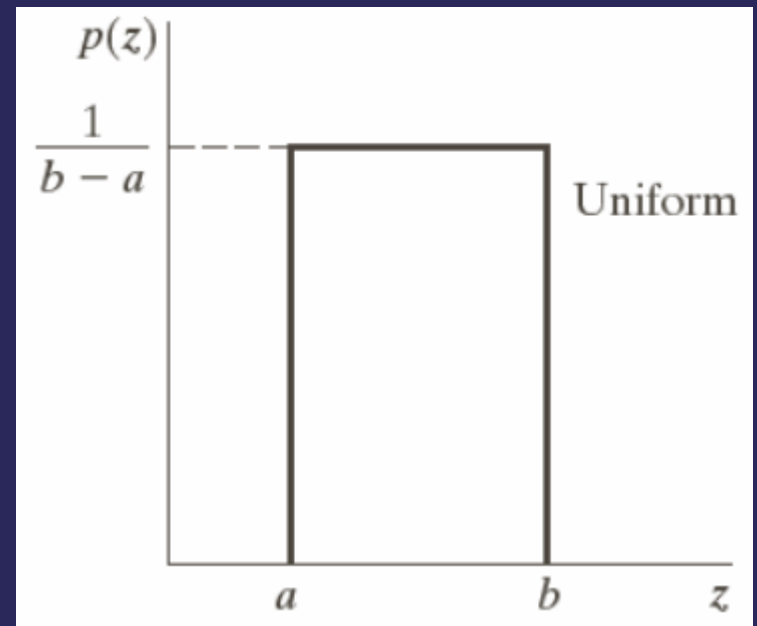
Ομοιόμορφος (uniform) θόρυβος

PDF ομοιόμορφου θορύβου:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{αν } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Μέση τιμή: $\bar{z} = \frac{a+b}{2}$

Διασπορά: $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

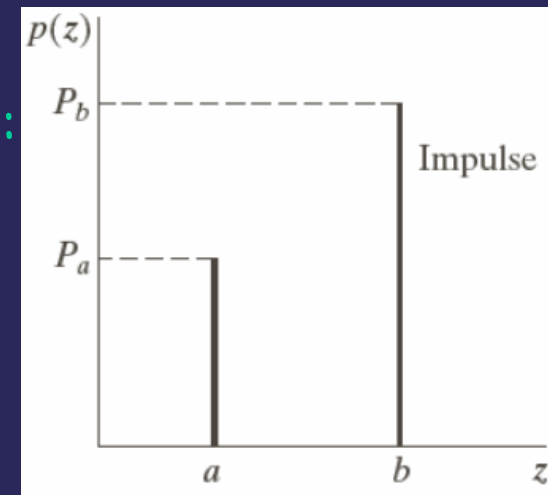


Σημαντικές PDF Θορύβου

Κρουστικός (salt-and-pepper) θόρυβος

PDF (διπολικού-bipolar) κρουστικού θορύβου:

$$p(z) = \begin{cases} P_a & \text{για } z = a \\ P_b & \text{για } z = b \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Αν $b > a$, η ένταση b θα φαίνεται σαν λευκό στίγμα στην εικόνα και η ένταση a θα φαίνεται σαν μαύρο στίγμα.

Αν το P_a ή το P_b είναι 0, ο κρουστικός θόρυβος λέγεται μονοπολικός (unipolar).

Αν οι πιθανότητες P_a και P_b είναι περίπου ίσες ($\neq 0$), θυμίζουν κόκκους αλατιού και πιπεριού τυχαία κατανεμημένους πάνω στην εικόνα. (Διπολικός κρουστικός θόρυβος: salt-and-pepper noise)

Σημαντικές PDF Θορύβου

Κρουστικός (salt-and-pepper) θόρυβος

Οι τιμές του κρουστικού θορύβου μπορεί να είναι αρνητικές ή θετικές.

Επειδή η επίδραση του κρουστικού θορύβου στην εικόνα είναι μεγάλη σε σχέση με την ισχύ της, ο κρουστικός θόρυβος συνήθως εμφανίζεται με ακραίες τιμές (καθαρό λευκό ή μαύρο) σε μια ψηφιακή εικόνα.

a και b : κορεσμένες ("saturated") τιμές, υπό την έννοια ότι είναι ίσες με την ελάχιστη και τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή σε μια ψηφιακή εικόνα

Σε μια εικόνα των 8 bit, $a = 0$ (μαύρο) και $b = 255$ (λευκό)

Σημαντικές PDF Θορύβου

Gaussian θόρυβος: θόρυβος ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, θόρυβος αισθητήρων (φτωχός φωτισμός, υψηλή θερμοκρασία)

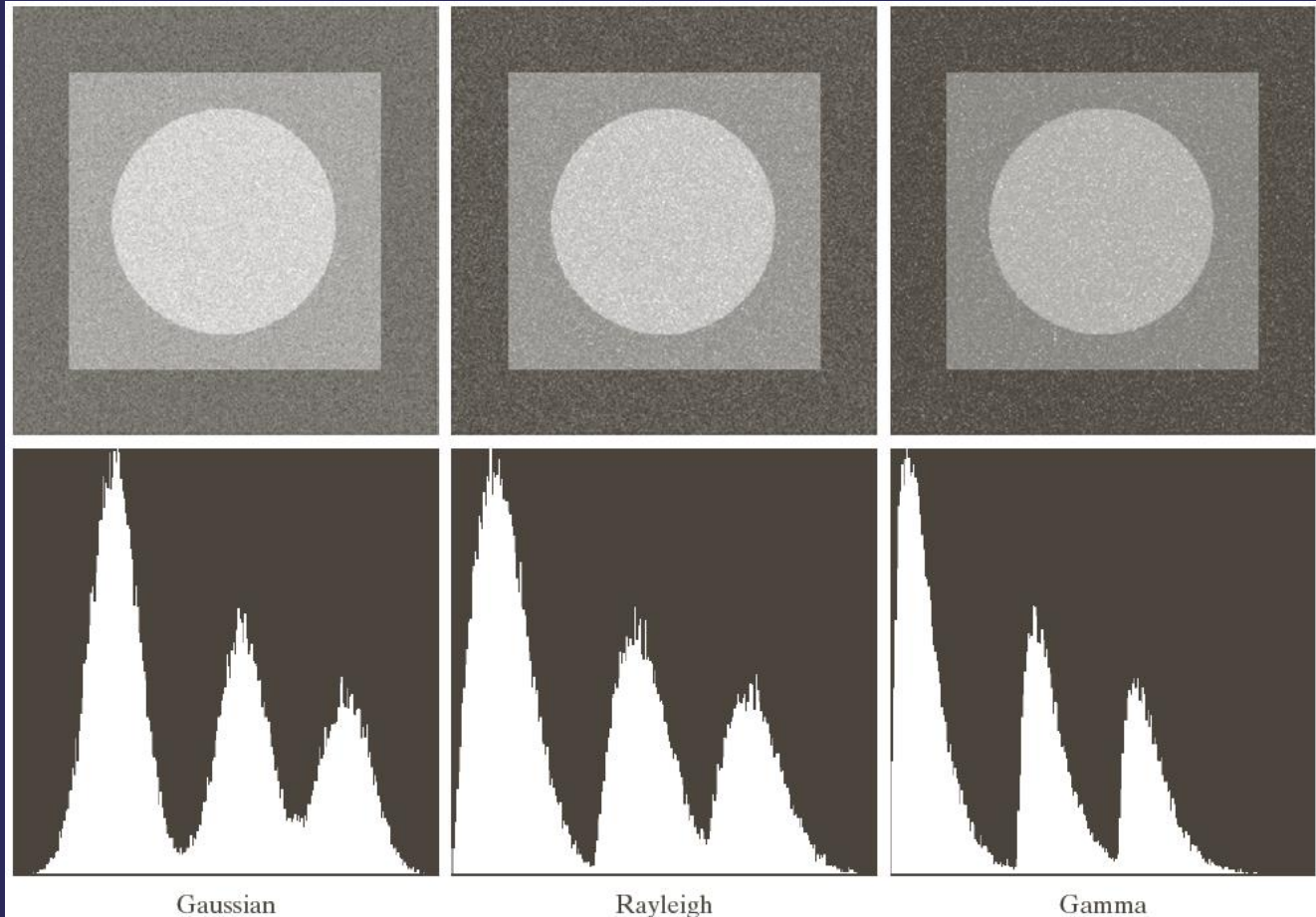
Rayleigh κατανομή: χρήσιμη στο χαρακτηρισμό φαινομένων θορύβου σε "εικόνες απόστασης" (range imaging)

