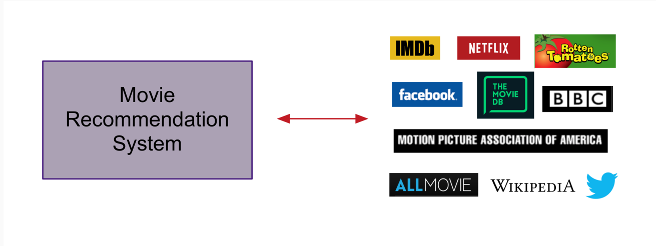
Τεχνητή Νοημοσύνη και Λογική

Γιώργος Στάμου

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Αναπαράσταση Γνώσης και Συλλογιστική - Παράδειγμα



Προτασιακή Λογική - Σύνταξη και Σημασιολογία

Δηλώσεις και προτάσεις

Δηλώσεις σε φυσική γλώσσα:

- Το «The Judge» είναι δράμα.
- Ο «Woody Allen» είναι σκηνοθέτης.
- Θα πας σινεμά σήμερα;
- Ο «Woody Allen» σκηνοθετεί κωμωδίες.

Δηλώσεις σε συμβολική γλώσσα (ή τυπικά ατομικές προτάσεις):

p: TheJudge — IsA — Drama
q: WoodyAllen — IsA — Director
r: WoodyAllen — directs — Comedies

Λογικά σύμβολα

Δίνονται οι ατομικές προτάσεις:

p_1: Manhattan – IsA – Comedy,
p_2: Manhattan – IsNotA – Comedy,
p_3: Manhattan – IsA – Movie,
p_4: WoodyAllen – directs – Comedies,
p_5: WoodyAllen – hasDirected – Manhattan.

Παρατηρούμε ότι:

- Αν ισχύει η p_1, τότε ισχύει η p_3.
- Αν ισχύει η p_1, τότε δεν ισχύει η p_2.
- Θα ισχύει η p_1 ή/και η p_2.
- Αν ισχύουν η p_4 και η p_5, τότε θα ισχύει η p_1.

Σύνθετες προτάσεις - Γνώσεις

Σύνθετη πρόταση ή απλά πρόταση είναι μια δήλωση p που σχηματίζεται ως εξής:

$$p: \quad a \mid \neg p_1 \mid p_1 \wedge p_2 \mid p_1 \vee p_2 \mid p_1 \Rightarrow p_2,$$

όπου

- a μία ατομική πρόταση
- p_1 και p_2 σύνθετες προτάσεις
- $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow$ λογικοί σύνδεσμοι

Ένα πεπερασμένο σύνολο προτάσεων ονομάζεται βάση γνώσης ή απλά γνώση.

Αποτίμηση πρότασης

Αποτίμηση μίας πρότασης p είναι μια απεικόνιση της p στο σύνολο των τιμών αληθείας και συμβολίζεται με $\mathrm{val}(p)$.

Τυπικά, γράφουμε

$$\mathrm{val}(p) = \mathrm{T} \;\; (\text{ή } \mathrm{val}(p) = \mathrm{F})$$

και εννοούμε ότι η πρόταση p είναι αληθής (ή ψευδής, αντίστοιχα).

Αποτίμηση πρότασης

Η αποτίμηση των σύνθετων προτάσεων στηρίζεται στη σημασία των λογικών συνδέσμων, που ορίζεται από τους Πίνακες Αληθείας:

$\mathrm{val}(p)$	$\mathrm{val}(q)$	$\mathrm{val}(\neg p)$	$\mathrm{val}(p \wedge q)$	$\mathrm{val}(p \vee q)$	$\mathrm{val}(p \Rightarrow q)$
F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	T	T

Αποτίμηση πρότασης - Παράδειγμα

Αποτίμηση της πρότασης:

$$p_1 \land (p_1 \Rightarrow (\neg p_1 \lor p_2)) \Rightarrow p_2$$

δεδομένου ότι $\mathrm{val}(p_1) = \mathrm{T}$ και $\mathrm{val}(p_2) = \mathrm{F}$

p_1	$\land$	(	p_1	$\Rightarrow$	(	$\neg$	p_1	$\lor$	p_2	)	)	$\Rightarrow$	p_2
T			T				T		F				F
						F							
								F					
				F									
	F												
												T	

Ερμηνεία πρότασης και γνώσης

Ονομάζουμε ερμηνεία (interpretation) μίας πρότασης p μια απεικόνιση

$$\mathcal{I} : \mathrm{sig}(p) \to \{\mathrm{T}, \mathrm{F}\}$$

Ονομάζουμε ερμηνεία μίας γνώσης $\mathcal{K}$ μια απεικόνιση

$$\mathcal{I} : \mathrm{sig}(\mathcal{K}) \to \{\mathrm{T}, \mathrm{F}\}$$

Ερμηνείες- Παράδειγμα

Έστω η γνώση:

$$\mathcal{K} = \{q_1, q_2\}$$

όπου:
$$q_1 : \; p_1 \land (p_1 \Rightarrow (\neg p_1 \lor p_2)) \Rightarrow p_2$$
$$q_2 : \; (p_1 \land p_2) \Rightarrow (p_3 \lor p_4)$$

Δίνονται δύο ερμηνείες της:
$$\mathcal{I}_1 = \{p_1 \to \mathrm{T}, p_2 \to \mathrm{F}, p_3 \to \mathrm{F}, p_4 \to \mathrm{T}\}$$
$$\mathcal{I}_2 = \{p_1 \to \mathrm{F}, p_2 \to \mathrm{F}, p_3 \to \mathrm{T}, p_4 \to \mathrm{F}\}$$

Δεν είναι δύσκολο να δούμε ότι:

- Για την $\mathcal{I}_1$ ισχύει ότι $\mathrm{val}(q_1) = \mathrm{T}$ και $\mathrm{val}(q_2) = \mathrm{T}$.
- Για την $\mathcal{I}_2$ ισχύει ότι $\mathrm{val}(q_1) = \mathrm{T}$ και $\mathrm{val}(q_2) = \mathrm{F}$.

Ερμηνείες και προτάσεις

- Μία ερμηνεία $\mathcal{I}$ ικανοποιεί (satisfies) μία πρόταση p, όταν για την ερμηνεία αυτή $\mathrm{val}(q_1) = \mathrm{T}$. Τότε η $\mathcal{I}$ είναι μοντέλο της p.
- Μία πρόταση p ονομάζεται ταυτολογία (tautology) ανν την ικανοποιεί κάθε ερμηνεία της.
- Μία πρόταση p ονομάζεται συνεπής (consistent) ανν υπάρχει τουλάχιστον μία ερμηνεία που την ικανοποιεί, αλλιώς ονομάζεται αντίφαση (clash).
- Μία πρόταση p συνεπάγεται (entails) μία πρόταση q ανν όλες οι ερμηνείες της γνώσης που περιέχει τις δύο προτάσεις και ικανοποιούν την p ικανοποιούν και την q.
- Δύο προτάσεις p και q είναι ισοδύναμες (equivalent), ανν η μία ικανοποιεί την άλλη.

Ερμηνείες και γνώσεις

- Μία ερμηνεία $\mathcal{I}$ ικανοποιεί (satisfies) μία γνώση $\mathcal{K}$ ανν ικανοποιεί όλες της προτάσεις της. Τότε η $\mathcal{I}$ είναι μοντέλο της $\mathcal{K}$.
- Μία γνώση $\mathcal{K}$ ονομάζεται συνεπής (consistent) ανν υπάρχει τουλάχιστον μία ερμηνεία που ικανοποιεί την $\mathcal{K}$, αλλιώς ονομάζεται ασυνεπής (inconsistent).
- Μία γνώση $\mathcal{K}$ συνεπάγεται (entails) μία πρόταση p ανν όλα τα μοντέλα της $\mathcal{K}$ ικανοποιούν την p.

Αυτόματη Συλλογιστική στην Προτασιακή Λογική

Προβλήματα συλλογιστικής

Ορίζονται τα εξής προβλήματα συλλογιστικής για προτάσεις και γνώσεις:

- Δίνεται μία πρόταση p
  - Είναι η p συνεπής;
  - Είναι η p ταυτολογία;
- Δίνεται μία βάση γνώσης $\mathcal{K}$.
  - Είναι η $\mathcal{K}$ συνεπής;
- Δίνονται δύο προτάσεις p και q
  - Η p συνεπάγεται την q;
  - Είναι οι p, q ισοδύναμες;
- Δίνεται μία βάση γνώσης $\mathcal{K}$ και μία πρόταση p.
  - Η $\mathcal{K}$ συνεπάγεται την p;

Έλεγχος Ικανοποιησιμότητας - Αλγόριθμος SAT

Algorithm 1 SAT(p)

Input: Μία πρόταση p.

```
E := το σύνολο των ερμηνειών 𝓘 της p
for all 𝓘 ∈ E do
    if 𝓘 ικανοποιεί την p then
        return YES
    end if
end for
return NO
```

Προβλήματα συλλογιστικής - Έλεγχος συνεπαγωγής

Algorithm 2 ENTAIL($\mathcal{K}, p$)

Input: Μία γνώση $\mathcal{K}$ και μία πρόταση p με $\mathrm{sig}(p) \subseteq \mathrm{sig}(\mathcal{K})$.

```
E := το σύνολο των ερμηνειών 𝓘 της 𝒦
for all 𝓘 ∈ E do
    if 𝓘 ικανοποιεί την 𝒦 και δεν ικανοποιεί την p then
        return 𝒦 ⊭ p
    end if
end for
return 𝒦 ⊨ p
```


Κανονική συζευκτική μορφή πρότασης

Θα λέμε ότι μία πρόταση p είναι σε κανονική συζευκτική μορφή (conjunctive normal form-CNF), όταν είναι στη μορφή:

$$p: \; p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n$$

με: $p_i : q_1 \vee q_2 \vee \cdots \vee q_m$, q_i: $a \mid \neg a$, όπου a ατομική πρόταση.

