

Directivas y Recomendaciones:

1. La duración del examen es de 90 minutos.
2. La entrega del examen se realizará levantando el programa fuente en Python (formato ".py") al aula de la asignatura en la Plataforma Educa.
3. El nombre del programa a entregar debe contener apellido, nombre y cédula por ejemplo: "perez_luis_3605781.py"
4. Organice su programa utilizando métodos y comentarios adecuados.
5. Se dispone del módulo "Arboles.py" en la plataforma que debe ser extendido para el desarrollo del temario.

Tema 1

Un **árbol binario** es una estructura en la cual cada nodo siempre tiene un **hijo izquierdo** y un **hijo derecho**, por lo que no pueden tener más de dos hijos. Si algún nodo no tiene hijos es llamado **nodo hoja**. Cada nodo tiene un padre, excepto uno; el **nodo raíz**. La raíz es el nodo cabecera de un árbol.

Un **árbol binario de búsqueda** o BST (*Binary Search Tree*) es un tipo de árbol binario que se define de la siguiente manera:

- Todo árbol vacío es un árbol binario de búsqueda.
- Un elemento o clave de información (nodo) más un número finito -a lo sumo dos- de estructuras tipo árbol, disjuntos, llamados subárboles y que además cumplen lo siguiente:
 - Todas las claves del subárbol izquierdo al nodo son menores que la clave del nodo.
 - Todas las claves del subárbol derecho al nodo son mayores que la clave del nodo.
 - Ambos subárboles son árboles binarios de búsqueda.

Existen conceptos relacionados a los árboles binarios:

- **Nodos internos:** es el conjunto de nodos que NO son hoja ni raíz.
- **Altura de un nodo:** es el número de nodos del camino más largo de ese nodo a una hoja. La altura de un nodo hoja es cero. Ej.: la altura del nodo 20 es 2; la altura del nodo 64 es 1.

En la siguiente gráfica se contempla un ejemplo de estructura árbol binario de búsqueda y un ejemplo de nodos internos del árbol.

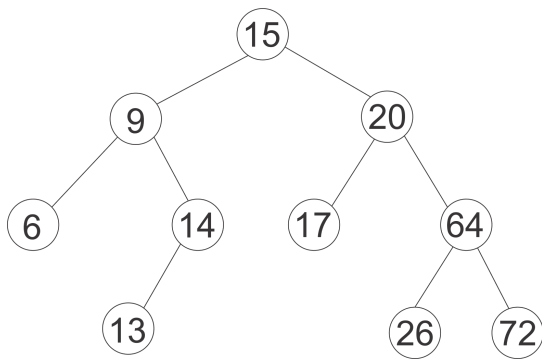


Fig 1. Árbol binario de búsqueda

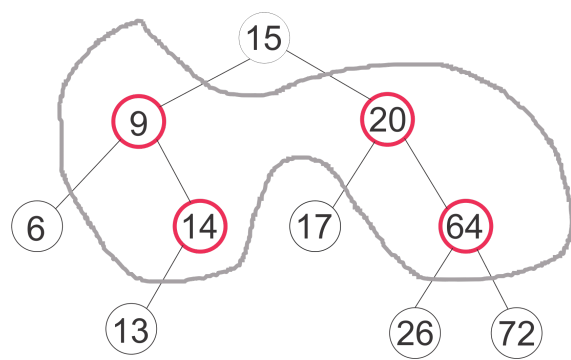


Fig 2. Nodos internos

En base a los conceptos generales, se pide:

1. Un método que retorna el listado de nodos internos del árbol (35p)

Listado de nodos internos = [9, 14, 20, 64]

2. Un método que calcula la suma de las alturas de los nodos internos del árbol (35p)

Suma de las alturas del los nodos internos = 6

3. Un método que imprime el árbol binario de forma tabulada con la información de la altura (20p)

Ejemplo:

```

        6 ->H: 0
      9 ->H: 2
        13 ->H: 0
        14 ->H: 1
      15 ->H: 3
        17 ->H: 0
      20 ->H: 2
        26 ->H: 0
        64 ->H: 1
        72 ->H: 0
    
```

4. Participación en el examen (10)