Exponential / Gamma κατανομές: εφαρμογή σε απεικονίσεις με τη βοήθεια ακτίνων laser

Κρουστικός θόρυβος: θόρυβος από "καμμένα pixels", από σφάλματα κατά τη μετατροπή του αναλογικού σήματος σε ψηφιακό, από σφάλματα κατά τη μετάδοση της εικόνας

Ομοιόμορφη κατανομή: δεν χρησιμοποιείται ιδιαίτερα για την περιγραφή πραγματικών καταστάσεων, χρησιμοποιείται σε γεννήτριες τυχαίων αριθμών

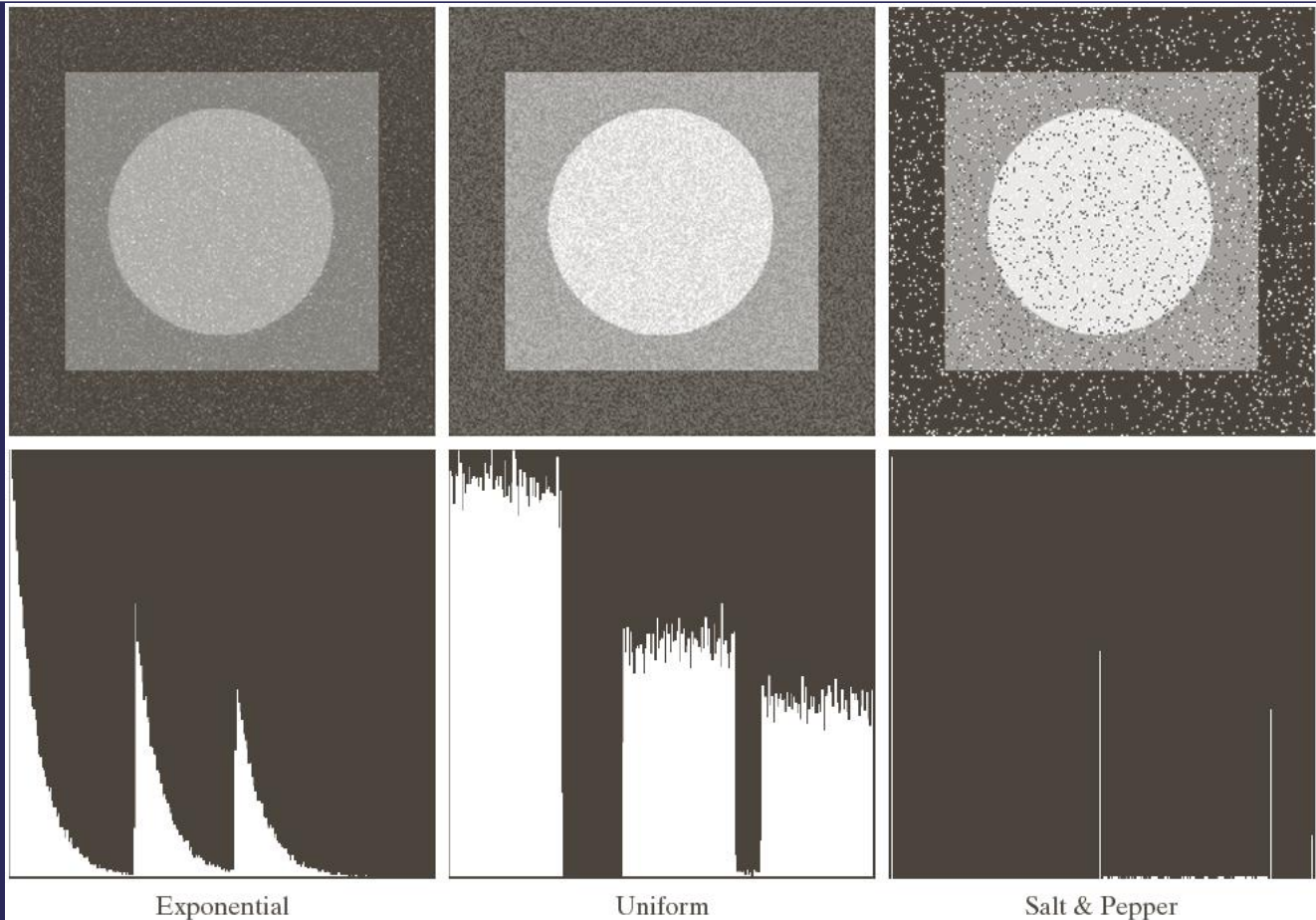
Παραδείγματα θορύβου



a	b	c
d	e	f

FIGURE 5.4 Images and histograms resulting from adding Gaussian, Rayleigh, and gamma noise to the image in Fig. 5.3.

Παραδείγματα θορύβου



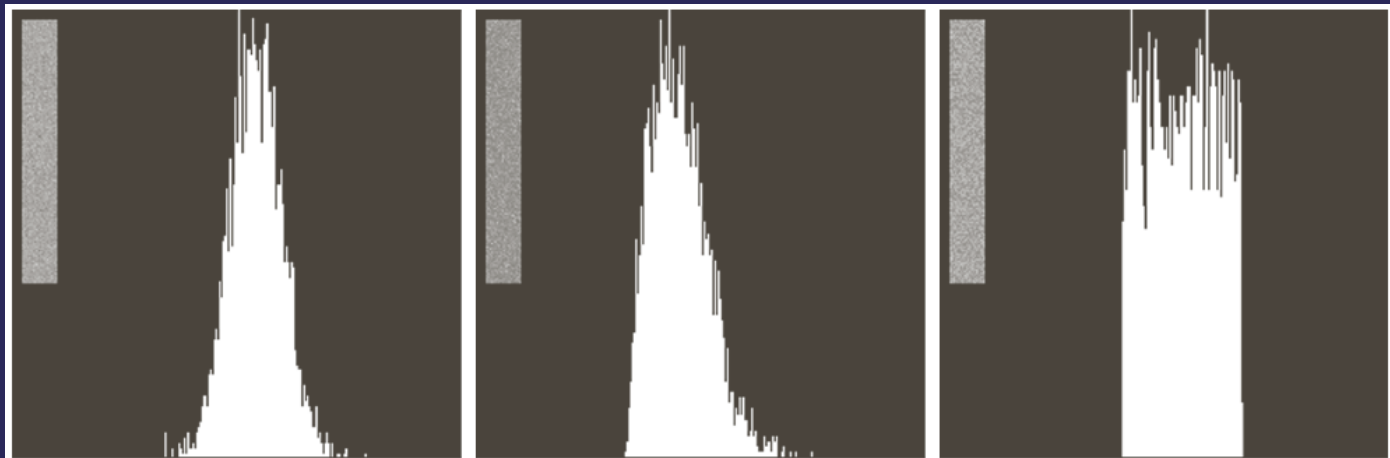
g h i
j k l

FIGURE 5.4 (Continued) Images and histograms resulting from adding exponential, uniform, and salt and pepper noise to the image in Fig. 5.3.