- Στην περίπτωση αυτή αναφέρουμε τα p_i ως συζευκτικά (conjuncts), τα q_i ως διαζευκτικά (disjuncts) και κάθε a ή $\neg a$ ως λεκτικό (literal) (θετικό ή αρνητικό, αντίστοιχα).
- Για ευκολία, γράφουμε τις προτάσεις στη μορφή λιστών ως:

$$p : \{[q_1^1, \ldots, q_{m_1}^1], \ldots, [q_1^1, \ldots, q_{m_n}^n]\}$$

- Όμοια, μπορούμε να γράψουμε τις γνώσεις ως λίστες των συζευκτικών όλων των προτάσεών τους.

Μετατροπή σε CNF

ΒΗΜΑ 1 Αντικατάστησε τις συναπαγωγές χρησιμοποιώντας τη σχέση
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

ΒΗΜΑ 2 Μετακίνησε την άρνηση μπροστά από τις ατομικές προτάσεις εφαρμόζοντας επαναληπτικά τις σχέσεις
$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$
$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$
$(\neg\neg p) \equiv p$

Μετατροπή σε CNF

ΒΗΜΑ 3 Επιμέρισε τις διαζεύξεις με βάση τις σχέσεις
$(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((q \wedge r) \vee p) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

ΒΗΜΑ 4 Απλοποίησε με βάση τις σχέσεις
$(p \vee p) \equiv p$
$(p \wedge p) \equiv p$

Μετατροπή σε CNF - Παράδειγμα

Θέλουμε να υπολογίσουμε τη CNF της πρότασης

$$p : p_1 \wedge (p_1 \Rightarrow (\neg p_1 \vee p_2)) \Rightarrow p_2$$

Εφαρμόζοντας το Βήμα 1, έχουμε διαδοχικά:

$p_1 \wedge (p_1 \Rightarrow (\neg p_1 \vee p_2)) \Rightarrow p_2 \rightarrow$
$p_1 \wedge (\neg p_1 \vee (\neg p_1 \vee p_2)) \Rightarrow p_2$ $\neg(p_1 \wedge (\neg p_1 \vee (\neg p_1 \vee p_2))) \vee p_2$

Μετατροπή σε CNF - Παράδειγμα

Συνεχίζουμε με την πρόταση:

$$\neg(p_1 \wedge (\neg p_1 \vee (\neg p_1 \vee p_2))) \vee p_2$$

Εφαρμόζοντας το Βήμα 2, έχουμε διαδοχικά:

$\neg(p_1 \wedge (\neg p_1 \vee (\neg p_1 \vee p_2))) \vee p_2$ $\neg p_1 \vee \neg(\neg p_1 \vee (\neg p_1 \vee p_2)) \vee p_2$ $\neg p_1 \vee (\neg(\neg p_1$

Μετατροπή σε CNF - Παράδειγμα

Συνεχίζουμε με την πρόταση:

$$\neg p_1 \vee (p_1 \wedge (p_1 \wedge \neg p_2)) \vee p_2$$

Εφαρμόζοντας το Βήμα 3, έχουμε διαδοχικά:

$\neg p_1 \vee (p_1 \wedge (p_1 \wedge \neg p_2)) \vee p_2 \rightarrow$
$((\neg p_1 \vee p_1) \wedge (\neg p_1 \vee (p_1 \wedge \neg p_2))) \vee p_2$ $((\neg p_1 \vee p_1) \wedge (\neg p_1 \vee p_1) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2)$

Μετατροπή σε CNF - Παράδειγμα

Συνεχίζουμε με την πρόταση:

$$(\neg p_1 \vee p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_2)$$

Το Βήμα 4 δεν εφαρμόζεται, οπότε αυτή είναι η CNF της πρότασης p.

Η πρόταση μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\{[\neg p_1, p_1, p_2], [\neg p_1, p_1, p_2], [\neg p_1, \neg p_2, p_2]\}$$

Παρατήρηση:

Δεν είναι δύσκολο να δούμε ότι και τα τρία προτασιακά της πρότασης είναι προφανείς ταυτολογίες.

Παράδειγμα ελέγχου συνέπειας

Έστω η βάση γνώσης

$$\mathcal{K} = \{[p_1, p_2], [\neg p_1, p_2], [\neg p_2]\}$$

- Είναι προφανές ότι τα προτασιακά $[p_1, p_2]$ και $[\neg p_1, p_2]$ συνεπάγονται το προτασιακό $[p_2]$.
- Επομένως θα μπορούσαμε να προσθέσουμε στη γνώση $\mathcal{K}$ το $[p_2]$, χωρίς ουσιαστικά η $\mathcal{K}$ να τροποποιηθεί σημασιολογικά.
- Συνεπώς, η $\mathcal{K}$ είναι σημασιολογικά ισοδύναμη με την

  $$\mathcal{K}' = \{[p_1, p_2], [\neg p_1, p_2], [\neg p_2], [p_2]\}$$

  η οποία περιέχει μια προφανή αντίφαση.
- Συνεπώς, η $\mathcal{K}$ είναι ασυνεπής.

Αλγόριθμος ανάλυσης

Έστω p και q δύο διαζευκτικά.

- Έστω ότι το p περιέχει την ατομική πρόταση a και το q περιέχει την $\neg a$, δηλαδή έστω ότι $p : p' \cup \{a\}$ και $q : q' \cup \{\neg a\}$.
- Παρατηρούμε ότι η πρόταση $p' \cup q'$ είναι λογικό συμπέρασμα των p και q.
- Θα λέμε ότι από τα p και q συμπεραίνουμε (infer) την $p' \cup q'$.
- Θα λέμε ότι η $p' \cup q'$ είναι αναλυθέν (resolvent) των p και q και θα γράφουμε $p, q \vdash p' \cup q'$.

Αλγόριθμος ανάλυσης

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση και r μια πρόταση.

- Θα λέμε ότι η r είναι αναλυθέν (resolvent) της $\mathcal{K}$, ανν και μόνο αν υπάρχουν δύο διαζευκτικά της $\mathcal{K}$ από τα οποία παράγεται η r.
- Θα λέμε ότι η r παράγεται αναλυτικά από την $\mathcal{K}$ και θα γράφουμε $\mathcal{K} \vdash r$, αν υπάρχει μια ακολουθία προτάσεων $p_1, p_2, \ldots, p_n$, με $p_n \equiv r$, όπου όλα τα p_i είναι είτε προτασιακά της $\mathcal{K}$ είτε αναλυθέντα δύο προηγούμενων προτασιακών της ακολουθίας.
- Ο παραπάνω κανόνας συλλογιστικής (κανόνας παραγωγής αναλυθέντων) ονομάζεται κανόνας της ανάλυσης (resolution rule).
- Ο συγκεκριμένος κανόνας συλλογιστικής μπορεί να εφαρμόζεται σε μία γνώση, παράγοντας μία σημασιολογικά ισοδύναμη γνώση (με ένα επιπλέον αξίωμα).

Αλγόριθμος ανάλυσης

Algorithm 3 RES($\mathcal{K}, p$)

Input: Μία γνώση $\mathcal{K}$ και μία πρόταση p με $\mathrm{sig}(p) \subseteq \mathrm{sig}(\mathcal{K})$.

```
K' := K ∪ {¬p}
repeat
    K := K'
    if υπάρχει q με K ⊢ q, όπου q ∉ K then
        if q προφανής αντίφαση then
            return K ⊨ p
        end if
        K' := K ∪ {q}
    end if
until K = K'
return K ⊭ p
```

Λογική Πρώτης Τάξης - Σύνταξη

Όροι - Σταθερές

Σταθερά (constant) είναι ένα μη λογικό σύμβολο (συμβολοσειρά) που χρησιμοποιείται ως προσδιοριστικό (όνομα) ενός συγκεκριμένου αντικειμένου.

Παραδείγματα

movie35 manhattan woodyAllen, 96min

Όροι - Μεταβλητές

Μεταβλητή (variable) είναι ένα μη λογικό σύμβολο (συμβολοσειρά) που χρησιμοποιείται για την αναφορά σε κάποιο αντικείμενο του κόσμου.

- Κατά σύμβαση, για τις μεταβλητές θα χρησιμοποιούμε τα σύμβολα x, y, z κλπ., ίσως και με δείκτες, δηλαδή x_1, y_3 αν χρειάζονται αρκετές μεταβλητές για να διατυπωθούν τα αξιώματα της γνώσης.

Όροι - Σύνθετοι όροι

Όρος (term) είναι μια έκφραση της μορφής $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$, όπου t_1, t_2, …, t_n όροι και f ένα μη λογικό σύμβολο (συμβολοσειρά) που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό μίας συνάρτησης, ορισμένης στον χώρο των αντικειμένων. Θα λέμε ότι ένας όρος είναι τάξης n, όταν έχει n ορίσματα.

Παραδείγματα

runningTime(movie35)

firstMovie(woodyAllen)

runningTime(firstMovie(woodyAllen))

Ατομική φόρμουλα

Ορισμός

Ατομική φόρμουλα (atomic formula) ή ατομική έκφραση (atomic expression) ή απλά άτομο (atom) είναι μια δήλωση της μορφής:

$$p(t_1, t_2, \ldots, t_n)$$

ή της μορφής:

$$t_1 \approx t_2$$

όπου t_1, t_2, ..., t_n όροι και p ένα μη λογικό σύμβολο (συμβολοσειρά) που ονομάζεται κατηγόρημα (predicate). Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το κατηγόρημα p είναι τάξης n.

Άτομα

- Τα άτομα είναι επέκταση των ατομικών προτάσεων της προτασιακής λογικής.
- Αναπαριστούν δηλώσεις που είναι αληθείς ή ψευδείς, μόνο που στην περίπτωση της λογικής πρώτης τάξης είναι αληθείς ή ψευδείς για συγκεκριμένα αντικείμενα του κόσμου, που προσδιορίζονται από τους όρους.
- Το άτομο $p(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ αναπαριστά μια σχέση των αντικειμένων t_1, t_2, ..., t_n (αυτή που καθορίζεται από το p).
- Το άτομο $t_1 \approx t_2$ δηλώνει ότι οι όροι t_1 και t_2 προσδιορίζουν το ίδιο αντικείμενο.

