数据结构 ST表 详解

原创 HeartFireY 于 2021-08-01 09:54:20 发布 781 已收藏 12 版权

分类专栏： 数据结构 算法学习 文章标签： 数据结构 算法 acm竞赛

数据结构 同时被 2 个专栏收录 0 订阅 54 篇文章 订阅专栏

| Powered By HeartFireY | Sparse-table

| 需要的前导知识：倍增

一、什么是ST表

1.可重复贡献问题

可重复贡献问题是对于运算opt，运算的性质满足$x\ opt\ x\ =\ x$，则对应的区间询问就是一个可重复的贡献问题，例如：最大值满足$max(x,x)=x$，最大公因数满足$gcd(x,x)=x$，因此RMQ问题和GCD问题就是一个可重复贡献的问题，但是例如区间和就不满足这个性质，因为在求解区间和的过程中采用的预处理区间会发生重叠，导致重叠部分被重复计算，因此对于opt操作还需要满足集合率才能够使用ST表进行求解。

2.ST表简介

ST表是一种基于倍增思想，用于解决**可重复贡献问题**的 数据结构 。

ST表应用最广泛的领域便是解决RMQ问题：给定n个数，m个询问，对于每个询问，需要回答区间$[l,r]$中的最大值或最小值(可以采用两个数组同时进行处理)。

基于倍增的思想，ST表可以实现$O(nl$

仅进行区间最值查询，ST表的效率完

作，无论是单点修改还是区间修改都不支持。

二、ST表的原理和实现

我们在简介中提到，ST表基于倍增的思想，但并不是朴素的倍增方式：对于朴素的倍增方式，我们可以发现查询的过程中，我们仍然需要调2^i步，那么查询的复杂度显然不是$0(1)$，也不存在比线段树更有的说法，反倒预处理不如线段树快。

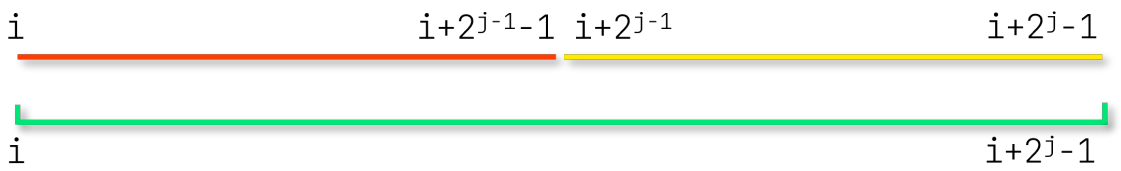
❓::那么倍增的思想是如何应用的呢?

我们在简介前提到了重复贡献问题，显然对于区间的最小值/最大值都满足这个性质：$min(x,x)=x$, $max(x,x)=x$。那么显然用来求解的预处理的区间有重叠部分，只要这些区间的并是所求区间，最终计算出的答案一定就是正确答案。

❓::具体是如何实现的?

我们定义$f[i][j]$表示区间$[i,i+2^j-1]$的最大值，那么显然$f[i][0]=a_i$。

那么我们可以根据倍增的思路给出状态转移方程：$f(i,j)=max(f(i,j-1),f(i+2^{j-1},j-1))$



而对于询问$[l,r]$，我们将其分成两部分$f[l,l+2^s-1]$和$f[r-2^s+1,r]$，即为两个子区间。由于RMQ属于可重复贡献问题，因此不必使两个区间不相交。

但显然，我们需要使第一个字区间的右端点尽可能的接近r，那么不妨直接令$l+2^s-1=r$，那么可以得到$s=\log_2(r-l+1)$；同时，我们希望第二个区间的左端点尽可能地接近l，也就是$r-2^s+1=l$，发现于上一个式子使完全相同的，因此只需要取$s=\log_2(r-l+1)$即可。但显然这样的s不是整数，那么我们直接取向下取整即可，此时的s仍能保证两个子区间完全覆盖整个区间。