Εκτίμηση παραμέτρων θορύβου

Αν το σύστημα απεικόνισης είναι διαθέσιμο, λήψη "flat" εικόνων (π.χ. λήψη ενός γκρι επιπέδου το οποίο φωτίζεται ομοιόμορφα)

Αν το σύστημα απεικόνισης δεν είναι διαθέσιμο, οι παράμετροι του θορύβου πρέπει να εκτιμηθούν από τις διαθέσιμες εικόνες (π.χ. από κομμάτια της εικόνας με περίπου σταθερή τιμή έντασης)



a b c

FIGURE 5.6 Histograms computed using small strips (shown as inserts) from (a) the Gaussian, (b) the Rayleigh, and (c) the uniform noisy images in Fig. 5.4.

Εκτίμηση παραμέτρων θορύβου

Υπολογισμός μέσης τιμής και διασποράς των τιμών της έντασης από κάποιο κομμάτι της εικόνας (με σταθερές τιμές έντασης)

Έστω S το κομμάτι της εικόνας και $p_S(z_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, L-1$ οι εκτιμήσεις της πιθανότητας εμφάνισης των τιμών της έντασης του S .

Η μέση τιμή και η διασπορά του S δίνονται από τις σχέσεις:

$$\bar{z} = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p_S(z_i) \quad \text{και} \quad \sigma^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - \bar{z})^2 p_S(z_i)$$

Αν το σχήμα του ιστογράμματος είναι περίπου Gaussian, τότε η pdf καθορίζεται πλήρως από τη μέση τιμή και τη διασπορά.

Διαφορετικά, η μέση τιμή και η διασπορά χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό παραμέτρων a και b .

Εκτίμηση παραμέτρων Θορύβου

Στην περίπτωση κρουστικού θορύβου, χρειάζεται διαφορετικός χειρισμός.

Χρειάζεται η πραγματική εκτίμηση της συχνότητας εμφάνισης άσπρων και μαύρων pixels.

Για να έχω μια τέτοια εκτίμηση, πρέπει και τα άσπρα και τα μαύρα pixels να είναι ορατά.

Άρα για τον υπολογισμό του ιστογράμματος χρειαζόμαστε μια γκρι περιοχή με σχετικά σταθερές τιμές έντασης.

Τα ύψη των «αιχμών» (peaks) στο ιστόγραμμα που αντιστοιχούν στα άσπρα και στα μαύρα pixels είναι οι εκτιμήσεις των P_a και P_b (στον ορισμό της αντίστοιχης pdf).

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Όταν η μόνη υποβάθμιση που υπάρχει σε μια εικόνα είναι ο θόρυβος, τότε η εικόνα και ο Μ.Φ. αυτής δίνονται από τις σχέσεις:

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

$$G(u,v) = F(u,v) + H(u,v)$$

Η αφαίρεση των όρων του θορύβου από τη $g(x,y)$ ή από τη $G(u,v)$ είναι μη ρεαλιστικό σενάριο, αφού αυτοί οι όροι είναι άγνωστοι.

Η λύση είναι το φιλτράρισμα της εικόνας στο χωρικό πεδίο.

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Φίλτρο μέσου όρου (mean)

S_{xy} : το σύνολο των συντεταγμένων σε μία $m \times n$ γειτονιά της εικόνας με κέντρο το (x,y)

Το φίλτρο μέσου όρου υπολογίζει τη μέση τιμή της ενθόρυβης εικόνας $g(x,y)$ στην περιοχή που ορίζεται από το S_{xy} .

Η μέση τιμή θα γίνει η τιμή της φιλτραρισμένης εικόνας \hat{f} στο σημείο (x,y) .

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)$$

Εφαρμογή στην εικόνα μέσω $m \times n$ χωρικού φίλτρου με συντελεστές ίσους με $1/mn$.

Εξομάλυνση των τοπικών αποκλίσεων από τη μέση τιμή -> μείωση του θορύβου (αλλά και θόλωμα)

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Φίλτρο μέσου όρου (mean)



Αρχική εικόνα



AWGN 20dB



Φίλτρο μέσου όρου 3x3

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Φίλτρο μεσαίου (median)

Αντικατάσταση της τιμής ενός pixel στη θέση (x,y) με τη μεσαία τιμή έντασης (μετά από διάταξη) των pixels της γειτονιάς του (συμπεριλαμβανομένου και του ιδίου)

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t) \in S_{xy}}{\text{median}} \{g(s,t)\}$$

Πολύ καλή συμπεριφορά στη μείωση συγκεκριμένων τύπων θορύβου, όπως ο διπολικός (salt-and-pepper) και ο μονοπολικός (unipolar)

Δεν προκαλεί θόλωμα

Έχει την τάση να παράγει περιοχές με σταθερή ή σχεδόν σταθερή ένταση.

Σχήμα περιοχών ~ γεωμετρίας του παραθύρου του φίλτρου -> γραμμές ή περιγράμματα που δεν υπάρχουν στην αρχική εικόνα.

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Φίλτρο μεσαίου (median)



Αρχική εικόνα



Κρουστικός θόρυβος 20%



Φίλτρο median 3x3

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Διαχωρίσιμο φίλτρο μεσαίου (median)

Ένα 2D διαχωρίσιμο φίλτρο μεσαίου διαστάσεων $n \times n$, προκύπτει από δύο διαδοχικές εφαρμογές ενός μονοδιάστατου φίλτρου μεσαίου μήκους n , πρώτα κατά γραμμή και μετά κατά στήλη (ή αντίστροφα):

$$s(x,y) = \text{median} \{ g(x, y-n/2), \dots, g(x,y), \dots, g(x,y+n/2) \}$$

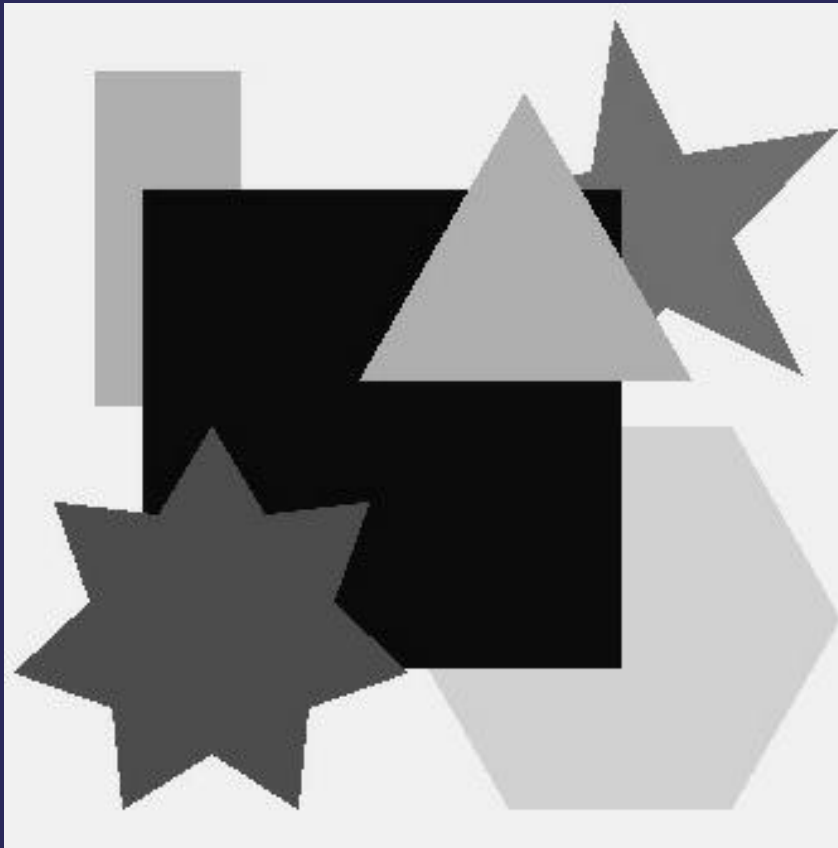
$$\hat{f}(x,y) = \text{median} \{ s(x-n/2, y), \dots, s(x,y), \dots, s(x+n/2, y) \}$$

Διατηρεί καλύτερα γωνίες και περιγράμματα σε σχέση με το μη διαχωρίσιμο median φίλτρο.