Άτομα - Παραδείγματα

$\mathrm{Comedy}(\mathrm{movie35})$

$\mathrm{hasDirector}(\mathrm{movie35}, \mathrm{woodyAllen})$

$\mathrm{title}(\mathrm{movie35}) \approx \mathrm{manhattan}$

$\mathrm{Long}(\mathrm{runningTime}(\mathrm{movie35}))$

- Δηλώνουμε ότι η ταινία με κωδικό movie35 είναι κωμωδία, την έχει σκηνοθετήσει ο Woody Allen, ο τίτλος της είναι Manhattan και είναι μεγάλου μήκους.

Κατά σύμβαση, ως ονόματα κατηγορημάτων χρησιμοποιούμε συμβολοσειρές που αρχίζουν με κεφαλαίο γράμμα.

Φόρμουλα ΛΠΤ

Κάθε άτομο είναι φόρμουλα (formula) ή έκφραση (expression). Έστω α και β δύο εκφράσεις. Τότε, οι δηλώσεις της μορφής:

$\neg\alpha$,
$\alpha \wedge \beta$,
$\alpha \vee \beta$,
$\alpha \Rightarrow \beta$,
$\forall x.\alpha$,
$\exists x.\alpha$,

όπου x μια μεταβλητή, είναι εκφράσεις. Στις εκφράσεις μπορούν να χρησιμοποιούνται παρενθέσεις, αγκύλες κλπ., όπως απαιτείται για να καθορίζεται με σαφήνεια η προτεραιότητα των λογικών συμβόλων.

- Θα συμβολίζουμε με $\mathrm{var}(p)$ το σύνολο των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στη διατύπωση της φόρμουλας p.

Φόρμουλες - Παραδείγματα

$\neg$Thriller(movie35)

$\forall x.\text{hasDirector}(x, \text{woodyAllen}) \Rightarrow \text{Comedy}(x)$

$\forall x.\exists y.\text{Movie}(x) \Rightarrow (\text{hasDirector}(x, y) \wedge \text{Director}(y))$

- Από τις παραπάνω, η πρώτη έκφραση δηλώνει ότι η ταινία με κωδικό movie35 δεν είναι θρίλερ, η δεύτερη ότι κάθε ταινία που έχει σκηνοθετήσει ο Woody Allen είναι κωμωδία και η τρίτη ότι όλες οι ταινίες έχουν σκηνοθετηθεί από κάποιον σκηνοθέτη.

Βάση γνώσης

Βάση γνώσης ή απλά γνώση είναι ένα πεπερασμένο σύνολο από εκφράσεις. Κάθε έκφραση μιας βάσης γνώσης ονομάζεται και αξίωμα (axiom).

- Το σύνολο των μη λογικών συμβόλων, δηλαδή των σταθερών, των συναρτήσεων και των κατηγορημάτων που χρησιμοποιούνται στα αξιώματα μιας βάσης γνώσης $\mathcal{K}$ ονομάζεται *υπογραφή* της βάσης γνώσης και συμβολίζεται με sig($\mathcal{K}$).

Παράδειγμα γνώσης

Έστω η γνώση $\mathcal{K} = \{A_1, A_2, ..., A_{11}\}$, όπου:

A_1. Comedy(movie35)
A_2. hasDirector(movie35, woodyAllen)
A_3. $\text{title}(\text{movie35}) \approx \text{manhattan}$
A_4. $\text{runningTime}(\text{movie35}) \approx \text{96min}$
A_5. Long(runningTime(movie35))
A_6. $\neg$Thriller(movie35)
A_7. $\forall x.\text{Comedy}(x) \Rightarrow \text{Movie}(x)$
A_8. $\forall x.\text{Comedy}(x) \Rightarrow \neg\text{Thriller}(x)$
A_9. $\forall x.\text{hasDirector}(x, \text{woodyAllen}) \Rightarrow \text{Comedy}(x)$
A_{10}. $\forall x.\text{Movie}(x) \wedge \text{Long}(\text{runningTime}(x)) \Rightarrow \text{FeatureFilm}(x)$
A_{11}. $\forall x.\exists y.\text{Movie}(x) \Rightarrow (\text{hasDirector}(x, y) \wedge \text{Director}(y))$

Παράδειγμα γνώσης

Με βάση τον ορισμό η υπογραφή της είναι

$$\begin{aligned}\text{sig}(\mathcal{K}) = \ & \{\text{movie35}, \text{manhattan}, \text{woodyAllen}, \text{96min}, \\ & \text{runningTime}, \text{title}, \\ & \text{Movie}, \text{Long}, \text{Comedy}, \text{Thriller}, \text{Director}, \\ & \text{hasDirector}\}.\end{aligned}$$

Λογική Πρώτης Τάξης - Σημασιολογία

Εισαγωγή στη σημασιολογία

Έστω μια γνώση $\mathcal{K}$.

- Βασικός στόχος της σημασιολογίας είναι να καθορίσει, μέσω της τυπικής ερμηνείας, το νόημα της $\mathcal{K}$.
- Η τυπική ερμηνεία (όπως και στην προτασιακή λογική) αφορά τα στοιχεία της γνώσης, και συγκεκριμένα τα μη λογικά σύμβολα (την υπογραφή της) και τον τρόπο με τον οποίο αυτά εμπλέκονται για να αποδώσουν το φυσικό νόημα των εκφράσεων και των αξιωμάτων.
- Για παράδειγμα, το αξίωμα Comedy(movie35) δηλώνει ότι το αντικείμενο movie35 (όποιο και αν είναι) είναι τύπου Comedy (ότι και αν σημαίνει «Comedy»).

Ερμηνεία γνώσης

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση.

Ερμηνεία (interpretation) της γνώσης είναι ένα ζεύγος $\langle \Delta^{\mathcal{I}}, \mathcal{I} \rangle$, όπου $\Delta^{\mathcal{I}}$ ένα μη κενό (πιθανώς άπειρο) σύνολο αντικειμένων που ονομάζεται πεδίο (domain) και $\mathcal{I}$ μια απεικόνιση που ονομάζεται αντιστοίχιση ερμηνείας (interpretation mapping) και ερμηνεύει τα μη λογικά σύμβολα της $\mathcal{K}$ με δομές στοιχείων του $\Delta^{\mathcal{I}}$ ως εξής:

Ερμηνεία

- Οι σταθερές ερμηνεύονται ως αντικείμενα του $\Delta^{\mathcal{I}}$, δηλαδή αν c είναι μια σταθερά της γνώσης $\mathcal{K}$, τότε

$$c^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$$

- Οι συναρτήσεις τάξης n ερμηνεύονται ως (ολικές) συναρτήσεις από το καρτεσιανό $(\Delta^{\mathcal{I}})^n$ στο $\Delta^{\mathcal{I}}$, δηλαδή αν f μια συνάρτηση (τάξης n) της γνώσης $\mathcal{K}$, τότε

$$f^{\mathcal{I}} \in \underbrace{\Delta^{\mathcal{I}} \times \cdots \times \Delta^{\mathcal{I}}}_{\text{n φορές}} \to \Delta^{\mathcal{I}}$$

- Τα κατηγορήματα τάξης n ερμηνεύονται ως υποσύνολα του καρτεσιανού $(\Delta^{\mathcal{I}})^n$, δηλαδή αν p ένα κατηγόρημα (τάξης n) της γνώσης $\mathcal{K}$, τότε

$$p^{\mathcal{I}} \subseteq \underbrace{\Delta^{\mathcal{I}} \times \cdots \times \Delta^{\mathcal{I}}}_{\text{n φορές}}$$

Παράδειγμα ερμηνείας

A_1. Comedy(movie35)
A_2. hasDirector(movie35, woodyAllen)
A_3. title(movie35) $\approx$ manhattan
A_4. runningTime(movie35) $\approx$ 96min
A_5. Long(runningTime(movie35))
A_6. $\neg$Thriller(movie35)
A_7. $\forall x.\text{Comedy}(x) \Rightarrow \text{Movie}(x)$
A_8. $\forall x.\text{Comedy}(x) \Rightarrow \neg\text{Thriller}(x)$
A_9. $\forall x.\text{hasDirector}(x, \text{woodyAllen}) \Rightarrow \text{Comedy}(x)$
A_{10}. $\forall x.\text{Movie}(x) \wedge \text{Long}(\text{runningTime}(x)) \Rightarrow \text{FeatureFilm}(x)$
A_{11}. $\forall x.\exists y.\text{Movie}(x) \Rightarrow (\text{hasDirector}(x, y) \wedge \text{Director}(y))$

Παράδειγμα ερμηνείας

$$\begin{aligned}
&\Delta^{\mathcal{I}} = \{a, b, c, d\}\\
&\text{movie35}^{\mathcal{I}} = \{a\}\\
&\text{woodyAllen}^{\mathcal{I}} = \{b\}\\
&\text{manhattan}^{\mathcal{I}} = \{c\}\\
&\text{96min}^{\mathcal{I}} = \{d\}\\
&\text{runningTime}^{\mathcal{I}} = \{a \to d\}\\
&\text{title}^{\mathcal{I}} = \{a \to c\}\\
&\text{Comedy}^{\mathcal{I}} = \{a\}\\
&\text{Thriller}^{\mathcal{I}} = \{\}\\
&\text{FeatureFilm}^{\mathcal{I}} = \{a\}\\
&\text{Long}^{\mathcal{I}} = \{d\}\\
&\text{Director}^{\mathcal{I}} = \{b\}\\
&\text{hasDirector}^{\mathcal{I}} = \{(a, b)\}
\end{aligned}$$

Ανάθεση μεταβλητών

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση, $\langle \Delta^{\mathcal{I}}, \mathcal{I} \rangle$ μια ερμηνεία της και t ένας όρος που χρησιμοποιείται σε κάποιο αξίωμα της $\mathcal{K}$. Έστω, επίσης, var(t) το σύνολο των μεταβλητών του όρου t.