由于使用STL反复计算log值容易卡log

$$\begin{cases} Logn[1] = 0, \\ Logn\,[i] = Logn[\frac{i}{2}] + 1. \end{cases}$$

ST表的其他应用

除 RMQ 以外，还有其它的“可重复贡献问题”。例如“区间按位和”、“区间按位或”、“区间 GCD”，ST 表都能高效地解决。

需要注意的是，对于“区间 GCD”，ST 表的查询复杂度并没有比线段树更优（令值域为 w，ST 表的查询复杂度为 $\Theta(\log w)$，而线段树为 $\Theta(\log n + \log w)$，且值域一般是大于 n 的），但是 ST 表的预处理复杂度也没有比线段树更劣，而编程复杂度方面 ST 表比线段树简单很多。

如果分析一下，“可重复贡献问题”一般都带有某种类似 RMQ 的成分。例如“区间按位与”就是每一位取最小值，而“区间 GCD”则是每一个质因数的指数取最小值。

三、ST表RMQ模板

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

#define N 2000010

int stmax[N][22], stmin[N][22], mn[N], a[N];

int q, n;

void init(){
    mn[0] = -1;
    for (int i = 1; i <= n; i++){
        mn[i] = ((i & (i - 1)) == 0) ? mn[i - 1] + 1 : mn[i - 1];
        stmax[i][0] = stmin[i][0] = a[i];
    }
    for (int j = 1; j <= mn[n]; j++)
        for (int i = 1; i + (1 << j) - 1 <= n; i++){
            stmax[i][j] = ma
            stmin[i][j] = mi
```

```
        }
}

inline int rmq_max(int L, int R){
    int k = mn[R - L + 1];
    return max(stmax[L][k], stmax[R - (1 << k) + 1][k]);
}

inline int rmq_min(int L, int R){
    int k = mn[R - L + 1];
    return min(stmin[L][k], stmin[R - (1 << k) + 1][k]);
}