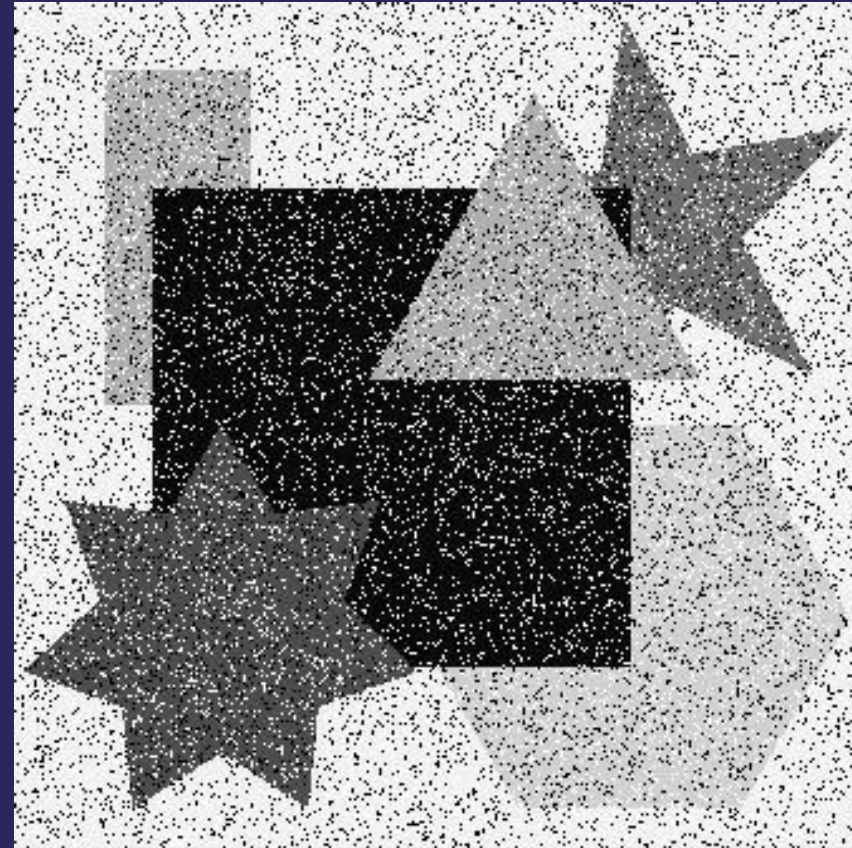
Μικρότερη πολυπλοκότητα

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Διαχωρίσιμο φίλτρο μεσαίου (median)



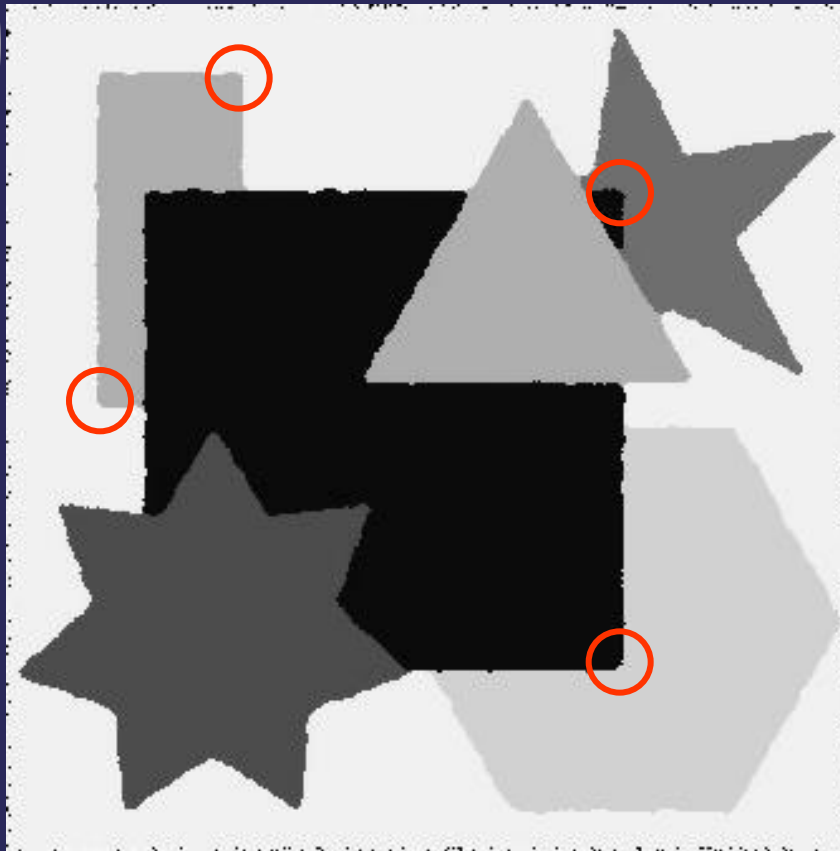
Αρχική εικόνα



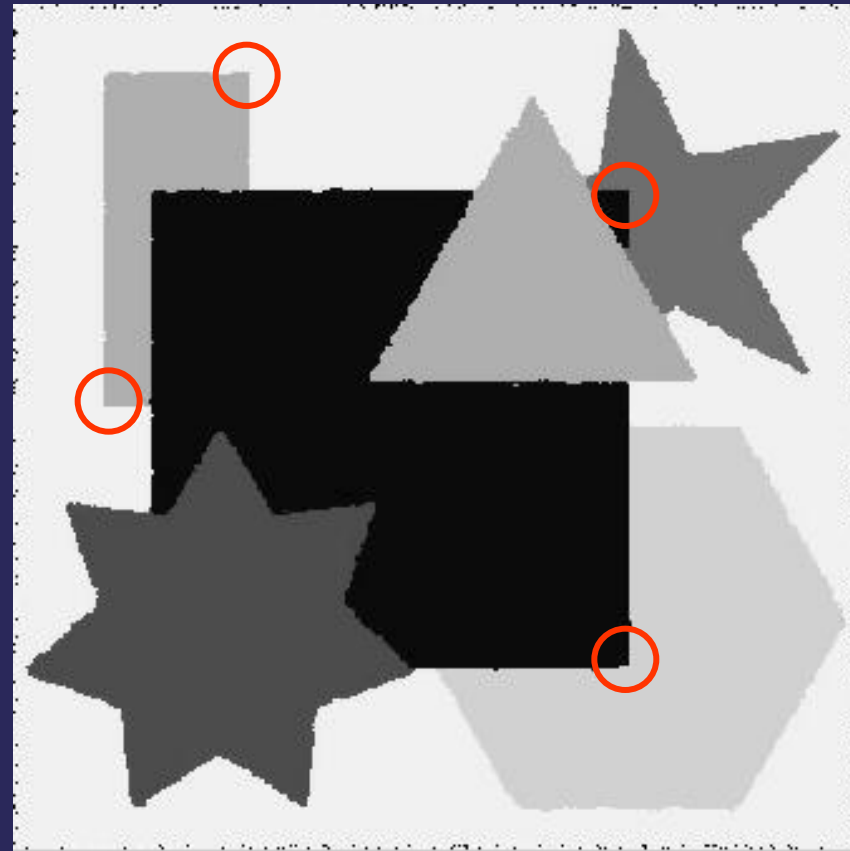
Κρουστικός θόρυβος 20%

Αποκατάσταση ενθόρυβων εικόνων με φιλτράρισμα στο χωρικό πεδίο

Διαχωρίσιμο φίλτρο μεσαίου (median)



Φίλτρο median 5x5



Διαχωρίσιμο φίλτρο median 5x5

Γραμμική υποβάθμιση, χωρικά αμετάβλητη

Η σχέση εισόδου-εξόδου ενός συστήματος υποβάθμισης (πριν την αποκατάσταση) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$g(x,y) = H[f(x,y)] + \eta(x,y)$$

Υποθέτοντας $\eta(x,y) = 0$, $g(x,y) = H[f(x,y)]$.