Θα καλούμε ανάθεση μεταβλητών (variable assignment), $\mu(t)$, του όρου t μια απεικόνιση των μεταβλητών του t σε στοιχεία του $\Delta^{\mathcal{I}}$, δηλαδή

$$\mu(t) : \quad \text{var}(t) \to \Delta^{\mathcal{I}}.$$

Σημασία όρων

Θα καλούμε σημασία (denotation), $\sigma_\mu(t)$ ενός όρου t, για την ανάθεση μεταβλητών $\mu(t)$, ένα αντικείμενο του $\Delta^{\mathcal{I}}$ που προσδιορίζεται αναδρομικά ως εξής:

- Αν ο όρος t είναι απλά μια μεταβλητή x, τότε

$$\sigma_\mu(t) = \mu(x)$$

- Αν ο όρος t είναι της μορφής $f(t_1, t_2, ..., t_n)$, όπου f μια συνάρτηση τάξης n και t_1, t_2, ..., t_n όροι, τότε

$$\sigma_\mu(t) = f^{\mathcal{I}}(\sigma_\mu(t_1), \sigma_\mu(t_2), ..., \sigma_\mu(t_n))$$

Παράδειγμα

Long(runningTime(movie35))

$\text{runningTime}^{\mathcal{I}} = \{a \to d\}$

$\text{movie35}^{\mathcal{I}} = \{a\}$

Για τον όρο t: runningTime(movie35) που αναφέρεται στο αξίωμα έχουμε:

$$\sigma(t) = \text{runningTime}^{\mathcal{I}}(\sigma(\text{movie35}))$$

και επειδή $\sigma(\text{movie35}) = \text{movie35}^{\mathcal{I}} = a$ και $\text{runningTime}^{\mathcal{I}}(a) = d$, τελικά έχουμε $\sigma(t) = d$.

Παράδειγμα

$\forall x.\text{Movie}(x) \wedge \text{Long}(\text{runningTime}(x)) \Rightarrow \text{FeatureFilm}(x)$

$\text{runningTime}^{\mathcal{I}} = \{a \to d\}$

$\text{movie35}^{\mathcal{I}} = \{a\}$

Για τον όρο t: runningTime(x) που αναφέρεται στο αξίωμα και την ανάθεση μεταβλητών $\mu(x) = a$, έχουμε

$$\sigma_\mu(t) = \text{runningTime}^{\mathcal{I}}(\sigma_\mu(x))$$

και επειδή $\sigma_\mu(x) = a$ και $\text{runningTime}^{\mathcal{I}}(a) = d$, τελικά έχουμε $\sigma_\mu(t) = d$.

Μοντέλα γνώσης

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση και $\mathcal{J} = \langle \Delta^{\mathcal{I}}, \mathcal{I} \rangle$ μια ερμηνεία της. Έστω, επίσης, var($\mathcal{K}$) το σύνολο των μεταβλητών της $\mathcal{K}$ (με την παραδοχή ότι όλες οι μεταβλητές που εμφανίζονται σε όλους τους όρους όλων των αξιωμάτων έχουν μοναδικά ονόματα).

Θα λέμε ότι η $\mathcal{J}$ ικανοποιεί (satisfies), για την ανάθεση μεταβλητών $\mu : \text{var}(\mathcal{K}) \to \Delta^{\mathcal{I}}$, ένα αξίωμα α της $\mathcal{K}$ και θα γράφουμε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ αν ισχύουν τα ακόλουθα:

- Αν α: $t_1 = t_2$, όπου t_1, t_2 όροι, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\sigma_\mu(t_1) = \sigma_\mu(t_2)$
- Αν α: $p(t_1, t_2, ..., t_n)$, όπου p κατηγόρημα και t_1, t_2, ..., t_n όροι, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\langle \sigma_\mu(t_1), \sigma_\mu(t_2), ..., \sigma_\mu(t_n) \rangle \in p^{\mathcal{I}}$
- Αν α: $\neg\alpha'$, όπου α' ένα αξίωμα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν δεν ισχύει ότι $\mathcal{J}, \mu \models \alpha'$.

Μοντέλα γνώσης - Ορισμός

- Αν α: $\alpha_1 \wedge \alpha_2$, όπου α_1, α_2 αξιώματα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_1$ και $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_2$.
- Αν α: $\alpha_1 \vee \alpha_2$, όπου α_1, α_2 αξιώματα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_1$ ή/και $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_2$.
- Αν α: $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2$, όπου α_1, α_2 αξιώματα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_1$ συνεπάγεται ότι $\mathcal{J}, \mu \models \alpha_2$.
- Αν α: $\exists x.\alpha'$, όπου α' ένα αξίωμα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\mathcal{J}, \mu' \models \alpha'$ όπου $\mu'(x') = \mu(x')$ για κάθε $x' \neq x$.
- Αν α: $\forall x.\alpha'$, όπου α' ένα αξίωμα, τότε $\mathcal{J}, \mu \models \alpha$ ανν $\mathcal{J}, \mu' \models \alpha'$ για κάθε μ' με $\mu'(x') = \mu(x')$ για κάθε $x' \neq x$.

Αν υπάρχει μια ανάθεση μεταβλητών μ για την οποία η ερμηνεία $\mathcal{J}$ ικανοποιεί όλα τα αξιώματα της γνώσης $\mathcal{K}$, θα λέμε ότι η $\mathcal{J}$ είναι μοντέλο (model) της $\mathcal{K}$.

Αυτόματη συλλογιστική στη Λογική Πρώτης Τάξης

Χαρακτηρισμοί εκφράσεων και γνώσης ΛΠΤ

- Μια έκφραση α ονομάζεται ταυτολογία (tautology) ανν την ικανοποιεί κάθε ερμηνεία της.
- Ονομάζεται συνεπής (consistent) ανν υπάρχει τουλάχιστον μία ερμηνεία που την ικανοποιεί, αλλιώς ονομάζεται ασυνεπής (inconsistent) ή αντίφαση (clash).
- Μία βάση γνώσης $\mathcal{K}$ ονομάζεται συνεπής ανν υπάρχει τουλάχιστον μία ερμηνεία που την ικανοποιεί, αλλιώς ονομάζεται ασυνεπής.
- Έστω $\mathcal{K}$ μια βάση γνώσης και α μια έκφραση. Θα λέμε ότι η $\mathcal{K}$ συνεπάγεται λογικά (logically entails) την α ανν κάθε ερμηνεία που ικανοποιεί την $\mathcal{K}$ ικανοποιεί και την α.

Προβλήματα συλλογιστικής

Δεδομένης μιας βάσης γνώσης $\mathcal{K}$ και μιας φόρμουλας p, ορίζονται τα εξής προβλήματα συλλογιστικής:

- Είναι η p συνεπής;
- Είναι η p ταυτολογία;
- Είναι η p αντίφαση;
- Είναι η $\mathcal{K}$ συνεπής;
- Συνεπάγεται λογικά η $\mathcal{K}$ την p;

Κανονική συζευκτική μορφή

- Θα καλούμε μια φόρμουλα λεκτικό (literal) ανν είτε είναι άτομο (οπότε θα καλείται θετικό λεκτικό) είτε είναι της μορφής $\neg a$, όπου a άτομο (οπότε θα καλείται αρνητικό λεκτικό).
- Συμπλήρωμα (complement), $\overline{\lambda}$, ενός λεκτικού λ είναι το λεκτικό $\neg a$, αν το λ είναι το a, ή το a, αν το λ είναι το $\neg a$.
- Θα λέμε ότι μία φόρμουλα p είναι σε κανονική συζευκτική μορφή (conjunctive normal form-CNF), αν $p: \; p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n$, με p_i $(i \in \mathbb{N}_n): q_1 \vee q_2 \vee \cdots \vee q_{m_i}$ και q_j $(j \in \mathbb{N}_{m_i})$ λεκτικά.
- Αναφέρουμε τα p_i ως συζευκτικά (conjuncts), τα q_i ως διαζευκτικά (disjuncts) της φόρμουλας.
- Για ευκολία, γράφουμε τις προτάσεις στη μορφή λιστών ως:

$$p : \{[q_1^1, \ldots, q_{m_1}^1], \ldots, [q_1^1, \ldots, q_{m_n}^n]\}$$

- Όμοια, μπορούμε να γράψουμε τις γνώσεις ως λίστες των συζευκτικών όλων των προτάσεών τους.

Μετατροπή σε CNF - Skolemisation

Έστω η πρόταση:

$$\exists x.\mathrm{Director}(x)$$

η οποία δηλώνει ότι στον κόσμο υπάρχει τουλάχιστον ένα άτομο που είναι Director.

Ένα τέχνασμα για να διαγράψουμε τον υπαρξιακό ποσοδείκτη είναι να ονομάσουμε το άτομο με μια νέα σταθερά, που θα λέμε σταθερά Skolem και έτσι να γράψουμε το αξίωμα ως:

$$\mathrm{Director}(c)$$

Μετατροπή σε CNF - Skolemisation

Έστω τώρα οι προτάσεις:

$$\forall x.\exists y.\mathrm{Movie}(x) \Rightarrow (\mathrm{hasDirector}(x, y) \land \mathrm{Director}(y))$$

$$\forall x.\mathrm{Movie}(x) \Rightarrow (\mathrm{hasDirector}(x, c) \land \mathrm{Director}(c))$$

- Η δεύτερη πρόταση προκύπτει από την εφαρμογή της αντικατάστασης Skolem στη μεταβλητή y.
- Δεν είναι δύσκολο να δούμε ότι οι δύο προτάσεις δεν έχουν την ίδια σημασία.
- Το πρόβλημα προκύπτει από ότι ο συγκεκριμένος υπαρξιακός ποσοδείκτης βρίσκεται στην εμβέλεια ενός καθολικού ποσοδείκτη.