signed main(){
    cin >> n >> q;
    for(int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
    init();
    while(q--){
        int l, r; cin >> l >> r;
        cout << rmq_max(l, r) << rmq_min(l, r) << endl;
    }
    return 0;
}
```

文章知识点与官方知识档案匹配，可进一步学习相关知识

算法技能树 leetcode-哈希表 30-串联所有单词的子串 3141 人正在系统学习中

ST表算法详解 Hanks_o的博客 1万+

ST表算法详解（算是吧）ST表就是一个用来解决rmq（区间最值）问题的算法。 ST表不支持在线修改。 预处…

数据结构——ST表 wyjjqr的博客 295

倍增 原理： 只递推状态空间在2的整数次幂位置上的值作为代表。当需要其他位置的值时，我们通过“任意整数…

参与评论

HeartFireY 关注 2 0 12

请发表有价值的评论， 博客评论不欢迎灌水，良好的社区氛围需大家一起维护。 评论

st表_帅比王的博客 2-24
ST表是一个用来处理区间最值查询(Range Maximum/Minimum Query)的离线算法。该算法分为离线预处理O(n…

ST表_wsyear的博客 2-26
ST表例题 题目链接:【模板】ST表。 思路 这道题不就是把刚才讲的所有思路与代码拼凑起来,这里不再赘述。 …

【算法学习笔记】Sparse Table memcpy0的博客 77
文章目录1. RMQ问题2. Sparse-Table(1) 预处理(动态规划)(2) 区间查询3. 扩展4. 题目 1. RMQ问题 RMQ(Rang…

数据结构进阶：ST表 橘嘉禾 175
简介 ST 表是用于解决 可重复贡献问题 的数据结构。 什么是可重复贡献问题？ 可重复贡献问题 是指对于运算…

ST表 热门推荐 Follow My Heart 1万+
风满山楼，执吾之剑，破万重天!

ST表（模板） qq_44866969的博客 888
//预处理复杂度同为O(nlogn),查询时间上，ST表为O(1),线段树为O(logn) #include<bits/stdc++.h> using names…

ST表初步理解 日居月诸的博客 1499
文章目录st表的作用代码（模板）例题引入详细代码第二道例题详细代码1优化（其实这与ST表无关）详细代码…

ST表详解(稀疏表) CppYyds的博客 95
文章目录ST表简介动态规划的预处理(以2为倍数增加长度)区间查询的方法例题一：ST表模板题例题二：ST表…

st表 帅比王的博客 3407
摘要 ST表是一个用来处理区间最值查询（Range Maximum/Minimum Query）的离线算法。该算法分为离线预…

ST表学习总结 qq_35811331的博客 226
ST表 & 题目概述时间复杂度题目 概述 ST表是通过2的幂快速地从两端区间覆盖实现O(1)区间查询最大最小值…

详解Hpptclient 与RestTemplate 的Get与Post请求 qq_21223653的博客 184
spring中最长见得两种请求方式：Get与Post 有些时候我们需要跨域去访问其他服务上的接口，此时就用到Htp…

一类子树问题的总结 weixin_30336061的博客 56
以下问题均允许离线，根节点都为1。 prob1：一棵有根树，要求线性时间求出任意子树的权值和。 prob2：一…

ST表讲解与例题

HeartFireY 关注 2 0 12

ST（Sparse Table） 算法 简介 适用范围 ST 表是用于解决可重复贡献问题的的区间询问的数据结构，基本思…

ST表（Sparse Table） **最新发布** qq_52441682的博客 588

文章目录一、1.2.二、1.2. 一、 1. 2. 二、 1. 2.

稀疏表（ST表） jiahonghao2002的博客 58

稀疏表（ST表） 此文介绍一种数据结构——ST表（Sparse Table），以及如何使用这个数据结构解决可重复贡…

对ST表的一些简单理解以及总结 qq_53774367的博客 31

什么是ST表？ ST表是一种数据结构，用来解决区间内的一些问题（比如可以求区间最小值、区间最大值），S…

数据结构ST表 半杯的博客 51

一 定义 ST表是一种数据结构，这个数据结构是基于一个二维数组f[i][j]f[i][j]f[i][j],在这个二维数组内f[i][j]f[i][j]f[i][…

HeartFireY
码龄7年 江西师范大学

235	3098	8436	5万+	
原创	周排名	总排名	访问	等级
2853	115	305	131	308
积分	粉丝	获赞	评论	收藏

私信 关注

热门文章

深度优先搜索(DFS) 总结(算法+剪枝+优化总结) 6436

Educational Codeforces Round 118 div.2 ABC 2791

2021 CCPC 桂林站 A.A Hero Named Magnus 2704

F-进制转换 2012

A Knight's Journey 爆搜DFS 1841

分类专栏

比赛题解 78篇

codeforces 30篇

DP动态规划 8篇

AC Road 136篇

图论 刷题记录 12篇

线段树/主席树 31篇

最新评论

二叉树的遍历及根据遍历反推树的方法详解
IntroWonder: 看了博主的文章我感觉我又行了！

如何在latex中用tikz画一把“圣剑“
HeartFireY: 被大佬锐评了

深度优先搜索(DFS) 总结(算法+剪枝+优…
云圈圈sunnny: 好文！🥰🥰

2022牛客寒假算法基础集训营2
HeartFireY: 改了

您愿意向朋友推荐“博客详情页”吗?

强烈不推荐 不推荐 一般般 推荐 强烈推荐

最新文章

如何在latex中用tikz画一把“圣剑“

Codeforces Round #773 (Div. 2)

括号序列【第十二届】【省赛】【B组】 DP

2022

03月 1篇
02月 19篇
01月 20篇

2021年 182篇
2020年 13篇

HeartFireY 关注 2 0 12

目录