Η υποβάθμιση H είναι γραμμική (linear) αν ισχύει

$$H[af_1(x,y) + bf_2(x,y)] = aH[f_1(x,y)] + bH[f_2(x,y)]$$

Αν $a = b = 1$, τότε η H είναι προσθετική (additivity property) αν ισχύει

$$H[f_1(x,y) + f_2(x,y)] = H[f_1(x,y)] + H[f_2(x,y)]$$

Αν $f_2(x,y) = 0$, τότε η H είναι ομογενής (homogeneity property) αν ισχύει

$$H[af_1(x,y)] = aH[f_1(x,y)]$$

Γραμμική υποβάθμιση, χωρικά αμετάβλητη

Η υποβάθμιση H είναι χωρικά αμετάβλητη (position invariant) αν ισχύει

$$H[f(x-a, y-b)] = g(x-a, y-b)$$

που σημαίνει ότι η απόκριση σε ένα σημείο της εικόνας εξαρτάται μόνο από την τιμή της εισόδου σε αυτό το σημείο και όχι από τη θέση του.

Ένας παλμός (impulse) εκφράζεται από τη σχέση:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, \beta) \delta(x-a, y-\beta) da d\beta$$

Όταν ο παλμός θα αποτελεί είσοδο στο σύστημα υποβάθμισης, η έξοδος θα είναι:

$$g(x, y) = H[f(x, y)] = H \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, \beta) \delta(x-a, y-\beta) da d\beta \right]$$

Γραμμική υποβάθμιση, χωρικά αμετάβλητη

Επειδή ο τελεστής H είναι γραμμικός και άρα προσθετικός, έχουμε ότι:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H[f(a, \beta) \delta(x - a, y - \beta)] da d\beta$$

Επειδή ο τελεστής H είναι ομογενής και το $f(a, \beta)$ είναι ανεξάρτητο του x και y , έχουμε:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, \beta) H[\delta(x - a, y - \beta)] da d\beta$$

Ο όρος $h(x, a, y, \beta) = H[\delta(x - a, y - \beta)]$ λέγεται κρουστική απόκριση του H . Είναι η απόκριση του H σε έναν παλμό στο σημείο (x, y) .

Στην οπτική, παλμός \sim ένα σημείο φωτός και η $h(x, a, y, \beta)$ λέγεται **point spread function (PSF)**.

Το όνομα προέρχεται από το γεγονός ότι όλα τα φυσικά συστήματα προκαλούν θόλωση ως ένα βαθμό, ανάλογα με την ποιότητά τους.

Γραμμική υποβάθμιση, χωρικά αμετάβλητη

Αν ο τελεστής H είναι χωρικά αμετάβλητος, ισχύει ότι:

$$H[\delta(x-a, y-\beta)] = h(x-a, y-\beta)$$

Τότε η έξοδος του συστήματος υποβάθμισης γίνεται:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(a, \beta) h(x-a, y-\beta) da d\beta$$

που είναι το ολοκλήρωμα της συνέλιξης.

Άρα, γνωρίζοντας την κρουστική απόκριση ενός γραμμικού συστήματος σε ένα παλμό, μπορούμε να υπολογίσουμε την απόκριση g σε κάθε είσοδο f μέσω της συνέλιξης της f με την κρουστική απόκριση.

Ένα γραμμικό σύστημα H χαρακτηρίζεται πλήρως από την κρουστική του απόκριση.

Μοντέλο υποβάθμισης

Ένα γραμμικό, χωρικά αμετάβλητο σύστημα υποβάθμισης με προσθετικό θόρυβο μοντελοποιείται στο χωρικό πεδίο σαν τη συνέλιξη της συνάρτησης υποβάθμισης με μια εικόνα, η οποία ακολουθείται από πρόσθεση θορύβου.

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y)$$

Η αντίστοιχη μοντελοποίηση στο πεδίο των συχνοτήτων εκφράζεται με το γινόμενο των μετασχηματισμών της συνάρτησης υποβάθμισης και της εικόνας και τη πρόσθεση του μετασχηματισμού του θορύβου.

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$

Μοντέλο υποβάθμισης

Πολλοί τύποι υποβαθμίσεων μπορούν να προσεγγιστούν με γραμμικές, χωρικά αμετάβλητες διαδικασίες.

Εφικτή η λύση προβλημάτων αποκατάστασης εικόνας.

Οι μη γραμμικές χωρικά μεταβαλλόμενες διαδικασίες, αν και είναι πιο γενικές (και συνήθως πιο ακριβείς), εισάγουν δυσκολίες.

Δεν έχουν γνωστή λύση ή η επίλυσή τους έχει μεγάλη πολυπλοκότητα.

Επειδή η διαδικασία υποβάθμισης μοντελοποιείται σαν το αποτέλεσμα της συνέλιξης (convolution), η διαδικασία της αποκατάστασης ψάχνει για φίλτρα που θα εφαρμόζουν την αντίστροφη διαδικασία και λέγεται "αποσυνέλιξη" (deconvolution).

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω παρατήρησης

Έστω μια υποβαθμισμένη εικόνα με άγνωστη υποβάθμιση.

Υποθέτοντας ότι η υποβάθμιση είναι γραμμική χωρικά αμετάβλητη διαδικασία, μπορεί να εκτιμηθεί η H από την ίδια την εικόνα.

Αν η εικόνα είναι θολή, χρήση μικρής περιοχής η οποία περιέχει π.χ. τμήμα κάποιου αντικειμένου και background

Προκειμένου να μειώσουμε την επίδραση του θορύβου, χρήση περιοχής όπου το σήμα είναι ισχυρό, π.χ. περιοχή με μεγάλη αντίθεση

Επεξεργασία υποεικόνας προκειμένου να μειώσουμε όσο καλύτερα γίνεται το θόλωμα (π.χ. με τη χρήση ενός φίλτρου όξυνσης)

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω παρατήρησης

$g_s(x,y)$: η παρατηρούμενη υποεικόνα

$f_s(x,y)$: η επεξεργασμένη υποεικόνα

Υποθέτοντας ότι η επίδραση του θορύβου είναι αμελητέα, λόγω της περιοχής που επιλέξαμε:

$$H_s(u,v) = \frac{G_s(u,v)}{F_s(u,v)}$$

Από αυτή τη συνάρτηση υποβάθμισης μπορούμε να συμπεράνουμε ποια είναι η πλήρης συνάρτηση υποβάθμισης $H(u,v)$, αφού έχουμε υποθέσει ότι η H είναι χωρικά αμετάβλητη.

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω πειράματος

Αν είναι διαθέσιμος εξοπλισμός παρόμοιος με αυτόν που χρησιμοποιήθηκε για τη λήψη κάποιας εικόνας, είναι δυνατό να πάρουμε μια ακριβή εκτίμηση της υποβάθμισης.

Μπορούμε να βρούμε την κρουστική απόκριση της υποβάθμισης, αν απεικονίσουμε έναν παλμό.

Ένας παλμός εξομοιώνεται με ένα φωτεινό σημείο (αρκετά φωτεινό για να μειώνει την επίδραση του θορύβου).