Μετατροπή σε CNF - Skolemisation

Ένα αντίστοιχο τέχνασμα που θα μπορούσε να εφαρμοστεί στην περίπτωση αυτή είναι η αντικατάσταση της μεταβλητής y του υπαρξιακού ποσοδείκτη, όχι απλά από μια σταθερά c αλλά από μια συνάρτηση $f(x)$ (όπου f ένα νέο συναρτησιακό σύμβολο), που να αποτυπώνει την εξάρτηση της y από τη x.

- Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται συνάρτηση Skolem (Skolem function)

Στην περίπτωση αυτή η πρόταση:

$$\forall x.\exists y.\mathrm{Movie}(x) \Rightarrow (\mathrm{hasDirector}(x, y) \land \mathrm{Director}(y))$$

γίνεται:

$$\forall x.\mathrm{Movie}(x) \Rightarrow (\mathrm{hasDirector}(x, f(x)) \land \mathrm{Director}(f(x)))$$

Μετατροπή σε CNF - Διαδικασία

ΒΗΜΑ 1 Αντικατάστησε τις συναπαγωγές χρησιμοποιώντας τη σχέση
$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \lor q)$

ΒΗΜΑ 2 Μετακίνησε την άρνηση μπροστά από ατομικές προτάσεις εφαρμόζοντας επαναληπτικά τις σχέσεις
$\neg(p \land q) \equiv (\neg p \lor \neg q)$
$\neg(p \lor q) \equiv (\neg p \land \neg q)$
$\neg(\forall x.q) \equiv (\neg\exists x.\neg q)$
$\neg(\exists x.q) \equiv (\neg\forall x.\neg q)$
$(\neg\neg p) \equiv p$

Μετατροπή σε CNF - Διαδικασία

ΒΗΜΑ 3 Δώσε μοναδικά ονόματα σε όλες τις μεταβλητές που εμφανίζονται στη φόρμουλα.

ΒΗΜΑ 4 Αφαίρεσε όλους τους υπαρξιακούς ποσοδείκτες, εισάγοντας μοναδικές σταθερές ή συναρτήσεις Skolem (διαδικασία skolemisation).

ΒΗΜΑ 5 Μετακίνησε τους καθολικούς ποσοδείκτες εκτός του πεδίου των $\wedge$ και $\vee$, εφαρμόζοντας επαναληπτικά τις σχέσεις

$(p \wedge (\forall x.q)) \equiv ((\forall x.q) \wedge p) \equiv (\forall x.(p \wedge q))$

$(p \vee (\forall x.q)) \equiv ((\forall x.q) \vee p) \equiv (\forall x.(p \vee q))$

και στη συνέχεια διέγραψέ τους.

Μετατροπή σε CNF - Διαδικασία

ΒΗΜΑ 6 Επιμέρισε τις διαζεύξεις με βάση τις σχέσεις

$(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((q \wedge r) \vee p) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

ΒΗΜΑ 7 Απλοποίησε με βάση τις σχέσεις

$(p \vee p) \equiv p$

$(p \wedge p) \equiv p$

Μετατροπή σε ΚΣΜ - Παράδειγμα

$$\forall x.\exists y.\text{Movie}(x) \Rightarrow (\text{hasDirector}(x, y) \wedge \text{Director}(y))$$

$$\hookrightarrow \forall x.\exists y.\neg\text{Movie}(x) \vee (\text{hasDirector}(x, y) \wedge \text{Director}(y))$$

$$\hookrightarrow \forall x.\neg\text{Movie}(x) \vee (\text{hasDirector}(x, f(x)) \wedge \text{Director}(f(x)))$$

$$\hookrightarrow \neg\text{Movie}(x) \vee (\text{hasDirector}(x, f(x)) \wedge \text{Director}(f(x)))$$

$$\hookrightarrow (\neg\text{Movie}(x) \vee \text{hasDirector}(x, f(x))) \wedge (\neg\text{Movie}(x) \vee \text{Director}(f(x)))$$

$$\hookrightarrow \{[\neg\text{Movie}(x), \text{hasDirector}(x, f(x))], [\neg\text{Movie}(x), \text{Director}(f(x))]\}$$

Αντικαταστάσεις μεταβλητών

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση.

- Αντικατάσταση μεταβλητών (variable substitution) κάθε απεικόνιση από μεταβλητές της $\mathcal{K}$ σε όρους που σχηματίζονται από το $\text{sig}(\mathcal{K})$.
- Έστω p μια φόρμουλα της $\mathcal{K}$, με $\text{var}(p) = \{x_1, ..., x_n\}$, και β μια αντικατάσταση μεταβλητών της p (αντικατάσταση μεταβλητών της p) που ορίζεται ως εξής:

$$\beta : x_1 \rightarrow t_1, ..., x_n \rightarrow t_n$$

- Θα συμβολίζουμε με p/β τη φόρμουλα που προκύπτει από την p αν αντικαταστήσουμε κάθε μεταβλητή της x_i με τον αντίστοιχο όρο $t_i = \beta(x_i)$, $i \in \mathbb{N}_n$.

Αντικαταστάσεις μεταβλητών - Παράδειγμα

Έστω οι φόρμουλες

$$[p(x, f(x)), q(y)] \quad [p(c, z), q(d)]$$

Για την αντικατάσταση μεταβλητών

$$\beta : x \to c, z \to f(c), y \to d$$

οι φόρμουλες μετατρέπονται στην

$$[p(c, f(c)), q(d)]$$

Κανόνας ανάλυσης - Παράδειγμα

Έστω οι φόρμουλες:

$$[p(x, f(x))] \quad [\neg p(c, z), r(y)]$$

Για την αντικατάσταση μεταβλητών

$$\beta : x \to c, z \to f(c)$$

οι φόρμουλες μετατρέπονται στις

$$[p(c, f(c))] \quad [\neg p(c, f(c)), r(y)]$$

οι οποίες, με βάση μια λογική αντίστοιχη με αυτή του κανόνα της ανάλυσης που είδαμε στην προτασιακή λογική, μπορούμε να πούμε ότι θα μπορούσαν να έχουν ως αναλυθέν τη φόρμουλα

$$[r(y)]$$

Κανόνας ανάλυσης

- Έστω δύο φόρμουλες p και q που βρίσκονται σε ΚΣΜ και β μια αντικατάσταση μεταβλητών για την οποία η p/β περιέχει το λεκτικό λ, είναι δηλαδή της μορφής $[p', \lambda]$, και η q/β περιέχει το συμπλήρωμα του λ, είναι δηλαδή της μορφής $[q', \overline{\lambda}]$, όπου p' και q' δύο σύνολα λεκτικών (πιθανώς κενά).
- Στην περίπτωση αυτή δεν είναι δύσκολο να αποδειχθεί ότι η πρόταση $r = [p', q']$ είναι λογικό συμπέρασμα των p και q.
- Θα λέμε ότι από τις φόρμουλες p και q συμπεραίνουμε (infer) την r, η οποία είναι αναλυθέν (resolvent) τους, και θα γράφουμε $p, q \vdash r$.

Κανόνας ανάλυσης

Έστω $\mathcal{K}$ μια γνώση και r μια πρόταση.

- Θα λέμε ότι η p είναι αναλυθέν της $\mathcal{K}$, αν και μόνο αν υπάρχουν δύο αξιώματα της $\mathcal{K}$ αναλυθέν των οποίων είναι η p.
- Θα λέμε ότι η p παράγεται αναλυτικά από την $\mathcal{K}$ και θα γράφουμε $\mathcal{K} \vdash p$, αν υπάρχει μια ακολουθία αξιωμάτων $p_1, p_2, ..., p_n$, με $p_n \equiv p$, όπου όλα τα p_i είναι είτε αξιώματα της $\mathcal{K}$ είτε αναλυθέντα προηγούμενων αξιωμάτων της ακολουθίας.

Αλγόριθμος ανάλυσης για τη ΛΠΤ

Αλγόριθμος 4 FOL-RES($\mathcal{K}, p$)

Είσοδος: Μια γνώση $\mathcal{K}$ σε ΚΣΜ και μια φόρμουλα p σε ΚΣΜ με $\text{sig}(p) \subseteq \text{sig}(\mathcal{K})$.

```
1:  K' := K ∪ {¬p}
2:  repeat
3:      K := K'
4:      if υπάρχει q με K ⊢ q, όπου q ∉ K then
5:          if q = [ ] then
6:              return YES
7:          end if
8:          K' := K ∪ {q}
9:      end if
10: until K = K'
11: return NO
```


Παράδειγμα

A_1. [Comedy(movie35)]
A_2. [hasDirector(movie35, woodyAllen)]
A_3. [title(movie35) $\approx$ manhattan]
A_4. [runningTime(movie35) $\approx$ 96min]
A_5. [Long(runningTime(movie35))]
A_6. [$\neg$Thriller(movie35)]
A_7. [$\neg$Comedy(x), Movie(x)]
A_8. [$\neg$Comedy(x), $\neg$Thriller(x)]
A_9. [$\neg$hasDirector(x, woodyAllen), Comedy(x)]
A_{10}. [$\neg$Movie(x), $\neg$Long(runningTime(x)), FeatureFilm(x)]
A_{11}. {[$\neg$Movie(x), hasDirector(x, $f(x)$)], [$\neg$Movie(x), Director($f(x)$)]}

Παράδειγμα

Στο παράδειγμα αυτό θα ελέγξουμε αν η φόρμουλα FeatureFilm(movie35) αποτελεί συμπέρασμα της γνώσης $\mathcal{K}$.

- Αρχικά, προστίθεται στην $\mathcal{K}$ η φόρμουλα

  {[$\neg$FeatureFilm(movie35)]}

- Στη συνέχεια εκτελείται ο έλεγχος της αναλυτικής παραγωγής (γραμμή 4) και επιλέγεται ως q το

  {[Movie(movie35)]}

  ως αναλυθέν των αξιωμάτων A_1 και A_7 της γνώσης (θα μπορούσαν να επιλεγούν και άλλα, χωρίς όμως βλάβη της γενικότητας επιλέγουμε τυχαία τα συγκεκριμένα αξιώματα).
- Επειδή η φόρμουλα δεν είναι αντίφαση η συνθήκη της γραμμής 5 δεν ισχύει, οπότε η φόρμουλα προστίθεται στην $\mathcal{K}$ (γραμμή 8) και ο βρόχος εκτελείται ξανά από τη γραμμή 2.