Ο μετασχηματισμός Fourier ενός παλμού είναι μία σταθερά και άρα:

$$H(u,v) = \frac{G(u,v)}{A}$$

όπου $G(u,v)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier της παρατηρούμενης εικόνας και A μία σταθερά που περιγράφει την ισχύ του παλμού

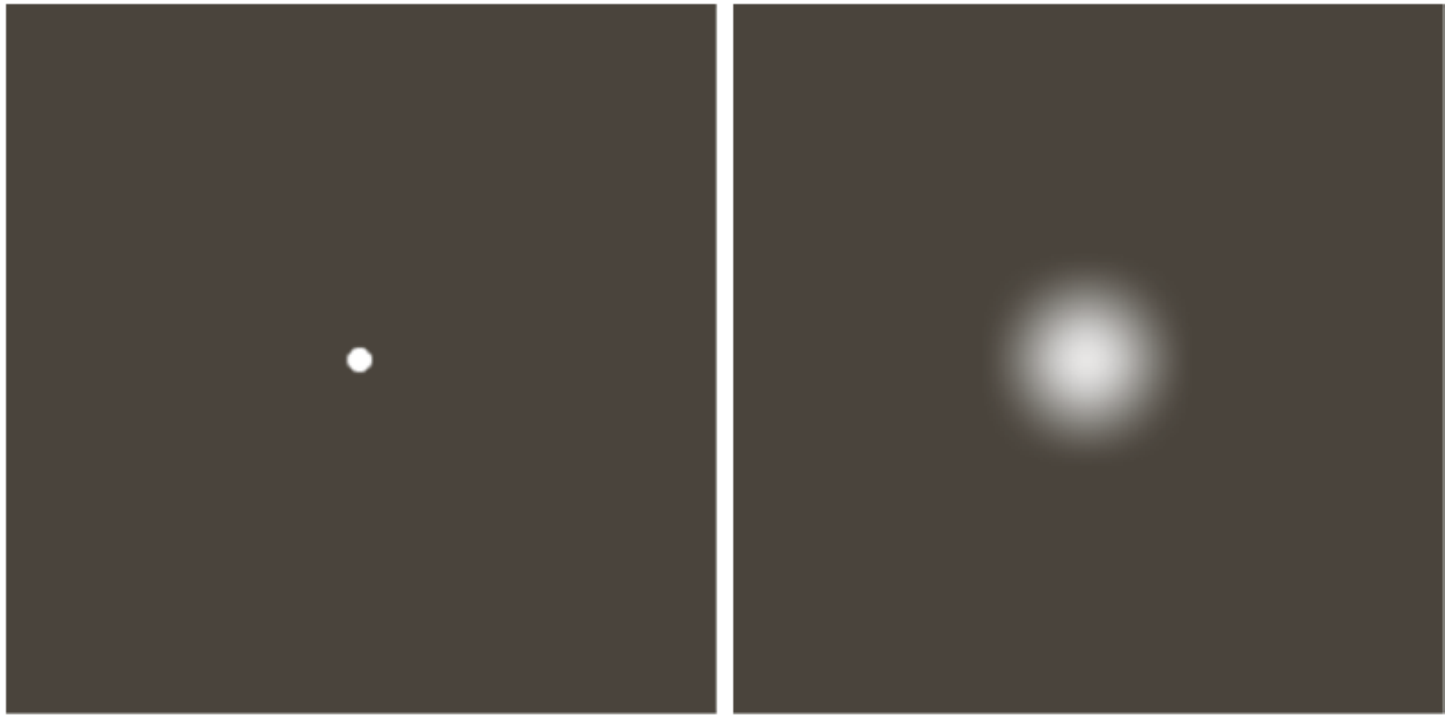
Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω πειράματος

a b

FIGURE 5.24

Degradation estimation by impulse characterization.
(a) An impulse of light (shown magnified).
(b) Imaged (degraded) impulse.



Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω μοντελοποίησης

Η μοντελοποίηση της υποβάθμισης βοηθά στην κατανόηση του προβλήματος της αποκατάστασης της εικόνας.

Κάποιες φορές, τα μοντέλα λαμβάνουν υπόψη περιβαλλοντικές συνθήκες που μπορεί να προκαλέσουν υποβάθμιση:

$$H(u,v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$$

όπου k είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τη φύση της παραμόρφωσης.

Αυτό το μοντέλο (με εξαίρεση το $5/6$ στον εκθέτη) είναι αντίστοιχο με το Gaussian χαμηλοπερατό φίλτρο, το οποίο χρησιμοποιείται αρκετές φορές για τη μοντελοποίηση ήπιου ομοιόμορφου θολώματος.

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

a	b
c	d

FIGURE 5.25

Illustration of the atmospheric turbulence model.

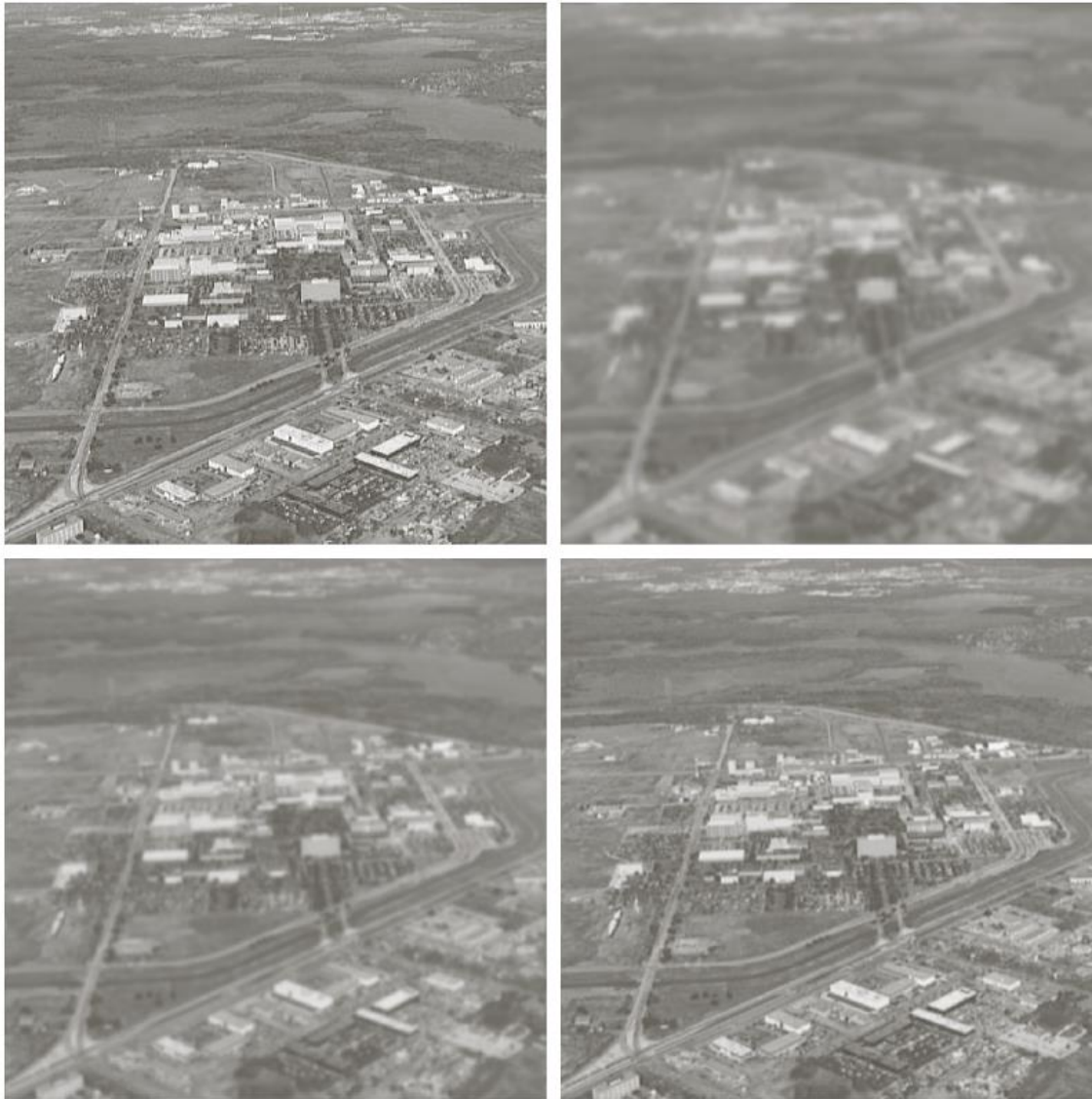
(a) Negligible turbulence.

(b) Severe turbulence, $k = 0.0025$.

(c) Mild turbulence, $k = 0.001$.

(d) Low turbulence, $k = 0.00025$.

(Original image courtesy of NASA.)



Εκτίμηση μέσω
μοντελοποίησης

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω μοντελοποίησης

Μοντελοποίηση του θολώματος που προκαλείται σε μια εικόνα από ομοιόμορφη γραμμική κίνηση του συστήματος απεικόνισης σε σχέση με την εικόνα (ή αντιστρόφως)

Έστω $f(x,y)$ η εικόνα και $x_0(t)$ και $y_0(t)$ οι παράμετροι κίνησης.

Η συνολική έκθεση της εικόνας στο σύστημα καταγραφής διαρκεί όσο το διάφραγμα είναι ανοικτό, έστω T .

Η θολωμένη εικόνα δίνεται από τη σχέση:

$$g(x,y) = \int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)] dt$$

και ο μετασχηματισμός Fourier της από τη σχέση:

$$G(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^T f[x - x_0(t), y - y_0(t)] dt \right] e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω μοντελοποίησης

Αλλάζοντας τη σειρά των ολοκληρωμάτων έχουμε:

$$G(u,v) = \int_0^T \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f[x - x_0(t), y - y_0(t)] e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \right] dt$$

Ο όρος που βρίσκεται στις εξωτερικές αγκύλες είναι ο Μ.Φ. της μετατοπισμένης συνάρτησης $f[x-x_0(t), y-y_0(t)]$. Άρα:

$$G(u,v) = \int_0^T F(u,v) e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]} dt = F(u,v) \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]} dt$$

Έτσι έχουμε τη γνωστή σχέση $G(u,v)=F(u,v)H(u,v)$ όπου

$$H(u,v) = \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]} dt$$

Εκτίμηση συνάρτησης υποβάθμισης

Εκτίμηση μέσω μοντελοποίησης

Έστω $y_0(t)=0$ και ομοιόμορφη γραμμική κίνηση στη διεύθυνση x με ρυθμό $x_0(t)=at/T$. Τότε:

$$H(u,v) = \int_0^T e^{-j2\pi u x_0(t)} dt = \int_0^T e^{-j2\pi u at/T} dt = \frac{T}{\pi ua} \sin(\pi ua) e^{-j\pi ua}$$

Αν υπάρχει κίνηση και στη διεύθυνση y :

$$H(u,v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin[\pi(ua + vb)] e^{-j\pi(ua + vb)}$$



a b

FIGURE 5.26

(a) Original image.
(b) Result of blurring using the function in Eq. (5.6-11) with $a = b = 0.1$ and $T = 1$.

Αντίστροφο φίλτρο

Ο πιο απλός τρόπος αποκατάστασης μιας υποβαθμισμένης εικόνας είναι να χρησιμοποιηθεί φίλτρο αντίστροφο της υποβάθμισης.

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

Ακόμα κι αν ξέρουμε τη συνάρτηση υποβάθμισης, δεν μπορούμε να ανακτήσουμε την αρχική εικόνα πλήρως γιατί ο θόρυβος $N(u,v)$ δεν είναι γνωστός.

Αν η συνάρτηση υποβάθμισης έχει μηδενικές ή πολύ μικρές τιμές, ο θόρυβος θα ενισχύεται λόγω του όρου $N(u,v)/H(u,v)$.

Αντίστροφο φίλτρο

Αντιμετώπιση

Περιορισμός των συχνοτήτων του φίλτρου κοντά στην αρχή των αξόνων, μια και το $H(0,0)$ είναι συνήθως η μεγαλύτερη τιμή του $H(u,v)$ στο πεδίο των συχνοτήτων

Ψευδοαντίστροφο φίλτρο

$$H^{-}(u,v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u,v)} & \text{αν } |H(u,v)| > \varepsilon \\ \frac{1}{\varepsilon} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Αντίστροφo φίλτρο

a b
c d 480x480

FIGURE 5.27

Restoring
Fig. 5.25(b) with
Eq. (5.7-1).
(a) Result of
using the full
filter. (b) Result
with H cut off
outside a radius of
40; (c) outside a
radius of 70; and
(d) outside a
radius of 85.



$$H(u,v) = e^{-k[(u-M/2)^2 + (v-N/2)^2]^{5/6}}$$

με $k = 0.0025$

Φίλτρο Wiener

Το αντίστροφο φίλτρο δεν αντιμετωπίζει το θόρυβο.

Το φίλτρο Wiener λαμβάνει υπόψη και τη συνάρτηση υποβάθμισης και τα στατιστικά χαρακτηριστικά του θορύβου κατά τη διαδικασία αποκατάστασης της εικόνας.

Έστω η παρατηρούμενη εικόνα

$$g(x,y) = s(x,y) + n(x,y)$$

Υποθέσεις:

Θόρυβος $n(x,y)$: AWGN με μέση τιμή μηδέν, ασυσχέτιστος με την εικόνα $s(x,y)$

Εικόνα $s(x,y)$: διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά της (είναι ασθενώς στάσιμη διαδικασία).

Φίλτρο Wiener

Πρόβλημα:

Εκτίμηση της εικόνας $s(x,y)$ από την ενθόρυβη εικόνα $g(x,y)$ με χρήση γραμμικού φίλτρου $h_w(x,y)$

Η εικόνα και ο θόρυβος θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές και το φίλτρο επιλέγεται ώστε να ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean squared error) ανάμεσα στην s και την εκτίμησή της:

$$e^2 = E \left\{ (s - \hat{s})^2 \right\}$$

Αποδεικνύεται ότι αυτό το φίλτρο ικανοποιεί τις εξισώσεις:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h_w(x-k, y-l) R_{gg}(k, l) = R_{sg}(x, y)$$

Φίλτρο Wiener

$R_{gg}(k,l) = E[g(x,y)g(x-k, y-l)]$ συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της g

$R_{sg}(k,l) = E[s(x,y)g(x-k, y-l)]$ συνάρτηση ετεροσυσχέτισης των s, g

Ο μετασχηματισμός Fourier των εξισώσεων δίνει:

$$H_W(u,v)P_{gg}(u,v) = P_{sg}(u,v) \Leftrightarrow H_W(u,v) = \frac{P_{sg}(u,v)}{P_{gg}(u,v)}$$

όπου P_{sg} και P_{gg} είναι τα φάσματα ετεροσυσχέτισης και αυτοσυσχέτισης ($P_{gg} = |G(u,v)|^2$)

Επειδή τα s και η είναι ασυσχέτιστα:

$$\begin{aligned} R_{sg}(k,l) &= E[s(x,y)\{s(x-k,y-l) + \eta(x-k,y-l)\}] \\ &= E[s(x,y)s(x-k,y-l)] + E[s(x,y)\cancel{\eta(x-k,y-l)}] = R_{ss}(k,l) \end{aligned}$$

$$P_{sg}(u,v) = P_{ss}(u,v)$$

Φίλτρο Wiener

$$\begin{aligned} R_{gg}(k,l) &= E[\{s(x,y) + \eta(x,y)\}\{s(x-k,y-l) + \eta(x-k,y-l)\}] \\ &= E[s(x,y)s(x-k,y-l)] + E[s(x,y)\eta(x-k,y-l)] + \\ &\quad + E[\eta(x,y)s(x-k,y-l)] + E[\eta(x,y)\eta(x-k,y-l)] \\ &= R_{ss}(k,l) + R_{nn}(k,l) \end{aligned}$$

$$P_{sg}(u,v) = P_{ss}(u,v) + P_{\eta\eta}(u,v)$$

Άρα το φίλτρο γίνεται:

$$H_W(u,v) = \frac{P_{ss}(u,v)}{P_{ss}(u,v) + P_{\eta\eta}(u,v)}$$

Με κατάλληλη τροποποίηση το φίλτρο Wiener μπορεί να αντιμετωπίσει και την υποβάθμιση που εισάγει το σύστημα.