Παράδειγμα

- Επιλέγεται η φόρμουλα

  {[$\neg$Movie(movie35), FeatureFilm(movie35)]}

  η οποία προστίθεται, με αντίστοιχο τρόπο στη γνώση, ως αναλυθέν των A_5 και A_{10}.
- Με παρόμοια διαδικασία, προστίθεται η

  {[FeatureFilm(movie35)]}

- Τέλος, προστίθεται, η φόρμουλα

  {[]}

  δηλαδή η αντίφαση.
- Έτσι, η συνθήκη της γραμμής 10 ικανοποιείται και ο αλγόριθμος επιστρέφει YES.

Αναπαράσταση διαδικαστικής γνώσης - Λογικά Προγράμματα

Γεγονότα και κανόνες

Περιορίζουμε τη σύνταξη της Λογικής Πρώτης Τάξης, ώστε να διατυπώνουμε μόνο γεγονότα και κανόνες.

Γεγονότα

Comedy(movie35)
hasDirector(movie35, woodyAllen)
Long(runningTime(movie35))

Κανόνες

$\forall x.\mathrm{Comedy}(x) \Rightarrow \mathrm{Movie}(x)$
$\forall x.\mathrm{Comedy}(x) \Rightarrow \neg\mathrm{Thriller}(x)$
$\forall x.\mathrm{hasDirector}(x, \mathrm{woodyAllen}) \Rightarrow \mathrm{Comedy}(x)$
$\forall x.\mathrm{Movie}(x) \wedge \mathrm{Long}(\mathrm{runningTime}(x)) \Rightarrow \mathrm{FeatureFilm}(x)$

Οριστικές προτάσεις

- Κάθε πρόταση Λογικής Πρώτης Τάξης μπορεί να γραφεί στη μορφή:
$$p : \{[q_1^1, \ldots, q_{m_1}^1], \ldots, [q_1^1, \ldots, q_{m_n}^n]\}$$
όπου q_j^i ($i \in \mathbb{N}_n, j \in \mathbb{N}_{m_i}$) λεκτικά, δηλαδή θετικά ή αρνητικά άτομα.
- Για κάθε μία από τις προτάσεις-συζευκτικά:
Θα λέμε ότι μία πρόταση $[q_1, \ldots, q_m]$ είναι οριστική (definite) ή πρόταση Horn (Horn clause) ανν έχει το πολύ ένα θετικό άτομο. Αν έχει θετικό άτομο, θα λέγεται θετική πρόταση Horn (positive Horn clause), αλλιώς αρνητική πρόταση Horn (negative Horn clause)
- Δεν είναι δύσκολο να δούμε ότι τόσο τα γεγονότα όσο και οι κανόνες είναι οριστικές προτάσεις.
- Επιπλέον, κάθε οριστική πρόταση είναι ουσιαστικά ή γεγονός ή κανόνας.

Προτάσεις Horn και αλγόριθμος ανάλυσης

Παρατηρούμε τα εξής:

- Κάθε βήμα της αναλυτικής παραγωγής σε προτάσεις Horn εμπλέκει πάντα μία θετική πρόταση. Αν η άλλη είναι αρνητική, τότε το αναλυθέν είναι αρνητική πρόταση, αλλιώς είναι θετική.
- Κάθε αρνητικό αναλυθέν έχει ένα θετικό και ένα αρνητικό πατέρα, ενώ κάθε θετικό έχει δύο θετικούς πατέρες.
- Έστω S ένα σύνολο προτάσεων Horn και έστω p μία αρνητική πρόταση που μπορεί να παραχθεί αναλυτικά από το S. Τότε:
  - Υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της p από το S στην οποία όλες οι νέες προτάσεις που παράγονται είναι αρνητικές.
  - Υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της p από το S στην οποία όλες οι νέες προτάσεις είναι όχι μόνο αρνητικές αλλά και αναλυθέν του προηγούμενου αναλυθέντος στην αναλυτική παραγωγή.

Προτάσεις Horn και αλγόριθμος ανάλυσης

Υπάρχει αναλυτική παραγωγή μίας αρνητικής πρότασης Horn p (συμπεριλαμβανομένης και της κενής) από ένα σύνολο προτάσεων Horn S, ανν υπάρχει μία αναλυτική παραγωγή της p από το S τέτοια ώστε κάθε νέα πρόταση να είναι αρνητικό αναλυθέν του προηγούμενου αναλυθέντος στην αναλυτική παραγωγή.

Ανάλυση SLD

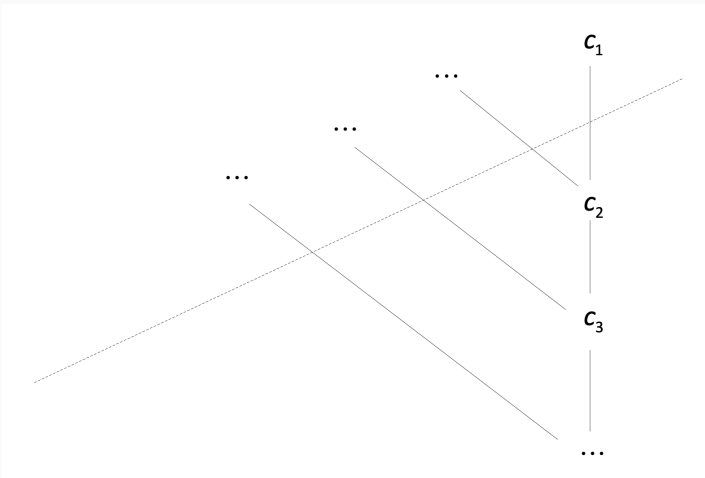
Έστω S ένα σύνολο προτάσεων.

Αναλυτική παραγωγή SLD (SLD resolution - Selected literals, Linear pattern over Definite clauses) μίας πρότασης p από την S, την οποία συμβολίζουμε ως $S \vdash p$, είναι μια ακολουθία προτάσεων $p_1, p_2, \ldots, p_n$ τέτοια ώστε $p_1 \in S$, $p_n = p$ και p_{i+1} αναλυθέν του p και κάποιας πρότασης του S.

Αποδεικνύεται ότι για τις προτάσεις Horn ισχύει:

$$S \vdash p \ \text{ αν και μόνο αν } \ S \models p$$

Ανάλυση SLD



Αλγόριθμος ανάλυσης SLD - backward chaining

Αλγόριθμος 5 SLD-B($\mathcal{K}, p$)

Είσοδος: Μια γνώση $\mathcal{K}$ οριστικών προτάσεων σε ΚΣΜ και ένα σύνολο ατόμων $p = \{q_1, \ldots, q_n\}$.

```
if n = 0 then
    return YES
end if
for όλες τις προτάσεις r ∈ K do
    if r = [q1, ¬p1, ..., ¬pm] ∧ SLD-B(K, {p1, ..., pm, q2, ..., qn}) then
        return YES
    end if
end for
return NO
```

Αλγόριθμος ανάλυσης SLD - forward chaining

Αλγόριθμος 6 SLD-F($\mathcal{K}, p$)

Είσοδος: Μια γνώση $\mathcal{K}$ οριστικών προτάσεων σε ΚΣΜ και ένα σύνολο ατόμων $p = \{q_1, \ldots, q_n\}$.

```
S := K
repeat
    if r ∈ K με r = [p, ¬p_1, ..., ¬p_m] και p_1, ..., p_m ∈ S then
        S' := S ∪ {p}
    end if
    if S' := S then
        return NO
    end if
until q_1, ..., q_n ∈ S
return YES
```


Λογικά Προγράμματα

- Τα αξιώματα είναι ένας δηλωτικός (declarative) τρόπος περιγραφής του πεδίου γνώσης.
- Για έναν αποδοτικό τρόπο συλλογιστικής απαιτείται ένας μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων διαδικαστικού (procedural) χαρακτήρα.

Θα λέμε λογικό πρόγραμμα (logic program) P είναι ένα πεπερασμένο σύνολο προτάσεων της μορφής:

$$B_1, \ldots, B_m, \neg C_1, \ldots, \neg C_n \rightarrow A_1 \vee \ldots \vee A_k$$

όπου $B_1, \ldots, B_m, C_1, \ldots, C_n$ θετικά άτομα, $A_1, \ldots, A_k$ άτομα.

- Αν $n = 0$, $m \geq 1$ και $k \in \{0, 1\}$ το P θα λέγεται οριστικό, ενώ αν δεν υπάρχει περιορισμός για τα n, m, k θα λέγεται διαζευκτικό.

Λογικά Προγράμματα

Έστω ένα λογικό πρόγραμμα P με κανόνες της μορφής:

$$B_1, \ldots, B_m, \neg C_1, \ldots, \neg C_n \rightarrow A_1 \vee \ldots \vee A_k$$

όπου $B_1, \ldots, B_m, C_1, \ldots, C_n$ θετικά άτομα, $A_1, \ldots, A_k$ άτομα.

- Σημασιολογικά, το $\rightarrow$ αντιστοιχεί στη συνεπαγωγή $\Rightarrow$.
- Αν $n = 0$, $m > 1$ και $k \in \{0, 1\}$ οι παραπάνω προτάσεις είναι κανόνες, ενώ αν $n = 0$, $m = 0$ και $k \in \{0, 1\}$ είναι γεγονότα.
- Σε κάθε περίπτωση που $n = 0$, $m \geq 0$ και $k \in \{0, 1\}$, οι κανόνες αντιστοιχούν σε αξιώματα τύπου Horn.
- Συνεπώς, τα οριστικά λογικά προγράμματα είναι ισοδύναμα με γνώσεις ΛΠΤ τύπου Horn.