Φίλτρο Wiener

Αν στη θέση του $s(x,y)$ θεωρήσουμε τη συνέλιξη μιας αρχικής εικόνας $f(x,y)$ με τη συνάρτηση υποβάθμισης $h(x,y)$,

$$P_{sg}(u,v) = H^*(u,v) P_{ff}(u,v)$$

$$P_{gg}(u,v) = |H(u,v)|^2 P_{ff}(u,v) + P_{nn}(u,v)$$

και το φίλτρο γίνεται:

$$\begin{aligned} H_w(u,v) &= \frac{H^*(u,v) P_{ff}(u,v)}{|H(u,v)|^2 P_{ff}(u,v) + P_{nn}(u,v)} \\ &= \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + P_{nn}(u,v) / P_{ff}(u,v)} \\ &= \frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + P_{nn}(u,v) / P_{ff}(u,v)} \end{aligned}$$

Αν ο θόρυβος είναι μηδενικός το φίλτρο Wiener μεταπίπτει στο αντίστροφο φίλτρο.

Φίλτρο Wiener

Σχεδίαση και υλοποίηση

- $H(u,v)$: γνωστή ή εκτιμάται από την παρατηρούμενη εικόνα
- $P_{nn}(u,v)$: το μέσο επίπεδο θορύβου εκτιμάται από τις υψηλές συχνότητες στην παρατηρούμενη εικόνα, όπου η ισχύς της αρχικής εικόνας θεωρείται αμελητέα
- $P_{ff}(u,v)$: εκτιμάται από το φάσμα ισχύος της παρατηρούμενης εικόνας

$$\hat{P}_{ff}(u,v) = \frac{P_{gg}(u,v) - \hat{P}_{nn}(u,v)}{|H(u,v)|^2}$$

Για να αποφευχθεί διαίρεση με το μηδέν μπορούμε για το $|H(u,v)|$ να χρησιμοποιήσουμε κάποιο κατώφλι:

$$|H(u,v)| = \begin{cases} |H(u,v)| & \text{αν } |H(u,v)| > \varepsilon \\ \varepsilon & \text{αν } |H(u,v)| \leq \varepsilon \end{cases}$$

Φίλτρο Wiener



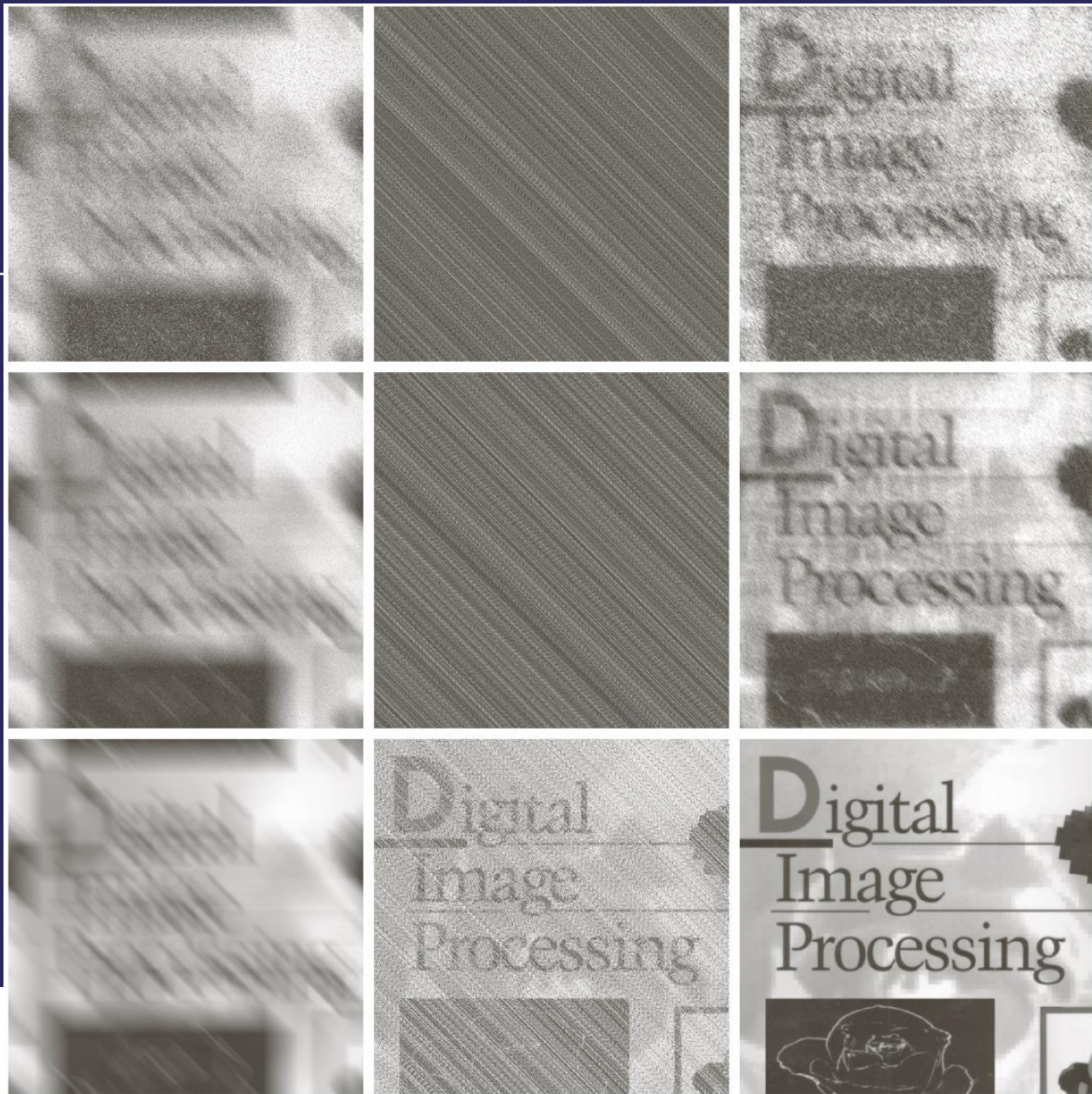
a b c

FIGURE 5.28 Comparison of inverse and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.

Φίλτρο Wiener

Ένα σταθερό φίλτρο χρησιμοποιείται σε όλη την εικόνα → θόλωμα (πρόβλημα στην αρχική υπόθεση περί στασιμότητας της εικόνας)

Λύση: προσαρμοστική επεξεργασία (προσαρμοστικό φίλτρο Wiener στο χωρικό πεδίο)



a	b	c
d	e	f
g	h	i

FIGURE 5.29 (a) 8-bit image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)–(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)–(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a “curtain” of noise.