Σύμπαν και βάση Herbrand

- Βασικοί όροι (ground terms), βασικά άτομα (ground atoms), βασικές προτάσεις (ground propositions) είναι οι όροι, άτομα, προτάσεις που δεν περιέχουν μεταβλητές (πχ. οι όροι $a, f(b)$, τα άτομα $p(a)$, $q(a, f(b))$ και οι προτάσεις $q(a, b), r(b)) \Rightarrow p(a)$.
- Σύμπαν Herbrand (Herbrand universe) UP ενός προγράμματος P είναι το σύνολο όλων των βασικών όρων που μπορούν να κατασκευαστούν από τις σταθερές και τις συναρτήσεις του P, ενώ βάση Herbrand (Herbrand base) BP είναι το σύνολο όλων των βασικών ατόμων που μπορούν να κατασκευαστούν από το UP και τα κατηγορήματα του P.

Για το $P = \{q(x, y) \rightarrow p(x), p(a), q(a, f(b))\}$, έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathrm{UP} &= \{a, f(a), f^2(a), \ldots, b, f(b), \ldots\} \\ \mathrm{BP} &= \{p(a), p(f(a)), p(f^2(a)), \ldots, p(b), p(f(b)), \ldots, \\ &\quad q(a, a), q(a, f(a)), q(a, f^2(a)), \ldots\} \end{aligned}$$

Λογικά Προγράμματα και Αυτόματη Συλλογιστική

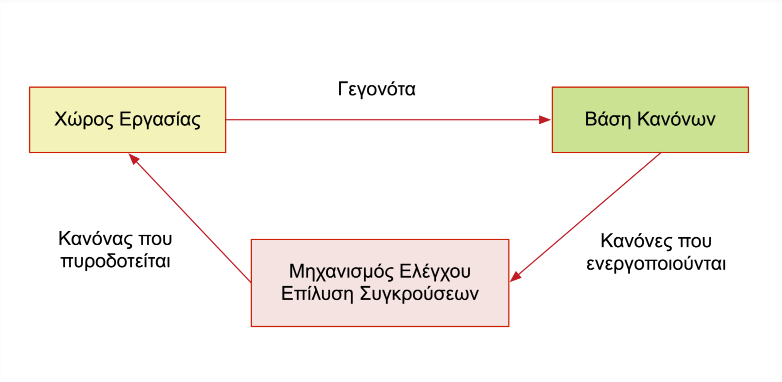
- Η χρήση συναρτήσεων, μπορεί να οδηγήσει στον απειρισμό της βάσης Herbrand (ακόμα και χωρίς μεταβλητές) και συνεπώς δυσκολεύει το πρόβλημα της συλλογιστικής.
- Ο αλγόριθμος SLD backward chaining (με βελτιστοποιήσεις) αποδεικνύεται στην πράξη ιδιαίτερα αποτελεσματικός για συλλογιστική σε οριστικά λογικά προγράμματα (χρησιμοποιείται στην Prolog), αν και στη χειρότερη περίπτωση απαιτεί εκθετικό χρόνο, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις δεν τερματίζει.
- Ο αλγόριθμος SLD forward chaining αποδεικνύεται στην πράξη αποτελεσματικός μόνο αν έχουμε κάποιο πολύ καλό (ευριστικό) τρόπο να ελέγχουμε την παραγωγή νέων γεγονότων. Έχει αποδειχθεί ότι λειτουργεί σε πολυωνυμικό χρόνο αν δεν χρησιμοποιούμε μεταβλητές και συναρτήσεις.

Συστήματα παραγωγής

Αποτελούνται από 3 μέρη:

- Τη βάση κανόνων (rule base) που περιέχει τους κανόνες παραγωγής νέων γεγονότων.
- Το χώρο εργασίας (working memory), που περιέχει γεγονότα τα οποία είναι τα αρχικά γεγονότα και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα.
- Το μηχανισμό ελέγχου και επίλυσης συγκρούσεων (scheduler and conflict resolution), ο οποίος είναι υπεύθυνος για την επιλογή και εκτέλεση των κανόνων που θα χρησιμοποιηθούν για να παραχθούν νέα γεγονότα.

Συστήματα παραγωγής



Συστήματα παραγωγής

Κύκλος λειτουργίας συστημάτων παραγωγής

- Όταν ικανοποιούνται οι συνθήκες του κανόνα, τότε ο κανόνας ενεργοποιείται (triggers).
- Το σύνολο των κανόνων που ενεργοποιούνται σχηματίζουν το σύνολο σύγκρουσης (conflict set).
- Ο μηχανισμός ελέγχου καθορίζει ποιος κανόνας από το σύνολο συγκρούσεων θα πυροδοτηθεί (fires).
- Όταν ένας κανόνας πυροδοτείται τότε το συμπέρασμά του προστίθεται ως γεγονός στο χώρο εργασίας και ελέγχεται από την αρχή η ενεργοποίηση των κανόνων.

Συστήματα παραγωγής

Στρατηγικές ελέγχου (επίλυσης συγκρούσεων)

- Τυχαία (random) (επιλέγεται τυχαία κάποιος κανόνας)
- Διάταξη (ordering) (διατάσσονται οι κανόνες με κάποιο κριτήριο)
- Επιλογή του πρόσφατου (recency) (επιλέγεται αυτός που ενεργοποιήθηκε πιο πρόσφατα)
- Επιλογή του πιο ειδικού (specificity) (επιλέγεται αυτός που έχει περισσότερες υποθέσεις)
- Αποφυγή επανάληψης (refractoriness) (δεν επιλέγεται αυτός που ενεργοποιήθηκε στο προηγούμενο βήμα)
- Ανάλυση μέσων-σκοπών (means-ends analysis) (επιλέγεται αυτός που αφορά ένα ενδιάμεσο στόχο)
- Μετα-έλεγχος (μετα-κανόνες) (οργανώνεται η εφαρμογή της στρατηγικής ελέγχου)

Αναπαράσταση εννοιολογικής γνώσης - Περιγραφικές Λογικές

Μοντελοποίηση με αντικείμενα

Αναπαράσταση της γνώσης με τη μορφή κατηγοριών αντικειμένων.

- Τα αντικείμενα έχουν συγκεκριμένες ιδιότητες και με βάση αυτές κατατάσσονται σε (πιθανώς περισσότερες από μία) κατηγορίες,
  - π.χ. μια συγκεκριμένη ταινία κατηγοριοποιείται ως περιπέτεια, κωμωδία, μεγάλου μήκους κλπ.
- Υπάρχουν κατηγορίες που είναι γενικότερες από άλλες,
  - π.χ. όλοι οι σκηνοθέτες είναι δημιουργοί.
- Οι κατηγορίες έχουν ονόματα, δηλαδή απλές αναφορές (κωμωδία, σκηνοθέτης, πλάνο, θέμα κλπ) ή περιγραφικές αναφορές, με σύνθετα ονόματα που συνήθως περιγράφουν λεκτικά τις ιδιότητές που πρέπει να έχουν τα αντικείμενα που κατατάσσονται στη συγκεκριμένη κατηγορία,
  - π.χ. οι κωμωδίες που εκτυλίσσονται στην Αθήνα του ’60.

Αντικείμενα και κατηγορίες

- Οι σχέσεις ενός αντικειμένου με άλλα αντικείμενα συγκεκριμένης κατηγορίας είναι σημαντικές για την κατάταξή τους σε κάποια κατηγορία,
  - π.χ. οι ταινίες που έχουν μεγάλη διάρκεια ονομάζονται μεγάλου μήκους.
- Κάποια αντικείμενα μπορεί να αποτελούνται από άλλα,
  - π.χ. κάθε πλάνο μιας ταινίας είναι μέρος μιας σκηνής.
- Οι σχέσεις των μερών ενός αντικειμένου είναι πιθανώς σημαντικές για την κατάταξή του σε μια κατηγορία,
  - π.χ. ένα σύνολο από πλάνα δεν αποτελεί απαραίτητα ταινία.

Αντικείμενα και κατηγορίες

- Περιγραφές που διατυπώνουν πληροφορίες κατηγοριοποίησης αντικειμένων για ένα συγκεκριμένο πεδίο ονομάζονται συνήθως ορολογικές, ενώ οι αντίστοιχες γνώσεις που αναπτύσσονται ονομάζονται ορολογίες ή οντολογίες.
- Τα άτομα (απτά ή αφηρημένα αντικείμενα) αποτελούν τα βασικά στοιχεία του κόσμου και οι ιδιότητές τους περιγράφονται με τη βοήθεια των κατηγοριών και των ταξινομήσεών τους σε αυτές, αλλά και των συσχετίσεων μεταξύ τους.

Τυπικές ορολογικές περιγραφές

Φορμαλισμοί εννοιολογικής αναπαράστασης γνώσης

- Σημασιολογικά δίκτυα (semantic networks)
- Πλαίσια (frames)
- Σενάρια (scripts)
- Περιγραφικές λογικές (description logics)
  - Τυπικός φορμαλισμός αναπαράστασης γνώσης με βάση τον οποίο οι μηχανικοί γνώσης αναπτύσουν ορολογίες που υποστηρίζονται από αλγόριθμους συλλογιστικής με καλά υπολογιστικά χαρακτηριστικά.

Περιγραφικές Λογικές

- Διατυπώνουμε στη γνώση αξιώματα περιγραφών ατόμων, κατηγοριών ατόμων (έννοιες) και σχέσεων μεταξύ των ατόμων (ρόλοι).
- Τα μη λογικά σύμβολα της γλώσσας προσδιορίζουν τις απλές αναφορές στα στοιχεία του κόσμου, δηλαδή στα άτομα, τις έννοιες (κατηγορίες ατόμων) και τους ρόλους (σχέσεις μεταξύ των ατόμων).
- Θα συμβολίζουμε με IN, CN, RN τα σύνολα ονομάτων για τα άτομα, τις έννοιες και τους ρόλους του κόσμου, αντίστοιχα.

Ορισμός σώματος ισχυρισμών (ABox)

Έστω $a, b \in \mathrm{IN}$ άτομα του κόσμου, $A \in \mathrm{CN}$ ένα όνομα έννοιας και $r \in \mathrm{RN}$ ένα όνομα ρόλου.

- Ισχυρισμός ισότητας ατόμων (individual equality assertion) είναι κάθε δήλωση της μορφής $a \approx b$.
- Ισχυρισμός ανισότητας ατόμων (individual inequality assertion) είναι κάθε δήλωση της μορφής $a \not\approx b$.
- Ισχυρισμός έννοιας (concept assertion) είναι κάθε δήλωση της μορφής $A(a)$.
- Ισχυρισμός ρόλου (role assertion) είναι κάθε δήλωση της μορφής $r(a, b)$.

Ένα σύνολο από ισχυρισμούς ισότητας ή ανισότητας στιγμιοτύπων, ισχυρισμούς εννοιών και ισχυρισμούς ρόλων ονομάζεται σώμα ισχυρισμών (assertion box, ABox).

Παράδειγμα ABox

$\mathcal{A} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7\}$

α_1. Comedy(movie35)
α_2. hasDirector(movie35, woodyAllen)
α_3. hasTitle(movie35, manhattan)
α_4. hasRunningTime(movie35, 96min)
α_5. LongRunningTime(96min)
α_6. woodyAllen $\approx$ allanStewartKönigsberg
α_7. woodyAllen $\not\approx$ francisFordCoppola

Ορισμός σύνθετων ονομάτων ρόλων και εννοιών

Διατυπώνουμε σύνθετα ονόματα ρόλων ως εξής:

- Κάθε όνομα ρόλου είναι μια ονοματική έκφραση ρόλου (role expression).
- Έστω r, s ονοματικές εκφράσεις ρόλων. Οι εκφράσεις r^-, $r \circ s$, που ορίζονται αναδρομικά με χρήση των λογικών τελεστών $^-$ (κατασκευαστής ανάστροφου ρόλου) και $\circ$ (κατασκευαστής σύνθεσης ρόλων), είναι ονοματικές εκφράσεις ρόλου.
- Επιπλέον, χρησιμοποιούμε το σύμβολο U για να ονομάσουμε τον καθολικό ρόλο (universal role), ο οποίος είναι ρόλος.

Ορισμός σύνθετων ονομάτων ρόλων και εννοιών

Έστω C, D ονοματικές εκφράσεις εννοιών, r ονοματική έκφραση ρόλου, a όνομα ατόμου και n φυσικός αριθμός. Διατυπώνουμε σύνθετα ονόματα εννοιών ως εξής:

- Κάθε όνομα έννοιας είναι μια ονοματική έκφραση έννοιας (concept expression).
- Σύνθετες εκφράσεις έννοιας (complex concept expressions) είναι οι εκφράσεις που ορίζονται, αναδρομικά, ως εξής: $\neg C$, $C \sqcap D$, $C \sqcup D$, $\exists r.C$, $\forall r.C$, $\geq nr.C$, $\leq nr.C$.
- Επιπλέον, χρησιμοποιούμε το σύμβολο $\top$ για να ονομάσουμε την καθολική έννοια (top concept) και το σύμβολο $\perp$ για να ονομάσουμε την κενή έννοια (bottom concept).

Ορισμός σώματος ορολογίας TBox και γνώσης

Έστω IN, CN και RN ένα σύνολο ονομάτων ατόμων, εννοιών και ρόλων αντίστοιχα, και έστω C, D (πιθανώς σύνθετες) έννοιες που εμπλέκουν τα ονόματα των συνόλων αυτών.

- Θα ονομάζουμε αξίωμα υπαγωγής εννοιών (concept subsumption axiom) κάθε δήλωση της μορφής $C \sqsubseteq D$.
- Θα ονομάζουμε αξίωμα ισοδυναμίας εννοιών (concept equivalence axiom) κάθε δήλωση της μορφής $C \equiv D$.
- Θα καλούμε σώμα ορολογίας (terminological box, TBox) ένα σύνολο από αξιώματα υπαγωγής και ισοδυναμίας εννοιών και ρόλων.
- Θα ονομάζουμε γνώση $\mathcal{K}$ μια δυάδα $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$, όπου $\mathcal{T}$ ένα σώμα ορολογίας και $\mathcal{A}$ ένα σώμα ισχυρισμών.

Παράδειγμα

$\mathcal{T} = \{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{14}\}$

τ_1. Director $\sqsubseteq$ Creator

τ_2. Movie $\equiv$ Film

τ_3. Director $\sqcap$ Movie $\sqsubseteq \bot$

τ_4. Movie $\equiv$ ShortFilm $\sqcup$ FeatureFilm

τ_5. FeatureFilm $\equiv$ Film $\sqcap$ LongFilm

τ_6. FeatureFilm $\equiv$ Film $\sqcap \neg$ShortFilm

τ_7. Director $\equiv \exists$isDirector.Movie

τ_8. Movie $\sqsubseteq \forall$hasDirector.Director

τ_9. MultiAwardWinning $\equiv \geq 3$hasAward.MajorAward

τ_{10}. $\top \sqsubseteq \forall$hasDirector.Director

τ_{11}. hasDirector $\sqsubseteq$ hasCreator

τ_{12}. isDirector $\equiv$ hasDirector^{-}

τ_{13}. hasCollaboration $\sqsubseteq$ isDirector $\circ$ hasActor

τ_{14}. hasPart $\circ$ hasPart $\sqsubseteq$ hasPart

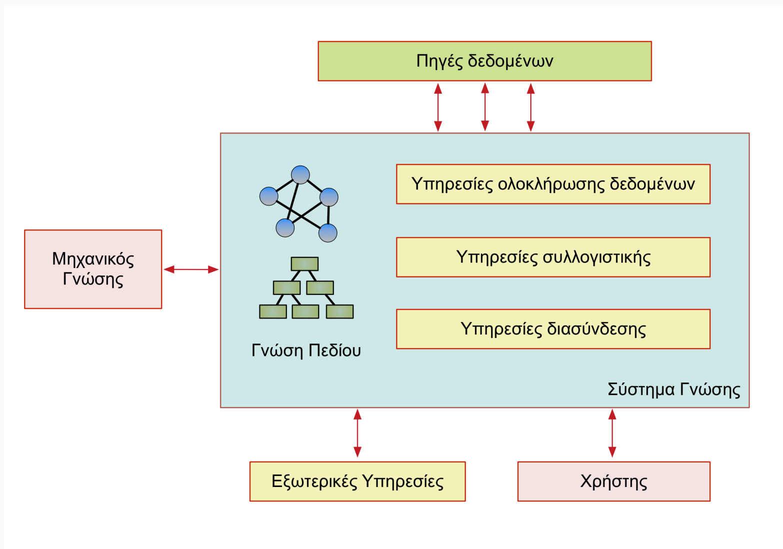
Εκφραστικότητα και πολυπλοκότητα

- Κατά τον ορισμό μιας βάσης γνώσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι κατασκευαστές σύνθετων εννοιών και ρόλων στα αξιώματα του σώματος ορολογίας.
- Κάθε κατασκευαστής προσθέτει και μια εκφραστική δυνατότητα στη γλώσσα, αυξάνοντας την περιγραφική ευχέρεια του μηχανικού γνώσης.
- Από την άλλη πλευρά, όμως, αυξάνοντας την εκφραστικότητα αυξάνουμε την πολυπλοκότητα της γλώσσας, δυσκολεύοντας το πρόβλημα της αυτόματης συλλογιστικής.
- Σημαντικό πλεονέκτημα των περιγραφικών λογικών αποτελεί η στοχευμένη επιλογή των απαραίτητων κατασκευαστών που χρησιμοποιούνται στα αξιώματα.

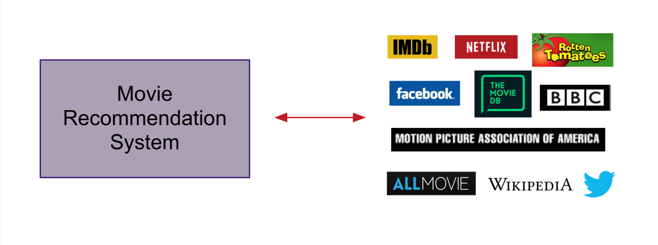
Περιγραφικές Λογικές και αυτόματη συλλογιστική

- Τα προβλήματα συλλογιστικής που αντιμετωπίζουμε εξετάζουν αν (με βάση κάποια γνώση) κάποιο άτομο είναι στιγμιότυπο μίας έννοιας (πρόβλημα ταξινόμησης), αν δύο αντικείμενα σχετίζονται με κάποια σχέση, αν μία έννοια είναι υποέννοια μίας άλλης, αν μία γνώση είναι συνεπής κλπ .
- Τα συστήματα συλλογιστικής για Περιγραφικές Λογικές είναι αποδοτικά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πραγματικές εφαρμογές.
- Στηρίζονται σε αλγόριθμους tableaux, δομικής υπαγωγής ή αλγόριθμους οργανωμένης ανάλυσης (αντίστοιχους με την ανάλυση SLD), ανάλογα με το πρόβλημα.
- Μπορούν, ανάλογα με τη γλώσσα, να εκτελούνται σε διαχειρίσιμες κλάσεις πολυπλοκότητας, ενώ πάντα τερματίζουν και μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις αποδοτικά.

Συστήματα γνώσης



Παράδειγμα



ΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ ΛΕΞΙΛΟΓΙΟΥ	Director, Comedy, FeatureFilm, ScriptWriter
ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΛΕΞΙΛΟΓΙΟΥ	Creator, DirectorOfComedies, AwardedShortFilm, WellKnownMovie
ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΝΩΣΗΣ	$\text{hasAward}(x, y) \wedge \text{MajorAward}(y) \Rightarrow \text{WellKnownMovie}(y)$
ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΕΡΩΤΗΜΑΤΩΝ	$\text{Q}(?x) \leftarrow \text{Musical}(?x) \wedge \text{WellKnownMovie}(?x)$